



تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بر جریان سیال عبوری از روی صفحه‌ای متحرک و نفوذپذیر با استفاده از روش خودتشابهی

عظیم سعیدی^{۱*} و سیروس آقاجافی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۲۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۸/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲

چکیده

در این مقاله، اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بر توزیع دما و توزیع سرعت درون لایه مرزی برای جریان عبوری از روی صفحه‌ای افقی و متحرک با استفاده از حل تشابهی بررسی شده است. میدان مغناطیسی، بصورت غیریکنواخت و متغیر در نظر گرفته شده، فرض شده است که سیال توسط دیواره و با سرعتی متغیر مکیده می‌شود. سرعت جریان سیال در خارج از لایه مرزی هم متغیر و تابعی از x در نظر گرفته شده است. برای تحلیل این مسأله، معادلات دیفرانسیل جزئی حاصل با استفاده از پارامتر تشابهی و بدنبال آن حل تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده، سپس با استفاده از روش شوتینگ و روش رانجه کوتای مرتبه چهارم حل شده‌اند. در انتها نحوه تغییرات توزیع دما و سرعت با تغییرات پارامترهای بی بعد تعریف شده، ارائه شده است. نشان داده شده است که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش و دما افزایش یافته است؛ زیرا ذرات سیال درون لایه مرزی یونیزه شده‌اند.

کلمات کلیدی: آنالیز تشابهی؛ پارامتر مکش/تزریق؛ پروفیل دما؛ سرعت جریان آزاد متغیر؛ میدان مغناطیسی غیریکنواخت.

The Effect of Non-Uniform Magnetic Field on the Fluid Flow over a Moving and Permeable Plate with using Self-Similar Method

A.Saeedi^{1*}, C. Aghanajafi²

¹ M. Sc, Mech. Eng., K.N. Toosi Univ., Tehran, Iran.

² Prof., Mech. Eng., K.N. Toosi Univ., Tehran, Iran.

Abstract

In this paper, the effect of non-uniform magnetic field on temperature and velocity profile for a boundary layer flow over a moving and horizontal flat plate by using of a self-similar method is studied. A variable and non-uniform magnetic field is considered and it is assumed that there is suction by the wall with a variable velocity. It is assumed that The velocity out of boundary layer is varying with x . For solving, governing partial differential equations by help of similarity parameter and similarity solution were changed into ordinary differential equations and then by using of shooting method and forth-order range-Kutta method, all equations are solved. At the end, the effect of dimensionless parameters on the velocity and temperature profiles, are given. It is revealed that by increasing the magnetic field parameter, the velocity inside the boundary layer decreases and the temperature increased since the fluid particles in the boundary layer are ionized.

Keywords: Similarity Analysis; Suction/Injection Parameter; Temperature profile; Variable Free-stream Velocity; Non-uniform Magnetic Field.

۱- مقدمه

مطالعه حرارتی و هیدرودینامیکی جریان‌های عبوری از روی صفحات تخت در حضور میدان‌های مغناطیسی، موضوعی است که توجه تعداد زیادی از دانشمندان را به خود جلب کرده است. زمانی که سیال از نظر الکتریکی هادی باشد و در معرض میدان مغناطیسی قرار بگیرد، نیروی لورنتس هم فعال شده، به همراه نیروی شناوری در معادلات میدان دما و سرعت، ظاهر می‌شود. مطالعه سیال هادی الکتریسیته و متحرک در میدان مغناطیسی، دینامیک سیالات مغناطیسی^۱ نامیده می‌شود. این علم شاخه‌ای جدید، ولی بسیار پراهمیت از دینامیک سیالات است. هنگامی که یک سیال هادی الکتریکی درون میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، جریان ایجاد شده توسط میدان مغناطیسی به سیال، نیرویی حجمی وارد می‌کند. مطالعه جریان‌های MHD در محیط‌های متخلخل در نیروگاه‌های هسته‌ای بسیار مهم است، زیرا اثرات MHD در این موارد بسیار خطرناک و پراهمیت است. دینامیک سیالات مغناطیسی در خورشید، در لایه‌های درونی زمین، در یونسفر، در ستارگان و بسیاری از تجهیزات پیشرفته‌ای که در آن‌ها سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی است، اتفاق می‌افتد.

