



شبیه سازی عددی اثرات تشعشع روی گرمایش آیرودینامیکی دماغه فناپذیر به روش VSL-VBLS

محمد مهدی دوستدار^{۱*}، مرتضی مردانی^۲ و فرهاد قدک^۳

^۱ دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

^۲ دانشجوی دکتری، هوافضا- جلوبرنده، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

^۳ دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۷/۲۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۱/۲۱

چکیده

یکی از پارامترهای اصلی جهت طراحی دماغه‌های ماوراء صوت، گرمایش تشعشعی اعمال شده بر دیواره است. مقدار گرمایش آیرودینامیکی، در طی پرواز تغییر می‌کند. جهت تخمین دقیقی از آن، روش‌های مختلفی ارائه شده است، کاملترین روش جهت حل معادلات ناوبراستوکس، واکنش‌های شیمیایی، فناشوندگی، بقاء گونه‌ها، اغتشاشی، انتقال حرارت، استفاده از الگوریتم حجم محدود است. استفاده از این الگوریتم در گذر زمان، حجم بالایی از حافظه محاسباتی را می‌طلبد، بنابراین از روش اختلاف محدود و انتقال معادلات به فضای رویه‌ای از طریق توابع نگاشت استفاده گردید. الزام انتخاب نوع روش گام به گام مکانی، عدم انتشار اطلاعات از پایین دست جریان است. ترکیبی از روش‌های لایه شوک لزج در بدنه و لایه مرزی لزج خودمتشابه در نقطه سکون، الزام مذکور را با فرض شفاف بودن المان‌های مخلوط ارضاء می‌کند. با استفاده از روش مذکور، انطباق خوبی بین نتایج گرمایش تشعشعی با تحقیقات مشابه، مشاهده شد. در اعداد ماخ بیشتر از ۴۰، انحراف در نتایج شروع شد. در مقایسه با نتایج تست، مشاهده شد که رفتار تغییرات گرمایش تشعشعی بر حسب فاصله رویه‌ای، نسبت به تحقیقات مشابه، منطقی تر بود؛ همچنین در اعداد ماخ کمتر از ۶، سهم گرمایش تشعشعی نسبت به جابجایی و هدایتی قابل اغماض است.

کلمات کلیدی: گرمای تشعشعی؛ اختلاف محدود؛ فضای رویه‌ای؛ توابع نگاشت؛ گام به گام مکانی؛ جسم شفاف.

Numerical Simulation of Radiance Effects on the Aerodynamic Heating of Ablative Nose with VSL-VBLS Method

M.M. Doustdar^{1*}, M. Mardani², F. Ghadak³

¹ Assoc. Prof., Aerospace. Eng., Imam Hosien Univ., Tehran, Iran.

² Ph.D. Student, Aerospace. Eng., Imam Hosien Univ., Tehran, Iran.

³ Assoc. Prof., Aerospace. Eng., Imam Hosien Univ., Tehran, Iran.

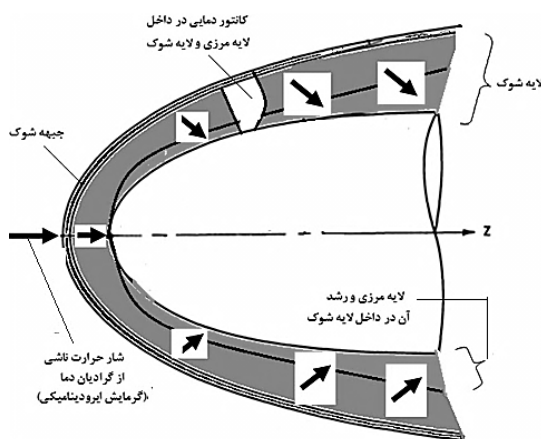
Abstract

One of the basic parameter to design the hypersonic noses is the induced radiative heating to wall. During flight trajectory, the magnitude of aerodynamic heating changes. To accurate estimation of it, the different methods, is presented which, the numerical solution of navier stocks, chemical reactions, ablative modeling, species conservation, turbulence modeling, heat transfer equations with the finite volume algorithms is perfect method. Utilizing these solvers for flight trajectory require the high computational memory. Therefore, the finite difference method have been used, and the equations have been translated to curvature coordinate by mapping terms. The non propagation of data from flow downstream is the requirement to select the type of the space marching solver, and combination of viscous shock layer at body and similarity of viscous boundary layer at stagnation point methods are pass the mentioned requirement by using the lucidity assumption of the mixture elements. With utilizing this method, the radiative heating results of this research have been the excellence compliance with similar researchs. The results deviation started at Mach number greater than 40 but, in comparative to test results, the behavior of radiative heating variations in accordance with the curvature distance was more logical than the similar researchs. So, at Mach number smaller than 6, the radiative heating, in comparative to conduction and convection heating, is dispensable.

Keywords: Radiative Heat; Finite Difference; Curvature Domain; Mapping Terms; Space Marching; Lucid Body.

۱- مقدمه

گرمایش آبرودینامیکی القاء شده به بخش‌های مختلف محموله‌های بالای صوت، ناشی از تبدیل انرژی جنبشی به انرژی داخلی گرمایی است. مطابق شکل ۱، بخش زیادی از انرژی گرمایی مذکور، ناشی از شوک آبرودینامیکی بوده که منجر به ایجاد لایه شوک می‌شود و بخش دیگری از آن ناشی از اصطکاک پوسته و رشد لایه مرزی لزج داخل لایه شوک است. از طرف دیگر، تغییر شرایط پروازی (عدد ماخ، چگالی محیط و ...)، باعث تغییر در شار حرارتی (گرمایش آبرودینامیکی) ^۲ و دمای جبهه شوک می‌شود، بطوریکه در سرعت‌های ماوراء صوت، پدیده‌هایی مانند تحریکات نوسانی ملکولی، فعل و انفعالات شیمیایی (تجزیه/یونیزاسیون هوا و فناشوندگی سطح، غیر ایزونتروپیک شدن لایه شوک ناشی از رشد لایه آنتروپی داخل لایه مرزی، متغیر شدن γ ^۳ و ... منجر به پیچیده شدن رفتار مخلوط گازی لایه شوک می‌شود. در دماهای پایین تر از $10000k^0$ ، القاء شار حرارتی مذکور، ناشی از گرادیان دما (انتقال حرارت هدایتی و جابجایی) است، ولی در دماهای بالاتر، المان‌های مخلوط گازی لایه شوک، مقدار قابل توجهی از انرژی گرمایی خود را بصورت تشعشع انتقال می‌دهند [۱].



