



## تحلیل قانون دوم ترمودینامیک در جریان سیال میکروقطبی بین دو صفحه‌ی موازی شیبدار

عباس حزباوی<sup>۱\*</sup> و سجاد شرهانی<sup>۲</sup><sup>۱</sup> گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران<sup>۲</sup> گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۹/۰۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۱۱/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۱/۲۱

## چکیده

در این تحقیق، انتقال حرارت و تولید انترویی در جریان سیال میکروقطبی در کانال شیبدار با صفحات موازی با وجود اعمال گرادیان فشار ثابت، مورد بررسی قرار گرفت. شرایط مرزی دمایی برای صفحه پایینی و صفحه بالایی به ترتیب، دمای ثابت و شار حرارتی ثابت در نظر گرفته شدند. معادلات حاکم که عبارتند از: معادله پیوستگی، مومنتم و انرژی هستند با استفاده از نرم افزار ممتیکا، بطور کوپل با یکدیگر حل عددی شدند. با جایگذاری مقادیر عددی سرعت، میکروچرخش و دمای به دست آمده از حل عددی در قانون دوم ترمودینامیک، عدد تولید انترویی مورد ارزیابی قرار گرفت. تاثیر پارامترهای حاکم بر مساله بر شکل پروفیل‌های بی‌بعد سرعت، توزیع دما، میکروچرخش، میزان تولید انترویی و عدد بیژن بصورت نمودارهایی ارایه و مورد بحث قرار گرفتند. نتایج نشان می‌دهند، عدد تولید انترویی با افزایش عدد برینکمن افزایش می‌یابد و افزایش پارامتر غیرخطی و اعداد پراتل و رینولدز، موجب کاهش عدد تولید انترویی می‌شوند؛ همچنین اثرات گرادیان فشار اعمالی بر شکل پروفیل‌های بی‌بعد سرعت، توزیع دما، میکروچرخش، میزان تولید انترویی و عدد بیژن، مورد بررسی قرار گرفتند.

**کلمات کلیدی:** سیال میکروقطبی؛ تولید انترویی؛ عدد بیژن؛ سیال غیرنیوتنی.

## Second Law Analysis of Micropolar Fluid Flow Between Two Inclined Parallel Plates

A. Hazbavi<sup>1,\*</sup>, S. Sharhani<sup>2</sup><sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran.<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran.

## Abstract

In this study, the heat transfer and the entropy generation is investigated for micropolar fluid flow through an inclined channel of parallel plates with constant pressure gradient. The lower plate is maintained at constant temperature and upper plate at a constant heat flux. The governing equations which are continuity, momentum and energy are solved numerically by Wolfram Mathematica 11 software. The velocity, microrotation and temperature profiles are used to evaluate the entropy generation number. The effect of characteristic parameters is discussed on velocity, temperature, microrotation, entropy generation and Bejan number in different diagrams. The results reveal that the entropy generation number increases with the increase in Brinkman number. The nonlinear parameter affected the velocity, microrotation, temperature, entropy generation and Bejan number diagrams. The result shows that the entropy generation number increased with increasing the brinkman number. It reduced with increasing the values of nonlinear parameter, Prandtl number and Reynolds number. Also the effect of pressure gradient is investigated on velocity, temperature, microrotation, entropy generation and Bejan number in different diagrams.

**Keywords:** Micropolar Fluid; Entropy Generation; Bejan Number; Non-Newtonian Fluid.

## ۱- مقدمه

کاربردهای مرتبط با انرژی مانند، خنک‌کاری سیستم‌های الکتریکی مدرن، خنک‌کاری قطعات الکترونیکی و سیستم‌های انرژی زمین گرمایی به تولید انترپوی بستگی دارند. تحقیقات متعددی [۱-۳] بر تولید انترپوی با جریان‌های مختلف انجام شده است. جریان سیال و انتقال حرارت در کانال‌ها با شکل هندسی ساده و شرایط مرزی مختلف، یکی از بنیادی‌ترین قسمت تحقیقات مهندسی است و مقالات متعددی در زمینه جریان سیال، انتقال حرارت و تولید انترپوی در کانال‌ها با هندسه‌های مختلف به چاپ رسیده است.

انترپوی نقش کلیدی در فرآیندهای برگشت‌ناپذیر دارد؛ بطوری‌که بدلیل تولید انترپوی در فرآیندهای برگشت‌ناپذیر، کارایی فرآیند، نسبت به کارایی فرآیند برگشت‌پذیر کاهش می‌یابد. به عبارتی میزان تولید انترپوی در یک فرآیند برگشت‌ناپذیر، معیاری جهت سنجش میزان انحراف فرآیند از فرآیند برگشت‌پذیر یا ایده‌آل است؛ بنابراین پیدا کردن عوامل و پارامترهایی که موجب کاهش تولید انترپوی و افزایش بازده سیستم می‌شوند، حائز اهمیت خاصی است. به منظور شناسایی و بررسی اثر این پارامترها بر میزان تولید انترپوی، قانون دوم ترمودینامیک مورد تحلیل قرار می‌گیرد. عوامل و مکانیزم‌های تولید انترپوی در فرآیندهای برگشت‌ناپذیر عبارتند از: انتقال حرارت هدایت، انتقال حرارت جابجایی و اثرات اتلاف ویسکوز می‌باشند. در شکل بی بعد معادلات حاکم، هرکدام از اعداد بی بعد بیانگر، یکی از این مکانیزم‌های تولید انترپوی می‌باشند؛ بطوریکه با بررسی میزان تاثیر و حساسیت تولید انترپوی کل به تغییرات هر یک از این اعداد بی‌بعد، مکانیزم غالب در تولید انترپوی را می‌توان شناسایی کرد.

حوز علی و همکاران [۴]، تولید انترپوی جریان سیال ویسکوز، تراکم‌ناپذیر در کانال شیبدار با شرایط مرزی دما ثابت را بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهند که مکانیزم تولید انترپوی در مقطع کوچکی از هندسه کل، مکانیزم غالب در تولید انترپوی کل سیستم است. کومگوز و همکاران [۵]، به بررسی تولید انترپوی لایه‌های سیال متخلخل موجود در کانال شیبدار با استفاده از روش تبدیل دیفرانسیلی پرداختند. فاموری و هومن [۶]، در مطالعه عددی به بررسی تولید

انترپوی در یک محفظه مستطیلی پرداختند. نتیجه کار آنان بیانگر، افزایش تولید انترپوی با افزایش عدد رایلی است. شاهی و همکاران [۷]، تولید انترپوی در محفظه مربعی حاوی نانو سیال را مورد بررسی قرار دادند. چو و همکاران [۸]، به بررسی عددی تولید انترپوی نانوسیال‌های مختلف در یک محفظه موج دار پرداختند. آنان در بررسی خود به این نتیجه رسیدند که نانو سیال آب - مس بیشینه انتقال حرارت و کمینه تولید انترپوی را در بین نانوسیال مورد بررسی دارد. دس و جینا [۹]، به بررسی همزمان تاثیرات لغزش، مکش و تزریق و میدان مغناطیسی بر تولید انترپوی در کانال متخلخل با فرض ثابت بودن گرادیان فشار پرداختند. چن و لیو [۱۰]، در مطالعه عددی به بررسی تاثیر اتلاف ویسکوز بر تولید انترپوی ناشی از انتقال حرارت جابجایی در جریان نانو-سیال در کانال عمودی پرداختند. فلاح و همکاران [۱۱]، به بررسی انتقال حرارت جابجایی اجباری عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در سیالات غیر نیوتنی پرداختند. نتایج نشان می‌دهند که نرخ انتقال حرارت از سطح سیلندر با کاهش اعداد رینولدز و پرانتل و با افزایش عدد برینکمن و شاخص توانی، کاهش می‌یابد. حزباوی [۱۲]، تحلیل قانون دوم ترمودینامیک جریان مگنورئولوژیکال در هندسه تیلور کوئت با وجود در نظر گرفتن اثرات اتلاف ویسکوز را بررسی کرد و نشان داد که با افزایش عدد هارتمن و ضریب الاستیسیته سیال، عدد تولید انترپوی کل کاهش می‌یابد و با افزایش عدد برینکمن افزایش می‌یابد.

