مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۵/ دوره ۶/ شماره ۳/ صفحه ۱۶۳-۱۷۴

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

DOI: ****

تحلیل خزش اولیه کره نانو کامپوزیتی جدارضخیم، تحت بارگذاری حرارتی، مغناطیسی و مکانیکی براساس مدل ویسکوالاستیک برگر

هادی محمدی هویه[۱،*]، علیرضا نداف اسکوئی[۲] و مصطفی سیاح بادخور[۳]

[۱] مدرس دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

[۲] دانشیار دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

[۳] مدرس دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۱۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۰۱/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲

چکیده

در این مقاله با استفاده از مدل برگر به بررسی تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی کره جدارضخیم نانوکامپوزیتی ساخته شده از پلی ایمید تقویت شده با نانو ذرات دی اکسید سیلیکون پرداخته شده است. بارگذاری کره، شامل میدان‌های یکنواخت حرارتی و مغناطیسی به‌همراه فشار هیدرواستاتیک داخلی می‌باشد. با استفاده از روابط الاستیسیته، معادله ساختاری حاکم بر مسئله به‌دست می‌آید. حل این معادله با در نظر گرفتن شرایط مرزی مکانیکی، در لحظه صفر منجر به یافتن تنش‌ها وکرنش‌های ترموالاستیک می‌گردد. این تنش‌ها در مرحله ابتدایی حل خزش مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرند. با مشتق‌گیری زمانی از معادله حاکم بر مسئله و استفاده از مدل ساختاری برگر و ارتباط بین این مدل و روابط پرانتل-روس، معادله دیفرانسیل جدید حاکم بر مسئله در حالت خزشی حاصل می‌شود. حل این معادله با استفاده از روش عددی نرخ تنش، تاریخچه تنش‌ها وکرنش‌های خزشی را فراهم می‌نماید. نتایج این پژوهش نشان می‌دهند که بیشترین مقدار تنش مؤثر و کرنش‌های خزشی در جداره داخلی کره اتفاق می‌افتد. همچنین مرحله اول خزش که تا حدود ۱۰۰۰ ثانیه به طول می‌انجامد با بیشترین سرعت تغییرات تنش‌ها و کرنش‌ها همراه بوده و بعد از این مرحله تنش‌ها و کرنش‌ها وارد مرحله پایدار شده و با سرعت تقریبا یکنواختی تغییر می‌نمایند.

کلمات کلیدی: کره نانو کامپوزیتی؛ خزش اولیه؛ مدل برگر؛ تاریخچه تنش‌ها وکرنش‌ها.

Primary Creep Analysis of Nanocomposite Thick-Walled Sphere Under Thermal, Magnetic and Mechanical Loading Using Viscoelastic Bergurs Model

H. Mohammadi Hooyeh[1,*], A. Naddaf Oskouei [2], M. Sayah Badkhor[3]

[1] Lecturer, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

[2] Associate Professor, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

[3] Lecturer, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

Abstract

In this study, stresses and strains history of nanocomposite thick walled sphere wich is made of Polyimide reinforced by SiO_2 nanoparticles are investigated using the viscoelastic Bergurs model. Loading of sphere includes the thermal and magnetic uniform field under hydrostatic inner pressure. Constitutive model of the problem based on elasticity relationship is obtained. Solving this equation with respect to mechanical boundary conditions leads to stresses and strains at zero time so called thermo-elastic solution in which these stresses are used at beginning creep problem procedure. With differentiating of constitutive differential equation with respect of time and using relationship between Bergurs model and Prandtl–Reuss relations drives a new constitutive equation for creep. History of stresses and strains are provided by solving this equation using numerical strain rate method. Results show that maximum effective stress and creep strains occurs at inner surface. Also the primary creep stage occurs up to 1000 second with quick change of stresses and strains. After this stage the value of stresses and strains change with uniform speed.

Keywords: Nanocomposite Sphere; Primary Creep; Bergurs Model; History of Stresses and Strains.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۳۱۶۴۸۵۶۷؛ فکس: ۰۲۱۷۷۱۰۴۹۲۲

آدرس پست الکترونیک: hmohammadihooyeh@eyc.ac.ir

۱- مقدمه

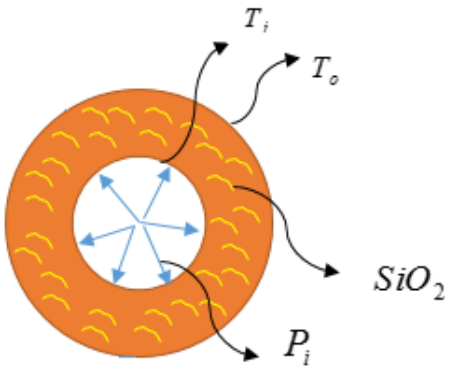
یکی از مهمترین پلیمرهای مقاوم به حرارت پلی ایمیدها (PIs) هستند. این نوع پلیمرها به علت خواص مکانیکی فوق‌العاده در محیط‌های مختلف دمایی از مهمترین مواد مورد استفاده مهندسان می‌باشند. با افزودن برخی نانوذرات به این پلیمرها می‌توان باعث کاهش اثر ضریب انبساط حرارتی و همچنین افزایش خواص مکانیکی همانند چقرمگی شکست و استحکام کششی آنها گردید. به این پلیمرهای تقویت شده با نانوذره، نانو کامپوزیت‌های معدنی می‌گویند [۱-۴]. باتوجه به اهمیت استفاده این نوع مواد در دماهای بالا تحلیل خزش این مواد از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه تحلیل خزش صورت گرفته است. لاو و همکارانش [۵] در سال ۲۰۰۲ به مدلسازی رفتار خزشی مخازن تحت فشار فولادی پرداختند. ارائه توزیع تنش‌های الاستیک حرارتی در جداره، توزیع تنش‌های مؤثر فن میسز برای سطوح مختلف و همچنین توزیع تنش‌های مؤثر نورتون در طول زمان از مهمترین نتایج ایشان به‌شمار می‌رود. قربانپور و همکارانش [۶] تأثیرات خزش وابسته به زمان، برروی رفتارهای الکتروترمومکانیکی یک کره پیزوالکتریک را بررسی کردند. آنها از یک روش عددی برای محاسبه تاریخچه تنش‌ها، پتانسیل الکتریکی و جابه‌جایی در یک کره جدار ضخیم توخالی که تحت فشار داخلی و میدان دمایی قرارداشت، استفاده نمودند. روش استفاده شده، بر مبنای روش مندلسون استوار است که تغییرات تنش، جابه‌جایی و پتانسیل الکتریکی را در طی زمان، در طول ضخامت کره پیش‌بینی می‌نماید. دای و همکارانش [۷] تأثیرات بارگذاری مغناطیسی و حرارتی را بر روی رفتار ترموالاستیک مخازن استوانه‌ای و کره‌ای جدارضخیم که از مواد هدفمند ساخته شده‌اند را بررسی نمودند. تحلیل خزش کره‌های پیزوالکتریک هدفمند تحت بارگذاری الکتروترمومکانیکال نیز توسط لقمان و مرادی [۸] بررسی گردید. آنها با استفاده از مدل ساختاری نورتن بازتوزیع تنش‌های مؤثر و پتانسیل الکتریکی را در طول فرآیند خزش بررسی نمودند و نشان دادند که با اعمال پتانسیل الکتریکی می‌توان میزان تنش مؤثر اعمالی بر کره را کاهش داد. لقمان و اعظمی [۹] یک حل جدید تحلیلی-عددی برای دیسک دوار پیزوالکتریک از جنس پلیمر ارائه نمودند. آنها رفتارخزشی مواد را به‌صورت غیرخطی در نظر گرفتند و نشان دادند که نتایج حاصل از حل تحلیلی قرابت خوبی با نتایج عددی دارد. تحلیل خزش استوانه‌های جدارضخیم از جنس مواد مدرج تابعی که تحت یک میدان حرارتی قرار دارد توسط داوودی کشکولی و زمانی نژاد انجام شد [۱۰]. آنها با استفاده از روش نرخ تنش و به‌کارگیری بسط تیلور، توزیع تنش‌های مماسی و شعاعی را برای گذشت ده ساعت از فرآیند خزش ارائه نمودند. آنها در اقدامی مشابه رفتار خزشی استوانه‌های چرخان هدفمند، تحت میدان حرارتی را بررسی نمودند. آنها توزیع تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی شعاعی را برای ثوابت مختلف غیرهمگنی ماده، ارائه نمودند [۱۱]. حسینی کردخیلی و لیوانی [۱۲] رفتار خزشی دیسک دوار با ضخامت متغیر که تحت شرایط مرزی مختلف قرار دارد را بررسی نمودند. آنها نشان دادند که تغییرات دما تأثیر قابل توجهی بر روی نرخ‌های خزش دیسک دوار هدفمند دارد. وکیلی تهامی و همکاران [۱۳] در اقدامی جدید با استفاده از الگوریتم ژنتیک و براساس رفتار خزشی ماده به طراحی بهینه چندهدفه دیسک دوار هدفمند با خواص وابسته به دما پرداختند. آنها این کار را با اهدافی چون کاهش وزن و افزایش ضریب اطمینان کمینه انجام دادند.