شکل ۱- نمایی از کانتور دمایی لایه مرزی و لایه شوک

یکی از نیازمندی‌های اصلی گروه‌های مختلف طراحی محموله‌های بالای صوت، دستیابی به مقدار دقیقی از گرمایش آبرودینامیکی است، بنابراین به دلیل حساسیت موضوع، بحث شار حرارتی، یکی از پایه‌های توسعه علوم آبروترمودینامیک و آیروشیمی محسوب می‌شود و به همین دلیل، روند تحقیقات در این زمینه با آزمایش و خطا صورت گرفت، بطوریکه، در سال ۱۹۵۷، انواعی از دماغه‌های پخ دار با هندسه‌های متفاوت در عدد ماخ ۲ توسط ناسا جهت اندازه گیری توزیع فشار، انتقال حرارت ناشی از گرمایش آبرودینامیکی و ضریب انتقال حرارت هدایتی در لایه شوک، مورد آزمایش قرار گرفت. در همین سال رفتار گذرای گرمایش آبرودینامیکی و لایه مرزی روی دماغه انواعی از محموله‌ها، براساس پرواز آزاد آن تا عدد ماخ ۶/۷ نیز توسط ناسا اندازه‌گیری و نتایج آن با نتایج کدهای مهندسی مقایسه گردید. در همین سال، آزمایش فوق برای یک دماغه نوعی با زاویه مخروطی ۵۰ درجه و محدوده عدد ماخ ۱/۷ تا ۴/۷ نیز تکرار گردید [۲-۴].

در سال ۱۹۸۰ حل تحلیلی جریان‌های آرام و آشسته با در نظر گرفتن پدیده‌های تشعشع و فناشوندگی سطح براساس حل عددی جریان غیر لزج لایه شوک با بهره‌گیری از نرم افزار فلوئنت^۴، توسط کومار^۵ صورت گرفت [۵] و در سال ۱۹۸۵ تخمین خوبی از میزان گرمایش تشعشعی القاء شده به دیواره دماغه‌های ماوراء صوت با فرض عدم وجود فعل و انفعالات شیمیایی هوا و فناشوندگی سطح، توسط ساتن^۶، صورت گرفت [۶]. در سال ۱۳۸۵، حل میدان جریان با احتساب واکنش‌های شیمیایی و بهره‌گیری از رابطه تحلیلی- تجربی گرمایش تشعشعی، توسط رحمانپور و ابراهیمی صورت گرفت [۷]. در سال ۲۰۱۱، مدل‌سازی عددی محموله های ابرصوت به روش حجم محدود گام به گام زمانی^۷ توسط گولان^۸ بدون در نظر گرفتن اثرات فناشوندگی سطح، ارتقاء یافت [۸] و در همین سال، لایه‌های شوک مربوط به اتمسفر زمین و سیاره مریخ توسط پوتر^۹، بصورت جامع با در نظر

⁴ Fluent software

⁵ Kumar, A.

⁶ Sutton, K.

⁷ Finite Volume, Time Marching Method

⁸ Gollan, R.J.

⁹ Daniel F. Potter

¹ Vehicle

² Aerodynamic Heating

³ $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

الزام عدم انتشار اطلاعات از پایین دست به بالادست جریان را به دنبال دارد؛ یعنی، الزام، استفاده از فرض شفاف بودن المان‌های لایه شوک را به طراح، دیکته می‌کند (به دلیل اینکه فرض جاذب-متشعشع بودن المان‌های لایه شوک، باعث انتشار اطلاعات از بالادست به پایین دست جریان و بیضوی شدن معادلات جریان می‌شود)؛ بنابراین جهت دست یابی به روش حل عددی سریع در طی مسیر پرواز، باید تاوان وجود خطای جزئی در گرمایش تشعشعی ناشی از فرض شفاف بودن المان‌های لایه شوک را پذیرفت.

۲- روش حل

براساس روند تدریجی توسعه و پیشرفت دانش ایرودینامیک و حل عددی معادلات جریان، روش‌های محاسباتی مختلفی از قبیل، روش‌های تحلیلی و عددی، جهت تخمین گرمایش ایرودینامیکی ارائه شده است. در میان روش‌های مختلف حل عددی، ترکیبی از روش‌های معادلات لایه شوک لزج و لایه مرزی لزج - خودمتشابه در نقطه سکون، بهینه ترین روش از منظر دقت و سرعت حل است. در این روش، به منظور حل جریان اطراف بدنه دماغه، از روش لایه شوک لزج و به منظور حل جریان در نقاط سکون دماغه، از روش لایه مرزی لزج- خودمتشابه^۵ استفاده می‌شود [۱۲، ۱۳]؛ بنابراین جهت تخمین دقیقی از گرمایش ایرودینامیکی، از روش ترکیبی مذکور استفاده می‌شود.

۳- روش حل عددی

جهت حل عددی شکل‌های مختلف معادلات ناپیراستوکس، از یکی از الگوریتم‌های حجم محدود^۶ و اختلاف محدود^۷ استفاده می‌شود، الزام بکارگیری الگوریتم حجم محدود، هذلولی بودن معادلات دیفرانسیل است؛ بنابراین، باید از روش گام به گام زمانی جهت حل معادلات کامل ناپیراستوکس یا اوپلر استفاده گردد (حل گرهای فلوننت). استفاده از این حل گر، در گذر زمان بسیار وقت گیر بوده، حجم بالایی از حافظه محاسباتی را می‌طلبد، لذا جهت کاهش زمان حل می‌توان از

گرفتن اثرات فعل و انفعالات شیمیایی متعادل هوا و فنا شونددگی سطح به روش حجم محدود گام به گام زمانی با فرض جاذب-متشعشع بودن المان‌های مخلوط گازی لایه شوک و بهره‌گیری از نرم افزار فلوننت مدلسازی گردید. در این تحقیق، مخلوط لایه شوک در دو حالت فناشونددگی و عدم فناشونددگی سطح به ترتیب ۲۲ و ۱۱ گونه فرض شده و خروجی آن کد UDF^۱ است [۹]. در سال ۱۳۹۲، تقریب خوبی از گرمایش ایرودینامیکی اطراف موشک‌های ماوراء صوت توسط کریمیان و همکاران صورت گرفت. در این تحقیق، از اثرات گرمایش تشعشعی صرفنظر شده بود [۱۰]. در سال ۲۰۱۴، مدلسازی عددی میدان جریان دماغه‌های ماوراء صوت جهت محاسبه توزیع دمایی و دمایی روی سطح با در نظر گرفتن اثرات فناشونددگی، تجزیه یونیزاسیون هوا با فرض ترمودینامیک تعادلی و عدم تعادل شیمیایی به روش حجم محدود کاملاً ضمنی، توسط بنجامین^۲ و همکاران صورت گرفت [۱۱].