محمود و فریزر [۱۳]، با اعمال قانون دوم ترمودینامیک به بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در سیلندر متحدالمرکز چرخان با شرایط مرزی شار حرارتی ثابت پرداختند. منصور و همکاران [۱۴]، مطالعه‌ای عددی برای جابجایی توام نانوسیال، در محفظه‌ای انجام دادند که در آن شار حرارتی ثابتی اعمال می‌شود. عنتر و آل شعراوی [۱۵]، به بررسی تاثیر شرایط مرزی شار حرارتی ثابت یکنواخت بر تولید انترپوی در کره‌ی چرخان همراه با جابجایی اجباری پرداختند. شاهی و همکاران [۱۶]، تولید انترپوی را در جریان جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مربعی با شار حرارتی ثابت روی جداره‌های آن بررسی نمودند. آنان [۱۷]، به بررسی تاثیر سرعت لغزش بر انتقال حرارت و تولید انترپوی جریان سیال قانون توان توسعه یافته در کانال

جریان یکنواخت پوآزی دو سیال میکروقطبی مخلوط نشدنی تراکم ناپذیر بین دو صفحه عمودی کانال با دمای دیوار ثابت پرداختند. سرینیوسچریا و هما [۲۳]، به بررسی مشخصات جریان سیال میکروقطبی، انتقال حرارت و تولید انترپوی درون کانال شیبدار با گرادیان فشار ثابت و شار حرارتی ثابت پرداختند. قنبری و همکاران [۲۴]، به منظور بررسی اثرات محیط سیال روی ارتعاشات رزوناتور با بکارگیری تئوری میکروقطبی، معادلات حاکم را استخراج و پس از خطی سازی و بی بعدسازی معادلات، با بکارگیری روش عددی گلرکین حل کردند.

با توجه به رشد چشمگیری سیستم‌ها در ابعاد میکرو و با توجه به اینکه در اکثر پژوهش‌های پیشین، میدان سیال با استفاده از تئوری کلاسیک مدلسازی شده، در این تحقیق به بررسی میدان جریان، دما و انترپوی با بکارگیری تئوری میکروقطبی پرداخته می‌شود. در این تحقیق، معادلات حاکم با وجود در نظر گرفتن اثرات میکروقطبی و ماهیت غیرخطی با روش‌های حل عددی متداول با دستکاری در دقت حل و روش گسسته‌سازی حل عددی شدند و نتایج بیانگر توافق نسبتاً خوب بین نتایج تحلیلی و عددی می‌باشند؛ بنابراین برای این نوع سیالات کاربردی و خاص با وجود پیچیدگی و غیرخطی بودن معادلات حاکم الزامی به استفاده از روش‌های حل عددی ویژه نمی‌باشد که این مورد می‌تواند امید به پیشرفت و انجام تحقیقات روزافزون در زمینه سیالات میکروقطبی با کاربردهای صنعتی را فراهم کند. به منظور تحلیل جریان سیال میکروقطبی از مقادیر متفاوت پارامترهای مادی میکروپولار استفاده شد. بویژه، ملاحظه می‌شود که پارامترهای مشخصه سیال میکروقطبی همچون ویسکوزیته میکروپولار، نقش جدی و مهمی در تغییر دادن الگوهای جریان در مقایسه با نتایج تئوری سیال نیوتنی دارند.

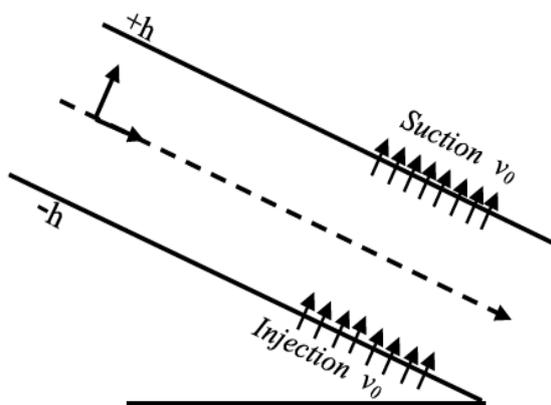
## ۲- معادلات حاکم

به منظور استخراج معادلات حاکم بر مساله، هندسه جریان مطابق شکل ۱، بین دو صفحه موازی شیبدار با زاویه شیب  $\beta$  و فاصله  $2h$  از یکدیگر در نظر گرفته شد؛ بطوری که فضای بین دو صفحه حاوی سیال میکروقطبی با فرضیات دائمی و تراکم ناپذیر است. مطابق شکل ۱، از مختصات کارترین استفاده شده است و محور  $x$  در مرکز کانال با جهت جریان

میکروبی پرداخت. مصطفی و علی [۱۸]، به بررسی تاثیر شرایط مرزی لغزش بر تولید انترپوی برای جریان سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در کانالی با صفحات موازی پرداختند. آبینز [۱۹]، تاثیر ترکیبی میدان مغناطیسی، مکش و تزریق، عدد رینولدز و لغزش هیدروپنایمیک بر تولید انترپوی در حضور شرایط مرزی جابجایی را مورد بررسی قرار داد.

اغلب این تحقیقات با سیالات نیوتنی انجام شده‌اند. بررسی سیالات نیوتنی برای مشخص کردن خواص جریان سیالات پلیمری، خون و سوسپانسیون‌های معدنی کافی نمی‌باشد. بسیاری از سیالات در طبیعت و صنعت، رفتار سیال غیرنیوتنی از خود نشان می‌دهند و مدلسازی واقعی تر رفتار این سیالات، مستلزم بکارگیری مدل‌های سیالات غیرنیوتنی است. مدل‌های ریاضی متعددی برای توصیف رفتار رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی پیشنهاد شده است. یکی از این مدل‌ها، سیال میکروقطبی ارائه شده توسط ارینگن [۲۰] است، نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که تئوری سیال میکروقطبی ارائه شده توسط ارینگن در سال ۱۹۶۶ که در آن چرخش سیال نیز در نظر گرفته شده، تئوری خوبی برای مدل کردن جریان سیالات در ابعاد میکرو بوده، پیش بینی‌های هیدروپنایمیک جریان سیال، سازگاری بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در تئوری مدل سیال میکروقطبی، میدان برداری سرعت و میدان برداری چرخش، دو کمیت سینماتیکی مستقل از هم بوده، تانسور تنش یک تانسور نامتقارن است؛ به عبارتی در تئوری میکروقطبی علاوه بر تنش‌ها، اثر کوپل تنش‌ها نیز بر یک المان مادی در نظر گرفته می‌شود. با مطرح شدن اثرات دینامیکی در این تئوری توسط ارینگن، با عنوان تئوری میکروقطبی شناخته شد که این ویژگی، مدل سیال میکروقطبی آن را از بقیه مدل‌های سیالات غیرنیوتنی متمایز می‌کند.

