



شبیه‌سازی عددی یک بعدی عملکرد رانشگر پالس پلاسمایی با پیشران جامد

اکرم صدیق^{۱*} و رضا ابراهیمی^۲^۱ کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا گرایش جلوبردنگی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۵/۲۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۰۳/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۲۶

چکیده

در رانشگر پالس پلاسمایی، تفلون با تخلیه خازن الکتریکی و عبور جریان قوی بین آند و کاتد، تجزیه و یونیزه شده و تولید جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی می‌کند. جرم تصعید شده با تلفیق اثرات دینامیک گاز و نیروهای الکترومغناطیس به ذرات پلاسمای تبدیل گشته و با شتابگیری آن‌ها نیروی رانش تولید می‌کند. در این پژوهش، به شبیه‌سازی عددی یک بعدی یک رانشگر پالس پلاسمایی بر مبنای روش عددی اینفلت، هارتن، لکس، ون لیر (HLLC) پرداخته شده است. به منظور صحت به کارگیری روش عددی مورد استفاده در این پژوهش، مسئله ریمان مغناطیسی یک بعدی جهت صحت‌گذاری حل معادلات دینامیک سیالات مغناطیسی استفاده می‌شود. نتایج حل ارائه شده شامل، توزیع چگالی، توزیع سرعت، توزیع فشار و توزیع میدان مغناطیسی در طول شتاب‌دهنده است که مقایسه آن با نتایج عددی مشابه، نتایج رضایت بخشی را نشان می‌دهد. رانشگر پالس پلاسمایی، مورد تحلیل عددی واقع شده است. نتایج حاصل شده در منحنی‌های توزیع چگالی، فشار، میدان مغناطیسی و سرعت با رفتار فیزیکی مورد انتظار مقایسه و رضایت بخش است؛ هم‌چنین نمودار توزیع دمای تفلون پس از رسیدن به دمای تصعید، با اعمال انرژی حرارتی از ناحیه پلاسمای، با نتایج مرجع هم‌خوانی مناسبی دارد.

کلمات کلیدی: رانشگر الکتریکی؛ دینامیک سیالات مغناطیسی؛ پلاسمای؛ پالس؛ میدان مغناطیسی القایی

Numerical Simulation of One Dimensional Pulsed Plasma Thruster with Solid Propellant

A. Sedigh^{1*}, R. Ebrahimi²¹ MS.c., Aerospace. Eng., K.N.Toosi Univ., Tehran, Iran.² Prof., Aerospace. Eng., K.N.Toosi Univ., Tehran, Iran.

Abstract

The pulsed plasma thruster starts its operation cycle by loading the capacitor bank up to the operating voltage. The main capacitor can be discharged through arcing between the electrodes, therefore ablating and ionizing the exposed surface of Teflon propellant. The electric current flows form a current loop and a magnetic field is accordingly generated. So the ablated mass is accelerated by the combined effects of gas dynamics and electromagnetic forces. In this research, one dimensional pulsed plasma thruster has been investigated numerically based on Einfeldt, Harten, Lax, Van Leer, (HLLC) numerical method. In order to validate applied numerical method, the Riemann problem has been solved. Results include distribution of density, velocity, pressure as well as magnetic field in a magnetic accelerator, which show a good compatibility with the references. A Pulsed Plasma Thruster has been numerically analyzed. The results comprising density, pressure, magnetic field, and velocity curves have been compared with the physical behavior, which were convincing. Furthermore, graph of distribution of Teflon's temperature after reaching to the ablation temperature, by applying heat energy from plasma region, has adequate compatibilities with results of the references.

Keywords: Electric Propulsion; Magnetohydrodynamic; Plasma; Pulse; Induced Magnetic Field.

۱- مقدمه

با پیشرفت تکنولوژی‌های فضایی و تمایل بشر برای اکتشاف اعماق فضا، محدودیت سیستم‌های پیشران شیمیایی نمایان گشته است. طبق معادله موشک که توسط سیلوفسکی^۱ [۱] ارائه شده است، در غیاب نیروهای خارجی، نسبت جرم پیشران به جرم موشک با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$\frac{M_{Pro}}{M_{tot}} = 1 - e^{-\frac{\Delta V}{u_e}} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، u_e سرعت گازهای خروجی از رانشگر و ΔV تغییر سرعت مورد نیاز برای انجام یک ماموریت فضایی است. با وجود پیشرفت‌های فراوان در حوزه‌های علم احتراق سیستم‌های پیشران شیمیایی، بالاترین مقدار سرعت گازهای خروجی از سطح دریا تا خلاء، از بازه ۳۶۰۰ تا ۴۵۰۰ متر بر ثانیه فراتر نرفته است که این مقدار برای ماموریت در اعماق فضا ناکافی است. برای ماموریت‌های فراتر از کره ماه، ΔV مورد نیاز نشان می‌دهد، سیستم‌های پیشران شیمیایی برای این کار مناسب نمی‌باشد و باید جایگزین مناسبی برای انجام چنین ماموریت‌هایی در نظر گرفت. یکی از موانع پیش‌روی سیستم‌های پیشران شیمیایی در دست-یابی به سرعت گازهای خروجی بالاتر، وجود محدودیت، در افزایش دمای شعله در محفظه احتراق جهت جلوگیری از افزایش دمای دیواره‌ها است. یکی از راه‌کارهای موجود برای غلبه بر محدودیت‌های سیستم‌های پیشران شیمیایی، استفاده از سیستم‌های پیشران الکتریکی است. ایده اصلی در این سیستم‌ها، شتاب دادن گازها برای تولید نیروی پیشران بوسیله حرارت الکتریکی و یا نیروی حجمی الکتریکی یا مغناطیسی است. دو روش برای به کارگیری توان الکتریکی به صورت انرژی حرارتی به پیشران وجود دارد. در روش اول، توان الکتریکی به صورت انرژی حرارتی به پیشران انتقال می‌یابد که با استفاده از قانون اهم، توان الکتریکی به واحد حجم به صورت رابطه (۲) قابل بیان است:

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \{\eta j^2\} + \{(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u}\} \quad (2)$$

\mathbf{J} بردار چگالی جریان الکتریکی، \mathbf{E} بردار میدان الکتریکی، $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ بردار چگالی جریان الکتریکی، \mathbf{B} بردار میدان مغناطیسی، \mathbf{u}

بردار سرعت پیشران و η مقاومت الکتریکی است. با ماکزیمم کردن مقدار عبارت اول سمت راست معادله (۲)، توان الکتریکی صرف افزایش آنتالپی پیشران به صورت موضعی در جریان می‌شود و با انبساط پیشران در یک نازل، آنتالپی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. با این روش، دمای متوسط محفظه نسبت به سیستم‌های پیشران شیمیایی بیش‌تر است. رانشگرهای الکتروگرمایی مانند، رانشگرهای مقاومتی، رانشگرهای ریزموج-حرارتی و رانشگرهای قوسی از این روش برای شتاب‌دهی استفاده می‌کنند. در روش دوم، گازهای یونیزه شده تحت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی توسط نیروی کولمب و نیروی لورنتس شتاب می‌گیرند.

$$\mathbf{f}_{ext} = \{\rho_q \mathbf{E}\} + \{\mathbf{J} \times \mathbf{B}\} \quad (3)$$