در تمامی پژوهش‌های گذشته تحلیل خزش به طور اجمالی برای هر سه ناحیه خزش انجام گرفته است و یا اینکه خزش در ناحیه پایدار بررسی شده است. اما از آنجا که ناحیه اولیه منحنی خزش با کم شدن آهنگ خزش و بیشترین سرعت تغییرات همراه است، تحلیل این ناحیه از اهمیت فراوانی برخوردار است. لذا در این پژوهش رفتارخزش کره جدارضخیم نانوکامپوزیتی تحت میدان حرارتی، مغناطیسی و مکانیکی به طور موشکافانه برای ناحیه اولیه بررسی شده است. در ادامه مسئله برای مرحله ثانویه (حالت پایدار) نیز بررسی شده و با حالت اولیه مقایسه شده است. همچنین تاکنون رفتار خزشی پلی ایمیدهای تقویت شده با نانو ذرات سیلیکا مورد بررسی قرار نگرفته است. بدین منظور برای تحلیل خزش چنین موادی از مدل ساختاری برگر برای توصیف رفتار خزشی ماده استفاده گردیده است.

۲- هندسه، شرایط بارگذاری و مدل ساختاری

۲-۱- هندسه و بارگذاری

یک کره جدارضخیم نانو کامپوزیتی ساخته شده از پلی ایمید تقویت شده با ذرات دی اکسید سیلیکون با شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی r_o در نظر گرفته شده است. این کره در معرض میدان دمایی یکنواخت با دمای سطح داخلی T_i و خارجی T_o ومیدان یکنواخت مغناطیسی φ می‌باشد. همچنین کره مورد نظر تحت فشار داخلی P_i قرار دارد. شکل ۱ سطح مقطعی از کره به همراه بارگذاری‌های مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۱- سطح مقطعی از کره نانوکامپوزیتی تقویت شده با ذرات دی اکسید سیلیکون

۲-۲- مدل ساختاری

برای پیش‌بینی رفتار خزشی مواد در بلندمدت از معادلات و اطلاعات به دست آمده از آزمایشات شتاب‌دار در مدت زمان کوتاه استفاده می‌شود. دو مدل برگر و فایندلی[1] که از نتایج حاصل از این آزمایش‌ها به‌دست می‌آیند، به طور وسیعی برای پیش‌بینی رفتارخزشی مواد پلیمری استفاده می‌شود. مدل برگر که در این پژوهش نیز مورد استفاده قرارگرفته است به‌صورت مجموعه ترکیبی از دو مدل ماکسول[2] و کلوین–ویت[3] می‌باشد. در شکل ۲ نمایش المان‌های فنر و دمپری این مدل مشاهده می‌شود. رابطه (۱) در این مدل برای تنش اعمالی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

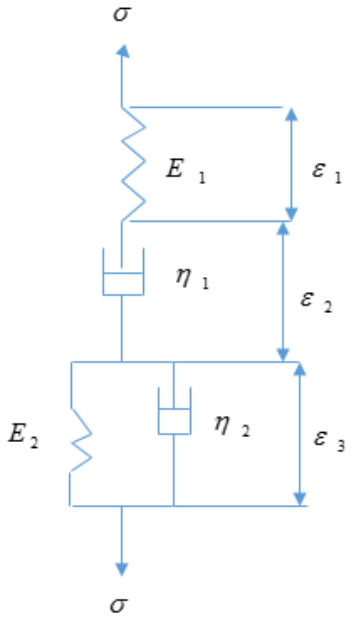
$$\sigma = E_1\varepsilon_1 = \eta_1\dot{\varepsilon}_2 = E_2\varepsilon_3 + \eta_2\dot{\varepsilon}_3 \qquad (۱)$$

همچنین کرنش کل طبق این مدل به‌صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \qquad (۲)$$

که در روابط (۱) و (۲)، E_1 و E_2 مدول الاستیسیته و η_1 و η_2 ضرایب ویسکوز وابسته به زمان هستند. همچنین ε_1 و ε_2 کرنش‌های الاستیک و ویسکوز بوده که بیانگر مدل ماکسول می‌باشند. ε_3 نیز که معرف مدل کلوین–ویت می‌باشد، کرنش ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد. با استفاده از روابط (۱) و (۲) تحت شرایط اولیه $t = 0$ مدل ساختاری به‌صورت زیر به دست می‌آید [۱۴] و [۱۵]:

$$\varepsilon(\sigma,t) = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \frac{\sigma}{\eta_1}t\,, \quad \tau = \frac{\eta_2}{E_2} \qquad (۳)$$



شکل ۲- مدل برگر با المان‌های فنر و دمپر

در رابطه (۳)، τ زمان تأخیری بوده که از مدل کلوین–ویت به‌دست می‌آید. با مشتق‌گیری از رابطه (۳) نرخ کرنش به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}(\sigma,t) = \frac{\sigma}{\eta_1} + \frac{\sigma}{\eta_2}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (۴)$$

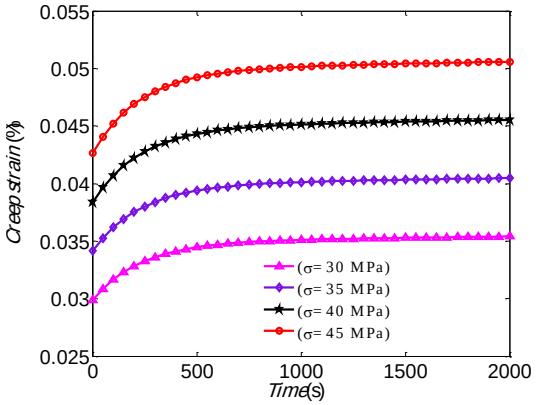
کلیه اطلاعات مربوط به مدل برگر با استفاده از آزمایش وانگ و ژائو [۱۶] بر روی پلی ایمیدها حاصل گردید. در این پژوهش از داده‌های مربوط به آزمایش نانو کامپوزیت با درصد ترکیبی دی‌اکسید سیلیکون به میزان ۱٪ استفاده شده است که اطلاعات مربوط به آن در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

[1] Findley
[2] Maxwell
[3] Kelvin-Voigt

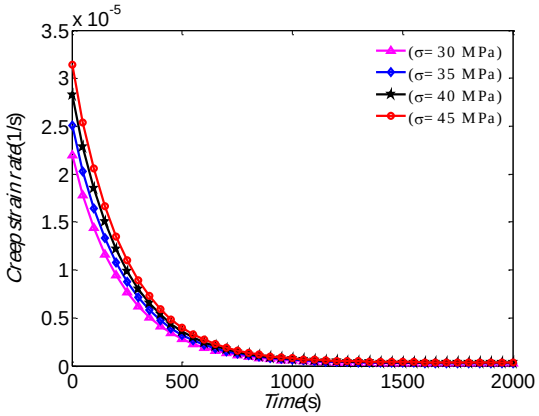
جدول ۱- پارامترهای خزش مربوط به نانو کامپوزیت با ۱٪ دی‌اکسید سیلیکون[۱۶]

E_1(GPa)	E_2(GPa)	$\eta_1(\times 10^5$GPas)	η_2(GPas)	τ(s)
۱/۱۷۲	۶/۹۰۸	۱/۴۴	۱۶۱۱	۲۲۳/۳

منحنی‌های کرنش و نرخ کرنش خزشی به‌دست آمده توسط تست‌های خزش کوتاه مدت بر روی نانوکامپوزیت مذکور برای تنش‌های متفاوت در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده‌اند. دو ناحیه از سه ناحیه منحنی خزش در این دو شکل به‌طور واضح مشاهده می‌شود. خزش اولیه تا زمان نزدیک به ۱۰۰۰ثانیه اتفاق می‌افتد که درطول آن نرخ کرنش خزشی پیوسته کاهش می‌یابد. مرحله ثانویه از زمان ۱۰۰۰ ثانیه شروع شده و در آن نرخ کرنش خزشی ثابت می‌باشد. کمترین نرخ کرنش خزشی نیز در این مرحله اتفاق می‌افتد.