دانشمندان فراوانی به مطالعه اثرات میدان مغناطیسی بر مسائل انتقال حرارت جابجایی آزاد، اجباری و ترکیبی پرداخته‌اند. چاندر و گوش^۲ [۱]، اثرات میدان مغناطیسی را بر سیالات هادی الکتریسیته و لزج مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دانستند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت سیال کاهش خواهد یافت. راپیتس و سینگ^۳ [۲]، اثر میدان مغناطیسی عرضی یکنواخت را بر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد برای سیالی هادی الکتریسیته و در حال عبور از روی صفحه‌ای عمودی و نامتناهی و متحرک بررسی کردند. آنها دریافته‌اند که با افزایش میدان مغناطیسی، سرعت سیال هم افزایش خواهد یافت. حسین^۴ [۳]، اثرات گرمایش ویسکوز و ژولی را بر سیالی هادی الکتریسیته و لزج و غیرقابل تراکم که در حال گذر از روی صفحه‌ای مسطح و نیمه متناهی بود،

مطالعه کرد. او دما را در این حالت، متغیر با فاصله از لبه صفحه در نظر گرفت و میدان مغناطیسی را هم یکنواخت فرض کرد. معادلات حاصل را با استفاده از تقریب خطی سازی نیوتن با استفاده از روش عددی تفاضل محدود، حل کرد. گراندت و همکارانش^۵ [۴]، اثرات میدان مغناطیسی را بر مسئله شناوری در یک حفره دو بعدی بررسی کردند. دویری و دویری^۶ [۵]، اثرات انتقال حرارت تشعشعی را بر جریان رایلی یک سیال خاکستری و لزج و در حضور یک میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار دادند. آنها دانستند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش خواهد یافت. دامش و همکارانش^۷ [۶]، با استفاده از حل تشابهی، تأثیر میدان مغناطیسی و تشعشع حرارتی را بر جریان جابجایی اجباری مطالعه کردند و دریافته‌اند که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت در لایه مرزی کاهش و دما افزایش خواهد یافت. علی و همکارانش^۸ [۷]، به بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر جریان عبوری از روی یک صفحه متحرک پرداختند. نتایج مطالعات نشان داد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش می‌یابد. پراساد و واجراولو^۹ [۸]، به مطالعه اثر میدان مغناطیسی بر جریان یک سیال پاور-لا^{۱۰} روی یک صفحه در حال کشش پرداخته، دانستند که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش خواهد یافت. خالد و همکارانش^{۱۱} [۹]، تأثیر میدان مغناطیسی را بر جریان جابجایی آزاد سیالی در حال عبور از روی صفحه‌ای عمودی و نوسانی مطالعه کردند. تحقیق مذکور در حالت غیردائم و در محیطی متخلخل صورت گرفت. با استفاده از روش تبدیلات لاپلاس، معادلات دیفرانسیل جزئی حل و پاسخ دقیق معادلات انرژی و سرعت حاصل شد. اثر پارامترهای مختلف مانند میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایه مرزی بررسی شد. موخوپادها و چاندرماندال^{۱۲} [۱۰]، اثر میدان مغناطیسی را بر جریان لغزشی و انتقال حرارت سیال عبوری

⁵ Grandet & et al⁶ Duwairi & Duwairi⁷ Damesh & et al⁸ Aly & et al⁹ Prasad & Vajravelu¹⁰ Power-Law¹¹ Khlid & et al¹² Chandra Mandal & Mukhopadhyay¹ Magneto Hydro Dynamic (MHD)² Chandra & Gosh³ Rapits & Singh⁴ Hossain

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

ب. معادله اندازه حرکت

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\sigma B^2}{\rho} (U - u) \quad (2)$$

ت. معادله انرژی

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \sigma B^2 u^2 \quad (3)$$

شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای این مسأله عبارت از رابطه (۴) است:

$$u(x, \infty) = U, T(x, \infty) = T_\infty, T(x, 0) = T_w \\ u(x, 0) = \frac{u_w}{x}, v(x, 0) = \pm \frac{v_w}{x} \quad (4)$$

برای حل این مسأله، فرضیاتی در نظر گرفته شده است:

- میدان مغناطیسی متغیر بوده، تابع آن به صورت $B(x) = \frac{B_0}{x}$ تعریف شده است.
- سرعت سیال در خارج از لایه مرزی متغیر بوده، بصورت $U(x) = \frac{U_\infty}{x}$ تعریف شده است.
- همچنین می‌توان فرضیاتی مانند متحرک بودن دیواره یا نفوذپذیر بودن آنرا هم در نظر گرفت. در صورت استفاده از این شرایط، همه سرعت‌ها با $\frac{1}{x}$ متناسب خواهند بود.

برای استفاده از حل تشابهی لازم است که مؤلفه‌های سرعت برحسب تابع جریان (ψ) ، بصورت رابطه (۵) تعریف شوند:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

معادلات انرژی و مومنوم برحسب تابع جریان بازنویسی شده‌اند:

I. معادله مومنوم

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \times \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \times \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = g \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \dots \\ \dots - \frac{\sigma B^2}{\rho} \left(U - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (6)$$