عبارت اول سمت راست معادله (۳)، ناشی از میدان الکتریکی خارجی است. این مکانیزم در رانشگرهای الکتروستاتیکی مانند، رانشگرهای یونی و تابشی میدانی به کار می‌رود. عبارت دوم، بیانگر نیروهای حجمی الکترومغناطیسی است که در رانشگرهای پلاسمایی مغناطیسی و رانشگرهای پالس پلاسمایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. دینامیک سیالات مغناطیسی یا به اختصار MHD^۲، مطالعه و بررسی سیالاتی است که دارای رسانایی الکتریکی می‌باشند. از جمله این سیالات، می‌توان به پلازما و الکترولیت‌ها اشاره کرد. مفهوم اساسی MHD، بر پایه القاء جریان در یک سیال متحرک و هادی الکتریسته توسط میدان مغناطیسی است. این جریان، باعث ایجاد نیرو بر سیال و تغییر میدان مغناطیسی خود القا می‌شود. مجموعه معادلات توصیف کننده MHD، ترکیبی از معادلات دینامیک سیال (معادلات ناویر استوکس) و معادلات الکترومغناطیس ماکسول است. برای حل عددی یا تحلیلی، این معادلات دیفرانسیل باید به طور همزمان حل شوند. در سال‌های اخیر، پژوهش‌های عددی نسبتاً محدودی برای مدل‌سازی رانشگرهای پالس پلاسمایی صورت گرفته است. مایکل^۳ و همکارانش [۲] در سال ۱۹۶۶، بیش‌تر یک مدل اولیه از تفنگ پلاسمایی خازنی محوری^۴ را توسعه دادند. مدل آنها اساساً یک مدل تحلیلی بود، اما می‌توانست عملکرد و کارایی سینتیکی PPT را بر اساس توزیع بارگذاری جرمی

² Magnetohydrodynamic

³ Michel

⁴ Coaxial Capacitor-Driven Plasma Guns

¹ Tsiolkovsky

نظر کرد؛ بنابراین فرض می‌شود، سیال در ورودی کاملاً یونیزه باشد و پلاسما نیز در طول شتاب‌دهنده کاملاً یونیزه باشد. ثابت بودن رسانندگی الکتریکی و ضریب گذردهی خلاء تا زمانی که پلاسما جز در نزدیکی ورودی گاز کاملاً یونیزه شده باشد، فرض قابل قبولی است. در این حالت طبق رابطه اسپیتزر،^۴ ضریب رسانندگی محیط حساسیت کمتری نسبت به چگالی پلاسما خواهد داشت.

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e} \tau_c \quad (۴)$$

در رابطه (۴)، σ ضریب رسانندگی الکتریکی محیط، n_e عدد چگالی الکترون، m_e جرم الکترون، e بار الکتریکی الکترون و τ_c زمان آزاد شدن الکترون است. در این پژوهش، به منظور تسخیر دقیق ناپیوستگی‌ها، از شکل ابقایی معادلات استفاده شده است که در ادامه به بررسی معادلات و روش حل آن‌ها پرداخته می‌شود.

۲- معادلات حاکم

معادلات MHD از ساده‌سازی معادلات دو سیال برای تحلیل پلاسما به دست آمده است. با فرض این‌که یون‌ها و الکترون‌ها در تعادل ترمودینامیکی باشند، می‌توان عملکرد سیالی این دو گونه ذره باردار را در یک دسته از معادلات خلاصه کرد. به طور کلی، معادلات MHD، یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای مدل‌سازی جریان پلاسما بوده که قادر خواهد بود، طول موج بلندو فرکانس پایین امواج حاصل از پلاسما، رفتار مغناطیسی ذرات را پیش‌بینی کند [۱]. معادلات کلی MHD ایده‌آل مورد استفاده در این شبیه‌سازی با ثابت بودن سطح مقطع به صورت زیر است:

معادله بقای جرم :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (۵)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) - \mathbf{B} \left(\nabla \cdot \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \quad (۶)$$

معادله انرژی:

تقریب بزند. این مدل ساده‌شده پیش‌بینی کرد که کارایی ۹۳ درصدی قابل دستیابی خواهد بود. تورچی^۱ و همکارانش [۳] در سال ۱۹۹۵، روی مدل‌سازی PPT با استفاده از کد کامپیوتری دینامیک سیالات مغناطیسی (MHD) دوبعدی MACH2 به همراه یک زیربرنامه تصعید سوخت تحقیقات خود را انجام دادند. این زیربرنامه تصعید، از مدل فشار-بخار استفاده می‌کرد تا شار گرمی را براساس دمای سطح محاسبه کند. پژوهش دیگری با استفاده از کد عددی MACH2 توسط مایکلیدز^۲ [۴] در سال ۱۹۹۹ انجام گردید. در این پژوهش، به بررسی بهینه نمودن عملکرد PPT براساس تصحیح شکل موج جریان و هندسه الکتروود پرداخته شده است. مایکلیدز بدست آورد، در حالت کلی مقدار ماده تصعید شده از سطح، بسیار بیش‌تر از آنست که بتواند در طول تخلیه بطور الکترومغناطیسی شتاب داده شود. در ادامه تحقیقات مایکلیدز و همکارانش، بوید [۵] در سال ۲۰۰۰، قصد اولیه از این مدل فراهم نمودن شرایط مرزی جریان بالادست برای شبیه‌سازی ذرات و پلوم بوده است. به این دلیل، انتقال حرارت به تفلون، بیش‌تر براساس پارامترهای پلاسما است. این پارامترها برای تشخیص دمای سطح تفلون کافی است و این دمای سطح برای بدست آوردن مقادیر شار گرمی در طول استفاده از مدل تصعید فشار-بخار مناسب است. نتایج بدست آمده از این مدل، با تعداد محدودی از اطلاعات تجربی هم‌خوانی داشته است.

در شبیه‌سازی پیش‌رو از اثرات هال، فرایند یونیزاسیون، انتقال حرارت و لزجت صرف‌نظر شده است. رسانندگی الکتریکی محیط و ضریب گذردهی خلاء یکنواخت و ثابت فرض شده است. نادیده گرفتن اثر هال، باعث ساده شدن تحلیل فیزیکی این شتاب‌دهنده‌ها می‌شود. طبق مرجع [۵] به دلیل اینکه چگالی پلاسما در نزدیکی سطح تفلون بیش‌تر از 10^{23} است، می‌توان از اثر هال صرف‌نظر کرد؛ هم‌چنین به دلیل حل یک بعدی جریان پلاسما در این رانشگرها و اینکه نیاز به بررسی صفحه پلاسما نداریم و اینکه گاز در چند میلیمتری ابتدای رانشگر تا درصد قابل توجهی یونیزه شده است؛ در مدل یک بعدی، می‌توان از اثر یونیزاسیون صرف

¹ Turchi

² Mikellides

³ Plasma Sheet

⁴ Spitzer

۲-۲- معادلات یک بعدی

بردار متغیرهای پایسته و شار جریان یک بعدی معادلات MHD ایده‌آل، به صورت روابط (۱۳-۱۴) است:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ B_y \\ B_z \\ e \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p_T - B_x^2 \\ \rho v u - B_x B_y \\ \rho w u - B_x B_z \\ B_y u - B_x v \\ B_z u - B_x w \\ (e + p_T)u - B_x (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) \end{pmatrix} \quad (14)$$

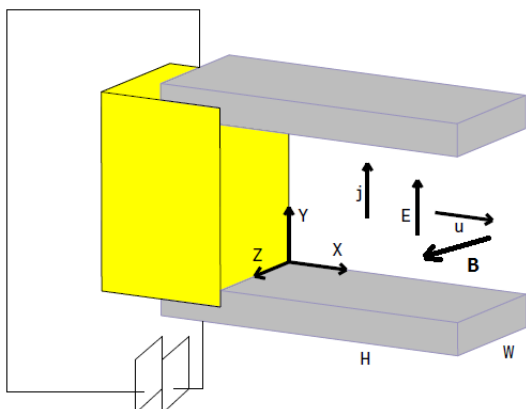
که در آن p_T فشار کلی است که از مجموع فشار ترمودینامیکی و فشار مغناطیسی بدست می‌آید:

$$p = (\gamma - 1) \left(e - \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}|^2 - \frac{1}{2} |\mathbf{B}|^2 \right) \quad (15)$$

$$p_T = p + \frac{1}{2} |\mathbf{B}|^2 \quad (16)$$

در شکل ۱، شماتیک شبه یک‌بعدی یک رانشگر پالس پلاسمایی و جهت مولفه‌های میدان الکترومغناطیسی، نشان داده شده است.