انتقال حرارت سیالات میکروقطبی در فرآیندهای تولید صنعتی، مهندسی هوافضا و همچنین در مهندسی شیمی، حائز اهمیت خاصی است. با وجود اهمیت تحلیل تولید انترپوی در سیال میکروقطبی، مقالات اندکی در این زمینه به چاپ رسیده‌اند. رامانا مورثی و مورثی [۲۱]، تحلیل قانون اول و دوم ترمودینامیک را برای جریان مگنوهیدروپنایمیک دو سیال مخلوط نشدنی بین دو صفحه موازی را مورد بررسی قرار دادند. جنگلی و مورثی [۲۲]، به بررسی تولید انترپوی در



شکل ۱- شماتیک هندسه کانال شیبدار

با استفاده از تغییر متغیرهای فوق، دستگاه معادلات ۱ تا ۴ به صورت دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی (۷-۹) تبدیل می‌شوند:

$$\frac{1}{1-N} f'' - Rf' + \frac{N}{1-N} g' + \frac{Gr}{Re} \sin(\beta)\theta = P \quad (7)$$

$$\frac{2-N}{m^2} g'' - a_\sigma R \left(\frac{1-N}{N}\right) g' - 2g - f' = 0 \quad (8)$$

$$\theta'' - R \Pr \theta' + \frac{Br}{1-N} [f'^2 + 2N(g^2 + gf')] + \frac{N(2-N)}{m^2} g'^2 = 0 \quad (9)$$

علامت (۱)، بیانگر مشتق گیری نسبت به  $\eta$ ،  $U_0$  سرعت مشخصه،  $Pr = \mu c_p / k_f$  عدد پرانتل،  $Re = \rho U_0 h / \mu$  عدد رینولدز،  $R = \rho v_0 h / \mu$  عدد رینولدز مکس و تزریق،  $Gr = \rho^2 g^* \beta_f g h^4 / \mu^2 k_f$  پارامتر غیرخطی،  $N = \kappa / \kappa + \mu$  عدد گرافش،  $P = h^2 / \mu U_0 dp/dx$  گرادیان فشار ثابت، پارامتر میکروقطبی،  $m^2 = h^2 \kappa (2\mu + \kappa) / \gamma (\mu + \kappa)$  پارامتر میکروواپنسسی و  $Br = \mu U_0^2 / h q$  عدد برینکمن می‌باشند. در این مطالعه به  $N$  پارامتر غیرخطی اطلاق شده است؛ زیرا زمانی که برابر صفر می‌شود، معادلات از شکل غیرخطی به شکل خطی تبدیل می‌شوند.

شرایط مرزی متناظر با دستگاه معادلات ۷ تا ۹ با توجه به تغییر متغیر معرفی شده به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$f = 0, g = 0, \theta' = 1, \text{ at } \eta = 1 \quad (10a)$$

$$f = 0, g = 0, \theta = 0, \text{ at } \eta = -1 \quad (10b)$$

هم‌راستا است و محور  $y$  بر صفحات عمود است. طول صفحات در راستای  $x$  نامحدود فرض می‌شوند؛ به طوری که کمیت‌های فیزیکی مستقل از  $x$  باشند؛ بنابراین متغیرهای فیزیکی فقط تابع  $y$  هستند. بردار سرعت سیال  $(u, v, 0)$  و مولفه سرعت نفوذی از دیواره  $v_0$  ثابت است، و قتیکه  $v_0 > 0$  سرعت تزریقی است و زمانی که  $v_0 < 0$  سرعت مکشی است. در این تحقیق، صفحه بالایی کانال تحت تاثیر شار حرارتی یکنواخت ثابت قرار گرفته است و صفحه پایینی کانال در دمای ثابت  $T_1$  نگه داشته شده است.

با این فرضیات و تقریب بوزینسک، معادلات حاکم بر جریان سیال میکروقطبی به صورت روابط (۱-۴) است [۲۵]:

$$\frac{du}{dx} = 0 \quad (1)$$

$$(\mu + \kappa) \frac{d^2 u}{dy^2} - \rho v_0 \frac{du}{dy} + \kappa \frac{d\Gamma}{dy} + \rho g^* \beta_f (T - T_1) \sin(\beta) - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\gamma \frac{d^2 \Gamma}{dy^2} - \rho \sigma v_0 \frac{d\Gamma}{dy} - 2\kappa \Gamma - \kappa \frac{du}{dy} = 0 \quad (3)$$

$$k_f \frac{d^2 T}{dy^2} - \rho c_p v_0 \frac{dT}{dy} + (\mu + \kappa) \left(\frac{du}{dy}\right)^2 + 2\kappa \left(\Gamma^2 + \Gamma \frac{du}{dy}\right) + \gamma \left(\frac{d\Gamma}{dy}\right)^2 = 0 \quad (4)$$

که  $u$  مولفه سرعت در جهت  $x$ ،  $\Gamma$  مولفه میکروچرخشی در جهت  $z$ ،  $T$  دما،  $\rho$  و  $\sigma$  به ترتیب، چگالی سیال و پارامتر چرخش،  $\mu$ ،  $\kappa$  و  $\gamma$  خواص انتقالی ثابت هستند.  $p$  فشار،  $g^*$  شتاب گرانشی،  $k_f$  ضریب هدایت گرمایی و  $\beta_f$  ضریب انبساط گرمایی است.

$$u = 0, \Gamma = 0, \frac{dT}{dy} = \frac{q}{k_f}, \text{ at } y = h \quad (5a)$$

$$u = 0, \Gamma = 0, T = T_1, \text{ at } y = -h \quad (5b)$$

به منظور بی‌بعد سازی معادلات حاکم، تغییر متغیرهای بی‌بعد رابطه (۶) تعریف شدند:

$$\eta = \frac{y}{h} \quad f(\eta) = \frac{u}{U_0} \quad g(\eta) = \frac{h\Gamma}{U_0} \quad (6)$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_1}{\frac{qh}{k_f}}$$

### ۳- تولید انترویی

نرخ حجمی تولید انترویی برای سیال تراکم‌ناپذیر میکروقطبی به صورت رابطه (۱۱) بیان شده است:

$$S_G = \frac{K_f}{T_1^2} \left( \frac{dT}{dy} \right)^2 + \frac{\mu + \kappa}{T_1} \left( \frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{2\kappa}{T_1} \left[ \Gamma^2 + \Gamma \frac{du}{dy} \right] + \frac{\gamma}{T_1} \left( \frac{d\Gamma}{dy} \right)^2 \quad (11)$$

طبق مرجع [۳]، عدد تولید انترویی  $N_s$  بصورت نسبت نرخ حجمی تولید انترویی به نرخ مشخصه تولید انترویی تعریف می‌شود؛ بنابراین عدد انترویی به صورت رابطه (۱۲) است:

$$N_s = \theta'^2 + \frac{Br}{1-N} L[f'^2 + 2N(g^2 + gf')] + \frac{N(2-N)}{m^2} g'^2 \quad (12)$$

که نرخ مشخصه تولید انترویی  $q^2/K_f T_1^2$  و  $L = K_f T_1 / hq$  یک مقدار بی‌بعد و پارامتر کنترل‌کننده‌ای است که وابسته به شار حرارتی، دمای سیال، طول کانال و هدایت گرمایی است.