شکل ۳- منحنی کرنش خزشی برای تست‌های کوتاه مدت



شکل ۴- منحنی نرخ کرنش خزشی برای تست‌های کوتاه مدت

۳- فرمول بندی مسئله

۳-۱- روابط کرنش - تغییر مکان

روابط بین کرنش‌ها و تغییر مکان شعاعی در مختصات کروی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad , \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{u}{r} \qquad (۵)$$

که در رابطه (۵) ε_r ، ε_θ و ε_ϕ کرنش‌های شعاعی، مماسی و جانبی بوده و u جابجایی شعاعی می‌باشد.

۳-۲- روابط تنش - کرنش

روابط تنش–کرنش با فرض کرنش کل به‌صورت مجموع کرنش‌های الاستیک، حرارتی و خزشی به‌صورت زیر نوشته می‌شود[۱۷]:

$$\sigma_r = c_{11}(\varepsilon_r - \varepsilon_r^c) + 2c_{12}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^c) - \lambda_1 T \qquad (۶)$$

$$\sigma_\theta = c_{12}(\varepsilon_r - \varepsilon_r^c) + (c_{12} + c_{11})(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^c) - \lambda_2 T \qquad (۷)$$

$$\lambda_1 = c_{11}\,\alpha_r + 2c_{12}\,\alpha_\theta$$
$$\lambda_2 = c_{12}\alpha_r + (c_{11} + c_{12})\alpha_\theta \qquad (۸)$$

که در روابط (۶) تا (۸) ε_θ^c، ε_r^c، α_θ، α_r، σ_θ و σ_r به ترتیب کرنش‌های خزشی، ضرایب انبساط حرارتی و تنش‌ها در جهات شعاعی و مماسی و T توزیع انتقال حرارت می‌باشد. همچنین $\alpha = \alpha_\theta = \alpha_r$ و $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ درنظر گرفته می‌شود. ضرایب c_{11} و c_{12} نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند که در آنها E و ν بیانگر مدول الاستیسیته و نسبت پواسون می‌باشد.

$$c_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \text{ و } c_{12} = \frac{E(\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

در ادامه با توجه به تقارن کروی $\sigma_\theta = \sigma_\phi$ در نظر گرفته می‌شود.

۳-۳- معادله تعادل

معادله تعادل برای کره نانو کامپوزیتی در حضور میدان یکنواخت مغناطیسی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} + f_\varphi = 0 \qquad (۹)$$

که در رابطه (۹)، σ_r و σ_θ تنش شعاعی و مماسی و f_φ نیروی لورنتز می‌باشد. نیروی لورنتز به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$f_\varphi = \mu H_\varphi^2 \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + 2\frac{u}{r}\right) \qquad (۱۰)$$

که در رابطه (۱۰) μ ضریب نفوذ مغناطیسی و H_φ شدت میدان مغناطیسی می‌باشد.

۳-۴- انتقال حرارت

معادله انتقال حرارت در حالت پایدار برای مسئله تک‌بعدی در مختصات کروی برای کره نانوکامپوزیتی به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱۹]:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2K(r)\frac{d}{dr}T(r)\right)=0 \quad r_i\le r\le r_o \qquad (۱۱)$$

که با حل معادله (۱۱) توزیع انتقال حرارت به‌صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$T(r)=-\frac{A}{r}+B \qquad (۱۲)$$

با توجه به شرایط مرزی $T(r=r_i)=T_i$ و $T(r=r_o)=T_o$ ثوابت مجهول A و B به‌صورت رابطه (۱۳) به‌دست می‌آیند:

$$A=-\frac{r_ir_o}{r_o-r_i}(T_i-T_o)$$
$$B=\frac{r_oT_o-r_iT_i}{r_o-r_i} \qquad (۱۳)$$

۳-۵- معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله

با قرار دادن روابط (۵) در روابط (۶) تا (۸) و سپس قرار دادن آنها در رابطه تعادل (۹) معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاکم بر کره به‌صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$a_1\frac{d^2u}{dr^2}+a_2\frac{du}{dr}+a_3u+a_4=0 \qquad (۱۴)$$

که در رابطه (۱۴) ضرایب a_1، a_2، a_3 و a_4 به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_1=r^2(\mu H_\varphi^2+c_{11})$$
$$a_2=2r(\mu H_\varphi^2+c_{11})$$
$$a_3=-2(\mu H_\varphi^2+c_{11})$$
$$a_4=2r(c_{11}-c_{12})\left(\varepsilon_\theta^c-\varepsilon_r^c\right)-r^2\left(c_{11}\frac{d\varepsilon_r^c}{dr}+2c_{11}\frac{d\varepsilon_\theta^c}{dr}\right)-\lambda r^2\frac{dT}{dr} \qquad (۱۵)$$

۳-۶- حل ترموالاستیک

برای تحلیل ترموالاستیک مسئله در لحظه صفر کرنش‌های خزشی را در معادله (۱۴) در نظر نگرفته و به حل آن می‌پردازیم. در این حالت جابجایی شعاعی به‌صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$u(r)=\frac{C_1}{r^2}+C_2r-\frac{\lambda A}{2(\mu H_\varphi^2+c_{11})} \qquad (۱۶)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۵) و سپس جایگذاری در رابطه (۶) و (۷) داریم:

$$\sigma_r=2c_{12}\left(\frac{C_1}{r^3}+C_2-\frac{\lambda A}{2r(\mu H_\varphi^2+c_{11})}\right)+c_{11}\left(\frac{-2C_1}{r^3}+C_2\right) \qquad (۱۷)$$

$$\sigma_\theta=(c_{12}+c_{11})\left(\frac{C_1}{r^3}+C_2-\frac{\lambda A}{2r(\mu H_\varphi^2+c_{11})}\right)+c_{12}\left(\frac{-2C_1}{r^3}+C_2\right) \qquad (۱۸)$$

ثوابت C_1 و C_2 در رابطه (۱۷) و (۱۸) باتوجه به شرایط مرزی مسئله که به‌صورت زیر است، تعیین می‌گردد.

$$\sigma_r(r=r_i)=-P_i \quad \sigma_r(r=r_o)=0 \qquad (۱۹)$$

با قرار دادن رابطه (۱۹) درون رابطه (۱۷) ثوابت مجهول C_1 و C_2 به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$C_1=\frac{S_2-S_3}{S_4-S_5},\quad C_2=\frac{S_3S_4-S_2S_5}{S_6(S_4-S_5)}$$
$$S_1=\frac{\lambda A}{2(\mu H_\varphi^2+c_{11})}$$
$$S_2=-P_i+\lambda T_i+\frac{2S_1}{r_i}c_{12}$$
$$S_3=\lambda T_o+\frac{2S_1}{r_o}c_{12}$$
$$\{S_4,S_5\}=2(c_{12}-c_{11})\{\frac{1}{r_i^3},\frac{1}{r_o^3}\} \qquad (۲۰)$$

با داشتن مقدار جابجایی شعاعی در هر نقطه از ضخامت کره مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها در حالت ترموالاستیک حاصل خواهند شد.