با توجه به یک بعدی بودن کانال، میدان مغناطیسی تنها در راستای z ایجاد می‌شود و شرط گاوس مغناطیسی ارضاء می‌شود. هم‌چنین مولفه‌های سرعت در راستای y و z نیز به دلیل تحلیل یک بعدی در کل حل صفر لحاظ می‌شود.



شکل ۱- شماتیک یک رانشگر پالس پلاسمایی

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \left(e + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{u} = \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\mu_0^2} \left[\frac{1}{\sigma} (\nabla \times \mathbf{B}) \right] \times \mathbf{B} \right\} \quad (7)$$

معادله القای مغناطیسی:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (8)$$

شرط گاوس مغناطیسی:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (9)$$

معادله (۹)، یکی از قوانین ماکسول است که باید به عنوان شرط عددی در حل معادلات لحاظ شود [۱]. منظور از معادلات MHD ایده‌آل، در نظر نگرفتن اثر هال و اثر ترموالکتریکی در معادله میدان الکتریکی است. شکل کلی برداری معادلات MHD ایده‌آل، به صورت رابطه (۱۰) نشان داده می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \mathbf{B} \\ e \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{I} - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \mathbf{B} \\ \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{u} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{u}) \\ \left[e + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right] \mathbf{u} - \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \mathbf{u}) \mathbf{B} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \\ \frac{1}{\mu_0^2} \nabla \cdot \left(\frac{B^2}{2} \mathbf{I} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \\ \frac{1}{\mu_0^2} \nabla \cdot \left(\frac{B^2}{2} \mathbf{I} \right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

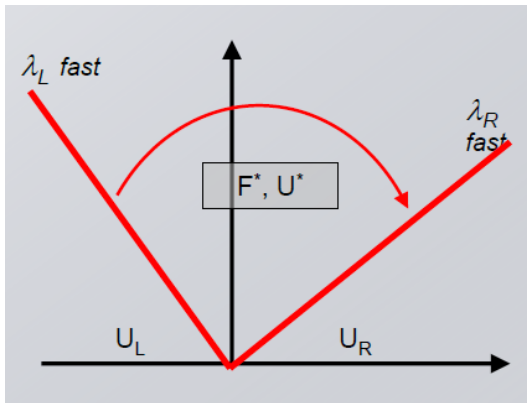
در رابطه‌های (۵) تا (۹)، ρ چگالی جرمی، p فشار ترمودینامیکی، μ_0 ضریب گذردهی خلاء، σ رسانندگی الکتریکی محیط می‌باشند. چگالی انرژی کلی، برابر مجموع انرژی داخلی، جنبشی و مغناطیسی است:

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (11)$$

۲-۱- معادله حالت

در حالت گاز کامل، فشار و انرژی داخلی توسط دمای ذرات به طور مجزا از هم قابل محاسبه می‌باشند؛ بنابراین معادله حالت برای حالت ایده‌آل به صورت رابطه (۱۲) است:

$$p = \rho RT \quad (12)$$



شکل ۲- ساختار مسئله ریمان با چهار حالت میانی در روش HLLC

شار HLLC در سطح مرز مشترک سلول‌های محاسباتی

$X_{i-1/2}$ به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{i-1/2}^{HLLC} = \frac{b^+ f_{L,i-1/2} - b^- f_{R,i-1/2}}{b^+ - b^-} + \frac{b^+ b^-}{b^+ - b^-} (U_i - U_{i-1}) \quad (21)$$

که در آن

$$f_{L,i-1/2} = f(U_{L,i-1/2}) \quad (22)$$

$$f_{R,i-1/2} = f(U_{R,i-1/2}) \quad (23)$$

$U_{L,i-1/2}$ و $U_{R,i-1/2}$ به ترتیب، متغیرهای پایسته در سمت چپ و راست مرز مشترک سلول و U_i و U_{i-1} نیز به ترتیب، مقادیر متغیرهای پایسته در مرکز سلول است. $f_{L,i-1/2}$ و $f_{R,i-1/2}$ ، به ترتیب مقادیر شار متغیرهای پایسته در سمت چپ و راست مرز سلول است. مقادیر b^+ و b^- به صورت رابطه (۲۴-۲۵) تعیین می‌شوند:

$$b^+ = \max[\max(\lambda^M, v_{x,R} + c_R), 0] \quad (24)$$

$$b^- = \min[\min(\lambda^0, v_{x,L} + c_L), 0] \quad (25)$$

$v_{x,R}$ ، $v_{x,L}$ به ترتیب، مولفه سرعت عمود بر مرز مشترک در سمت چپ و راست آن است. c_R و c_L به ترتیب، ماکزیمم سرعت مغناطیسی در سمت چپ و راست مرز مشترک سلول می‌باشد. λ^0 و λ^M مقادیر ماکزیمم و مینیمم مقادیر ویژه ماتریس روه^۱ می‌باشند. این مقادیر ویژه به صورت رابطه (۲۶) است:

۳- روش‌های عددی

معادلات MHD با بیان فلوهای جریان به شکل رابطه (۱۷) نوشته می‌شوند:

$$U_t + \nabla \cdot F_h(U) = \nabla \cdot F_p(U) \quad (17)$$

عبارت اول عبارت گذرا، عبارت دوم عبارت جابجایی و عبارت سمت راست، معادله عبارت نفوذی است. در معادله (۱۷)، F_h بردار شار هذلولی و F_p بردار شار سهموی و U بردار متغیرهای پایسته است که در زمان بروز رسانی می‌شود. محاسبه تغییرات جریان در زمان در مسئله ریمان با استفاده از روش HLLC است. شار قسمت هذلولی با روش عددی HLLC و شار قسمت سهموی، با روش خطی‌سازی تفاضل محدود محاسبه می‌شود.

شکل ابقایی معادله گودانف به صورت رابطه (۱۸) است:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F(R(U_i^n, U_{i+1}^n)) - F(R(U_{i-1}^n, U_i^n))] \quad (18)$$

n و i به ترتیب، گام زمانی و تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی می‌باشند.

$$R(x/t; U_i^n, U_{i+1}^n) \quad (19)$$

رابطه (۱۹)، حل تقریبی مسئله ریمان در طول سلول $X_{i+1/2}$ است.

۳-۱- شار هذلولی

برای محاسبه شار جریان، معادله هذلولی (۲۰) را در نظر می‌گیریم:

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = 0 \quad (20)$$

پاسخ عددی U_n در زمان t^n و در طول هر سلول قرار دارد. شرایط اولیه داده شده در ابتدای هر بازه زمانی، در هر سلول یک مسئله ریمان تلقی می‌شود. محاسبه بردار شار جابجایی به روش HLLC، بسیار ساده و کارا است. با توجه به شکل ۲، در این روش، مسئله ریمان با استفاده از یک حالت میانی ثابت تقریب زده می‌شود که این حالت میانی، بین سریع‌ترین و کندترین موج مشخصه قرار دارد. استفاده از این روش در شبیه‌سازی‌های یک بعدی، به دلیل مثبت بودن فشار و چگالی در ناحیه میانی یک مزیت عمده تلقی می‌شود.