معادله (۱۲) را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) بیان کرد:

$$N_s = N_{HRT} + N_{Diss} \quad (13)$$

در معادله بالا، جمله اول سمت چپ تساوی معرف تولید انترویی ناشی از انتقال حرارت هدایت و جمله دوم، معرف تولید انترویی ناشی از در نظر گرفتن اثرات اتلاف ویسکوز در معادله انرژی می‌باشند. به منظور ارزیابی توزیع انترویی و تعیین مکانیزم غالب در افزایش انترویی، پارامتر  $Be$  (عدد بیژن) که نسبت تولید انترویی ناشی از انتقال حرارت به تولید انترویی کل (۱۳) که به صورت رابطه (۱۴) بیان شده است:

$$Be = \frac{N_{HRT}}{N_{HRT} + N_{Diss}} \quad (14)$$

مقادیر پارامترهای مشخصه سیال میکروقطبی برای چندین نمونه سیال میکروقطبی در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

### ۴- روش حل

در این تحقیق، به منظور حل عددی دستگاه معادلات حاکم و شبیه‌سازی عددی مساله از نرم افزار ممتیکا و توابع کتابخانه‌ای موجود در نرم افزار استفاده شده است. روش حل عددی به کار رفته، روش تکرار رانگ کوتای مرتبه چهار ضمنی با گام مکانی  $0.01$  و دقت  $10^{-4}$  است.

### ۵- نتایج و بحث

به منظور اعتبارسنجی نتایج و دقت حل عددی بدست آمده، پارامترهای سرعت و میکروچرخش حاصل از حل عددی در این مقاله با نتایج حل تحلیلی بدست آمده در مرجع [۲۵] با مقادیر  $R = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $N = 0.1$ ,  $m = 1$  مقایسه و ارزیابی قرار گرفته شد. نتایج برای پارامتر میکروچرخش و سرعت در جدول ۱ ارائه شده‌اند و نشان می‌دهند که انطباق نسبتاً خوبی بین نتایج حل عددی و حل تحلیلی وجود دارد. نتایج برای سرعت بی‌بعد، دمای بی‌بعد، پارامتر میکروچرخش، عدد تولید انترویی و عدد بیژن محاسبه و به صورت نمودارهایی در شکل‌های ۲ تا ۲۶ ارائه شده‌اند. پارامتر غیرخطی  $N$ ، گرادیان فشار  $P$ ، عدد برینکمن  $Br$ ، عدد رینولدز  $Re$  و عدد پرانتل  $Pr$ ، پارامترهای حاکم بر مساله هستند. به منظور بررسی تاثیر این پارامترهای حاکم، شبیه‌سازی عددی با مقادیر زیر انجام شد.

$R=1$ ,  $L=0.1$ ,  $Gr=1$ ,  $m=2$ ,  $\beta=\pi/6$ ,  $a_\sigma=0.001$

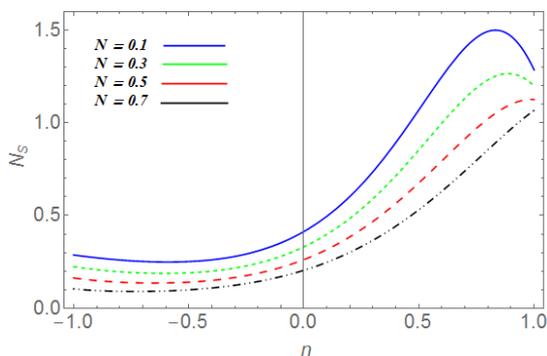
جدول ۱- مقادیر پارامترهای مشخصه سیال میکروقطبی [۲۶]

Fluid	$k \times 10^{-7}, m^{-1}$	N	
		$\alpha_0=0$	$\alpha_0=0.9$
P <sub>1</sub>	15.20	0.50782	0.88921
P <sub>2</sub>	8.75	0.53432	0.89443
Water	7.03	0.6483	0.93744
E <sub>1</sub>	5470.00	0.63565	0.93352

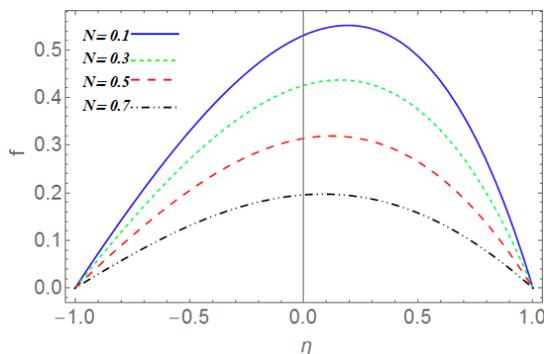
جدول ۲- مقایسه پارامترهای سرعت و میکروچرخش بدست

آمده از حل عددی و حل تحلیلی [۲۵] برای  $R=0$ ,  $\alpha=0$

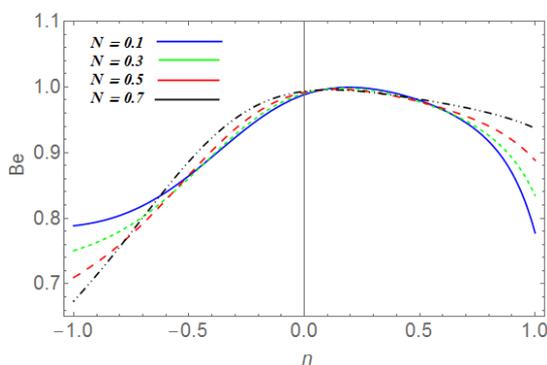
$\eta$	سرعت $f(\eta)$		میکروچرخش $g(\eta)$	
	حل تحلیلی	حل عددی	حل تحلیلی	حل عددی
-1	0	0	0	0
-0.8	0.3466	0.3406	-0.0442	-0.0440
-0.6	0.6168	0.6063	-0.0582	-0.0579
-0.4	0.8100	0.7964	-0.0504	-0.0502
-0.2	0.9261	0.9106	-0.0286	-0.0285
0	0.9648	0.9487	0.0000	0.0000
0.2	0.9261	0.9106	0.0286	0.0285
0.4	0.8100	0.7964	0.0504	0.0502
0.6	0.6168	0.6063	0.0582	0.0579
0.8	0.3466	0.3406	0.0442	0.0440
1	0	0	0	0



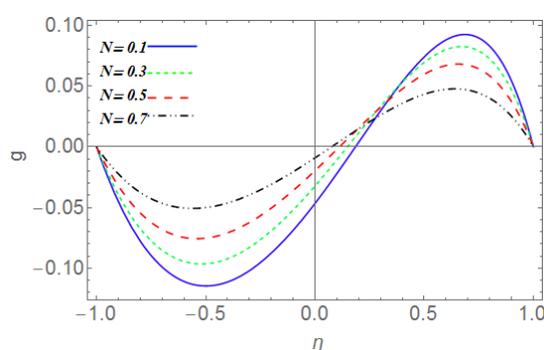
شکل ۵ - تاثیر پارامتر غیرخطی  $N$  بر تولید انتروپی برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, P=-1$



شکل ۶ - تاثیر پارامتر غیرخطی  $N$  بر سرعت بی بعد برای مقادیر  $Pr = 1, Re = 1, Br = 1, P = -1$



