



## ارزیابی پارامترهای بهینه‌ی مؤثر بر صفحات همسانگرد حاوی گشودگی‌های چندضلعی تحت بار برشی با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات

سید احمد محمودزاده حسینی<sup>۱</sup> و محمد جعفری<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

<sup>۲</sup> استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۷/۱۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۸/۳۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۰۱

### چکیده

در این مقاله سعی می‌شود تا به کمک نتایج حل تحلیلی حاصل از روش متغیر مختلط، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی واقع در صفحات همسانگرد محاسبه شود. برای تعیین پارامترهای بهینه از الگوریتم اجتماع ذرات استفاده شده است. حل تحلیلی مذکور بسط روش متغیر مختلط موسخلیشویلی است. به منظور استفاده از روش مذکور در تحلیل تنش صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف، به وسیله‌ی نگاشت همنا، ناحیه‌ی خارج گشودگی غیردایروی به محدوده‌ی خارج گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد تبدیل می‌شود. پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش صفحات حاوی گشودگی که به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند؛ شامل هندسه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی می‌باشند. با انتخاب مناسب پارامترهای فوق می‌توان به مقدار تنش کمتری در اطراف گشودگی دست یافت که این امر باعث افزایش قابلیت تحمل بار سازه می‌شود. تابع هزینه در این مسأله مقدار بیشترین تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی است که با روش حل تحلیلی قابل محاسبه است. نتایج نشان می‌دهند که با انتخاب شکل مناسب گشودگی و انتخاب پارامترهای بهینه‌ی آن می‌توان ضریب تمرکز تنش صفحات دارای گشودگی را به میزان قابل توجهی کاهش داد و حتی در مواردی به ضریب تمرکز تنشی کمتر از تمرکز تنش ناشی از گشودگی دایره‌ای دست یافت.

**کلمات کلیدی:** الگوریتم اجتماع ذرات؛ بار برشی؛ صفحات همسانگرد؛ گشودگی چندضلعی.

## Evaluation of Optimal Parameters Affecting of Isotropic Plates with Polygonal Cutout under Shear Load using Particle Swarm Algorithm

S.A. Mahmoodzade Hoseyni<sup>1</sup>, M. Jafari<sup>2\*</sup>

<sup>2</sup> M.Sc. Student., Mech. Eng., Shahrood Univ., Shahrood, Iran

<sup>1</sup> Assist Prof., Mech. Eng., University of Shahrood., Shahrood, Iran

### Abstract

In this paper the optimal values of effective parameters on the stress distribution around polygonal cutouts in isotropic plates are calculated. To achieve this goal, the complex variable method and PSO algorithm have been used. The expansion of the Muskhelishvili's method are used to analyze the stress distribution in infinite isotropic plates containing various cutouts. By using conformal mapping, the area outside the non-circular cutout is mapped to the area outside of unit circle. The effective parameters on stress distribution around the cutout as design variables include: cutout shape, cutout orientatin and bluntness. The proper selection of these parameters leads to achieve minimum stress around the cutout and result in the load-bearing capacity of structures increases. The goal function in this problem is the maximum stress created around the cutout calculated by the analytical solution method. The results presented in this study shows that by choosing the appropriate shape of cutout and the optimal effective parameters, stress concentration factor can be significantly reduced and lowest stress concentration factor rather than the value of stress concentration corresponding to circular hole can be achieved.

**Keywords:** Particle Swarm Algorithm; Shear Load; Isotropic Plate; Polygonal Cutout.

## ۱- مقدمه

بهینه‌سازی حیطة بسیار وسیعی از ریاضیات را در بر می‌گیرد که به‌ویژه در نیم قرن اخیر توجه تمامی حوزه‌های مهندسی را به خود جلب نموده است. ارائه‌ی آنالیزهای تحلیلی جامع‌تر، امکان استفاده از رایانه و بالطبع قابلیت بکارگیری الگوریتم‌های تکرارشونده و در نهایت ظهور الگوریتم‌های هوشمند باعث شده قابلیت روش‌های بهینه‌سازی، دیگر به حل مسائل ساده‌ی خطی محدود نبوده و توانایی روش‌های جستجوگر اتفاقی موجب تعیین سریع‌تر بهینه‌های عمومی مدل‌های پیچیده گردیده است. با توجه به این موضوع، ضرورت آگاهی مهندسان از سیستم‌های بهینه‌سازی سازه‌ها و به کار بردن آن‌ها در هنگام طراحی و ساخت روشن خواهد بود. امروزه طراحی صفحات حاوی گشودگی به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. از جمله‌ی کاربردهای این صفحات می‌توان به محل اتصال دو ورق به همدیگر توسط پیچ‌ها و پرچ‌ها، محل اتصال فشارسنج‌ها و دماسنج‌ها در بدنه‌ی کوره‌ها و یا ایجاد گشودگی در وسایل نقلیه با هدف کاهش وزن که منجر به کاهش مصرف سوخت و استفاده از موتورهایی با توان کمتر خواهد شد، اشاره کرد. در این بین بهینه‌سازی این صفحات به منظور کاهش تمرکز تنش امری ضروری به نظر می‌رسد.