¹ Roe Matrix

۴- بی‌بعدسازی معادلات

برای بی بعد سازی یک مقدار مرجع برای هر متغیر در نظر گرفته شده است. این متغیرهای مرجع به صورت رابطه (۳۲) قابل تعریف است:

$$x_{ref} = L, C_a = \frac{B_{ref}^2}{\mu_0 \rho_{ref}}, B_{ref} = \frac{\mu_0 I}{w}$$

$$P_{ref} = \frac{B_{ref}^2}{\mu_0}, \rho_{ref} = \frac{2\mu_0}{B_{ref}^2} \left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 \quad (32)$$

متغیرهای بی بعد به صورت رابطه (۳۳) تعریف می‌شود:

$$x^* = \frac{x}{L}, \nabla^* = L \nabla, t^* = \frac{C_a}{L} t, u^* = \frac{u}{C_a}$$

$$P^* = \frac{P}{P_{ref}}, B^* = \frac{B}{B_{ref}}, \rho^* = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \quad (33)$$

در روابط فوق الذکر B_{ref} میدان مغناطیسی مرجع، P_{ref} فشار کل مرجع، ρ_{ref} چگالی مرجع، C_a سرعت مرجع (آلفون) است. متغیرهای بی‌بعد با علامت * تعریف شده‌اند.

۴- صحنه‌گذاری روش عددی

به منظور صحت به‌کارگیری روش عددی مورد استفاده در این پژوهش، از مسئله جریان یک بعدی ریمان در حضور میدان مغناطیسی استفاده شده است. معادلات MHD ایده‌آل هذلولوی و غیرخطی می‌باشند؛ بنابراین امواج تشکیل شده در یک لوله ضربه مغناطیسی به دلیل حضور میدان مغناطیسی پیچیده‌تر خواهد بود. برای معتبرسازی معادلات MHD از یک تست استاندارد، با عنوان مسئله لوله ضربه، استفاده می‌شود. در مسئله یک بعدی رابطه (۳۴) داریم:

$$U(x, 0) = \begin{cases} U_L & \text{if } x < \frac{L}{2} \\ U_R & \text{if } x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (34)$$

U_L و U_R متغیرهای سمت چپ و راست لوله ضربه است و توسط هفت متغیر $\rho, u_x, u_y, u_z, p, B_y$ و B_z و سه ثابت شامل، نسبت حرارت ویژه γ ، ثابت گاز R و مولفه طولی میدان مغناطیسی B_x مشخص می‌شود. با افزایش زمان از $t = 0$ ، با پاره شدن دیافراگم، ناپیوستگی‌ها به سمت چپ و راست حرکت می‌کنند. ممکن است در طول هر جبهه موج ناپیوستگی ایجاد شود؛ بنابراین مطابق شکل ۳، شش جبهه موج، سه موج در هر جهت و یک صفحه تماس،

$$\lambda = (v_x - C_f, v_x - C_{Ax}, v_x - C_S, v_x, v_x + C_S, v_x + C_{Ax}, v_x + C_f) \quad (26)$$

۳-۲- شار سهموی

برای محاسبه شار سهموی عبارت سمت راست معادله (۱۶)، از روش تفاضل محدود به صورت صریح زیر استفاده شده است. برای میدان مغناطیسی مشتقات مرتبه اول در طول مرز هر سلول مشخص است، بنابراین استفاده از روش اختلاف مرکزی برای این قسمت کافیت و این مقادیر به صورت عبارت منبع به معادلات هذلولوی اضافه می‌شود.

$$(B_y)_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \frac{1}{Re_m} [(B_y)_{i+1}^n - 2(B_y)_i^n + (B_y)_{i-1}^n] \quad (27)$$

$$(B_z)_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \frac{1}{Re_m} [(B_z)_{i+1}^n - 2(B_z)_i^n + (B_z)_{i-1}^n] \quad (28)$$

$$E_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{1}{4Re_m} \{ [(B_z)_{i+1}^n - (B_z)_{i-1}^n] + [(B_z)_{i+1}^n - (B_z)_{i-1}^n] \} \quad (29)$$

پارامتر مهمی که در بررسی شرایط معادلات MHD ایده‌آل به کار می‌رود، عدد رینولدز مغناطیسی است که معیاری برای تعیین مقاومت پلازما در مقابل جریان است. این پارامتر نسبت مغناطیس ثابت به انتشار میدان مغناطیسی است و به صورت رابطه (۳۰) قابل محاسبه است:

$$Re_m = \frac{UL}{\eta} \quad (30)$$

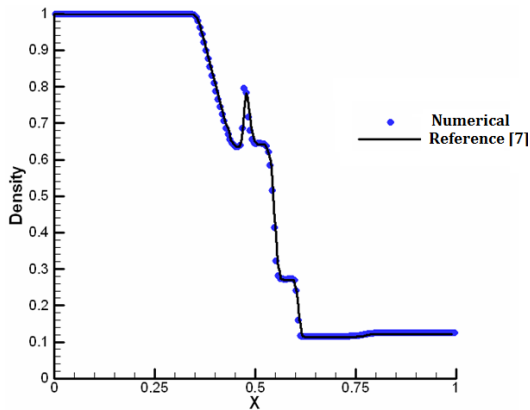
در این شبیه‌سازی، مقدار رینولدز مغناطیسی طبق مرجع [۶]، ۴۷/۶۸ انتخاب شده است.

۳-۳- گام زمانی

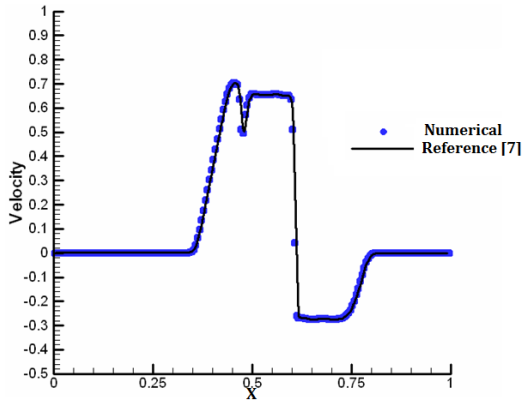
بزرگ‌ترین گام زمانی باید طوری انتخاب شود که توانایی نشان دادن سرعت حرکت سریع‌ترین موج مشخصه را داشته باشد. این مقدار به صورت رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود:

$$(\Delta t)_i^n = (CFL) \min \left(\frac{\Delta x}{|v_{x,i}^{n+1}| + C_{fx,i}^{n+1}} \right) \quad (31)$$

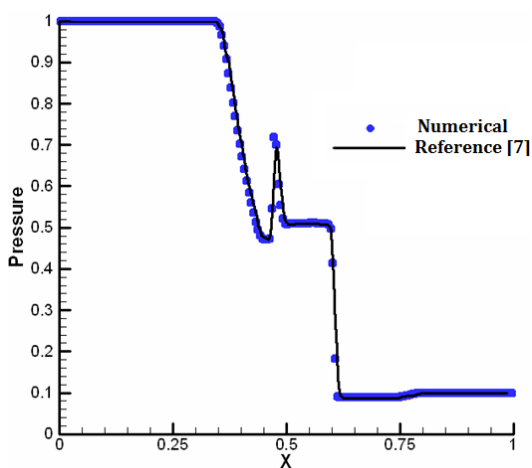
در این رابطه $C_{fx,i}^{n+1}$ و $v_{x,i}^{n+1}$ به ترتیب، سرعت سریع‌ترین موج مغناطیسی و سرعت سیال است. CFL عدد کورانت است که با استفاده از تحلیل پایداری ساده برای معادلات هذلولوی در روش‌های عددی صریح باید کوچک‌تر از یک باشد.