II. معادله انرژی

از روی یک صفحه عمودی متخلخل مطالعه کردند. آنها از پارامتر تشابهی^۱ برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده کرده، ثابت کردند که با کاهش ضخامت لایه مرزی و افزایش پارامتر سرعت لغزشی، سرعت سیال افزایش خواهد یافت؛ درحالی‌که، دمای بی بعد کاهش خواهد یافت. فریدونی مهر و همکارانش^۲ [۱۱]، اثر میدان مغناطیسی را بر جریان جابه‌جایی آزاد غیردائم عبوری از روی صفحه‌ای عمودی، متحرک و نفوذپذیر در حضور یک نانوسیال بررسی کردند. باز هم از روش تشابهی برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده شده، سپس به کمک روش شوتینگ^۳ و رانجه-کوتای^۴ مرتبه چهارم، معادلات حل شده‌اند. اثر پارامترهای مختلفی مثل، کسر حجمی نانو ذرات، پارامتر ناپایا، پارامتر مغناطیسی، پارامتر شناوری، پارامتر مکش و ... بر مؤلفه‌های سرعت سیال، توزیع دما، ضریب اصطکاک و عدد ناسلت محلی بررسی شده است. در این مقاله، با استفاده از حل تشابهی و متعاقب آن روش عددی شوتینگ و رانجه-کوتای مرتبه چهارم، به بررسی انتقال حرارت به سیالی هادی الکتریسیته که در حال عبور از روی صفحه‌ای مسطح و نفوذپذیر است و سرعت سیال در خارج از لایه مرزی ثابت نمی‌باشد، پرداخته شده است. این تحلیل با در نظر گرفتن اثرات میدان مغناطیسی غیریکنواخت در اطراف سیال انجام شده است.

۲- تعریف مسأله

صفحه‌ای مسطح و متناهی را در نظر بگیرید که سیال هادی الکتریسیته از روی آن عبور می‌کند. صفحه موردنظر نفوذپذیر بوده، توانایی مکش یا تزریق سیال را دارد. این مسأله در حضور میدان مغناطیسی بررسی خواهد شد. x بیان‌کننده جهت افقی و y هم بیان‌کننده جهت عمودی است. معادلات اصلی حاکم بر آن به شرح زیر است:

أ. معادله پیوستگی

¹ Similarity Parameter

² Freidoonimehr & et al

³ Shooting Method

⁴ Range-Kutta

⁵ Stream Function

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, M = \frac{\sigma B^2}{\rho u_\infty}$$

$$Ec^* = \frac{u_\infty^2}{C_p \theta_w x^2}, L = -\frac{v_w}{\sqrt{g u_\infty}}$$

$$Z = \frac{u_w}{u_\infty}, Pr = \frac{g}{\alpha} \quad (12)$$

شرایط مرزی هم بصورت رابطه (۱۳) بازنویسی خواهند شد:

$$\theta(0) = 1, \theta(\infty) = 0, F'(x, 0) = \frac{u_w}{u_\infty}$$

$$F'(x, \infty) = 1, \frac{v_w}{x} = -\sqrt{g u_\infty} \frac{\partial F(x, 0)}{\partial x} \quad (13)$$

توجه شود که در شرط مرزی مربوط به مکش/تزریق سیال توسط دیواره، فرض شده است که سیال توسط دیواره مکیده می‌شود؛ لذا علامت منفی در نظر گرفته شده است. با انتگرال‌گیری از شرط مرزی آخر می‌توان تابعی بصورت رابطه (۱۴) بدست آورد:

$$F(x, 0) = D - \frac{v_w}{\sqrt{g u_\infty}} \ln(x) \quad (14)$$

با توجه به شرایط این مسأله، می‌توان رابطه فوق را بصورت (۱۵) هم در نظر گرفت:

$$F(x, \eta) = f(\eta) + L \times \ln(x) \quad (15)$$

تابع فوق را در معادلات (۱۰) و (۱۱) قرار داده، خواهیم داشت:

• معادله مومنوم

$$f''' + Lf'' + f'^2 + M(1 - f') - 1 = 0$$

$$f'(\infty) = 1, f'(0) = Z, f''(\infty) = 0 \quad (16)$$

• معادله انرژی

$$\theta'' + L \cdot Pr \theta' + M \cdot Ec^* \cdot Pr f'^2 = 0$$

$$\theta(0) = 1, \theta(\infty) = 0 \quad (17)$$

برای بدست آوردن توزیع دما لازم است که ابتدا معادله مومنوم حل شود. تنها نکته‌ای که در حل معادله مومنوم وجود دارد، این است که $f' = G$ فرض و معادله زیر حل شده است:

$$G'' + LG' + G^2 + M(1 - G) - 1 = 0$$

$$G(\infty) = 1, G(0) = Z \quad (18)$$

پس با حل معادله فوق، مقدار سرعت درون لایه مرزی یعنی همان $f' = G$ بدست خواهد آمد و از آن می‌توان در معادله انرژی استفاده کرد.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \times \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \times \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \dots$$

$$\dots + \sigma B^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \quad (7)$$

شرایط مرزی بیان شده را با استفاده از تعریف تابع جریان، می‌توان بصورت رابطه (۸) بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, \infty) = U, \frac{\partial \phi}{\partial y}(x, 0) = \frac{u_w}{x}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}(x, 0) = \pm \frac{v_w}{x} \quad (8)$$

مجموعه معادلات حاصل از نوع مشتق جزئی بوده، پاسخ معادله انرژی به پاسخ‌های معادله مومنوم وابسته است؛ لذا حل مجموعه معادلات مومنوم و انرژی به شکل حاضر بسیار دشوار بوده، می‌بایست از حل تشابهی استفاده کرد. با استفاده از این روش، معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده، سپس با استفاده از روش‌های عددی معمول، قابل حل می‌باشند.