استفاده از روش متغیر مختلط در حل مسائل مقدار مرزی در الاستیستیه‌ی دوبعدی اولین بار توسط موسخلیشویلی [۱] برای مواد الاستیک همسانگرد ارائه شد. سپس ساوین [۲] با استفاده از این روش مطالعاتی در زمینه‌ی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف و صفحات ناهمسانگرد فقط برای گشودگی بیضی‌شکل و دایره‌ای انجام داد. صفحات غیرهمسانگرد حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضی شکل توسط لختیسیکی [۳] مورد بررسی قرار گرفت. رضایی پزند و جعفری [۴] از روش متغیر مختلط ساوین برای مطالعه‌ی تمرکز تنش حول گشودگی‌های مختلف در ورق نامحدود فلزی استفاده کردند و یک حل تحلیلی برای صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف ارائه دادند. راث و همکارانش [۵] بر مبنای توابع پتانسیل ساوین، روابطی برای تحلیل تنش صفحات همسانگرد و غیرهمسانگرد حاوی گشودگی مستطیلی ارائه دادند. جعفری و رحیمی پطودی

[۶] به بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحات همسانگرد و غیرهمسانگرد تحت تنش برشی پرداختند. جعفری و اردلانی [۷] توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی، در ورق همسانگرد محدود تحت بارگذاری درون صفحه‌ای را مطالعه کردند. آن‌ها روش خود را بر پایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلط موسخلیشویلی و نگاشت هم‌نوا با فرض تنش صفحه‌ای ارائه دادند. باتیستا [۸] تمرکز تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی با هندسه‌های نسبتاً پیچیده را مورد بررسی قرارداد. او از بسط روش متغیر مختلط موسخلیشویلی و تابع نگاشت شوارتز-کریستفل استفاده کرد. بنرجی و همکارانش [۹] با استفاده از روش عددی توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی در صفحات همسانگرد و اورتوتروپیک را تحت بارگذاری عرضی مطالعه کردند. از تحقیقات صورت گرفته در بهینه‌سازی سازه‌ها با استفاده از الگوریتم PSO<sup>۱</sup> می‌توان به کار آقای کاتیراوان و همکارش [۱۰] اشاره داشت که به تحلیل و طراحی بهینه‌ی یک تیر کامپوزیتی قیددار که به عنوان عضو اصلی در یک تیغه‌ی روتور بالگرد مورد استفاده قرار گرفته، پرداختند. همچنین نتایج این روش با روش الگوریتم گرادیانی مورد بررسی قرار گرفت؛ نتایج آن‌ها نشان داد که در حالت کلی الگوریتم PSO منتهی به نتایج بهتری می‌شود. سیواکومار و همکارانش [۱۱] به بهینه‌سازی صفحات کامپوزیتی چندلایه حاوی گشودگی بیضوی با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند؛ آن‌ها در تحقیق خود جهت‌گیری گشودگی، نسبت طول به عرض گشودگی، زاویه‌ی ایاف، ضخامت لایه‌ها، و جنس لایه‌ها را به عنوان پارامترهای طراحی و فرکانس طبیعی را به عنوان قید طراحی در این الگوریتم مورد بررسی قرار دادند. چو و رونالدز [۱۲] توانایی الگوریتم ژنتیک را در کمینه‌سازی تمرکز تنش کششی در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی گشودگی نشان دادند. در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ی المان محدود توسعه یافته‌ی ویژه‌ای استفاده شد. هم‌تیان و همکاران [۱۳] نیز به بهینه‌سازی وزن پانل با در نظر گرفتن قیود تسلیم و کمانش با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات پرداختند. امکار و