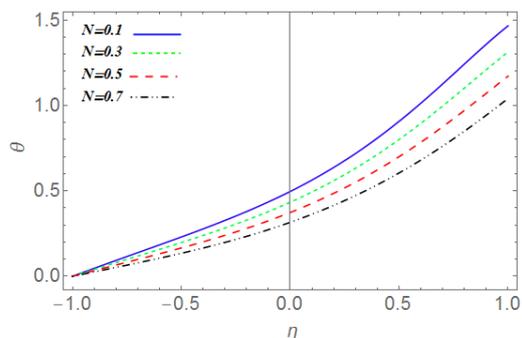
شکل ۷ - تاثیر پارامتر غیرخطی  $N$  بر عدد بیژن برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, P=-1$



شکل ۸ - تاثیر پارامتر غیرخطی  $N$  بر میکروچرخش برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, P=-1$

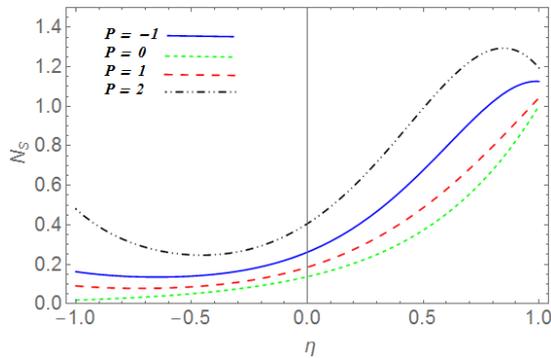
لزجت نیوتنی و چرخشی با نماد  $N$  نمایش داده شده است. تاثیر ساختار میکرونی زمانیکه  $N$  به سمت مقدار یک میل می‌کند، در این مطالعه مقدار قابل توجهی است و برای مقدار کمتر از یک ریزساختار، سیال مستقل از پارامتر  $N$  است. سیال غیرقطبی است، به این دلیل که خاصیت میکروقطبی خود را وقتی از دست می‌دهد،  $K$  به صفر میل می‌کند؛ بنابراین برای سیال لزج،  $N$  به صفر میل می‌کند. بطور کلی نمودار سهمی سرعت، با سرعت ماکزیمم در طول خط مرکزی کانال و با سرعت مینیمم در صفحات، مورد بررسی قرار گرفته است.

شکل ۲ نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر غیرخطی، سرعت کاهش پیدا می‌کند. سرعت برای سیال لزج نسبت به سیال میکروقطبی بیشتر است. از شکل ۳ معلوم است که با افزایش پارامتر غیرخطی، مولفه میکروچرخش در نزدیکی صفحه پایینی افزایش و در نزدیکی صفحه بالایی کاهش می‌

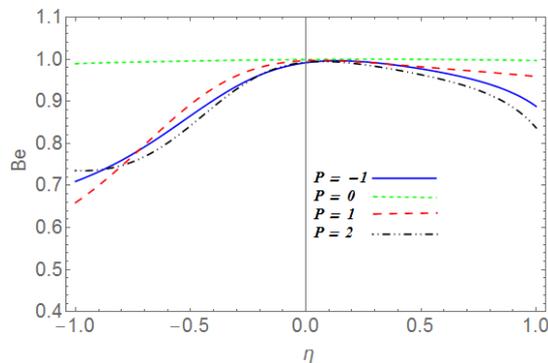


شکل ۹ - تاثیر پارامتر غیرخطی  $N$  بر دما بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, P=-1$

تاثیر پارامتر غیرخطی بر سرعت، میکروچرخش، دما، تولید انتروپی و عدد بیژن جریان سیال در کانال شیبدار، در شکل ۲ تا ۶ رسم شده است. ترکیب حرکت خطی و چرخشی که ناشی از حرکت میکرونی مولکول‌های سیال است، با پارامتر غیرخطی توصیف می‌شود؛ بنابراین، ترکیب



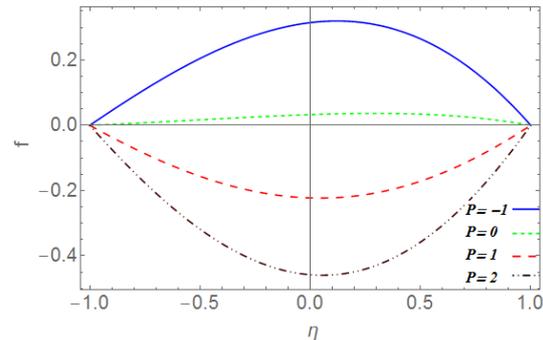
شکل ۱۰- تاثیر گرادیان فشار P بر تولید انترویی برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, N=0.5$



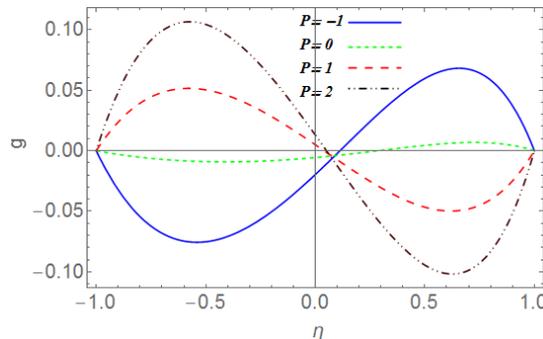
شکل ۱۱- تاثیر گرادیان فشار P بر عدد بیژن برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, N=0.5$

شکل‌های ۷ تا ۱۱، تاثیر گرادیان فشار P بر سرعت، میکروچرخش، دما، تولید انترویی و عدد بیژن را نشان می‌دهد. شکل ۷ نشان می‌دهد که با افزایش گرادیان فشار، سرعت کاهش پیدا می‌کند. از شکل ۸ واضح است که با افزایش گرادیان فشار، مولفه میکروچرخش در نزدیکی صفحه پایینی افزایش و در نزدیکی صفحه بالایی کاهش می‌یابد. با بررسی شکل ۹ ملاحظه می‌شود که با کاهش مقدار گرادیان فشار، دما در عرض کانال کاهش پیدا می‌یابد. در تمام این حالات ماکزیمم مقدار دما روی صفحه بالایی و مقدار مینیمم دما بروی صفحه پایینی اتفاق می‌افتد. موقعیت نقطه ماکزیمم دما بسیار حایز اهمیت است؛ به این دلیل که در این نقطه ماکزیمم تولید انترویی ناشی از انتقال حرارت اتفاق می‌افتد. با مراجعه به شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود که اثر اعمال گرادیان فشار بر منحنی تولید انترویی مشابه منحنی دما در عرض کانال است و همانطور که در توضیحات شکل ۹ نیز

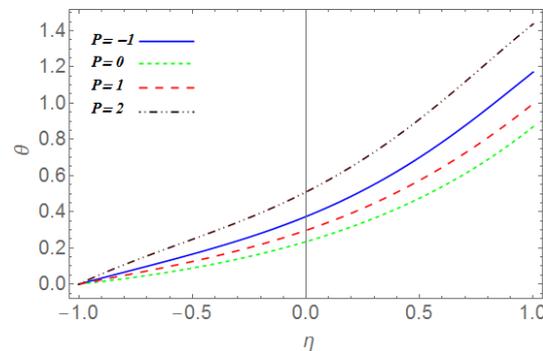
یابد. از شکل‌های ۴ و ۵ کاملاً مشخص است که با افزایش پارامتر غیرخطی N، دما و تولید انترویی کاهش می‌یابد. از شکل ۶ واضح است که عدد بیژن Be با افزایش پارامتر غیرخطی N افزایش می‌یابد. همانطور که مشاهده می‌شود، برگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت در ناحیه خط مرکز کانال و اصطکاک سیال در صفحه پایینی، مکانیزم غالب است.