برای استفاده از حل تشابهی [۱۲]، می‌توان پارامتری بصورت $\eta = Cyx^n$ را در نظر گرفته، سپس با تعیین تابع جریان متناظر با آن و قرار دادن در معادلات دیفرانسیل جزئی موجود، مقادیر ثابت‌های C, n را بصورت رابطه (۹) بدست آورد:

$$\eta = \frac{y}{x} \sqrt{\frac{u_\infty}{g}}, \quad \phi(x, y) = \sqrt{g u_\infty} F(x, \eta) \quad (9)$$

با استفاده از تعاریف فوق، معادلات مومنوم و انرژی را می‌توان بدین صورت بازنویسی کرد:

• معادله مومنوم

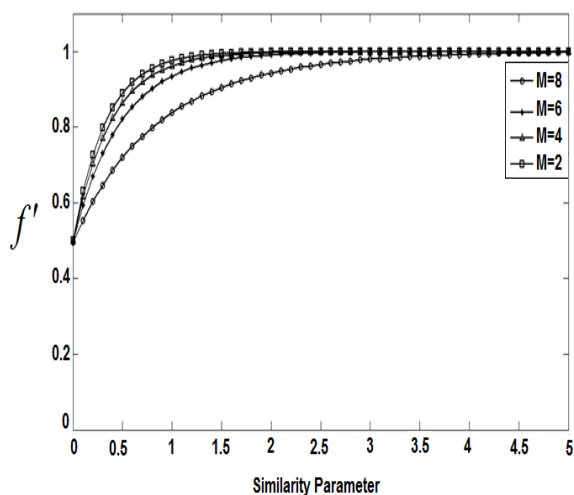
$$F''' + F'^2 + x \left(F'' \frac{\partial F}{\partial x} - F' \frac{\partial F'}{\partial x} \right) + M(1 - F') - 1 = 0 \quad (10)$$

• معادله انرژی

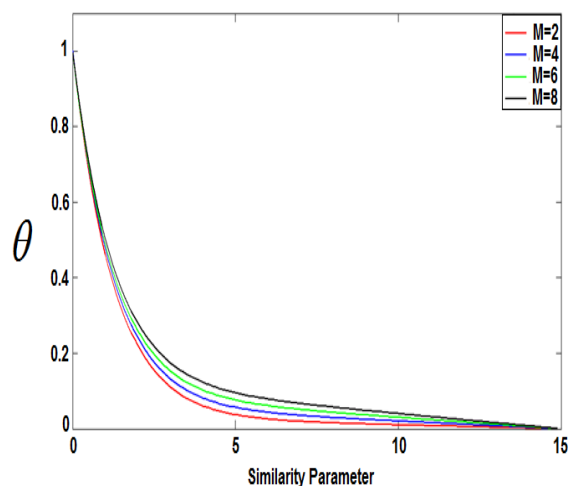
$$\frac{1}{Pr} \theta'' + \theta' \left(x \frac{\partial F}{\partial x} \right) + M \cdot Ec^* F'^2 = 0 \quad (11)$$

که M پارامتر تأثیر میدان مغناطیسی، L پارامتر مکش/تزریق سیال توسط دیواره، Z پارامتر کشش صفحه، Ec^* عدد اکرت اصلاح شده، Pr عدد پرانتل و θ هم توزیع دمای بی‌بعد بوده، بصورت رابطه (۱۲) تعریف شده‌اند:

و دمای بی‌بعد داخل لایه مرزی و بر پایه تغییرات پارامترهای مختلف بی‌بعد موجود در معادلات ارائه شده‌اند. در شکل‌های ۱ و ۲، تأثیر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت و دمای بی‌بعد درون لایه مرزی نمایش داده شده است.



شکل ۱- تأثیر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایه مرزی $L=1$, $Pr=0.8$, $Ec^*=0.001$



شکل ۲- تأثیر میدان مغناطیسی بر توزیع دمای بی‌بعد درون لایه مرزی $L=1$, $Pr=0.8$, $Ec^*=0.001$

مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش و دما درون لایه مرزی

با حل مجموعه معادلات مومنوم و انرژی، می‌توان تغییرات ضریب اصطکاک و عدد ناسلت را برحسب پارامترهای بی‌بعد بررسی کرد. ضریب اصطکاک با استفاده از رابطه (۱۹) بدست می‌آید [۱۲]:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2(x)} \quad (19)$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$$