شکل ۴- مقایسه مقادیر چگالی از حل عددی و مرجع [۷] در مسئله لوله ضربه مغناطیسی



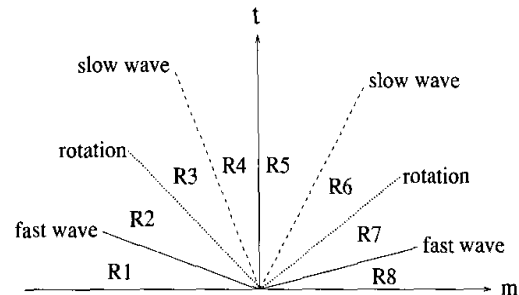
شکل ۵- مقایسه مقادیر سرعت از حل عددی و مرجع [۷] در مسئله لوله ضربه مغناطیسی



شکل ۶- مقایسه مقادیر فشار از حل عددی و مرجع [۷] در مسئله لوله ضربه مغناطیسی

تمام صفحه را به هشت ناحیه مختلف تقسیم می‌کند. ناحیه‌های R_1, R_8 به ترتیب، حالت‌های سمت راست و چپ می‌باشند. در مسئله ریمان نوع، قدرت و سرعت امواج و هم-چنین ویژگی‌های جریان در شش ناحیه دیگر تعیین می‌شود. با توجه به شرایط اولیه اعمال شده در مرجع [۷] و با در نظر گرفتن گام زمانی ۸۰۰ و عدد کورانت ۰.۹ مطابق با این مرجع، نتایج بی بعد شده در کد عددی با فرم بی بعد شده نمودارهای مرجع [۷] مقایسه شده است. نتایج بی بعد در شکل‌های ۴ تا ۷ ارائه گردیده است.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \rho_L = 1.0 \\ u_L = 0.0 \\ v_L = 0.0 \\ w_L = 0.0 \\ P_L = 1.0 \\ B_x = 0.75 \\ B_{y,L} = 1.0 \\ B_{z,L} = 0.0 \end{array} \right\} & \text{Left side} \\
 \left. \begin{array}{l} \rho_R = 0.125 \\ u_R = 0.0 \\ v_R = 0.0 \\ w_R = 0.0 \\ P_R = 0.1 \\ B_x = 0.75 \\ B_{y,R} = -1.0 \\ B_{z,R} = 0.0 \end{array} \right\} & \text{Right side}
 \end{aligned}
 \tag{۳۵}$$



شکل ۳- امواج ممکن تولید شده در مسئله ریمان MHD و هشت حالت متفاوت تقسیم شده توسط جبهه موج [۹]

$$B_i = 0 \quad (36)$$

$$P_i = P_{i-1} + \frac{B_{i-1}^2}{2} \quad (37)$$

۶- مقادیر عددی در شتاب دهنده مغناطیسی

در این پژوهش طبق مرجع [۶]، نتایج برای گاز آرگون با دبی جرمی بر واحد سطح ۵ گرم بر ثانیه و شدت میدان مغناطیسی برابر ۰.۱ تسلا و دمای کل ۴۰۰ درجه کلوین و مقادیر مرجع به صورت رابطه (۳۸) تعیین گردیده است:

$$u_{ref} = 7960 \text{ m/s}$$

$$x_{ref} = 0.2 \text{ m}$$

$$p_{ref} = 3980 \text{ Pa}$$

$$\rho_{ref} = 6/28 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3 \quad (38)$$

۷- مقادیر اولیه و شرایط مرزی در رانشگر پالس پلاسمایی

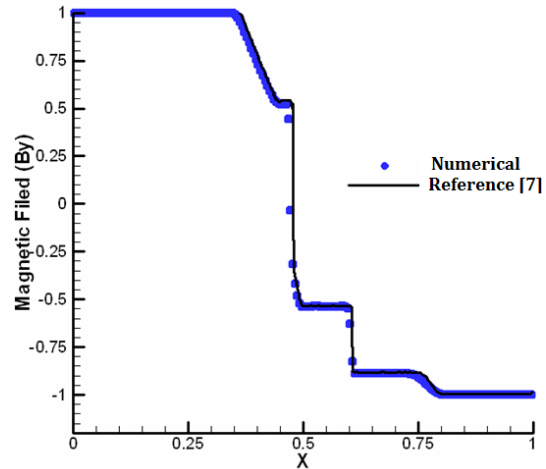
در این مسئله، طبق قوانین بقا باید تعادل جرم در ناحیه سطح مشترک پلاسما- جامد برقرار باشد. برای سهولت فرض می‌شود که سطح سوخت ثابت است و تزریق جرم از سوخت جامد به ناحیه تصعید با سرعتی برابر نرخ پسروری صورت می‌گیرد. قانون پیوستگی به صورت رابطه (۳۹) خواهد بود:

$$\rho_p v_p = -\rho_{PTFE} v_{rec} \quad (39)$$

در رابطه فوق ρ_p چگالی پلاسما، ρ_{PTFE} چگالی تفلون، v_p سرعت پلاسما، v_{rec} نرخ پسروری تفلون است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، سرعت گازهای خروجی از ناحیه تصعید به داخل قلمرو حل را می‌توان از رابطه بالا تعیین کرد. برای محاسبه نرخ پسروری، رابطه‌ای شبه آرنیوس به صورت تجربی یا نیمه تجربی بیان گردیده است، به صورت رابطه (۴۰) است.

$$v_{rec} = A_p \exp\left(-\frac{B_p}{T}\right); B_p = \frac{E_a}{R} \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، A_p فاکتور فرکانس $\frac{1}{s}$ ، B_p نسبت انرژی فعال‌سازی به ثابت جهانی گازها K و T دمای سطح سوخت است.



شکل ۷- مقایسه مقادیر میدان مغناطیسی از حل عددی و مرجع [۷] در مسئله لوله ضربه مغناطیسی

همان‌طور که در شکل‌های ۴ تا ۷ ملاحظه می‌شود، در وسط لوله ضربه مغناطیسی به دلیل وجود اختلاف میدان مغناطیسی عرضی در شرایط اولیه، یک موج ترکیبی کند^۱ ایجاد می‌شود که می‌تواند ترکیبی از موج ضربه‌ای و موج انبساطی باشد که این موج ترکیبی در لوله ضربه حاکم بر معادلات اویلر ظاهر نمی‌گردد.

۵- مقادیر اولیه و شرایط مرزی در شتاب‌دهنده مغناطیسی

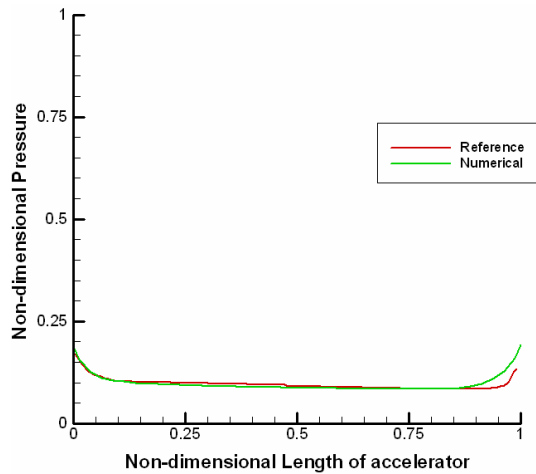
دبی جرم اولیه در طول مسیر ثابت فرض شده و توزیع سرعت در طول شتاب‌دهنده به صورت سینوسی مشخص گردیده است. فشار با توجه به شرایط خلاء بسیار ناچیز است. با توجه به این که جریان در چند میلی‌متر اول شتاب‌دهنده مافوق صوت می‌شود، ورودی شتاب‌دهنده در شرایط صوتی در نظر گرفته شده است و مقدار جریان الکتریکی ثابت و برابر ۱ کیلو آمپر است. با توجه به خواص خطوط مشخصه شرط مرزی ورودی تعیین می‌شود. در خروجی اگر جریان مافوق صوت باشد، مقادیر پارامترهای اولیه در خروجی از نقطه قبلی اش بدست می‌آید. مقادیر میدان مغناطیسی و فشار از روابط (۳۶-۳۷) محاسبه می‌شوند:

¹ Slow Compound Wave

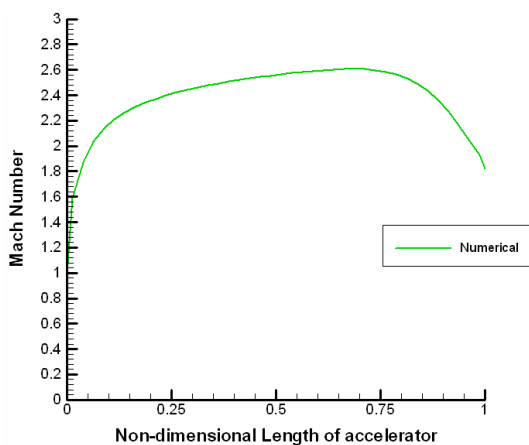
و در انتهای رانشگر به دلیل عدم حضور جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی القایی صفر خواهد بود.

با توجه به شکل ۱۰، فشار استاتیکی در ابتدا به دلیل منبسط شدن جریان پلاسما کاهش یافته و با توجه به معادلات مربوط به انرژی کل، معادله (۱۱)، در انتهای شتاب-دهنده فشار افزایش خواهد یافت.

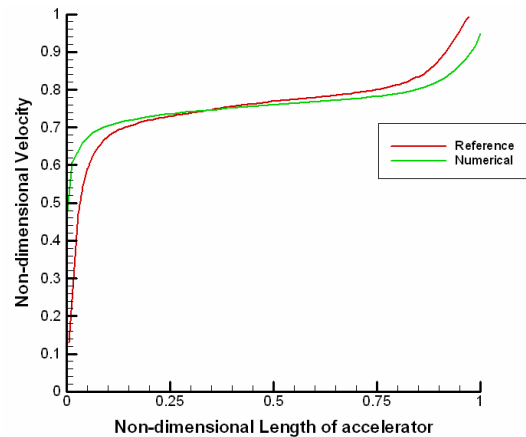
با توجه به شکل ۱۱، عدد ماخ در ابتدای رانشگر با در نظر گرفتن حالت صوتی در ورودی یک و در طول رانشگر با توجه به معادله مومنتم سرعت رانشگر افزایش یافته و در انتهای رانشگر، جریان پلاسما با سرعت مافوق صوت خارج می‌شود.



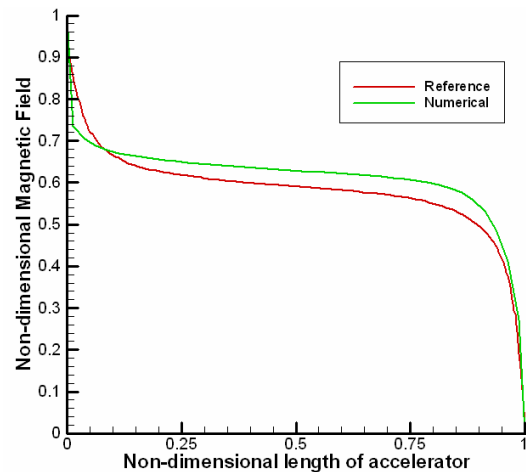
شکل ۸- مقایسه مقادیر بی‌بعد فشار از حل عددی و مرجع [۶] در طول شتاب‌دهنده در $Re_m = 47.68$



شکل ۹- مقادیر عدد ماخ در طول شتاب‌دهنده در $Re_m = 47.68$



شکل ۱۰- مقایسه مقادیر بی‌بعد سرعت از حل عددی و مرجع [۶] در طول شتاب‌دهنده در $Re_m = 47.68$



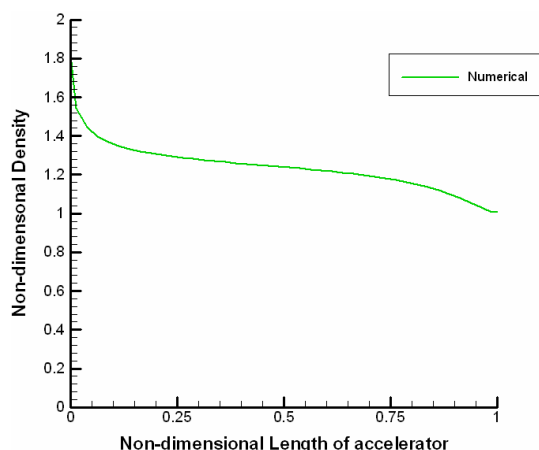
شکل ۱۱- مقایسه مقادیر بی‌بعد میدان مغناطیسی از حل عددی و مرجع [۶] در طول شتاب‌دهنده در $Re_m = 47.68$

۸- خواص جریان در شتاب دهنده مغناطیسی

با توجه به معادله (۶)، سرعت جریان پلاسما در طول شتاب دهنده به دلیل حضور نیروهای الکترومغناطیس ماکسول و نیروهای گازدینامیکی افزایش می‌یابد که این مقدار در خروجی شتاب‌دهنده به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد.

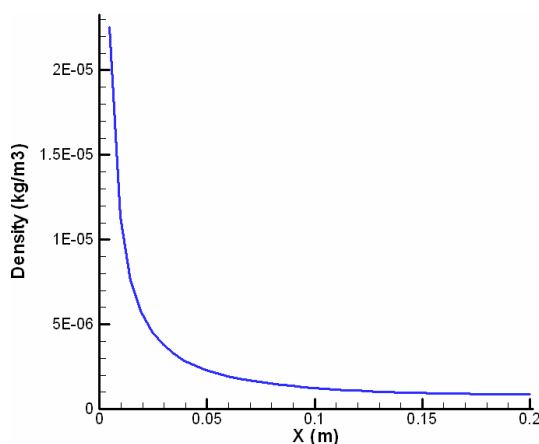
میدان مغناطیسی در ابتدای رانشگر به دلیل تخلیه الکتریکی بالا، بیشینه خواهد بود. طبق معادله (۴۱)، میدان مغناطیسی با افزایش طول رانشگر کاهش می‌یابد.

$$\frac{dB}{dx} = -\mu j \quad (41)$$

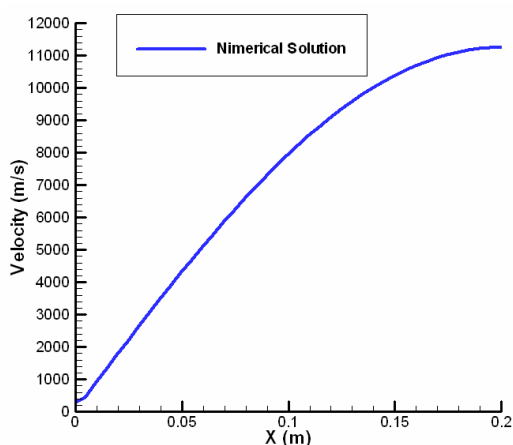


شکل ۱۲- مقادیر بی‌بعد چگالی در طول شتاب‌دهنده در

$$Re_m = 47.68$$



شکل ۱۳- نمودار توزیع چگالی جریان پلازما در طول رانشگر



شکل ۱۴- نمودار توزیع سرعت جریان پلازما در طول رانشگر

با توجه به شکل ۱۲، چگالی جریان در ابتدا به دلیل تجمع ذرات یونیزه شده و ورود گاز بالاترین مقدار خود را در ورودی شتاب‌دهنده دارد و این مقدار در طول آن کاهش یافته و در خروجی به دلیل وارد شدن به محیط خلاء به کمترین مقدار خود در شتاب‌دهنده می‌رسد.