با نگاهی به تحقیقات صورت گرفته در زمینه شار حرارتی تشعشعی، می‌توان گفت که تحقیقات جامع و وسیعی در این زمینه صورت گرفته است، ولی روش حل عددی تمام تحقیقات مذکور، حجم محدود گام به گام زمانی مبتنی بر حل گرهای نرم افزار فلوننت است. از معایب این روش، می‌توان به بالا بودن حجم فضای محاسباتی و زمان حل اشاره کرد و این عیب در شبیه‌سازی گرمایش ایرودینامیکی محموله‌های برد بلند در طی مسیر پرواز بسیار پر رنگ تر خواهد شد و همچنین از مزایای آن می‌توان به جامع بودن فرض جاذب-متشعشع بودن المان‌های لایه شوک به دلیل هذلولی بودن معادلات جریان در روش حل عددی گام به گام زمانی اشاره کرد. در این تحقیق، جهت کاهش زمان حل معادلات جریان، از روش ترکیبی گام به گام مکانی لایه شوک لزج و لایه مرزی لزج خودمتشابه^۳ استفاده شد و کد جامعی با عنوان CTCA^۴ تهیه شده است. استفاده از روش ترکیبی مذکور، باعث سهموی شدن معادلات جریان شده،

¹ User Defined Function

² Benjamin

³ VSL-VBLS: Viscous Shock Layer & Viscous Boundary Layer- Similar Solution, Space Marching

⁴ Calculating of Temperature Contours and Aerodynamic Heating

⁵ Similar Solution

⁶ Finite Volume

⁷ Finite Difference

شرایط عدم تقارن، از تئوری صحنه‌گذاری شده مرجع [۱۵] استفاده شده است. براساس این تئوری، در هر صفحه نصف النهاری، براساس میزان زاویه حمله یا زاویه لغزش جانبی، صفحه نصف النهاری معادل یا بدنه معادل^۵ تعریف می‌شود و متغیرهای مورد نیاز صفحه مذکور استخراج شده، از این متغیرها جهت ایجاد شبکه مخلوط لایه شوک (شکل ۲) و حل سایر معادلات حاکم استفاده می‌شود [۱۵].

۴-۲- معادلات جریان [۱۶، ۱۴]

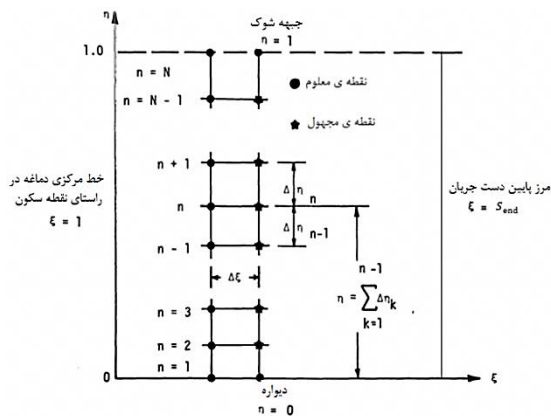
۴-۲-۱- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (r + y \cos(\theta))^j \rho u \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (1 + \chi y)(r + y \cos(\theta))^j \rho v \right\} + \dot{M}_{cg} = 0 \quad (5)$$

\dot{M}_{cg} دبی گازهای تولیدی به داخل لایه شوک ناشی از پدیده فناشوندگی است.

۴-۲-۲- معادله ممنتوم در راستای s

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\chi y} \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho uv \frac{\chi}{1+\chi y} + \frac{1}{1+\chi y} \frac{\partial P}{\partial s} \\ = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\chi u}{1+\chi y} \right) \right] \\ + \epsilon^2 \mu \left(\frac{2\chi}{1+\chi y} + \frac{j \cos(\varphi)}{r+y \cos(\varphi)} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\chi u}{1+\chi y} \right), \\ \epsilon = \frac{1}{Re} \end{aligned} \quad (6)$$



شکل ۲- نمایی از شبکه میدان جریان در سیستم‌های مختصاتی محاسباتی و روبه‌ای

روش گام به گام مکانی و تغییر شکل معادلات به لایه مرزی لزوج خودمتشابه در نقطه سکون و لایه شوک لزوج در یال دماغه استفاده کرد [۱]. جهت حل این معادلات، باید از الگوریتم اختلاف محدود و استفاده از شبکه باسازمان^۱ در سیستم مختصات روبه‌ای^۲ استفاده شود؛ بنابراین از ترکیبی از الگوریتم‌های اصلاح شده دیویس (الگوریتم ضمنی)^۳، انتگرالگیری، فناشوندگی مدل پارک و برازش منحنی گرماهای ویژه گونه‌های مختلف مخلوط به منظور حل معادلات استفاده خواهد شد. در این شرایط، از حل گرهای فلونت با کد نویسی UDF نمی‌توان استفاده کرد و همچنین، باید شبکه مبتنی بر مختصات روبه‌ای از طریق نگاشت^۴ به شبکه مکعبی تبدیل گردند و این کار کد نویسی را پیچیده‌تر خواهد کرد.

۴- معادلات حاکم

۴-۱- معادله هندسه و شبکه میدان جریان

$$F(X) = \sum_{K=1}^3 f_K L_K(X), \quad L_K(X) = \prod_{m=1, m \neq K}^3 \frac{x-x_m}{x_K-x_m} \quad (1)$$

$$\chi = \frac{\frac{|dz^2|}{dz^2}}{\left(1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right)^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{\left(\frac{d^2r}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right)^2}, \quad s = \sqrt{z^2 + r^2} \quad (2)$$

اگر θ زاویه دماغه، y_{sh} ضخامت لایه شوک باشد، برای زاویه شوک رابطه (۳) برقرار است:

$$\beta = \theta + tg^{-1} \left(\frac{\frac{\partial y_{sh}}{\partial s}}{1+y_{sh}\chi} \right) \quad (3)$$

اگر N معرف تعداد المان‌ها در جهت عمود بر هندسه و همچنین معرف میزان ریز شدن شبکه در لایه مرزی باشد [۱۴]:

$$dn_1 = \begin{cases} dy & P_k = 1 \\ \frac{P_k - 1}{P_k^{N-1}} & P_k > 1 \end{cases} \quad dn_{i+1} = P_k(dn_i), \quad xn_{i+1} = xn_i + dn_i \quad (4)$$

شرط استفاده از روش اختلاف محدود جهت حل معادلات حاکم بر جریان، متقارن بودن هندسه است. در

¹ Structural

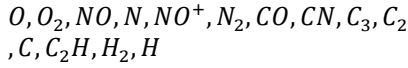
² Curvature Coordinate

³ Davis Algorithm, Revised- Implicit

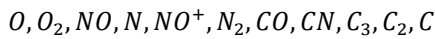
⁴ Mapping

⁵ Equivalent Axisymmetric Body

گونه های مختلف شیمیایی شده. تعداد و نوع این گونه‌ها برای فناشونده های ذغالی و غیرذغالی عبارتند از [۱۷]:
(الف) فناشونده ذغالی (۱۴ گونه)



(ب) فناشونده غیرذغالی (۱۱ گونه)



معادلات مربوط به نرخ واکنش‌های مذکور، عبارات چشمه گونه‌ها در مرجع [۱۷] آمده است.

۴-۴- معادلات خصوصیات ترمودینامیکی، انتقالی المان‌ها و مخلوط گازی لایه شوک

معادلات مربوط به این زیربخش، در مرجع [۱۴] آمده است.

۴-۵- معادلات انتقال سطح

معادلات مربوط به این زیربخش، در مرجع [۱۴] آمده است.