با استفاده از تعاریف ارائه شده برای تابع جریان و پارامتر تشابهی، می‌توان رابطه (۲۰) را برای ضریب اصطکاک محلی بدست آورد:

$$\frac{C_{fx} \times \sqrt{Re_x}}{\sqrt{x}} = 2F''(x, 0)$$

$$\frac{C_{fx} \times \sqrt{Re_x}}{\sqrt{x}} = 2f''(0) \quad (20)$$

برای بدست آوردن عدد ناسلت محلی هم از مجموعه روابط (۲۱) استفاده می‌شود:

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_w - T_\infty)}, \quad Nu_x = \frac{hx}{k} \quad (21)$$

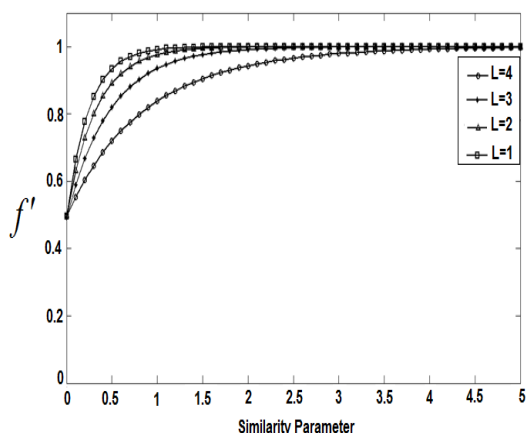
با استفاده از تعاریف ارائه شده برای تابع جریان و پارامتر تشابهی، می‌توان رابطه (۲۲) را برای عدد ناسلت محلی بدست آورد:

$$\frac{Nu_x \times \sqrt{x}}{\sqrt{Re_x}} = -\theta'(0) \quad (22)$$

۳- بررسی نتایج

مجموعه معادلات بدست آمده در قسمت قبل با استفاده از روش شوتینگ و متعاقب آن روش رانجه-کوتای مرتبه چهارم و با استفاده از نرم افزار متلب^۱، حل شده‌اند. دقت محاسبات را تا 10^{-5} فرض کرده، ۱۵۰ گره برای حل مسأله در نظر گرفته شده است. نتایج هم بصورت نمودارهای توزیع سرعت

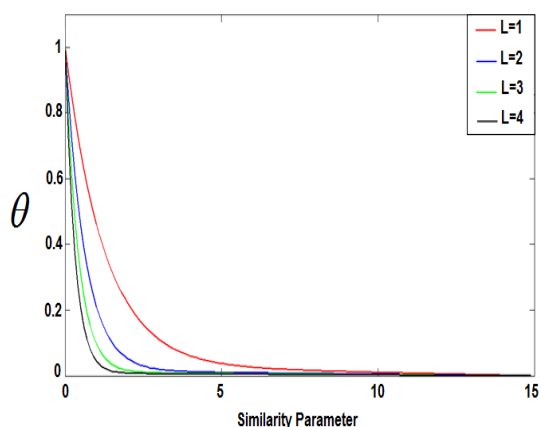
¹ Matlab Software



شکل ۴- اثرات تغییر پارامتر مکش سیال توسط دیواره بر

توزیع سرعت درون لایه مرزی

$$M = 2, \text{Pr} = 0.8, \text{Ec}^* = 0.001$$



شکل ۵- تأثیر تغییرات پارامتر مکش سیال توسط دیواره بر

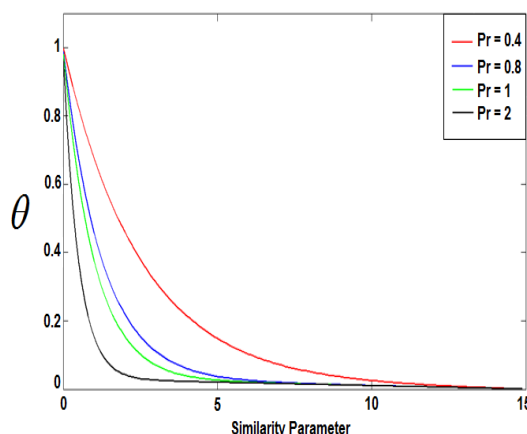
توزیع دمای بی بعد درون لایه مرزی

$$M = 2, \text{Pr} = 0.8, \text{Ec}^* = 0.001$$

شکل ۶، اثرات تغییر عدد اکرت اصلاح شده را بر توزیع دمای بی بعد درون لایه مرزی بررسی خواهیم کرد. از آنجایی که عدد اکرت اصلاح شده فقط و فقط در معادله انرژی ظاهر شده است، پس با تغییر آن توزیع سرعت عوض نمی‌شود. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش عدد اکرت اصلاح شده، دما درون لایه مرزی افزایش می‌یابد. این امر موجب کاهش اختلاف دما بین سیال درون لایه مرزی و سطح دیواره شده، نرخ انتقال حرارت را از دیواره به سیال پیرامونش کم می‌کند.