<sup>۱</sup> Particle Swarm Optimization

در این روش، تابع تنش به عبارتی تحلیلی با ضرایب نامعین تبدیل می‌شود و با مشخص شدن تابع تنش می‌توان تغییر مکان‌ها و تنش‌ها را محاسبه نمود. معادله‌ی تعادل مطابق رابطه (۱) با معرفی  $\varphi(x,y)$  به عنوان تابع تنش ارضا خواهد شد.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

با جایگذاری روابط تنش- کرنش در روابط سازگاری و نوشتن معادله‌ی حاصل برحسب توابع تنش و با کمک گرفتن از رابطه‌ی (۱) در غیاب نیروهای حجمی مطابق رابطه‌ی (۲) خواهیم داشت [۴]:

$$R_{11} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{22} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} = 0 \quad (2)$$

رابطه (۲)، معادله‌ی سازگاری برای ماده‌ی همسانگرد برحسب تابع تنش می‌باشد که  $R_{ij}$  اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته می‌باشند. بنابراین حل مسائل الاستیسیته‌ی صفحه‌ای در حالت دو بعدی، منجر به معرفی و حل معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی چهار خواهد شد. برای حل این معادله از روش معادله‌ی مشخصه استفاده می‌شود. معادله مشخصه‌ی مربوطه به صورت رابطه (۳) بیان می‌شود [۴].

$$R_{11}\mu^4 + (2R_{12} + R_{66})\mu^2 + R_{22} = 0 \quad (3)$$

با توجه به ریشه‌های معادله‌ی مشخصه ( $\mu$ ) و این نکته که تنش‌ها مقادیری حقیقی می‌باشند، تابع تنشی به صورت رابطه (۴) در نظر گرفته می‌شود [۱، ۷ و ۴]. در نهایت با مشخص شدن تابع تنش، تنش‌ها به صورت رابطه (۵) محاسبه می‌شوند [۴].

$$\varphi(x,y) = \text{Re}[\bar{z}f_1(z_1) + f_2(z_2)] \quad (4)$$

$$\sigma_x = 2\text{Re}[\mu_1^2 f_1''(z_1) + \mu_2^2 f_2''(z_2)]$$

$$\sigma_y = 2\text{Re}[f_1''(z_1) + f_2''(z_2)]$$

$$\tau_{xy} = -2\text{Re}[\mu_1 f_1''(z_1) + \mu_2 f_2''(z_2)] \quad (5)$$

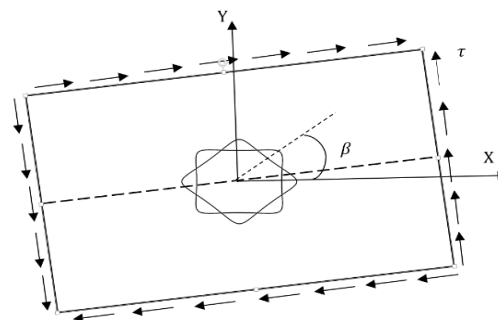
در رابطه‌ی فوق منظور از  $\text{Re}[\ ]$  قسمت حقیقی عبارت داخل کروشه است. همچنین  $z_k = x + \mu_k y$  ( $k = 1, 2$ ) و  $f_1$  و  $f_2$  توابع دلخواهی می‌باشند که با تعریف شکل گشودگی و اعمال شرایط مرزی تنش در اطراف گشودگی بدست می‌آیند. از طرفی دیگر در این مقاله، صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی تحت تنش برشی  $\tau_{xy}$  قرار دارد و تنش نرمال در جهات  $X$  و  $Y$  صفر می‌باشد. بنابراین با در نظر

همکارانش [۱۴] بر اساس معیار وزن، صفحات کامپوزیتی را با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات بهینه کردند.

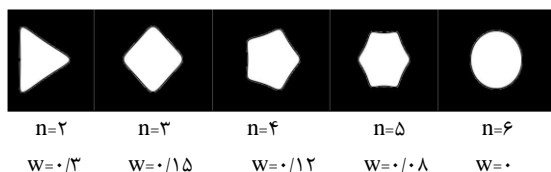
در این مقاله سعی می‌شود تا با استفاده از نتایج حاصل از حلی تحلیلی، پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف واقع در صفحه‌ی نامحدود همسانگرد و تحت بار برشی مورد بررسی قرار گیرند؛ سپس به کمک روش الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، پارامترهای بهینه جهت دسترسی به کمترین تنش ممکن در اطراف گشودگی معرفی شود. متغیرهای طراحی در این تحقیق عبارت‌اند از: هندسه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش و نرمی گشودگی.