۳-۷- تحلیل خزش

برای تحلیل خزش مسئله، کرنش‌های خزشی را که در حالت ترموالاستیک حذف گردیده بودند در رابطه (۱۴) درنظر گرفته و از این رابطه نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$a_1\frac{d^2\dot u}{dr^2}+a_2\frac{d\dot u}{dr}+a_3\dot u+a_5=0 \qquad (۲۱)$$

در رابطه (۲۱) ضریب a_5 به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_5=2r(c_{11}-c_{12})\left(\dot\varepsilon_\theta^c-\dot\varepsilon_r^c\right)-r^2\left(c_{11}\frac{d\dot\varepsilon_r^c}{dr}+2c_{11}\frac{d\dot\varepsilon_\theta^c}{dr}\right) \qquad (۲۲)$$

۳-۷-۱- روابط پرانتل – روس

نرخ‌های کرنش خزشی از طریق روابط شناخته شده پرانتل–روس به رفتار یک‌بعدی خزشی ماده و تنش‌های جاری طبق روابط زیر مربوط می‌شوند [۲۰]:

$$\dot\varepsilon_r^c=\frac{\dot\varepsilon_e^c}{\sigma_e}(\sigma_r-0.5(\sigma_\theta+\sigma_\phi)) \qquad (۲۳)$$

$$\dot\varepsilon_\theta^c=\frac{\dot\varepsilon_e^c}{\sigma_e}(\sigma_\theta-0.5(\sigma_r+\sigma_\phi)) \qquad (۲۴)$$

$$\dot\varepsilon_\phi^c=\frac{\dot\varepsilon_e^c}{\sigma_e}(\sigma_\phi-0.5(\sigma_\theta+\sigma_r)) \qquad (۲۵)$$

با فرض تقارن کروی $\sigma_\theta=\sigma_\phi$ روابط (۲۳) تا (۲۵) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\dot\varepsilon_r^c=\frac{\dot\varepsilon_e^c}{\sigma_e}(\sigma_r-\sigma_\theta) \qquad (۲۶)$$

$$\dot\varepsilon_\theta^c=\dot\varepsilon_\phi^c=-0.5\dot\varepsilon_r^c \qquad (۲۷)$$

نرخ کرنش خزشی مؤثر براساس مدل برگر به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_e^c(\sigma,t)=\frac{\sigma_e}{\eta_1}+\frac{\sigma_e}{\eta_2}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (۲۸)$$

که در رابطه (۲۸)، σ_e تنش مؤثر فون میسز و $\dot{\varepsilon}_e^c$ نرخ کرنش خزشی مؤثر بوده که برای مختصات کروی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند[۲۱]:

$$\sigma_e=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_r-\sigma_\theta)^2+(\sigma_r-\sigma_\phi)^2+(\sigma_\theta-\sigma_\phi)^2} \quad (۲۹)$$

$$\sigma_e=|\sigma_r-\sigma_\theta|$$

$$\dot{\varepsilon}_e^c=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(\dot{\varepsilon}_r^c-\dot{\varepsilon}_\theta^c)^2+(\dot{\varepsilon}_r^c-\dot{\varepsilon}_\phi^c)^2+(\dot{\varepsilon}_\phi^c-\dot{\varepsilon}_\theta^c)^2} \quad (۳۰)$$

$$=|\dot{\varepsilon}_r^c|$$

با جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۶) برای نرخ کرنش خزشی شعاعی و مماسی روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_r^c=\frac{\eta_2+\eta_1e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2\eta_1}(\sigma_r-\sigma_\theta) \quad (۳۱)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta^c=-\frac{\eta_2+\eta_1e^{-\frac{t}{\tau}}}{2\eta_2\eta_1}(\sigma_r-\sigma_\theta) \quad (۳۲)$$

در ادامه رابطه (۳۱) و (۳۲) را در رابطه (۲۲) قرار داده و ضریب a_5 به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$a_5=(c_{12}-c_{11})\left(\frac{\eta_2+\eta_1e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2\eta_1}\right)(3r(\sigma_r-\sigma_\theta)+r^2\frac{d(\sigma_r-\sigma_\theta)}{dr}) \quad (۳۳)$$

با استفاده از رابطه (۳۳) و حل معادله (۲۱) برای نرخ جابجایی شعاعی به‌صورت زیر داریم:

$$\dot{u}(r)=\frac{1}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^2}\left(g_1(r)r^3-g_2(r)\right)+\frac{C_4}{r^2}+C_3r$$

$$F_1=a_5r^{-2}\qquad F_2=a_5r$$

$$g_1(r)=(\int F_1dr)\qquad g_2(r)=(\int F_2dr) \quad (۳۴)$$

با تعیین ثوابت مجهول C_3 و C_4 در رابطه (۳۴) مقدار نرخ جابجایی شعاعی محاسبه خواهد شد. با جایگذاری روابط کرنش- تغییر مکان (۵) در روابط تنش- کرنش (۶) و (۷) و سپس مشتق‌گیری از آن‌ها نسبت به زمان، روابط نرخ تنش به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\dot{\sigma}_r=c_{11}\left(\frac{d\dot{u}}{dr}-\dot{\varepsilon}_r^c\right)+2c_{12}\left(\frac{\dot{u}}{r}-\dot{\varepsilon}_\theta^c\right) \quad (۳۵)$$

$$\dot{\sigma}_\theta=c_{12}\left(\frac{d\dot{u}}{dr}-\dot{\varepsilon}_r^c\right)+(c_{12}+c_{11})\left(\frac{\dot{u}}{r}-\dot{\varepsilon}_\theta^c\right) \quad (۳۶)$$

با جایگذاری روابط (۳۴) ، (۳۱) و (۳۲) در روابط (۳۵) و (۳۶) خواهیم داشت:

$$\dot{\sigma}_r=\frac{-2c_{11}C_4}{r^3}-\frac{2c_{11}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^3}(g_1(r)r^3-g_2(r))+\frac{c_{11}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^2}(g_1{}'(r)r^3+3r^2g_1(r)-g_2{}'(r))+\frac{2c_{12}C_4}{r^3}+\frac{2c_{12}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^3}(g_1(r)r^3-g_2(r))+(c_{12}-c_{11})\left(\frac{\eta_2+\eta_1e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2\eta_1}\right)(\sigma_r-\sigma_\theta)+2c_{12}C_3+c_{11}C_3 \quad (۳۷)$$

$$\dot{\sigma}_\theta=\frac{c_{12}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^2}(g_1{}'(r)r^3+3r^2g_1(r)-g_2{}'(r))-\frac{2c_{12}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^3}\left(g_1(r)r^3-g_2(r)\right)+c_{12}C_3-\frac{2c_{12}C_4}{r^3}+(c_{12}+c_{11})\left(\frac{C_4}{r^3}+C_3\right)+\frac{(c_{12}+c_{11})}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})r^3}\left(g_1(r)r^3-g_2(r)\right)+(c_{11}-c_{12})\left(\frac{\eta_2+\eta_1e^{-\frac{t}{\tau}}}{2\eta_2\eta_1}\right)(\sigma_r-\sigma_\theta) \quad (۳۸)$$

با توجه به اینکه تغییرات فشار در داخل سیلندر نسبت به زمان ثابت می‌باشد بنابراین برای شرایط مرزی طبق رابطه (۳۹) داریم:

$$\dot{\sigma}_r(r=r_i)=0$$
$$\dot{\sigma}_r(r=r_O)=0 \quad (۳۹)$$

با اعمال شرایط مرزی (۳۹) بر رابطه (۳۷) ثوابت مجهول C_3 و C_4 به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$C_4=-\frac{B}{R}$$

$$C_3=\frac{\frac{2B(c_{11}-c_{12})}{R\ \ {r_i}^3}-S_7+S_8+S_9-S_{10}-S_{11}}{-(2c_{12}+c_{11})}$$

$$B=S_7-S_8-S_9+S_{10}+S_{11}-S_{12}+S_{13}+S_{14}-S_{15}-S_{16}$$

$$R=\frac{2(c_{12}-c_{11})}{{r_o}^3}+\frac{2(c_{11}^2-2c_{12}^2)}{{r_i}^3(c_{11}+2c_{12})}+\frac{2c_{12}c_{11}}{{r_i}^3(c_{11}+2c_{12})}$$

$$\{g_{\ 1},g_{\ 2}\}_{(r=r_i)}=\{G_{\ 1},G_{\ 2}\}$$

$$\{g_{\ 1},g_{\ 2}\}_{(r=r_o)}=\{J_{\ 1},J_{\ 2}\}$$

$$\{g_1',g_2'\}_{(r=r_i)}=\{G_1',G_2'\}$$

$$\{g_1',g_2'\}_{(r=r_o)}=\{J_1',J_2'\}$$

$$b=\frac{2c_{11}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})}$$

$$d=\frac{2c_{12}}{3(\mu H_\varphi^2+c_{11})}$$

$$\begin{Bmatrix}S_7\\S_{12}\end{Bmatrix}=b\left\{\begin{pmatrix}G_{\ 1}\\J_{\ 1}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{G_{\ 2}}{{r_i}^3}\\\frac{J_{\ 2}}{{r_o}^3}\end{pmatrix}\right\}$$

$$\begin{Bmatrix}S_8\\S_{13}\end{Bmatrix}=0.5b\left\{\begin{pmatrix}G_1'r_i\\J_1'r_o\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}G_{\ 1}\\J_{\ 1}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{G_2'}{{r_i}^2}\\\frac{J_2'}{{r_o}^2}\end{pmatrix}\right\}$$

$$\begin{Bmatrix}S_9\\S_{14}\end{Bmatrix}=d\left\{\begin{pmatrix}G_{\ 1}\\J_{\ 1}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{G_{\ 2}}{{r_i}^3}\\\frac{J_{\ 2}}{{r_o}^3}\end{pmatrix}\right\}$$