افزایش خواهد یافت، علت این امر را می‌توان به افزایش نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال نسبت داد که موجب کاهش سرعت سیال درون لایه مرزی شده، ذرات سیال درون لایه مرزی را یونیزه و دمایشان را بالا می‌برد. بدین ترتیب، اختلاف دمای بین دیواره و سیال درون لایه مرزی افزایش یافته، نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال درون لایه مرزی هم کاهش می‌یابد.

در شکل ۳، اثر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع دمای بی بعد درون لایه مرزی ارائه شده است. از معادلات حاصل مشخص است که عدد پرانتل، اثری روی معادله مومنوم و توزیع سرعت ندارد، پس ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی ثابت است، در نتیجه با افزایش عدد پرانتل انتظار می‌رود که ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش یابد و بدنبال آن دما درون لایه مرزی هم کاهش یابد.



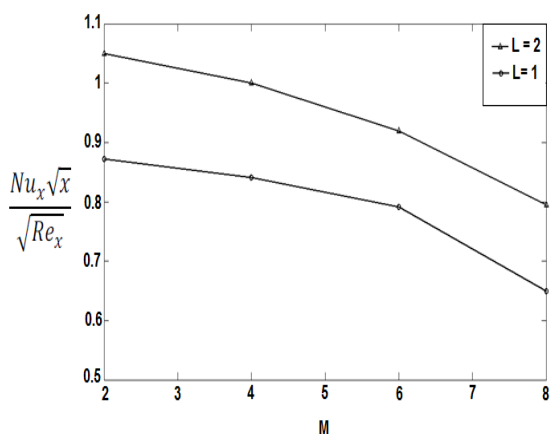
شکل ۳- اثر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع دمای بی بعد

درون لایه مرزی $L = 1, M = 2, \text{Ec}^* = 0.001$

در شکل‌های ۴ و ۵، اثرات پارامتر مکش سیال توسط دیواره بر توزیع دما و سرعت درون لایه مرزی بررسی شده است. با افزایش پارامتر مکش، سیال با سرعت بیشتری توسط دیواره مکیده می‌شود که این امر سبب کاهش سرعت درون لایه مرزی می‌شود. از طرفی چون عدد پرانتل ثابت فرض شده است، پس می‌بایست ضخامت لایه مرزی حرارتی هم کاهش یابد تا در مجموع عدد پرانتل ثابت بماند. پس با افزایش پارامتر مکش سیال توسط دیواره، انتظار می‌رود که دما درون لایه مرزی کاهش یابد.

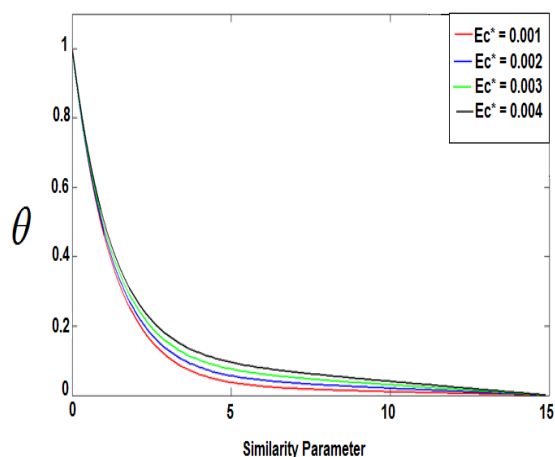
همانگونه که در شکل ۸ دیده می‌شود، با افزایش پارامتر مکش، عدد ناسلت محلی هم افزایش خواهد یافت که دلیل آن کاهش دمای سیال درون لایه مرزی است. در شکل ۹ هم، تغییرات ضریب اصطکاک محلی با پارامتر میدان مغناطیسی و پارامتر مکش ارائه شده است. با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت درون لایه مرزی کاهش می‌یابد که این امر ناشی از افزایش ضریب اصطکاک است. همچنین با افزایش پارامتر مکش هم سرعت درون لایه مرزی کم می‌شود و سبب افزایش ضریب اصطکاک محلی خواهد شد.

بدلیل ارائه شرایط جدید در این پژوهش، تنها راه اطمینان یافتن از صحت نتایج، تکیه بر روند تغییرات توزیع دما یا سرعت در مقالات قبلی است. بعنوان مثال، محمود اواف [۱۳]، نحوه تغییرات دما درون لایه مرزی را با تغییرات پارامتر میدان مغناطیسی بررسی نمود. البته مسأله‌ای که او مورد بررسی قرار داد و همچنین شرایط آن، کاملاً متفاوت است. او در تعریف مسأله خود، اثرات تشعشع حرارتی را هم در نظر گرفت. او ثابت کرد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دما درون لایه مرزی افزایش می‌یابد. در شکل ۱۰، نحوه تغییر دما درون لایه مرزی با تغییرات پارامتر میدان مغناطیسی در بر اساس تحقیق محمود اواف آورده شده است.