۹- خواص جریان در رانشگر پالس پلاسمایی

در این پژوهش، طول رانشگر طبق مرجع [۸]، ۰/۲ متر و طول تفلون برابر، ۰/۰۱ متر در نظر گرفته شده است و فرض می‌شود، تغییر مکان تفلون در اثر تصعید، توسط فنر پشت آن جبران گردد و تفلون در جای خود ثابت بماند. عدد کورانت برابر ۰/۳۵، مقدار ضریب حرارتی ویژه $\gamma = 1/66667$ ، در نظر گرفته شده است. مقدار جریان الکتریکی در ورودی ۴ کیلوآمپر و دما ۱۰۰۰۰ کلوین در نظر گرفته شده است. نتایج جریان پلازما در طول رانشگر به ازای یک پالس با زمان ۵ میکروثانیه است که به صورت زیر ارائه شده است.

در رانشگرهای پالس پلاسمایی پس از جرقه کوچک اولیه و رسانا شدن فاصله بین آند و کاتد، تخلیه خازن منجر به تخلیه جریان شدیدی در زمان کوتاهی ما بین دو الکتروود و ایجاد یک جرقه بزرگ می‌شود. انتقال انرژی از این تخلیه جریان به سطح تفلون، سبب تصعید و یونیزاسیون ذرات آن می‌شود و یک محیط پلازما با چگالی بالایی ایجاد می‌کند. با توجه به شکل ۱۳، در طول رانشگر، چگالی، به دلیل توزیع غیریکنواخت ذرات یونیزه شده کاهش یافته و در انتهای رانشگر به دلیل عملکرد رانشگرهای پالس پلاسمایی در خلاء، جریان پلازما منبسط گشته، مقدار آن تا خروجی رانشگر کاهش می‌یابد.

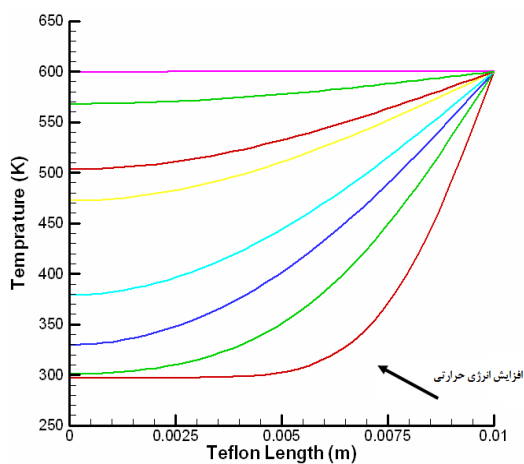
با توجه به شکل ۱۴، پس از تخلیه اصلی جریان و یونیزاسیون ذرات، پلاسمای تولید شده به قدری دمای بالایی دارد که می‌تواند ضربه مخصوص بسیار قابل توجهی ایجاد کند. در اثر این انتقال حرارت بالا، انرژی جنبشی و بالطبع سرعت جریان پلازما افزایش می‌یابد. علاوه بر این به دلیل حضور میدان مغناطیسی و اعمال نیروی لورنتس به جریان پلازما، ذرات شتاب‌گیری نموده، سرعت تا خروجی رانشگر افزایش می‌یابد. با توجه به مرجع [۸]، سرعت اندازه‌گیری شده در یک PPT به بیش از ۱۵ کیلومتر بر ثانیه می‌رسد.

۱۰- تغييرات دما در تفلون

با توجه به مرجع [۸] در رانشگرهای پالس پلاسمایی، تفلون بعد از رسیدن به دمای ۶۰۰ درجه شروع به تصعید می‌کند. در این پژوهش با در نظر گرفتن خواص تفلون از جمله، چگالی، ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه که به ترتیب برابر ۱۹۱۴ کیلوگرم بر مترمکعب، ۰/۲۴۷۷ وات بر متر کلونین و ۷۰۷/۹ ژول بر کیلوگرم کلونین است و تعیین انرژی حرارتی اولیه برابر ۷۵۹۰۰ وات بر مترمربع و دمای اولیه ۲۹۶ کلونین، توزیع دما در انرژی حرارتی‌های مختلف به صورت زیر است. با توجه به شکل ۱۷، با فرض این که تفلون به دمای ۶۰۰ درجه کلونین رسیده باشد، تفلون تصعید شده و با اعمال حرارت در مراحل بعدی تصعید، دما داخل تفلون به حالت یکنواخت ۶۰۰ کلونین خواهد رسید.

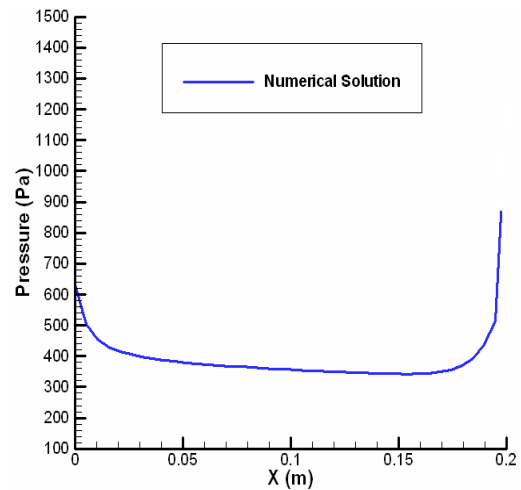
۱۱- فرایند دایمی شدن شار گرمی

در طول یک پالس، در رانشگرهای پالس پلاسمایی پس از جرقه کوچک اولیه و رسانا شدن فاصله بین آند و کاتد، تخلیه خازن منجر به تخلیه جریان شدیدی در زمان کوتاهی ما بین دو الکترود و ایجاد یک جرقه بزرگ می‌شود. انتقال انرژی از این تخلیه جریان به سطح تفلون، سبب تصعید و یونیزاسیون ذرات آن می‌شود. مقدار جرم تصعید شده از تفلون با اعمال شار حرارتی افزایش یافته و به محض قطع شدن پالس مقدار جرم تصعید شده کاهش می‌یابد.

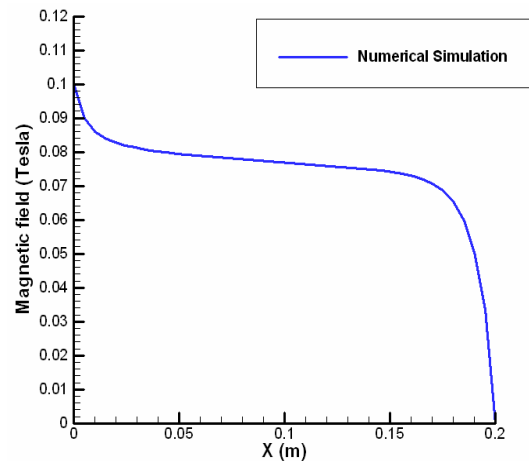


شکل ۱۷- نمودار تغییرات توزیع دما در طول تفلون پس از رسیدن به دمای تصعید با افزایش انرژی حرارتی

همان‌طور که در شکل ۱۵، نشان داده شده است، در ابتدا رانشگر به دلیل این که هنوز رانشگر افزایش سرعت نداشته، فشار کاهش یافته و همچنین به دلیل کاهش فشار مغناطیسی در انتهای رانشگر، فشار افزایش یافته است. با توجه به شکل ۱۶، در ابتدای رانشگر به دلیل تخلیه الکتریکی بالا، مقدار میدان مغناطیسی، ماکزیمم است. طبق معادله (۴۱)، میدان مغناطیسی با افزایش طول رانشگر کاهش می‌یابد و در انتهای رانشگر به دلیل عدم حضور جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی القایی صفر خواهد بود.