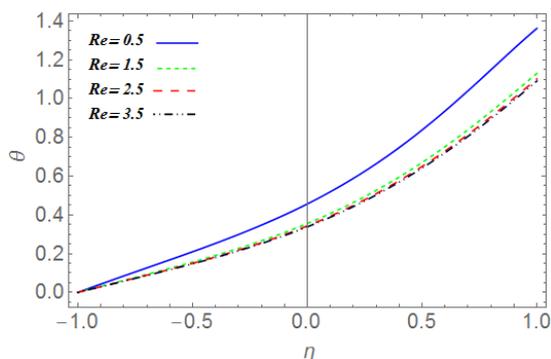
شکل ۷- تاثیر گرادیان فشار P بر سرعت بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, N=0.5$



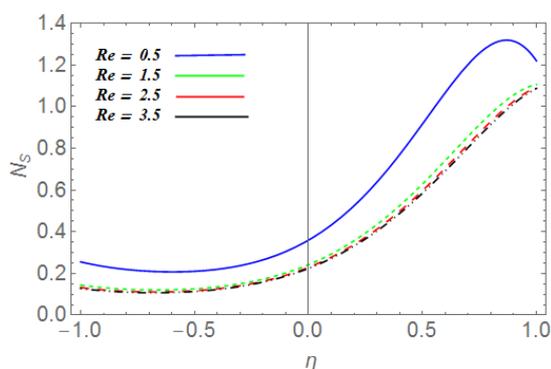
شکل ۸- تاثیر گرادیان فشار P بر میکروچرخش برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, N=0.5$



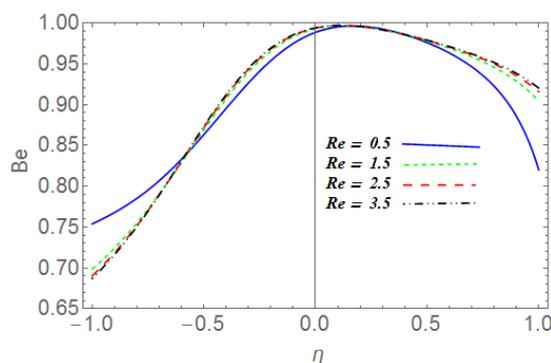
شکل ۹- تاثیر گرادیان فشار P بر دمای بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, Re=1, Br=1, N=0.5$



شکل ۱۴- تاثیر عدد رینولدز  $Re$  بر دمای بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Br=1, P=-1$



شکل ۱۵- تاثیر عدد رینولدز  $Re$  بر تولید انترویی برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Br=1, P=-1$

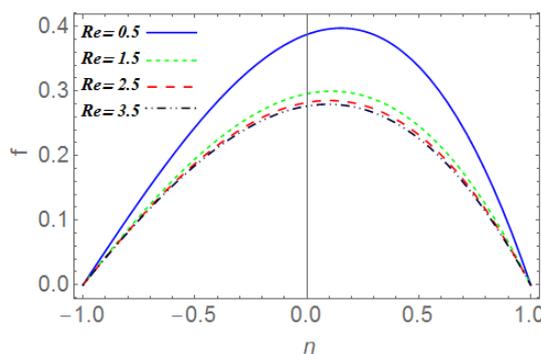


شکل ۱۶- تاثیر عدد رینولدز  $Re$  بر عدد بیژن برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Br=1, P=-1$

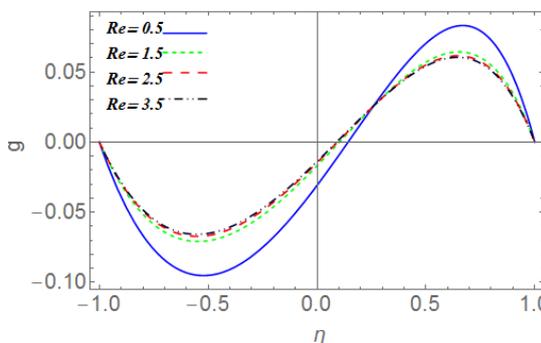
شکل ۱۷ نشان می دهد که با افزایش عدد پرانتل، سرعت کاهش پیدا می کند. از شکل ۱۸ واضح است که با افزایش عدد پرانتل، مولفه میکروچرخش در نزدیکی صفحه پایینی افزایش و در نزدیکی صفحه بالایی کاهش می یابد. از

ارائه شد، انتظار می رود که ماکزیمم تولید انترویی روی صفحه بالایی اتفاق می افتد، بنابراین ملاحظه می شود که مقدار ماکزیمم تولید انترویی روی صفحه بالایی اتفاق می افتد که با نتایج شکل ۹ مطابقت دارد. شکل ۱۱ نشان می دهد که با کاهش گرادیان فشار اعمالی از مقدار ۱- به ۰، مقدار عدد بیژن به سمت یک میل می کند و مجدداً با افزایش گرادیان فشار اعمالی با مقادیر مثبت، عدد بیژن از مقدار ثابت یک دورتر می شود.

شکل های ۱۲ تا ۱۴ نشان می دهند که با افزایش عدد رینولدز باعث کاهش سرعت، پارامتر میکروچرخش و دما می شود. شکل ۱۵ نشان می دهد که تولید انترویی تابعی از عدد رینولدز است و با افزایش عدد رینولدز، میزان عدد تولید انترویی، کاهش می یابد. علت این پدیده، کاهش سرعت است که در نهایت منجر به کاهش انتقال حرارت و تولید انترویی می شود. شکل ۱۶ نشان می دهد که عدد بیژن با افزایش عدد رینولدز در صفحه پایینی کاهش می یابد.



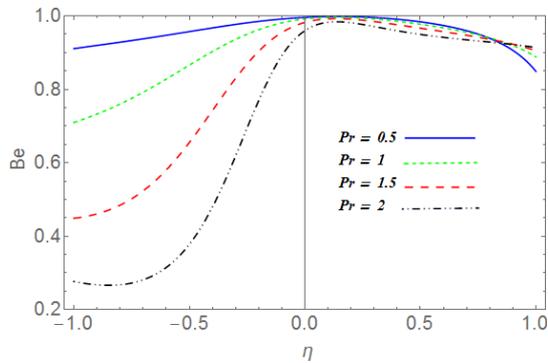
شکل ۱۷- تاثیر عدد رینولدز  $Re$  بر سرعت بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Br=1, P=-1$



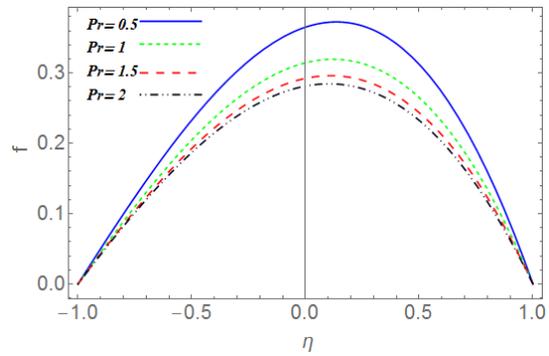
شکل ۱۸- تاثیر عدد رینولدز  $Re$  بر میکروچرخش برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Br=1, P=-1$

واضح است که عدد بیژن  $Be$ ، با افزایش عدد پرانتل کاهش می‌یابد.