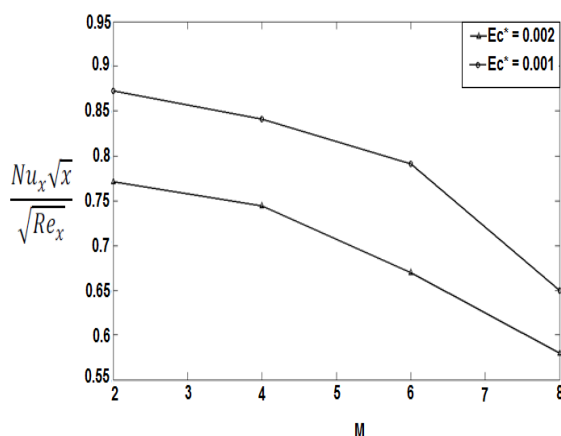


شکل ۸- تغییرات عدد ناسلت محلی با تغییر پارامتر مکش سیال توسط دیواره و پارامتر میدان مغناطیسی
 $Ec^* = 0.001$, $Pr = 0.8$

شکل ۷، نحوه تغییرات عدد ناسلت محلی را با تغییر پارامتر مغناطیسی و عدد اکرت اصلاح شده نمایش می‌دهد. واضح است که با افزایش میدان پارامتر میدان مغناطیسی، عدد ناسلت محلی و بدنبال آن نرخ انتقال حرارت از صفحه به سیال پیرامون کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد اکرت اصلاح شده، بر اساس شکل ۶ دما درون لایه مرزی افزایش می‌یابد، لذا عدد ناسلت محلی و بدنبال آن نرخ انتقال حرارت کاهش خواهد یافت.



شکل ۶- اثر تغییرات عدد اکرت اصلاح شده بر توزیع دما درون لایه مرزی $Pr = 0.8$, $M = 2$, $L = 1$



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت محلی با تغییر عدد اکرت اصلاح شده و پارامتر میدان مغناطیسی
 $L = 1$, $Pr = 0.8$

مرتبه چهارم، معادلات حاصل حل شده‌اند. پس از حل مسأله و تغییر پارامترهای بی بعد مختلف موجود در معادلات، نتایج زیر حاصل شدند:

- با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی که ناشی از افزایش قدرت میدان مغناطیسی است، بعلت رشد ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی، سرعت درون لایه مرزی کاهش یافته است.

- با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دمای سیال درون لایه مرزی در اثر یونیزه شدن ذرات سیال، افزایش یافته، در نتیجه اختلاف دمای سیال و سطح دیواره کاهش می‌یابد که این امر موجب کاهش نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال پیرامونش می‌شود.

- با افزایش عدد پراتل، ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش می‌یابد، لذا دما درون لایه مرزی افزایش خواهد یافت. از آنجایی که عدد پراتل در معادله مومنتوم ظاهر نمی‌شود، پس تغییر عدد پراتل بر توزیع سرعت بی تأثیر است.

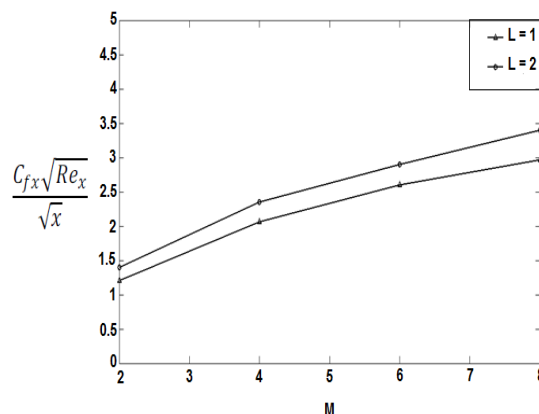
- هنگامی که پارامتر مکش افزایش می‌یابد، سیال بیشتری توسط دیواره مکیده می‌شود. به همین علت، ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی افزایش و بدنبال آن سرعت درون لایه مرزی کاهش می‌یابد، اما چون عدد پراتل ثابت فرض شده است، پس لازم است که ضخامت لایه مرزی حرارتی هم زیاد شود؛ در نتیجه دمای بی بعد درون لایه مرزی با افزایش پارامتر مکش، کاهش خواهد یافت.

- عدد ناسلت محلی با افزایش دمای سیال درون لایه مرزی، کاهش یافته و نرخ انتقال حرارت بین سیال و دیواره کاهش می‌یابد.

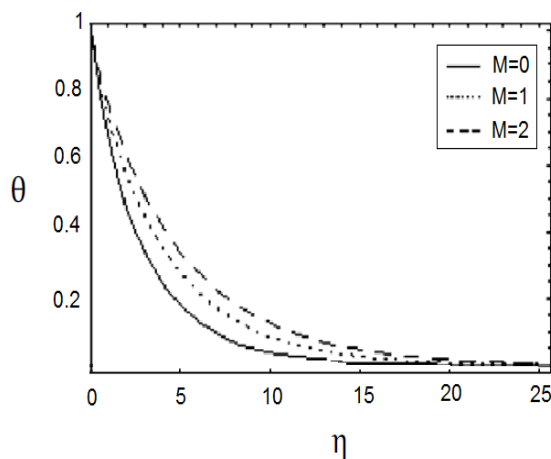
- ضریب اصطکاک محلی با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، افزایش یافته، سبب کاهش سرعت سیال درون لایه مرزی می‌شود.