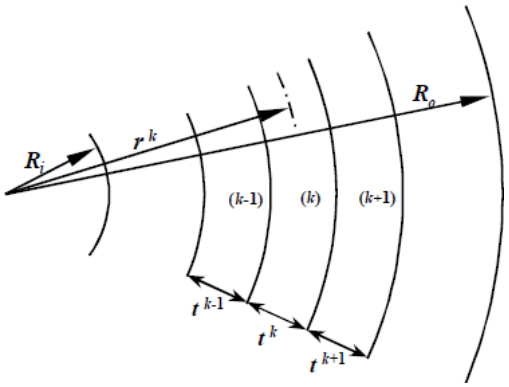
$$\begin{Bmatrix}S_{10}\\S_{15}\end{Bmatrix}=c_{11}\dot{\varepsilon}_r^c\begin{Bmatrix}r_i\\r_o\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}S_{11}\\S_{16}\end{Bmatrix}=2c_{12}\dot{\varepsilon}_\theta^c\begin{Bmatrix}r_i\\r_o\end{Bmatrix} \quad (۴۰)$$

با تعیین شدن مقادیر مجهولات C_3 و C_4 مقادیر نرخ جابجایی شعاعی، نرخ تنش شعاعی، مماسی و فون میسز و نرخ کرنش‌ها محاسبه خواهند شد. برای به دست آوردن تاریخچه تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی شعاعی از روش نرخ تنش استفاده خواهد شد.

۳-۸- روش نرخ تنش

ابتدا ضخامت کره به تعداد جزء یکسان تقسیم‌بندی می‌شود. شکل ۵ این تقسیم‌بندی را نشان می‌دهد.



شکل ۵ - تقسیم‌بندی ضخامت کره به تعداد جزء یکسان [۱۳]

با انتخاب یک جزء زمانی مناسب Δt_n برای شروع تحلیل مسئله، زمان کل سپری شده از فرآیند خزش را به‌صورت مجموع جزءهای زمانی در تمامی مراحل در نظر می‌گیریم.

$$t_j = \sum_{n=0}^{j} \Delta t_n \qquad (۴۱)$$

اندیس j در رابطه (۴۱) بیانگر مراحل تحلیل فرآیند خزش می‌باشد. در ادامه در لحظه صفر و در مرحله اول از حل، تنش‌های خزشی و مماسی برای حالت ترموالاستیک در تمام جزءهای تقسیم‌بندی شده طبق روابط (۱۶) و (۱۷) به‌دست می‌آید. با داشتن تنش‌های مذکور طبق رابطه (۳۴) نرخ جابجایی محاسبه می‌شود. انتگرال‌های $g_1(r)$ و $g_2(r)$ با روش‌های عددی مثل روش سیمسون به‌دست می‌آیند. با داشتن نرخ جابجایی در تمام نقاط، نرخ تنش‌ها طبق رابطه (۳۷) و (۳۸) محاسبه شده و سپس می‌توان طبق روابط زیر تنش‌های جاری در هر مرحله از حل را محاسبه نمود.

$$\sigma_r^{(j)}(r_i,t_j) = \sigma_r^{(j-1)}(r_i,t_{j-1}) + \dot{\sigma}_r^{(j)}(r_i,t_j)\Delta t^{(j)} \qquad (۴۲)$$

$$\sigma_\theta^{(j)}(r_i,t_j) = \sigma_\theta^{(j-1)}(r_i,t_{j-1}) + \dot{\sigma}_\theta^{(j)}(r_i,t_j)\Delta t^{(j)} \qquad (۴۳)$$

اندیس $\boldsymbol{i}$ در روابط (۴۲) و (۴۳) بیانگر جزءهای تقسیم بندی شده در راستای ضخامت کره می‌باشد.

۴- نتایج عددی

در تمامی نتایج بدست آمده داده‌های مربوط به جدول۱که پارامترهای خزشی مربوط به نانوکامپوزیت با ۱٪ دی‌اکسید سیلیکون می‌باشد مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین خواص مکانیکی و فیزیکی پلی ایمیدها زیر ارائه شده‌اند [۲۲]:

$$E = 7.5\text{GPa}\ \ \nu = 0.35\ \ \ \alpha = 30\times10^{-6}\,\frac{1}{\text{k}} \qquad (۴۴)$$

در ادامه سایر متغیرها به صورت زیر فرض می‌گردند:

$$T_i = 50^{\circ}\text{C}\ \ \ T_o = 30^{\circ}\text{C}\ \ \ \frac{r_o}{r_i} = 2$$

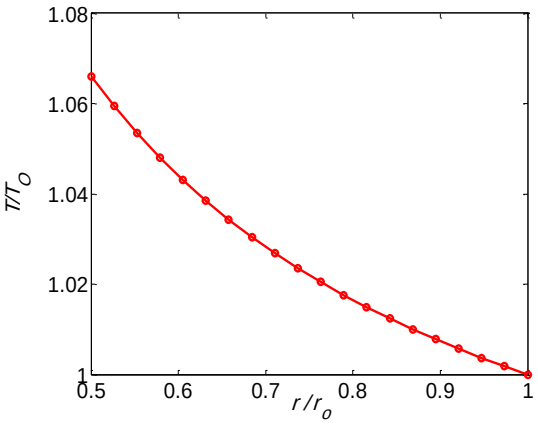
$$P_i = 100\text{MPa}\ \ \ P_o = 0\text{MPa}$$

$$H_\varphi = 2.23\times10^{9}\,\frac{\text{A}}{\text{m}}\ \ \ \mu = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}} \qquad (۴۵)$$

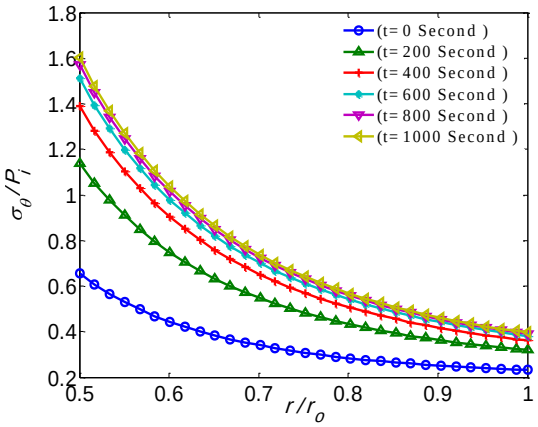
نمودار شکل ۶ توزیع انتقال حرارت یک بعدی را در امتداد ضخامت کره نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود دما در سطح داخلی و خارجی شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌نماید و با افزایش ضخامت کره، انتقال حرارت بدون بعد کاهش می‌یابد.

شکل ۷ نمودار تنش مماسی بدون بعد در امتداد ضخامت استوانه را در ناحیه اول، یعنی گذشت ۱۰۰۰ ثانیه از پدیده خزش نشان می‌دهد. همانطور که مشهود است بیشترین تنش مماسی در سطح داخلی و کمترین آن در سطح خارجی کره اتفاق می‌افتد. با افزایش زمان میزان تنش مماسی در جداره داخلی و خارجی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش زمان اختلاف منحنی‌ها کمتر شده و به حالت همگرایی نزدیکتر می‌شوند. این اختلافات زیاد منحنی‌ها از حالت ترموالاستیک (لحظه صفر) تا رسیدن به حالت پایدار به خاطر تغییرات زیاد شیب منحنی خزش در ناحیه اول می‌باشد که در نمودار شکل‌های ۳ و ۴ به خوبی مشاهده می‌شود.

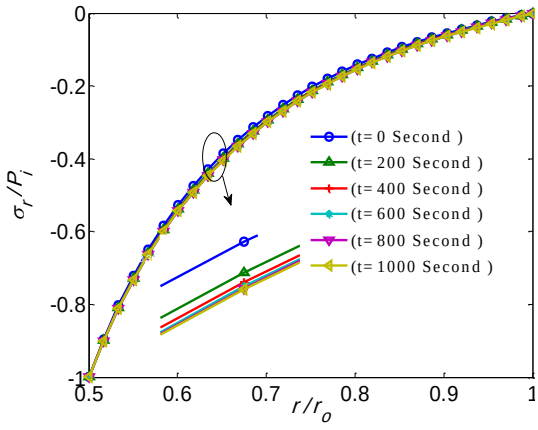
نمودار تنش شعاعی بدون بعد برحسب نسبت شعاع در شکل ۸ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود تنش شعاعی شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌نماید. تنش شعاعی بدون بعد از مقدار ۱- در داخل تا مقدار خارجی صفر تغییر می‌نماید. تنش شعاعی با گذشت زمان به مقدار اندکی کاهش می‌یابد و بازهم منحنی‌ها با گذشت زمان به حالت پایدار نزدیک می‌شوند.