۴-۷- معادلات انتقال حرارت تشعشی

با پذیرش شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی لایه شوک، شار تابشی ناشی از حجم دلخواهی از یک گاز شفاف را در تمام نقاط دیواره، محاسبه می‌شود. اگر dV یک المان حجمی از گاز شفاف مورد نظر باشد و زاویه دید المان با نقطه خاصی از دیواره (با سطح dA) ω باشد، برای شار تابشی (انرژی در هر ثانیه بر واحد سطح) بر نقطه مورد نظر:

$$q_{p,r} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{E \cos \omega}{r^2} dV, \quad E = 4\pi J \quad (13)$$

در معادله فوق V حجم مخلوط، E انرژی تابشی ساطع شده و J ضریب انتشار کلی گاز در طیف نامحدودی از فرکانس است [۵].

با گسسته‌سازی معادله ۱۳ و بهره‌گیری از جهت شمارنده‌های نشان داده شده در شکل ۳:

$$A_i = \pi(S_i^2 - S_{i-1}^2), \quad V_{i,j} = A_i(dn_{i,j}), \quad S_0 = 0 \quad (14)$$

$$q_r^* = q_{p,r} A_i = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{i_{end}} \sum_{j=1}^{j_{end}} \frac{E_{i,j} \sin(\beta_i)}{x n_{i,j}} A_i^2 dn_{i,j}, \quad \omega = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (15)$$

$$E_{i,j} = 4\pi J_{i,j} \quad (16)$$

۴-۲-۳- معادله ممنوم در راستای y

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{x}{1+\chi y} \rho u^2 \quad (7)$$

۴-۲-۴- معادله انرژی

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\chi y} \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial s} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{1+\chi y} u \frac{\partial p}{\partial s} - v \frac{\partial p}{\partial y} \\ & = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \epsilon^2 \left(\frac{x}{1+\chi y} + \frac{j \cos(\varphi)}{r+y \cos(\varphi)} \right) k \frac{\partial T}{\partial y} \\ & - \epsilon^2 \sum_{i=1}^{n_s} J_i C_{p_i} \frac{\partial T}{\partial y} + \epsilon^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\chi u}{1+\chi y} \right)^2 \\ & - \sum_{i=1}^{n_s} h_i \dot{w}_i \end{aligned} \quad (8)$$

در معادله فوق i معرف شماره گونه داخل لایه شوک است. مقدار J برای بدنه‌های سه بعدی متقارن برابر ۱ و برای بدنه‌های دوبعدی برابر با صفر است. h_i, \dot{w}_i, C_{p_i} معرف حرارت مخصوص، عبارت چشمه^۱ و آنتالپی هرکدام از گونه‌های مخلوط لایه شوک است.

۴-۲-۵- معادله بقاء گونه‌ها

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\chi y} \rho u \frac{\partial C_i}{\partial s} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \dot{w}_i - \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial y} (J_i) \\ & - \epsilon^2 \left(\frac{x}{1+\chi y} + \frac{j \cos(\theta)}{r+y \cos(\theta)} \right) J_i \end{aligned} \quad (9)$$

$$J_i = \frac{-\mu}{Pr} Le_i \frac{\partial C_i}{\partial y}, \quad C_i = \frac{\rho_i}{\rho} \quad (10)$$

۴-۲-۶- معادله حالت

$$p = \frac{\rho R T}{M C_{p\infty}} \quad (11)$$

با استفاده از تبدیلات مختصات به (ζ, η) ، معادله ۹ را به مانند معادلات انرژی $(W=T)$ و ممنوم در راستای s $(W=U)$ به شکل معادله استاندارد به نام معادله دیفرانسیل جزئی سهموی تبدیل می‌شود (غیر از نقطه سکون). شکل کلی معادله دیفرانسیل جزئی سهموی بصورت رابطه (۱۲) است:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + A_1 \frac{\partial W}{\partial \eta} + A_2 W + A_3 + A_4 \frac{\partial W}{\partial \zeta} = 0 \quad (12)$$

معادلات ضرایب فوق برای مجموعه معادلات مذکور، در مرجع [۱۴] آمده است.

۴-۳- معادلات واکنش‌های شیمیایی در میدان جریان

واکنش‌های فناشوندگی سطح، تجزیه و یونیزاسیون هوای لایه شوک (فعل و انفعالات شیمیایی)، منجر به تولید

¹ Source Term

$$K_p = \frac{\int_0^\infty K_{\theta_{i,j}} B_{\theta_{i,j}} d\theta}{\int_0^\infty B_{\theta_{i,j}} d\theta} \quad (19)$$

$$= 7.94 \left(\frac{\rho_{i,j}}{1.225}\right)^{1.1} \left(\frac{T_{i,j}}{10^4}\right)^{6.95}$$

$$J_{i,j} = 7.94 \left(\frac{\rho_{i,j}}{1.225}\right)^{1.1} \left(\frac{T_{i,j}}{10^4}\right)^{6.95} \int_0^\infty B_{\theta_{i,j}} d\theta, \quad (20)$$

$$B_{\theta_{i,j}} = \frac{2h\theta^3}{c^2 \left(\exp\left(\frac{h\theta}{KT_{i,j}}\right) - 1\right)}$$

با ترکیب معادلات فوق گرمایش تشعشعی وارد شده بر هر کدام از المان‌های دیواره ناشی از مخلوط چند گونه‌ای لایه شوک محاسبه می‌شود.

۴-۸- معادله انتقال حرارت ضخامت دیواره دماغه و بخش داخلی آن

معادلات مربوط به این زیربخش، در مرجع [۱۸] آمده است.

۴-۹- معادله بقاء انرژی در سطح فناشوندگی دماغه
معادلات مربوط به این زیربخش، در مرجع [۱۶] آمده است.

۴-۱۰- معادله مدل اغتشاشی
معادلات مربوط به این زیربخش براساس مدل اغتشاشی، بالدوین-لومکس در مرجع [۱] آمده است.

۵- شرایط مرزی [۱۴، ۱۶]

۵-۱- شرایط مرزی سرعت

مؤلفه‌های مماسی و عمودی سرعت شوک بر جبهه شوک، مؤلفه‌های مماسی و عمودی سرعت شوک بر بدنه یکسان نبوده، با روابط (۲۱-۲۳) قابل تبدیل به یکدیگر هستند:

$$u_{sh} = \hat{u}_{sh} \sin(\beta' + \beta) + \hat{v}_{sh} \cos(\beta' + \beta) \quad (21)$$

$$v_{sh} = -\hat{u}_{sh} \cos(\beta' + \beta) + \hat{v}_{sh} \sin(\beta' + \beta) \quad (22)$$