۵- علائم و نشانه‌ها

u	سرعت سیال درون لایه مرزی در جهت x ، m/s
v	سرعت سیال درون لایه مرزی در جهت y ، N/m^2
ρ	چگالی سیال، kg/m^3
σ	هدایت الکتریکی سیال، $\Omega^{-1}=A/V$



شکل ۹- تغییرات ضریب اصطکاک محلی با تغییر پارامتر مکش سیال توسط دیواره و پارامتر میدان مغناطیسی $Ec^* = 0.001$, $Pr = 0.8$



شکل ۱۰- تأثیر میدان مغناطیسی بر توزیع دمای بی بعد درون لایه مرزی (نتایج پژوهش [۱۳])

۴- جمع بندی

در این مقاله، جریان لایه مرزی با سرعت آزاد متغیر از روی صفحه‌ای نفوذپذیر و در حال کشش و در حضور میدان مغناطیسی، مورد بررسی قرار گرفته است. سرعت مکش/تزریق سیال توسط دیواره، سرعت کشیده شدن دیواره، میدان مغناطیسی و سرعت جریان آزاد در خارج از لایه مرزی همگی تابع معکوس X در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از حل تشابهی مختص به این مسأله، معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده، سپس با استفاده از روش شوئینگ و متعاقب آن روش رانجه-کوتای

- [5] Duwairi HM, Duwairi RM (2004) Thermal radiation effects on MHD-Rayleigh flow with constant surface heat flux. *Heat Mass Transf* 41(1): 51-57.
- [6] Damesh RA, Duwairi HM, Al-odat M (2006) Similarity analysis of magnetic field and thermal radiation effects on forced convection flow. *Turkish J Eng Env Sci* 30: 83-89.
- [7] Aly EH, Benlahsen M, Guedda M (2007) Similarity solution of a MHD boundary layer flow past a continuous moving surface. *Int J Eng Sci* 45: 486-503.
- [8] Prasad KV, Vajravelu K (2009) Heat transfer in the MHD flow of a power law fluid over a non-isothermal stretching sheet. *Int J Heat Mass Trans* 52: 4956-4965.
- [9] Khalid A, Khan I, Khan A, Shafie Sh (2015) Unsteady MHD free convection flow of casson fluid past over an oscillating plate embedded in a porous medium. *Eng Sci Tech in press*: 1-9.
- [10] Mukhopadhyay S, Chandra Mandal I (2014) Magnetohydrodynamic (MHD) mixed convection slip flow and heat transfer over a vertical porous plate. *Eng Sci Tech in press*: 1-8.
- [11] Freidoonimehr N, Rashidi MM, Mahmud Sh (2015) Unsteady MHD free convective flow past a permeable stretching vertical surface in a nano-fluid. *Int J Thermal Sci* 87: 136-145.
- [12] Kays WM, Crawford ME (1993) Convective heat and mass transfer. 3rd edn. McGraw-Hill, New York.
- [13] Ouaf MEM (2005) Exact solution of thermal radiation on MHD flow over a stretching porous sheet. *Appl Math Comp* 170: 1117-1125.
- لزجت سینماتیکی، m^2/s ϑ
- شدت میدان مغناطیسی، T B_0
- سرعت ثابت سیال در خارج از لایه مرزی، m/s u_∞
- دمای دیواره، K T_w
- دمای سیال خارج از لایه مرزی، K T_∞
- سرعت مکش/تزریق سیال توسط دیواره، m/s v_w
- ظرفیت گرمایی ویژه سیال، KJ/kg.C C_p
- پارامتر بی بعد میدان مغناطیسی M
- عدد بی بعد اکرت اصلاح شده Ec^*
- عدد بی بعد پرانتل Pr
- پارامتر بی بعد مکش/تزریق سیال توسط دیواره L
- ضریب پخش حرارتی، m^2/s α

۶- مراجع

- [1] Chandra BC, Gosh NC (2001) MHD flow of a visco-elastic liquid through porous medium. *Int J Numerical method Heat Fluid* 11(7): 682-698.
- [2] Rapits A, Singh AK (1983) MHD free convection flow past an accelerated vertical plate. *Int Com Heat Mass* 10(4): 313-321.
- [3] Hossain MA (1992) Viscous and joule heating effects on MHD free convection flow with variable plate temperature. *Int J Heat Mass Trans* 35(12): 3485-3487.
- [4] Grandet JP, Alboussiere T, Moreau R (1992) Bouyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field. *Int J Heat Mass Trans* 35(4): 741-749.