شکل ۶- توزیع انتقال حرارت شعاعی بدون بعد در راستای ضخامت کره



شکل۷ - تاریخچه تنش مماسی بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش



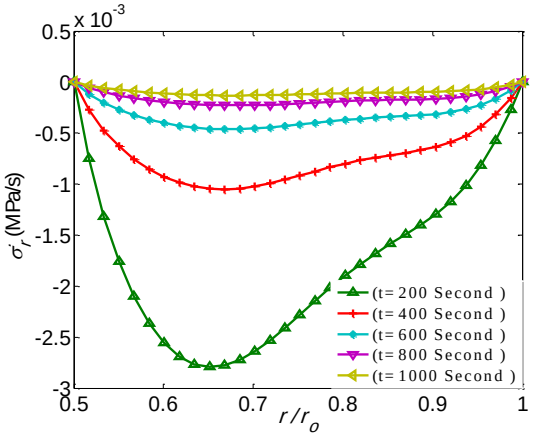
شکل ۸- تاریخچه تنش شعاعی بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

نرخ تنش شعاعی برای ناحیه اول خزش در امتداد ضخامت کره توسط شکل ۹ نمایش داده شده است. با توجه به اینکه مقدار فشار در سطوح داخلی و خارجی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند بنابراین مقادیر نرخ تنش شعاعی در مرز داخلی و خارجی صفر می‌باشد. با گذشت زمان تغییرات نرخ تنش در امتداد ضخامت کمتر شده و مقادیر نرخ تنش پس از گذشت ۱۰۰۰ثانیه به مقدار صفر نزدیک می‌شوند.

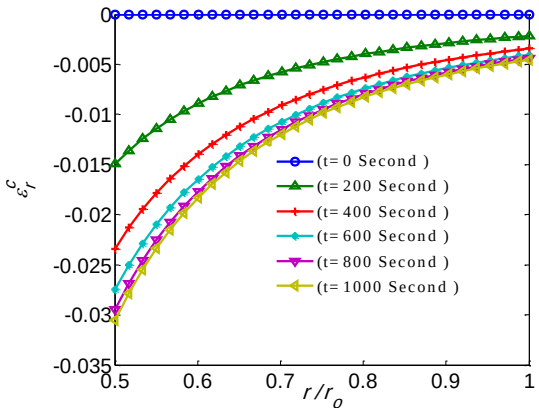
نمودار شکل ۱۰ تنش مؤثر بدون بعد را در راستای ضخامت کره نشان می‌دهد. این نمودار که از رابطه فون میسز ۲۹ نتیجه شده است شباهت زیادی به نمودار تنش مماسی شکل ۷ دارد. علت آن است که برای شرایط بارگذاری این مسئله مقادیر تنش مماسی بزرگتر از تنش شعاعی هستند، لذا مقادیر تنش مؤثر به تنش مماسی نزدیک خواهند بود. با گذشت زمان مقادیر تنش مؤثر در جداره داخلی به مقدار بیشتری نسبت به جداره خارجی افزایش می‌یابد که این روی داد باعث می‌شود که جداره داخلی با گذشت زمان درمعرض بیشترین آسیب قرار گیرد.

کرنش مماسی و کرنش شعاعی خزشی برای ۱۰۰۰ ثانیه پس از شروع فرآیند خزش در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده‌اند. بیشترین مقدار کرنش خزشی از لحاظ قدرمطلقی در جداره داخلی قرار دارد. همچنین با گذشت زمان در این ناحیه افزایش کرنش خزشی مشاهده می‌شود. علت این روی داد آن است که سطح داخلی در معرض فشار داخلی بوده و همچنین دما در مرز داخلی بیشتر از سایر نواحی می‌باشد. با توجه به اینکه فرآیند خزش تراکم ناپذیر درنظر گرفته شده است و تقارن کروی در مسئله لحاظ گردید، لذا مشاهده می‌شود که مقادیر کرنش خزشی مماسی، نصف قرینه مقادیر کرنش خزشی مماسی می‌باشد.

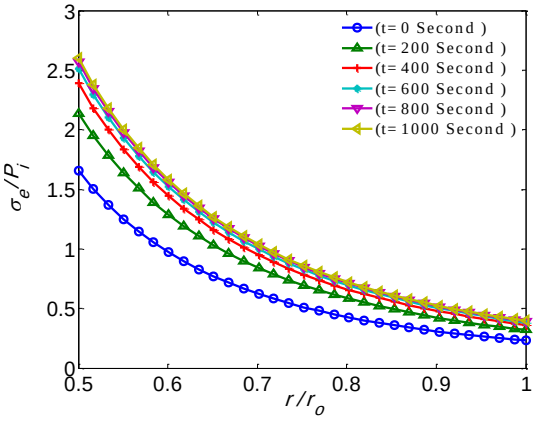
نرخ کرنش مؤثر نیز برای ناحیه اول خزش در امتداد ضخامت کره در شکل ۱۳ نشان داده شده است. نتایج این نمودار که از رابطه ۳۰ مربوط به نرخ کرنش مؤثر فون میسز نتیجه شده است با مقادیر قدر مطلق نرخ کرنش خزشی شعاعی برابر است. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش زمان نرخ کرنش مؤثر کاهش می‌یابد. منحنی‌های نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت با گذشت زمان با سرعت کمتری دچار تغییر شده و به حالت پایدار که پس از زمان حدود ۱۰۰۰ ثانیه می‌باشد نزدیک می‌شوند.



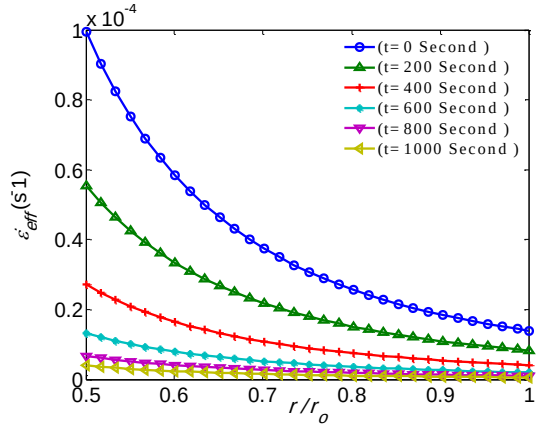
شکل ۹ – تاریخچه نرخ تنش شعاعی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش



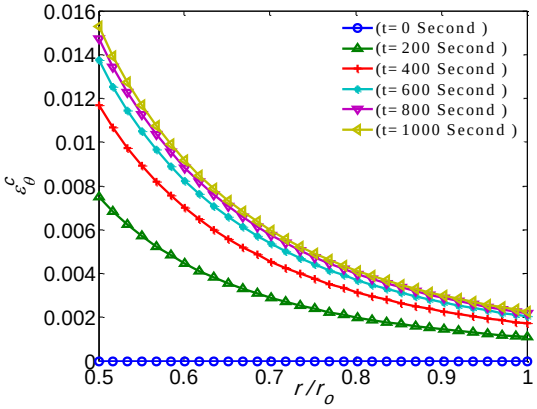
شکل ۱۲ – تاریخچه کرنش شعاعی خزشی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش



شکل ۱۰ – تاریخچه تنش مؤثر بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

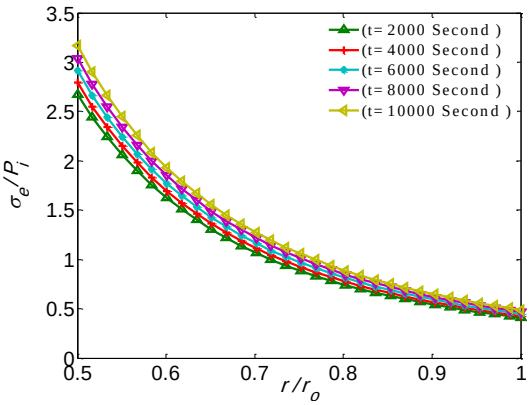


شکل ۱۳ – تاریخچه نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

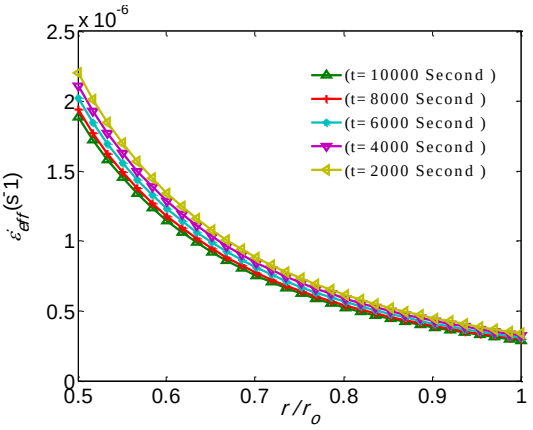


شکل ۱۱ – تاریخچه کرنش مماسی خزشی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

تمامی نمودارهای پیشین برای حالت خزش اولیه و تا زمان ۱۰۰۰ ثانیه ترسیم گردیده بود اما در ادامه نمودارهای شکل ۱۴ و ۱۵ برای مرحله ثانویه رسم گردیده است. در این حالت منحنی‌ها از زمان ۲۰۰۰ تا۱۰۰۰۰ ثانیه ترسیم گردیده‌اند. نمودار ۱۴ مربوط به تنش مؤثر بدون بعد و نمودار ۱۵ مربوط به نرخ کرنش مؤثر می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود منحنی‌ها در این مرحله با سرعت تقریبا یکنواختی با گذشت زمان تغییر می‌کنند. که نمودارهای شکل ۳ و ۴ درستی و صحت این نتایج را نمایش می‌دهند. جدول ۲ و ۳ مقادیر تنش مؤثر بدون بعد را برای مرحله اولیه و ثانویه خزش در زمان‌های مختلف بر حسب نسبت شعاع‌های متفاوت به نمایش می‌گذارد. همانطور که از مقادیر تنش مؤثر



شکل ۱۴ - تاریخچه تنش مؤثر بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله ثانویه خزش



شکل ۱۵ - تاریخچه نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت کره برای مرحله ثانویه خزش

بدون بعد مشهود است در یک نسبت شعاع خاص (برای حالت خزش اولیه) مثلا مقدار ۰/۵، مقادیر تنش موثر از ۲/۱۳۸۱ در زمان ۲۰۰ ثانیه تا مقدار ۲/۶۰۱۸ در زمان ۱۰۰۰ثانیه افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش نسبت شعاع از ۰/۵تا ۱ مقادیر تنش موثر در همه زمان‌ها کاهش می‌یابد. جدول ۴ و ۵ نیز برای مقادیر نرخ کرنش مؤثر ارائه گردیده است. با افزایش زمان در یک نسبت شعاع خاص مشاهده می‌شود که مقادیر نرخ تنش مؤثر کاهش می‌یابد و این مقادیر با افزایش نسبت شعاع کاهش خواهد داشت. همانطوری که از ارقام جدول‌ها در مراحل اولیه و ثانویه مشهود است در مرحله اولیه سرعت تغییرات مقادیر تنش مؤثر و نرخ کرنش با افزایش زمان زیاد می‌باشد در حالی که سرعت تغییرات این مقادیر در حالت پایدار زیاد نبوده و تقریبا یکنواخت می‌باشد.

جدول ۶ نتایج حاصل از این پژوهش و مرجع [۲۳] را برای تنش شعاعی و مماسی بدون بعد نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج پژوهش حاضر قرابت خوبی با نتایج حاصله در مرجع [۲۳] دارد.

جدول ۲- تنش مؤثر بدون بعد برای مرحله اولیه خزش

نسبت شعاع	تنش مؤثر بدون بعد از گذشت				
	۲۰۰ ثانیه	۴۰۰ ثانیه	۶۰۰ ثانیه	۸۰۰ ثانیه	۱۰۰۰ ثانیه
۰/۵	۲/۱۳۸۱	۲/۳۸۹۰	۲/۵۱۰۲	۲/۵۶۹۸	۲/۶۰۱۸
۰/۶	۱/۲۸۶۳	۱/۴۴۵۰	۱/۵۲۱۰	۱/۵۵۸۳	۱/۵۷۸۳
۰/۷	۰/۸۳۹۲	۰/۹۴۶۴	۰/۹۹۷۵	۱/۰۲۲۵	۱/۰۳۵۹
۰/۸	۰/۵۸۰۹	۰/۶۵۶۸	۰/۶۹۲۸	۰/۷۱۰۵	۰/۷۱۹۹
۰/۹	۰/۴۲۰۹	۰/۴۷۶۷	۰/۵۰۳۲	۰/۵۱۶۱	۰/۵۲۳۰
۱/۰۰	۰/۳۱۹۲	۰/۳۶۱۵	۰/۳۸۱۵	۰/۳۹۱۳	۰/۳۹۶۵

جدول ۳- تنش مؤثر بدون بعد برای مرحله ثانویه خزش

نسبت شعاع	تنش مؤثر بدون بعد از گذشت				
	۲۰۰۰ ثانیه	۴۰۰۰ ثانیه	۶۰۰۰ ثانیه	۸۰۰۰ ثانیه	۱۰۰۰۰ ثانیه
۰/۵	۲/۶۷۳۸	۲/۷۹۰۶	۲/۹۱۲۲	۳/۰۳۸۹	۳/۱۷۰۹
۰/۶	۱/۶۲۳۲	۱/۶۹۵۹	۱/۷۷۱۴	۱/۸۴۹۹	۱/۹۳۱۶
۰/۷	۱/۰۶۵۹	۱/۱۱۴۵	۱/۱۶۴۹	۱/۲۱۷۲	۱/۲۷۱۵
۰/۸	۰/۷۴۱۱	۰/۷۷۵۳	۰/۸۱۰۷	۰/۸۴۷۴	۰/۸۸۵۶
۰/۹	۰/۵۳۸۵	۰/۵۶۳۶	۰/۵۸۹۵	۰/۶۱۶۴	۰/۶۴۴۳
۱/۰۰	۰/۴۰۸۲	۰/۴۲۷۱	۰/۴۴۶۶	۰/۴۶۶۹	۰/۴۸۷۹

جدول ۴- نرخ کرنش مؤثر برای مرحله اولیه خزش

نسبت شعاع	نرخ کرنش مؤثر ($\times 10^{-4}$) بعد از گذشت				
	۲۰۰ ثانیه	۴۰۰ ثانیه	۶۰۰ ثانیه	۸۰۰ ثانیه	۱۰۰۰ ثانیه
۰/۵	۰/۵۵۴۴	۰/۲۷۲۴	۰/۱۳۱۵	۰/۰۶۷۴	۰/۰۳۹۴
۰/۶	۰/۳۳۳۵	۰/۱۶۴۸	۰/۰۷۹۷	۰/۰۴۰۹	۰/۰۲۳۹
۰/۷	۰/۲۱۷۶	۰/۱۰۷۹	۰/۰۵۲۲	۰/۰۲۶۸	۰/۰۱۵۷
۰/۸	۰/۱۵۰۶	۰/۰۷۴۹	۰/۰۳۶۳	۰/۰۱۸۶	۰/۰۱۰۹
۰/۹	۰/۱۰۹۱	۰/۰۵۴۴	۰/۰۲۶۴	۰/۰۱۳۵	۰/۰۰۷۹
۱/۰۰	۰/۰۸۲۸	۰/۰۴۱۲	۰/۰۲۰۰	۰/۰۱۰۳	۰/۰۰۶۰

جدول ۵- نرخ کرنش مؤثر برای مرحله ثانویه خزش

نسبت شعاع	نرخ کرنش مؤثر ($\times 10^{-4}$) بعد از گذشت ۲۰۰۰ ثانیه	۴۰۰۰ ثانیه	۶۰۰۰ ثانیه	۸۰۰۰ ثانیه	۱۰۰۰۰ ثانیه
۰/۵	۰/۰۲۲۰	۰/۰۲۱۱	۰/۰۲۰۲	۰/۰۱۹۴	۰/۰۱۸۹
۰/۶	۰/۰۱۳۴	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۳	۰/۰۱۱۸	۰/۰۱۱۵
۰/۷	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۷۷	۰/۰۰۷۵
۰/۸	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۵۲
۰/۹	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۴۱	۰/۰۰۳۹	۰/۰۰۳۸
۱/۰۰	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۳۲	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۲۹