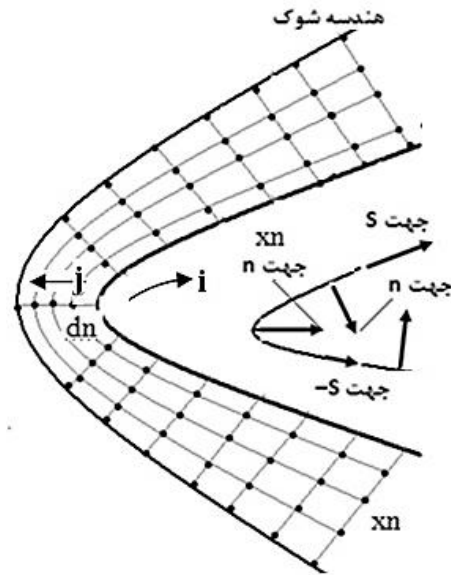
$$\beta' = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (23)$$

برای شوک‌های با ضخامت محدود (شوک لغزشی)، خواص شوک با استاده از روابط رنکین-هوگنیت^۲ محاسبه می‌گردند.

$$\rho_{sh} \hat{v}_{sh} = -\sin\beta \quad (24)$$

$$\varepsilon^2 \mu_{sh} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial y}\right)_{sh} + \sin\beta \hat{u}_{sh} = \sin\beta \cdot \cos\beta \quad (25)$$

$$P_{sh} - \sin\beta \cdot \hat{v}_{sh} = \frac{P_\infty}{\rho_\infty u_\infty^2} + \sin^2\beta \quad (26)$$



شکل ۳- نمایی از شبکه میدان جریان در سیستم مختصات فیزیکی

$$J_{i,j} = \int_0^\infty K_{\theta_{i,j}} B_{\theta_{i,j}} d\theta,$$

$$B_{\theta_{i,j}} = \frac{2h\theta^3}{c^2 \left(\exp\left(\frac{h\theta}{KT_{i,j}}\right) - 1\right)},$$

$$C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s},$$

$$h = 6.623 \times 10^{-34} J \cdot S,$$

$$K = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K^0} \quad (17)$$

به دلیل وابستگی (ضریب تابش) K_θ و $J_{i,j}$ به عوامل متعدد، محاسبه دقیق آنها تقریباً غیر ممکن است، ولی نتایج تحقیقات تجربی نشان می‌دهد که وابستگی آن به فشار، بسیار کمتر از وابستگی آن به دما و چگالی است. براساس نتایج تحقیقات مذکور [۵-۸]:

$$J_{i,j} = K_p \int_0^\infty B_{\theta_{i,j}} d\theta,$$

$$B_{\theta_{i,j}} = \frac{2h\theta^3}{c^2 \left(\exp\left(\frac{h\theta}{KT_{i,j}}\right) - 1\right)} \quad (18)$$

در معادله فوق، K_p میانگین ضریب جذب پلانک است و از رابطه تجربی ارائه شده توسط الستند^۱، محاسبه می‌شود (این رابطه برای مخلوط گازی چند گونه‌ای لایه شوک با در نظر گرفتن اثرات فناشوندگی سطح، توسطه یافته است) [۸]:

² Rankin - Huguenot Relations

¹ OIstand

سطح، با استفاده از مدل پارک^۳ تمرکز گونه‌های ناشی از فناشوندگی روی دیواره اصلاح می‌شود.

برای شوک‌های لغزشی، با استفاده از معادله دیفرانسیل رانکین-هوگونیت، تمرکز گونه‌ها در جبهه شوک محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon^2 \frac{\mu_{sh}}{Pr_{sh}} Le_i \frac{\partial C_{i_{sh}}}{\partial y} + \sin\beta C_{i_{sh}} = \sin\beta \cdot C_{i_{\infty}} \quad (33)$$

برای شوک‌های غیر لغزشی معادله ۳۳ بصورت رابطه (۳۴) تغییر خواهد کرد.

$$C_{i_{sh}} = C_{i_{\infty}} \quad (34)$$

۶- الگوریتم های حل

الگوریتم‌های مورد استفاده قرار گرفته شده در تحقیق فعلی (کد CTCA) عبارتند از:

- ۱- الگوریتم حل دیویس
- ۲- الگوریتم حل ممنوم در جهت نرمال
- ۳- الگوریتم حل معادله پیوستگی
- ۴- الگوریتم خصوصیات انتقالی و ترمودینامیکی
- ۵- الگوریتم انتقال حرارت
- ۶- الگوریتم عبارات چشمه و فعل و انفعالات شیمیایی
- ۷- الگوریتم فنا شوندگی سطح
- ۸- الگوریتم انتقال سطح
- ۹- الگوریتم محاسبه انتقال حرارت هدایتی و جابجایی
- ۱۰- الگوریتم محاسبه شار حرارتی تشعشی

۷- معیار همگرایی

معیار همگرایی یا ε از مجموعه روابط زیر محاسبه و حداکثر مقدار آن برابر ۰/۰۱ است.

$$\varepsilon = \max(\varepsilon_{EN}, \varepsilon_{MS}, \varepsilon_{MN}, \varepsilon_s) \quad (35)$$

$$\varepsilon_{EN} = \max\left(\left|\frac{1-\omega_n}{\omega_{n-1}}\right|\right) < 0.01, \omega = T \quad (36)$$

$$\varepsilon_{MS} = \max\left(\left|\frac{1-\omega_n}{\omega_{n-1}}\right|\right) < 0.01, \omega = u \quad (37)$$

$$\varepsilon_{MN} = \max\left(\left|\frac{1-\omega_n}{\omega_{n-1}}\right|\right) < 0.01, \omega = v \quad (38)$$

$$\varepsilon_s = \max\left(\left|\frac{1-\omega_n}{\omega_{n-1}}\right|\right) < 0.01, \quad (39)$$

$$\omega = C_{i=1 \dots N_s=14} \quad (39)$$

برای شوک‌های غیرلغزشی، معادلات ۲۴ و ۲۶ بدون تغییر باقی می‌مانند، ولی معادله ۲۶ تغییر خواهد کرد:

$$\hat{u}_{sh} = \cos\beta \quad (27)$$

۵-۲- شرایط مرزی دما

دمای پایین دست میدان جریان از طریق برون‌یابی شبکه لایه شوک محاسبه می‌شود و به دلیل غیر آدیاباتیک بودن دیواره، دمای سطح دیواره از طریق حل همزمان معادلات دیفرانسیل انتقال حرارت و معادله انرژی در سطح فناشونده، بدست می‌آید. برای شوک‌های لغزشی، با استفاده از معادله دیفرانسیل رانکین-هوگونیت، دمای جبهه شوک محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon^2 k_{sh} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{sh} + \sin\beta \sum_{i=1}^{ns} C_{i_{\infty}} h_{i_{sh}} - \frac{\sin\beta}{2} \{(\hat{u}_{sh} - \cos\beta)^2 + \sin^2\beta - \hat{v}_{sh}\} = \sin\beta \sum_{i=1}^{ns} C_{i_{\infty}} h_{i_{\infty}} \quad (28)$$

برای شوک‌های غیر لغزشی، معادله ۲۸ بصورت رابطه (۲۹) تغییر خواهد کرد.

$$\sum_{i=1}^{ns} C_{i_{\infty}} h_{i_{sh}} - \frac{(\hat{u}_{sh} - \cos\beta)^2}{2} + \frac{(\sin^2\beta - \hat{v}_{sh})}{2} = \sum_{i=1}^{ns} C_{i_{\infty}} h_{i_{\infty}} \quad (29)$$