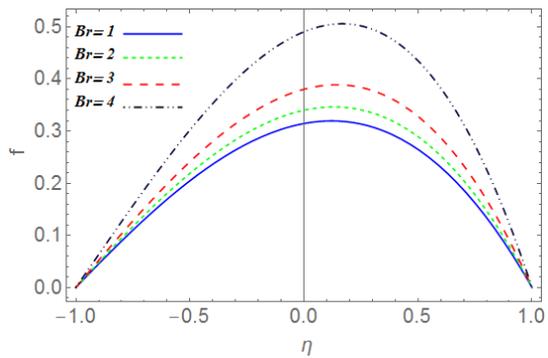
شکل‌های ۱۹ و ۲۰ کاملاً مشخص است که با افزایش عدد پرانتل، دما و تولید انترویی افزایش می‌یابند. از شکل ۲۱



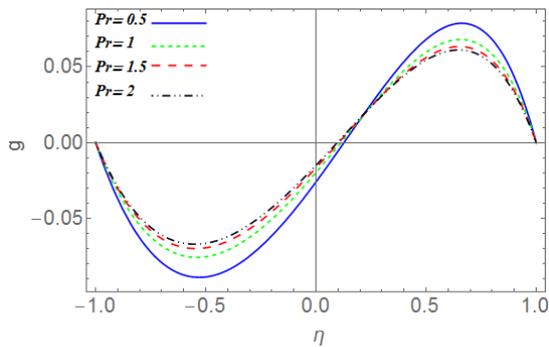
شکل ۲۱- تاثیر عدد پرانتل  $Pr$  بر عدد بیژن برای مقادیر  $Re=1, N=0.5, Br=1, P=-1$



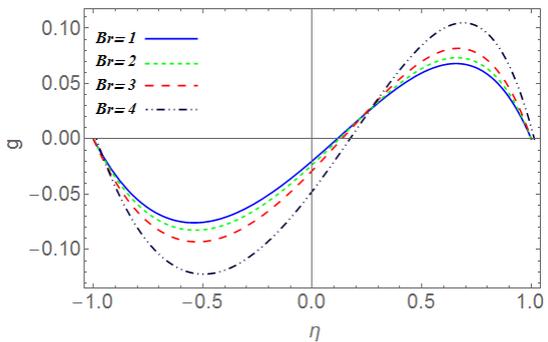
شکل ۱۷- تاثیر عدد پرانتل  $Pr$  بر سرعت بی بعد برای مقادیر  $Re=1, N=0.5, Br=1, P=-1$



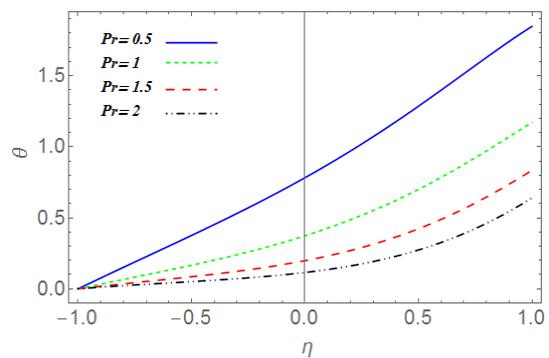
شکل ۲۲- تاثیر عدد برینکمن  $Br$  بر سرعت بی بعد برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Re=1, P=-1$



شکل ۱۸- تاثیر عدد پرانتل  $Pr$  بر میکروچرخش برای مقادیر  $Re=1, N=0.5, Br=1, P=-1$



شکل ۲۳- تاثیر عدد برینکمن  $Br$  بر میکروچرخش برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Re=1, P=-1$

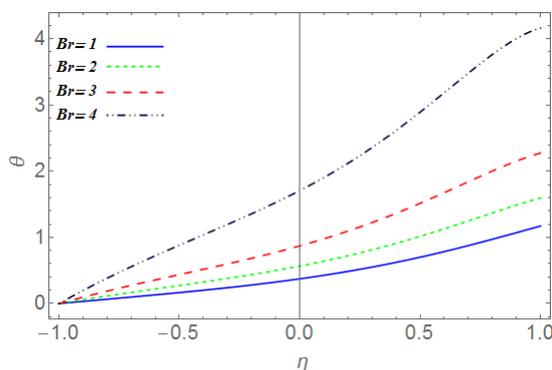


شکل ۱۹- تاثیر عدد پرانتل  $Pr$  بر دمای بی بعد برای مقادیر  $Re=1, N=0.5, Br=1, P=-1$

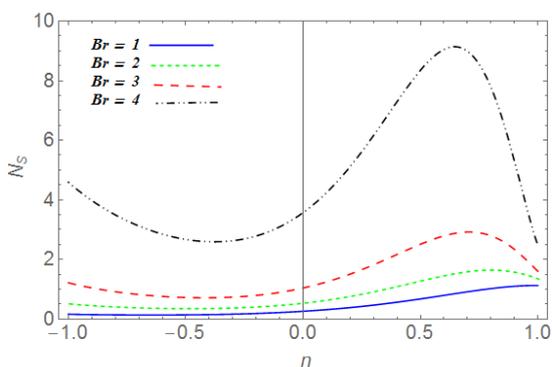
افزایش عدد برینکمن، مولفه میکروچرخش در نزدیکی صفحه پایینی کاهش و در نزدیکی صفحه بالایی افزایش می‌یابد. با ملاحظه شکل‌های ۲۴ و ۲۵، کاملاً واضح است که با افزایش عدد برینکمن، دما و تولید انتروپی افزایش می‌یابند. عدد برینکمن با حرارت هدایتی از دیوار کانال به سیال در حال جریان مرتبط است. اثر نیروی ویسکوز بر تولید انتروپی در ناحیه نزدیک دیوارهای کانال قابل ملاحظه است. نمودارها از نظر شکل مشابه همدیگر و تقریباً نسبت به هم موازی می‌باشند. شکل ۲۶ نشان می‌دهد که با افزایش مقدار برینکمن، تاثیر برگشت ناپذیری اصطکاک سیال در نزدیکی صفحه بالایی را افزایش و تاثیر برگشت ناپذیری اصطکاک سیال در نزدیکی صفحه پایینی را کاهش می‌دهد.

#### ۶- علائم، نشانه‌ها

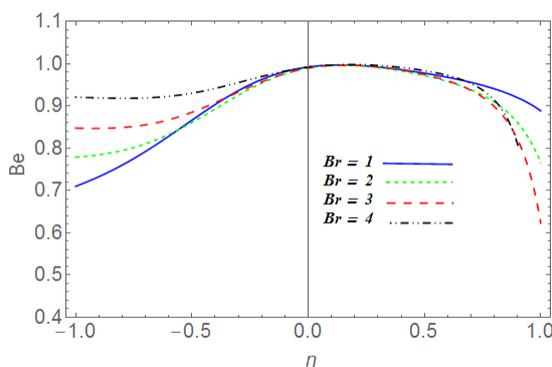
پارامتر میکرواینرسی  $a\sigma$   
 عدد بیژن  $Be$   
 عدد برینکمن  $Br$   
 شتاب گرانشی  $g^*$   
 عدد گرافش  $Gr$   
 عدد رینولدز مکش و تزریق  $R$   
 عدد رینولدز  $Re$   
 ضریب هدایت گرمایی  $k_f$   
 دما  $T$   
 گرادیان فشار ثابت  $P$   
 عدد پرانتل  $Pr$   
 پارامتر میکروقطبی  $m$   
 پارامتر غیر خطی  $N$   
 عدد تولید انتروپی  $N_s$   
 مولفه‌ی سرعت  $u$   
 سرعت مشخصه  $U_0$   
 سرعت مکش و تزریق  $v_0$   
 شیب کانال  $\beta$   
 ضریب انبساط گرمایی  $\beta_T$   
 مولفه‌ی چرخش  $\Gamma$   
 لزجت  $\mu$   
 چگالی سیال  $\rho$   
 پارامتر چرخش  $\sigma$