شکل ۱۵- نمودار توزیع فشار جریان پلازما در طول رانشگر

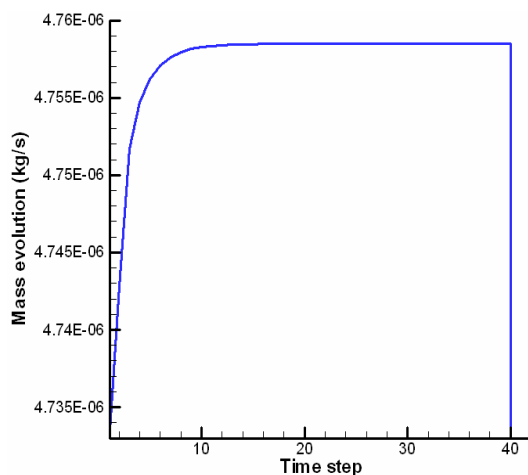


شکل ۱۶- نمودار توزیع میدان مغناطیسی جریان پلازما در طول رانشگر

لازم به ذکر است، دلیل این اختلاف اندک را می‌توان به صورت زیر توجیه نمود:

در پژوهش سانچز و همکارانش، از روش‌های غیر بقایی^۱ استفاده شده است که در مقابل روش‌های بقایی (مسئله حل شده در این پژوهش) دقت عددی پایینی دارند، به‌ویژه در گرادین‌های شدید پایین بودن دقت عددی واضح‌تر می‌شود. در حل معادلات MHD، به دلیل اهمیت مقادیر ویژه از روش‌های ریمانی نیز استفاده می‌شود که روش‌های ریمانی به دو دسته عمده تقسیم می‌شود، یک دسته روش، بر مبنای روش روه^۲ هستند که علی‌رغم لزجت عددی کمتر در جریان‌های انبساطی دچار واگرایی حل شده، از نظر زمانی هزینه‌بر است. دسته دوم شامل، روش‌های HLL هستند که در کار حاضر از روش (HLLC)، برای محاسبه بردار شار جابه‌جایی معادلات MHD ایده‌آل استفاده شده است که می‌تواند مثبت بودن فشار و چگالی و دقت بالایی را در مقایسه با حل کننده‌های خطی شده مسئله ریمان تأمین کند. هم‌چنین این روش می‌تواند تمام ناپوستگی‌های حاصل از امواج MHD را در طول حل مشخص کند.

نتایج حاصل از کد عددی در رانشگر پالس پلاسمایی، نشان از انطباق مناسب و قابل قبول با فیزیک مسئله دارد. چگالی جریان پلازما در ابتدای رانشگر، به دلیل تخلیه جریان و تصعید تفلون، ماکزیمم مقدار را دارد که در طول رانشگر کاهش یافته و در انتهای آن به دلیل انبساط کامل جریان به کمینه‌ترین مقدار خود می‌رسد. سرعت جریان پلازما در رانشگر پالس پلاسمایی به دلیل افزایش دما و انرژی جنبشی و هم‌چنین حضور نیروهای الکترومغناطیسی در طول رانشگر افزایش می‌یابد. نمودارهای میدان مغناطیسی و فشار نیز به دلایلی مشابه نمودارهای شتاب‌دهنده مغناطیسی قابل توجیه است. علاوه بر این، با تخلیه جریان الکتریکی و انتقال حرارت به تفلون، دمای آن به ۶۰۰ درجه کلوین رسیده و پس از ثابت شدن دمای داخلی با افزایش انتقال حرارت تصعید می‌شود. نمودار انتقال حرارت تفلون تا رسیدن به دمای ۶۰۰ درجه تطبیق دقیقی با مرجع [۸] دارد.



شکل ۱۸- نمودار دبی جرمی در طول ۴۰ گام زمانی

۱۲- نتیجه‌گیری

کد عددی توسعه داده شده، توانایی شبیه‌سازی شبه یک-بعدی یک شتاب‌دهنده مغناطیسی و یک رانشگر پالس پلاسمایی را با فرضیات ساده کننده دارد. این شبیه‌سازی در توسعه یک رانشگر پلاسمایی مغناطیسی، بسیار سودمند خواهد بود. حل یک‌بعدی این شتاب‌دهنده‌ها و تحلیل جریان MHD در آن‌ها، در درک پدیده‌های فیزیکی موجود و تاثیرگذاری آن‌ها بر عملکرد شتاب‌دهنده‌ها و رانشگرهای پلاسمایی مغناطیسی بسیار موثر است. صحت کد عددی توسط مسئله لوله ضربه مغناطیسی بررسی گردید. امواج مغناطیسی انبساطی، ترکیبی و ضربه‌ای حاصل در یک لوله ضربه مغناطیسی در نمودارهای چگالی، فشار، میدان مغناطیسی و سرعت ظاهر گردیده است که با مرجع [۷] مقایسه شده است. هم‌چنین خواص جریان در شتاب‌دهنده مغناطیسی، مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به معادله مومنتم مقادیر بی‌بعد سرعت جریان پلازما در طول رانشگر افزایش می‌یابد. مقادیر بی‌بعد میدان مغناطیسی در طول رانشگر کاهش و در انتها به دلیل عدم حضور میدان الکتریکی و متعاقباً میدان مغناطیسی القایی، صفر خواهد بود. هم‌چنین مقادیر بی‌بعد فشار در ابتدای رانشگر به دلیل انبساط جریان کاهش یافته و با توجه به معادلات مربوط به انرژی کل، در انتهای شتاب‌دهنده فشار افزایش خواهد یافت. علاوه بر این نتایج ارائه شده، تطابق قابل قبولی با مرجع [۶] دارند.

¹ Conservative

² Roe

- [6] Martinez-Sanchez M (1991) The Structure of self-filed accelerated plasma flows. *J Propul Power* 7(1):87-1065.
- [7] Brio M, Wu CC (1988) An Upwind differencing scheme for the equations of ideal magnetohydrodynamics. *J Comput Phys* 75(2): 400-422.
- [8] Stechmann DP (2007) Numerical Analysis of transient Teflon ablation pulsed plasma thruster. Master thesis, Worcester Polytechnic Institute.
- [9] Dai W, Woodward P (1994) An approximation Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics. *J Comput Phys* 111(2): 354-372

۱۳- مراجع

- [1] Tsiolkovsky KE (1903) Exploration of the universe with reaction machines. NASA Tech 2: 212-349.
- [2] Highway CJ, Johnson JE (1966) Analytical and experimental performance of capacitor powered coaxial plasma guns. *AIAA J* 4(5): 823-830.
- [3] Turchi PJ, Mikellides PG (1995) Modeling of ablation-fed pulsed plasma thrusters. 31th AIAA/ASME/SAE/ASEE 95-2915, San Diego.
- [4] Mikellides YG (1999) Theoretical modeling and optimization of ablation-fed pulsed plasma thrusters. Ohio State University.
- [5] Keidar M, Boyd ID, Beilis II (2000) Modeling of a pulsed plasma thruster from plasma generation to plume far field. *J Spacecr Rockets* 37(3): 399-407.