۵-۳- شرایط مرزی تمرکز گونه‌ها

برای دیواره‌های غیرکاتالیتیک^۱:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \eta} = 0 \quad (30)$$

برای دیواره‌های کاتالیتیک متعادل^۲:

$$C_i = C_{i_{eq}} T_W \quad (31)$$

در این تحقیق، در لحظه اولیه پرواز، دیواره بصورت کاملاً کاتالیتیک فرض می‌شود، یعنی:

$$C_{O_2} = 0, \quad C_{O_2} = 0.23456, \\ C_{NO} = 0, \quad C_N = 0, \\ C_{NO^+} = 0, \quad C_{N_2} = 0.76544 \quad (32)$$

در اولین گام زمانی، تمرکز گونه‌های ناشی از فناشوندگی صفر است و در گام‌های زمانی بعدی، به دلیل فناشوندگی

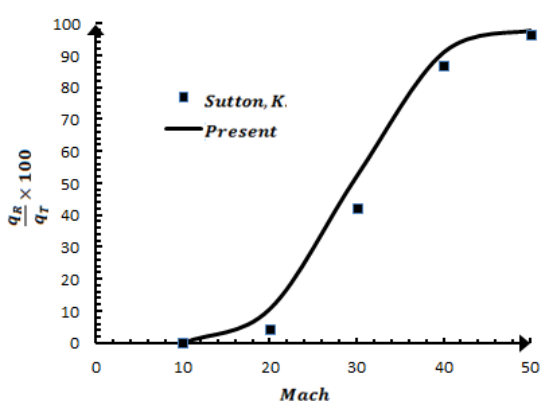
^۱ Non-Catalytic Surface

^۲ Equilibrium Catalytic Wall

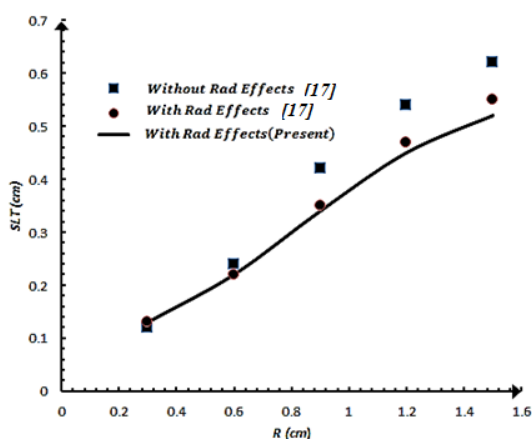
^۳ Park Model

در شکل ۶، حداکثر ضخامت لایه شوک برحسب شعاع نوک برای یک محموله پروازی در عدد ماخ ۵۰ و ارتفاع ۵۷km نشان داده شده است و با نتایج مرجع [۱۹] مقایسه شده است.

نتایج شکل ۶ نشان می‌دهد که لحاظ نمودن اثرات گرمایش تشعشعی، باعث نازک شدن لایه شوک می‌شود. در شکل ۷، گرمایش تشعشعی مدل ۱/۱۰ سفینه، های بوزا^۱ برحسب فاصله رویه ای s نشان داده شده، نتایج با مرجع [۹] و نتایج تست تونل باد، مقایسه شده است [۹].



شکل ۵- درصد میزان گرمایش تشعشعی نسبت به انتقال حرارت کل، بر حسب عدد ماخ



شکل ۶- حداکثر ضخامت لایه شوک برحسب شعاع نوک دماغه محموله نوعی

در معادلات فوق $\epsilon_{EN\epsilon_s}$, ϵ_{MN} , ϵ_{MS} به ترتیب، معیار همگرایی در معادلات انرژی، ممنتوم رویه‌ای، ممنتوم نرمال و معادله بقاء گونه‌ها است.

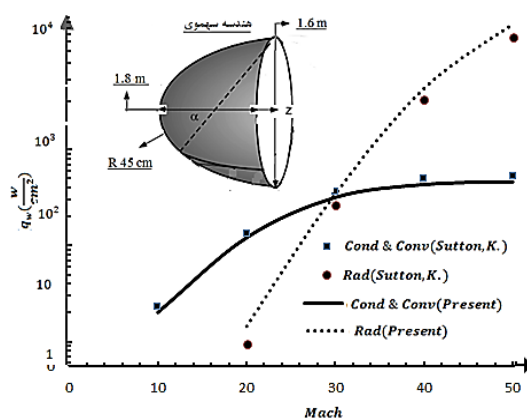
۸- نتایج

جهت اطمینان از صحت عملکرد کد CTCA (علی‌الخصوص الگوریتم انتقال حرارت تشعشعی آن)، نتایج آن در حالت‌های مختلف پروازی و هندسه‌های مختلف استخراج و با نتایج تحقیقات مشابه مقایسه گردید.

در شکل ۴ میزان انتقال حرارت هدایتی، جابجایی و تشعشعی نقطه سکون یک دماغه نوعی (هندسه آن در شکل ۴ نشان داده شده است) با شعاع نوک ۴۵ cm در ارتفاع پروازی ۶۰km بر حسب عدد ماخ نشان داده شده، با نتایج مرجع [۶] مقایسه شده است.

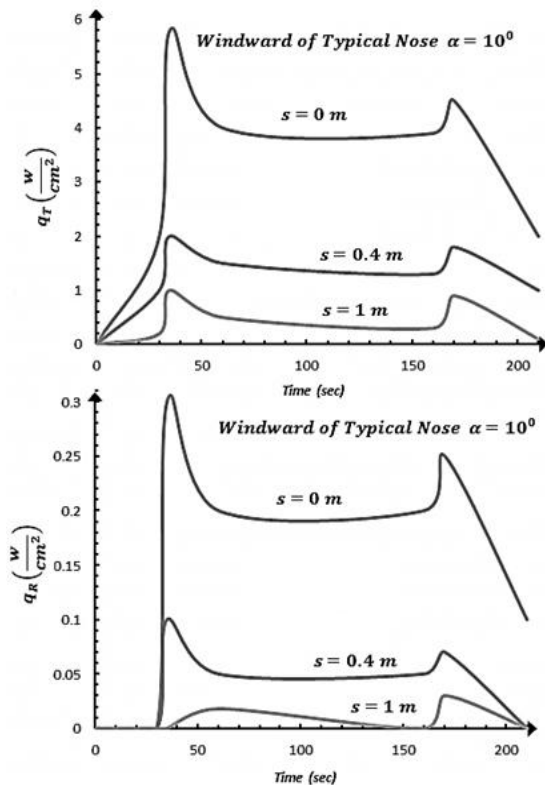
شکل ۴ نشان می‌دهد که انطباق خوبی بین نتایج گرمایش تشعشعی تحقیق فعلی با مرجع [۶] وجود دارد و در اعداد ماخ بیشتر از ۴۰ افزایش انحراف در نتایج، به دلیل فرض شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی است؛ همچنین، در شکل ۵، درصد میزان گرمایش تشعشعی محموله مذکور نسبت به انتقال حرارت کل، برحسب عدد ماخ نشان داده شده، نتایج آن با نتایج مرجع [۶] مقایسه شده است.