شکل ۲۴- تاثیر عدد برینکمن  $Br$  بر دمای بی بعد برای  $Pr=1, N=0.5, Re=1, P=-1$  مقادیر



شکل ۲۵- تاثیر عدد برینکمن  $Br$  بر تولید انتروپی برای  $Pr=1, N=0.5, Re=1, P=-1$  مقادیر



شکل ۲۶- تاثیر عدد برینکمن  $Br$  بر عدد بیژن برای مقادیر  $Pr=1, N=0.5, Re=1, P=-1$

شکل‌های ۲۲ تا ۲۶، تاثیر عدد برینکمن بر سرعت، میکروچرخش، دما، تولید انتروپی و عدد بیژن را نشان می‌دهد. شکل ۲۲ نشان می‌دهد که با افزایش عدد برینکمن، سرعت افزایش پیدا می‌کند. از شکل ۲۳ واضح است که با

- [7] Shahi M, Mahmoudi AH, Honarbaksh Raouf A (2011) Entropy generation due to natural convection cooling of nanofluid. *Int Commun Heat Mass* 37(7): 972-983
- [8] Cho C, Chen C, Chen K (2013) Natural convection heat transfer and entropy generation in Wavy-wall enclosure containing water-based nanofluid. *Int J Heat Mass Tran* 61: 749-758.
- [9] Das S, Jana RN (2014) Entropy generation due to MHD flow in a porous channel with Navier slip. *Ain Shams Eng J* 5: 575-584.
- [10] Chen BS, Liu CC (2014) Heat transfer and entropy generation in fully-developed mixed convection nanofluid flow in vertical channel. *Int J Heat Mass Tran* 79: 750-758.
- [۱۱] فلاح ک، رهنی م، محمدزاده ع، نجفی م (۱۳۹۴) انتقال حرارت جابجایی اجباری عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در سیالات غیر نیوتنی. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۲۲۹-۲۴۲: ۵(۴).
- [12] Hazbavi A (2016) Second law analysis of magnetorheological rotational flow with viscous dissipation. *J Therm Sci Eng* 8(2).
- [13] Mahmud S, Fraser RA (2002) Second law analysis of heat transfer and fluid flow inside a cylindrical annular space. *Exergy* 2(4): 322-329.
- [14] Iman Z (2008) On the importance of thermal boundary conditions in heat transfer and entropy generation for natural convection inside a porous enclosure. *Int J Therm Sci* 47: 339-346.
- [15] Antar MA, El-Shaarawi MA (2009) The entropy generation for a rotating sphere under uniform heat flux boundary condition in forced-convection flow. *Int J Numer Method H* 19(3/4): 396-410.
- [16] Butt AS, Munawar S, Ali A, Mehmood A (2012) Entropy generation in hydrodynamic slip flow over a vertical plate with convective boundary. *J Mech Sci Technol* 26(9): 2977-2984.
- [17] Anand V (2014) Slip law effects on heat transfer and entropy generation of pressure driven flow of a power law fluid in a microchannel under uniform heat flux boundary condition. *Energy* 76: 716-732.
- [18] Mostafa S, Ali K (2014) Convective heat transfer and entropy generation analysis on Newtonian and non-Newtonian fluid flows between parallel-plates under slip boundary conditions. *Int J Heat Mass Transfer* 70: 664-673.
- [19] Ibanez G (2014) Entropy generation in MHD porous channel with hydrodynamic slip and convective boundary conditions. *Int J Heat Mass Tran* 80: 274-280.
- [20] Eringen AC (1966) The theory of micropolar fluids. *J Math Mech* 16: 1-18.

## ۷- نتیجه‌گیری و جمع بندی

در این تحقیق، به بررسی جریان سیال میکروقطبی درون کانال شیبدار با گرادیان فشار ثابت پرداخته شد. معادلات حاکم که عبارتند از معادله پیوستگی، مومنتم و انرژی هستند بطور عددی حل شدند. با جایگذاری مقادیر عددی سرعت، میکروچرخش و دمای به دست آمده از حل عددی در قانون دوم ترمودینامیک، عدد تولید انتروپی مورد ارزیابی قرار گرفت. تاثیر پارامترهای حاکم بر مساله بر شکل پروفیل سرعت، میکروچرخش، توزیع دما، میزان تولید انتروپی و عدد بیژن بصورت نمودارهایی ارائه و مورد بحث قرار گرفتند مشاهده شد:

عدد تولید انتروپی با افزایش عدد برینکمن افزایش می یابد و با افزایش پارامتر غیرخطی، گرادیان فشار، عدد پراتل و عدد رینولدز کاهش می یابد. عدد رینولدز، تاثیر اندکی بر عدد بیژن دارد.

از بررسی نمودارهای عدد بیژن کاملا مشخص شد که مکانیزم غالب تولید انتروپی در محدوده خط مرکزی کانال، تولید انتروپی ناشی از انتقال حرارت است.

مقدار مینیمم عدد بیژن در صفحه پایینی و مقدار ماکزیمم در خط مرکزی کانال همراه با افزایش  $N$ ,  $P$ ,  $Re$  قابل مشاهده است.

## ۸- مراجع

- [1] Bejan A (1979) A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer. *J Heat Trans-T ASME* 101(4): 718-725.
- [2] Bejan A (1982) Second law analysis in heat transfer and thermal design. *Adv Heat Tran* 15: 1-58.
- [3] Bejan A (1996) Entropy generation minimization. CRC Press, New York.
- [4] Havzali M, Arikoglu A, Komurgoz G, Keser HI, Fraser RO (2008) Analytical numerical analysis of entropy generation for gravity-driven inclined channel flow with initial transition and entrance effects. *Phys Scr* 78(4): 045401.
- [5] Komurgoz G, Arikoglu A, Turker E, Ozkol I (2010) Second-law analysis for an inclined channel containing porous-clear fluid layers by using the differential transform method. *Numer Heat Tr A- Appl* 57(8): 603-623.
- [6] Famouri M, Hooman K (2008) Entropy generation for natural convection by Heated partitions in cavity. *Int Commun Heat Mass* 35(4): 492-502.

- [۲۴] قنبری م، حسین پور س، رضازاده ق، (۱۳۹۳) اثرات محیط سیال روی ارتعاشات رزوناتور میکروتیر با استفاده از تئوری میکروپولار. مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس ۱۴(۱۰): ۲۰۵-۲۱۰.
- [21] Ramana Murthy JV, Srinivas J (2014) First and second law analysis for the MHD flow of two immiscible couple stress fluids between two parallel plates. Heat Tran Asian Res 44(5): 468-487.
- [22] Jangili S, Murthy JV (2015) Thermodynamic analysis for the mhd flow of two immiscible micropolar fluids between two parallel plates. FHMT 6(1): 1-11.
- [23] Srinivasacharya D, Hima Bindu K (2016) Entropy generation in a micropolar fluid flow through an inclined channel. AEJ 55(2).
- [25] Ariman T, Cakmak AS (1968) Some basic viscous flows in micropolar fluids. Rheol Acta 7(3): 236-242.
- [26] Kucaba-Pietal A (2004) Microchannels flow modeling with the micro-polar fluid theory. Bull Pol 53: 209-214.