جدول ۶- مقایسه تنش‌های نرمال بدون بعد

نسبت شعاع	تنش شعاعی بدون بعد		تنش مماسی بدون بعد	
	پژوهش حاضر	مرجع [۲۳]	پژوهش حاضر	مرجع [۲۳]
۰/۶	-۰/۴۸۹۶	-۰/۴۹۱۲	۰/۴۸۴۳	۰/۴۸۶۴
۰/۷	-۰/۲۸۰۳	-۰/۲۸۱۹	۰/۳۴۶۲	۰/۳۴۹۶
۰/۸	-۰/۱۳۲۱	-۰/۱۳۵۸	۰/۲۸۵۶	۰/۲۸۹۳
۰/۹	-۰/۰۵۰۶	-۰/۰۵۹۶	۰/۲۴۱۲	۰/۲۴۳۶

۵- نتیجه گیری

در این کار رفتار خزشی یک کره نانوکامپوزیتی تقویت شده با ذرات دی‌اکسید سیلیکون که تحت بارهای مکانیکی، مغناطیسی و حرارتی قرار دارد بررسی گردید. تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی با استفاده از روش نرخ تنش به دست آمد. برای توصیف رفتار کره نانو کامپوزیتی از مدل ساختاری برگر که شامل دو مرحله اولیه و ثانویه خزش بود، استفاده شد. نتایج مهم این پژوهش به‌صورت زیر ارائه می‌گردد:

- بیشترین سرعت تغییرات نمودارها با گذشت زمان در مرحله اولیه خزش (حدود ۱۰۰۰ ثانیه) اتفاق می‌افتد. این در حالی است که منحنی‌ها پس از پایان این مرحله وارد مرحله ثانویه شده و با سرعت تقریبا یکنواختی تغییر می‌کنند.
- بیشترین مقادیر کرنش خزشی و همچنین تنش مؤثر در جداره داخلی اتفاق می‌افتد و جداره خارجی در معرض کمترین مقدار این پارامترها قرار دارد. لذا بیشترین آسیب خزشی در جداره داخلی رخ خواهد داد.
- نرخ تنش شعاعی در ناحیه اول خزش با گذشت زمان کاهش می‌یابد. با نزدیک شدن به حالت پایدار مقادیر نرخ تنش شعاعی به مقدار صفر نزدیک می‌شوند.
- مقادیر نرخ کرنش مؤثر باگذشت زمان در هر دو مرحله اولیه و ثانویه خزش کاهش می‌یابد. این مقادیر برابر با قدر مطلق مقادیر نرخ کرنش خزشی شعاعی می‌باشد.

۶- فهرست علائم

E	مدول الاستیسیته، MPa
H	شدت میدان مغناطیسی، Am^{-1}
K	ضریب رسانش گرمایی، $Wm^{-1}K^{-1}$
P	فشار، MPa
T	دما، K
t	زمان، s
$\dot{u}$	نرخ جابجایی شعاعی، ms^{-1}

علائم یونانی

α	ضریب نفوذ حرارتی، K^{-1}
$\dot{\varepsilon}$	نرخ کرنش، s^{-1}
η	ضریب ویسکوز وابسته به زمان، GPas
μ	ضریب نفوذ مغناطیسی، Hm^{-1}
ν	ضریب پواسون
$\dot{\sigma}$	نرخ تنش، $MPas^{-1}$
τ	زمان تأخیری، s

بالانویس‌ها

c	خزش

زیرنویس‌ها

e	مؤثر
i	داخلی
o	خارجی
ϕ	محیطی
φ	میدان مغناطیسی

۷- مراجع

[1] Wilson D, Stenzenberger HD, Hergenrother PM (1990) Polyimides, Blackie, Glasgow.

[2] Volksen W, Hergenrother PM (1994) High performance polymers. Springer, Berlin.

[3] Wang ZD, Lu JJ, Lib Y, Fu SY, Jiang SQ, Zhao XX (2005) Low temperature properties of PI/SiO2 nanocomposite films. Mat Sci Eng B-Solid 123: 216-221.

[4] Chen XG, Guo JD, Zheng B, Li YQ, Fu ShY, He GH (2007) Investigation of thermal expansion of PI/SiO2 composite films by CCD imaging technique from 120 to 200 C. Compos Sci Technol 67: 3006-3013.

[5] Law M, Payten W, Snowden K (2002) Modeling creep of pressure vessels with thermal gradients using Theta projection data. Int J Pres Ves Pip 79: 847-851.

[6] Ghorbanpour Arani A, kolahchi R, Mosallaie Barzoki AA, Loghman A (2012) Electro-thermo-mechanical behaviors of FGPM spheres using analytical method and ANSYS software. Appl Math Model 36: 139-157.

[7] Dai HL, Jiang HJ, Yang L (2012) Time-dependent behaviors of a FGPM hollow sphere under the coupling of multi-fields. Solid State Sci 14: 587-597.

[8] Loghman A, Moradi M (2013) The analysis of time-dependent creep in FGPM thick walled sphere under electro -magneto -thermo -mechanical loadings. Mech Time-Depend Mater 17(2): 215-239.

[9] Loghman A, Azami M (2015) A novel analytical-numerical solution for nonlinear time-dependent electro-thermo-mechanical creep behavior of rotating disk made of piezoelectric polymer. Appl Math Model, Accepted 7 December 2015. DOI: 10.1016/j.apm.2015.12.008

[10] Zamani Nejad M, Davoudi Kashkoli M (2014) Time-dependent thermo-creep analysis of rotating FGM thick-walled cylindrical pressure vessels under heat flux. Int J Eng Sci 82: 222-237.

[11] Davoudi Kashkoli M, Zamani Nejad M (2014) Effect of heat flux on creep stresses of thick-walled cylindrical pressure vessels. J Appl Res Technol 12(3): 585-597.

[12] Hosseini Kordkheili SA, Livani M (2013) Thermoelastic creep analysis of a functionally graded various thickness rotating disk with temperature-dependent material properties. Int J Pres Ves Pip 111: 63-74.

[۱۳] وکیلی تهامی ع، زهساز م، محمد علیزاده فرد آ (۱۳۹۳) طراحی بهینه چندهدفه دیسک دوار با ساختار هدفمند آلومینیوم-سیلیکون کاربیدی با خواص وابسته به دما براساس رفتار خزشی. مجله مهندسی مکانیک مدرس ۱۴(۱۲):۲۳-۳۴.

[14] Ward IM, Sweeney J (2012) Mechanical properties of solid Polymers. Wiley, New York.

[15] Jia Y, Peng K, Gong X, Zhang Z (2011) Creep and recovery of polypropylene/carbon nanotube composites. Int J Plasticity 27: 1239-1251.

[16] Wang ZD, Zhao XX (2008) Modeling and characterization of viscoelasticity of PI/SiO2 nanocomposite films under constant and fatigue loading. Mater Sci Eng A 486: 517-527.

[17] Loghman A, Aleayoub SMA, Hasani Sadi M (2012) Time-dependent magnetothermoelastic creep modeling of FGM spheres using method of successive elastic solution. Appl Math Model 36(2): 836-845.

[18] Ghorbanpour Arani A, Haghparast E, Khoddami Maraghi Z, S Amir (2015) Static stress analysis of carbon nano-tube reinforced composite (CNTRC) cylinder under non-axisymmetric thermo-mechanical loads and uniform electro-magnetic fields. Composites B Eng 68: 136-145.

[19] Akbari Alashti R, Khorsand M, Tarahhomi MH (2013) Thermo-elastic analysis of a functionally graded spherical shell with piezoelectric layers by differential quadrature method. Scientia Iranica B 20: 109-119.

[20] You LH, Ou H, Zheng ZY (2007) Creep deformations and stresses in thick-walled cylindrical vessels of functionally graded materials subjected to internal pressure. Compos Struct 78: 285-291.

[21] Loghman A,Shokouhi N (2009) Creep damage evaluation of thick-walled spheres using a long-term creep constitutive model. J Mech Sci Technol 23: 2577-2582.

[22] Dolbow J, Gosez M (1996) Effect of out-of-plane properties of a polyimide film on the stress fields in microelectronic structures. Mech Mater 23: 311-321.

[23] Saidi AR, Atashipour SR, Jomehzade E (2009) Exact elasticity solutions for thick-walled FG spherical pressure vessels with linearly and exponentially varying properties. Int J Eng (Trans A: Basics) 22(4): 405-416.