نتایج شکل ۵ نشان می‌دهد که در عدد ماخ ۵۰، ۹۶ درصد از انتقال حرارت کل ناشی از گرمایش تشعشعی است.



شکل ۴- انتقال حرارت هدایتی، جابجایی و تشعشعی نقطه سکون یک دماغه ی نوعی بر حسب عدد ماخ

^۱ Hayabusa

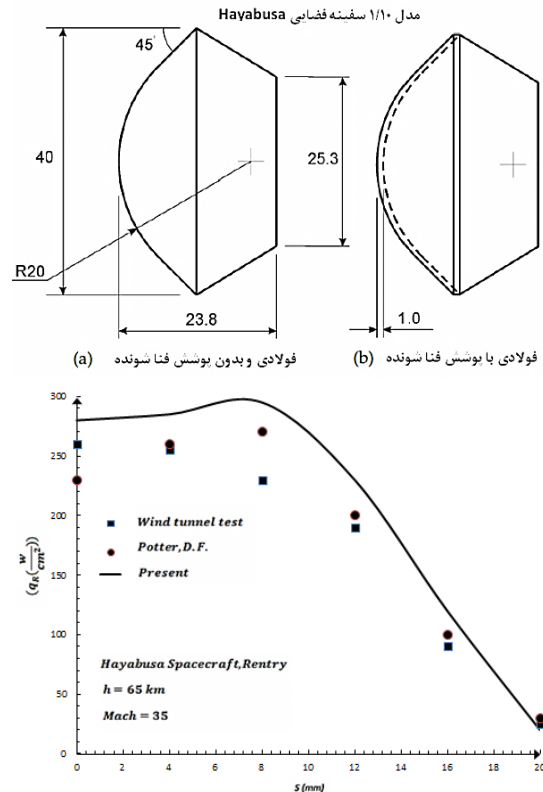


شکل ۸- منحنی تغییرات میزان گرمایش ایرودینامیکی یک دماغه ی نوعی بر حسب فاصله رویه ای و زمان پرواز

در شکل ۹، منحنی تغییرات میزان گرمایش ایرودینامیکی (هدایتی/جابجایی و تشعشی) نصف النهارهای رو به باد و پشت به باد دماغه نوعی (با ساختار هندسی جناغی^۳) نصب شده روی محموله نوعی شکل ۸ زاویای حمله ۳۰ و ۴۵ درجه بر حسب متغیر x' نشان داده شده است (خروجی کد تحقیق فعلی).

$$x' = -\left[\frac{(x^2 - tg^2\alpha) \sin\alpha}{2} + (x - tg\alpha) \cos\alpha\right] \quad (40)$$

نتایج اشکال ۸ و ۹ نشان می‌دهد که در اعداد ماخ پایین‌تر از ۶، سهم گرمایش تشعشی نسبت به جابجایی و هدایتی پایین بوده، قابل صرفنظر است.



شکل ۷- گرمایش تشعشی مدل ۱/۱۰ سفینه Hayabusa بر حسب فاصله رویه‌ای s

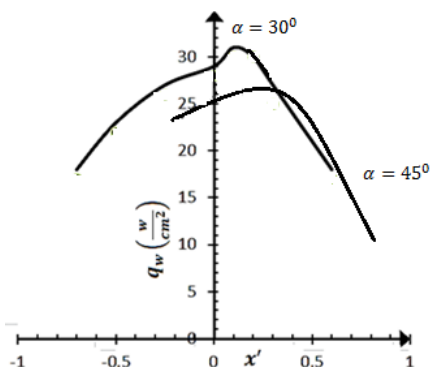
نتایج تحقیق فعلی در شکل ۷ نشان می‌دهد که منحنی تغییرات گرمایش تشعشی بر حسب فاصله رویه‌ای، رفتار منطقی‌تری نسبت به رفتار نتایج مرجع [۹] دارد و بالا بودن میزان گرمایش تشعشی در نقاط نزدیک به نقطه سکون نسبت به نتایج تست تونل باد، به دلیل فرض شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی است. در شکل ۸، منحنی تغییرات میزان گرمایش ایرودینامیکی (هدایتی/جابجایی و تشعشی) نصف النهار رو به باد^۱ یک دماغه نوعی (با ساختار هندسی جناغی^۲) نصب شده روی محموله‌ای با حداکثر ماخ ۶ و حداکثر ارتفاع پروازی ۶۰ کیلومتر در زاویه حمله ۱۰ درجه بر حسب فاصله رویه‌ای و زمان پرواز نشان داده شده است و مقادیر آن با میزان گرمایش تشعشی مقایسه شده است (خروجی کد تحقیق فعلی).

³ Ogive

¹ Windward Meridional

² Ogive

استخراج کانتور دمایی در نقاط مختلف دماغه (محموله‌های میان برد و برد بلند)، بسیار چشمگیرتر است.



شکل ۹- منحنی تغییرات میزان گرمایش آبرودینامیکی یک دماغه ی نوعی بر حسب زاویه حمله و متغیر x'

۹- نتیجه گیری

نتایج حل عددی شکل معادلات لایه شوک لزج و لایه مرزی لزج-خودممتشابه با فرض شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی لایه شوک، جهت محاسبه شکل‌های مختلف از گرمایش آبرودینامیکی (هدایتی، جابجایی و تشعشعی)، اثرات تشعشع روی گرمایش آبرودینامیکی و ضخامت لایه شوک دماغه‌های فناشونده، نشان می‌دهد که انطباق خوبی با نتایج حل UDF معادلات ناویراستوکس (مراجع [۵، ۶]) به روش حجم محدود دارد و همچنین نتایج گرمایش تشعشعی نیز انطباق خوبی با نتایج کدهایی مانند ایلمر ۳ و نتایج تست تونل باد (مراجع [۱۸]) دارد. به دلیل الزام شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی، انحراف در نتایج گرمایش تشعشعی نسبت به روش‌های UDF مبتنی بر الگوریتم حجم محدود در عدد ماخ ۴۰ شروع شده، ولی در مقایسه با نتایج تست تونل باد، رفتار تغییرات گرمایش تشعشعی بر حسب فاصله رویه‌ای، نسبت به تحقیقات مشابه، منطقی‌تر است. در اعداد ماخ کمتر از ۶، سهم گرمایش تشعشعی نسبت به جابجایی/هدایتی قابل اغماض است. با افزایش زاویه حمله، ناحیه سکون به سمت جلو حرکت می‌کند و میزان تمرکز دمایی روی نوک دماغه کاهش می‌یابد.

بنابراین، از مزایای بارز روش فعلی، می‌توان به کاهش ۸۰ درصدی زمان حل معادلات حاکم نسبت به حل گره‌های الگوریتم حجم محدود اشاره کرد و این مزیت در تحلیل‌های ناپایای دماغه‌های فناشونده با زمان پرواز طولانی جهت

۱۰- علائم، نشانه‌ها و ارقام

ضریب جذب تشعشع گونه‌های لایه شوک	a_i
ضریب جذب تشعشع مخلوط لایه شوک	a_r
شدت تابش جسم سیاه	B_θ
تمرکز جرمی گونه‌ها در واکنش‌های شیمیایی	C
گام زمانی	dt
آنتالپی	h
پارامتری جهت تعیین نوع هندسه دمانه از منظری دوبعدی بودن یا سه بعدی متقارن	j
ضریب نفوذ	J
شمارنده تکرارها جهت حل معادلات جریان	k
ضریب انتقال حرارت هدایتی	K
ضریب انتقال حرارت هدایتی معادل	K_e
ضریب تابش	K_θ
جرم ملکولی	M
همتای برخورد کننده جسم سوم	M_i
تعداد المان‌ها در جهت عمود بر رویه دماغه	N
کسر مولی ملکول نیتروژن	N_{N_2}
کسر مولی ملکول اکسیژن	N_{O_2}
تعداد واکنش‌های شیمیایی تجزیه/یونیزاسیون هوا	nr
تعداد گونه‌ها در مخلوط لایه شوک	n_s
فشار استاتیکی	P
میزان ریزش‌دگی شبکه در لایه مرزی	P_k
فشار دینامیکی	q
میزان گرمایش آبرودینامیکی	q^*
شعاع مقاطع دماغه در مختصات قطبی	r
ثابت جهانی گازها	\bar{R}
شعاع نوک دماغه	R_n
نرخ واکنش‌های شیمیایی فناشوندگی سطح	Rr
فاصله رویه‌ای در مختصات رویه‌ای	s
زمان	t
دما	T
سرعت محوری جریان	u
سرعت جریان آزاد	U

- Bressette Langley Aeronautical Laboratory NASA: 21-28.
- [5] Kumar A (1980) Laminar and turbulent flow solutions with radiation and ablation injection for jovian entry. AIAA J 90(5): 80-88.
- [6] Sutton K (1985) Air radiation revisited in thermal design of aeroassisted orbital transfer vehicles. AIAA J 96(12): 419-441.
- [۷] رحمانپور م، ابراهیمی ر، شمس م (۱۳۸۵) حل میدان با احتساب واکنش‌های شیمیایی غیرتعادلی به منظور محاسبه چگالی الکترونی اطراف یک جسم با دماغه پنج دهمین کنفرانس دینامیک شاره‌ها، یزد، دانشگاه یزد، دانشکده مهندسی مکانیک.
- [8] Gollan RJ (2011) Numerical modeling of radiating superorbital flows. 3th edn. The University of Queensland Brisbane 4072, Australia: 29-37.
- [9] Potter, DF (2011) Modelling of radiating shock layers for atmospheric entry at Earth and Mars. Scientaa AC Abore, s4029188 PhD Thesis: 48-82.
- [۱۰] کریمیان ر، غفاریان م، عزیزی ح (۱۳۹۲) حل جریان ماورا صوت روی بدنه موشک با در نظر گرفتن اثرات هوای دما بالا جهت تعیین گرمایش آیرودینامیکی. طرح پژوهشی دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا و فضا.
- [11] Benjamin S, Roy H, Paul HS, Baumanb T, Oliver TA (2014) Modeling hypersonic entry with the fully-implicit Navier–Stokes (FIN-S) stabilized finite element flow solver. Comput Fluids 92(4): 281-292.
- [12] Ekert ER (1986) Engineering relations for heat transfer and friction in high-velocity laminar and turbulent boundary-layer flow over surfaces with constant pressure and temperature. Trans ASME 78(6): 127-131.
- [13] Zein TF (1999) Heat transfer in the melt layer of a simple ablation model. J Thermophys Heat Tr 13(4): 58-72.
- [14] Miner EW (1975) Computer user's guide for a chemically reacting viscous shock layer code, NASA CR-2551: 5-29.
- [15] Bryknia G, Scott S (1998) An approximate axisymmetric viscous shock layer aeroheating method for three-dimensional bodies. AIAA NASA/TM198-207890: 4-17.
- [16] Chen YK, Milos FS (2012) Finite-rate ablation boundary conditions for carbon-phenolic heat-shield. NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA 94035-1000: 8-34.
- [17] Park C (2002) Calculation of stagnation point heat transfer for pioneer venus probes. Proposed NASA Technical Memorandum: 12-26.
- سرعت جریان در جهت عمود بر رویه ی دماغه v
- سرعت وزش گازهای ناشی از فناشوندگی V_w
- سرعت جریان در جهت آزمون w
- ضخامت فناشوندگی در سطح $x_{n_{cs}}$
- ضخامت لایه شوک y_{sh}
- محور خط مرکزی دماغه Z
- آنتالپی تشکیل گونه‌ها Δh_i^f
- زاویه حمله α
- زاویه شوک نسبت به محور افقی β
- احتمال تولید هر کدام از گونه‌های فناشوندگی β_i
- نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت و حجم ثابت γ
- معیار همگرایی در الگوریتم‌های حل ϵ
- ضریب تابش تشعشع گونه‌های لایه شوک ϵ_i
- ضریب تابش تشعشع مخلوط لایه شوک ϵ_r
- شاخص عدد رینولدز ϵ
- زاویه یال دماغه نسبت به محور افقی θ
- ضریب لزجت μ
- یکی از محورهای مختصات نرمالیزه ζ
- یکی از محورهای مختصات نرمالیزه η
- چگالی ρ
- ثابت استفهام-بولتزمن σ
- تنش برشی τ
- زاویه نصف النهاری φ
- میزان انحناء χ

۱۱- مراجع

- [1] Anderson JD (1989) Hypersonic and high temperature gas dynamics. 2nd edn. 978-964-2751-04-4, New York: 25-346.
- [2] Benjamine J, Garland A, Swanson G (1957) Aerodynamic heating and boundary-layer transition on a 1/10-power nose shape in free flight at mach numbers up to 6.7. NASA Research Memorandum Bressette Langley Aeronautical Laboratory NASA: 5-17.
- [3] Chauvin L, Katherine C (1957) Boundary-layer transition and heat-transfer measurements from flight tests of blunt and sharp cones at mach numbers from 1.7 to 4.7. NASA RM L57DO4: 12-27.
- [4] Howard S, Walter E (1957) Heat-Transfer and pressure distribution on six blunt noses at a mach number of 2. NASA Research Memorandum

[19] Anderson JD (1967) Nongray Radiative transfer effects on the radiating stagnation region shock layer and stagnation point heat transfer. NOLTR U.S. Naval Ordnance Laboratory, White Oak MD: 67-104.

[۱۸] هولمن ج، تاجور حح (۱۹۸۹) انتقال حرارت. چاپ پنجم. کانون کتاب دانشگاهی، مرکز خدمات فرهنگی سالکان: ۲۴۰-۳۵۴.