## ۲- تعریف مسأله

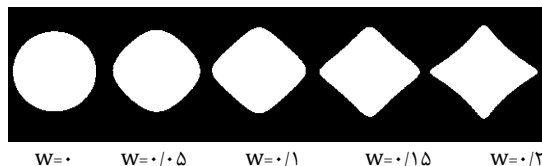
مطابق شکل ۱ صفحه‌ی فلزی نامحدود دارای گشودگی با شکل دلخواه را در نظر بگیرید. صفحه در دوردست تحت تأثیر بار برشی قرار گرفته است. وجود گشودگی باعث تمرکز تنش در اطراف گشودگی می‌شود، هدف محاسبه‌ی متغیرهای طراحی به گونه‌ای است که مقدار تمرکز تنش، کمترین مقدار ممکن گردد. متغیرهای طراحی عبارتند از: زاویه‌ی چرخش گشودگی ( $\beta$ )، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی ( $w$ ) و هندسه‌ی گشودگی. همچنین فرضیات استفاده شده در مقاله به صورت زیر است: ۱- اندازه‌ی گشودگی در مقابل ابعاد صفحه کوچک است (صفحه بی‌نهایت). ۲- ماده دارای رفتار الاستیک خطی است. ۳- صفحه تحت بار برشی خالص قرار گرفته است. ۴- با اعمال شرایط مرزی بر روی مرز گشودگی ( $\sigma_r = 0$ )، تنها تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی  $\sigma_\theta$  است. روش تحلیلی استفاده شده در این مقاله، برگرفته از گسترش روش حل تحلیلی ارائه شده توسط ساوین و موسخیلشویلی می‌باشد.



شکل ۱- صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی و تحت بار برشی



شکل ۲- تأثیر پارامتر n بر هندسه گشودگی (c=λ=1)



شکل ۳- تأثیر روند تغییرات w بر انحنای گشودگی

(c=λ=1)

### ۳- الگوریتم اجتماع ذرات

الگوریتم اجتماع ذرات با یک ماتریس جمعیت تصادفی اولیه و بر مبنای یک فرآیند تکراری شروع می‌شود. هر عنصر جمعیت، یک ذره نامیده می‌شود. این الگوریتم از تعداد مشخصی از ذرات تشکیل می‌شود که به طور تصادفی، مقدار اولیه می‌گیرند. برای هر ذره دو مقدار موقعیت و سرعت، تعریف می‌شود که به ترتیب با یک بردار مکان و یک بردار سرعت، مدل می‌شوند. این ذرات، به صورت تکرارشونده‌ای در فضای n بعدی مسأله حرکت می‌کنند تا با محاسبه‌ی مقدار بهینگی به عنوان یک ملاک سنجش، گزینه‌های ممکن جدید را جستجو کنند. بُد فضای مسأله، برابر تعداد پارامترهای موجود در تابع مورد نظر برای بهینه‌سازی می‌باشد. در یک مسأله‌ی N<sub>var</sub> بعدی، یک ذره یک آرایه سطری با N<sub>var</sub> درایه است. این آرایه مطابق رابطه‌ی (۹) قابل تعریف می‌باشد.

$$\text{particle} = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{\text{var}}}] \quad (9)$$

در این مسأله تابع هزینه (GF) به صورت بیشترین تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی (نسبت مقدار تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش وارده به صفحه‌ی بدون گشودگی) تعریف می‌شود. هزینه یک ذره با ارزیابی تابع f به ازای متغیرهای p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>3</sub>, ..., p<sub>N<sub>var</sub></sub> مطابق رابطه‌ی (۱۰) به دست می‌آید.

$$C.F_i = f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{\text{var}}}) \quad (10)$$

لازم به ذکر است که سرعت هر ذره در تکرار اول به صورت تصادفی تشکیل می‌گردد. در این الگوریتم، ذرات

گرفتن (σ<sub>x</sub> = σ<sub>y</sub> = 0; τ<sub>xy</sub> ≠ 0) و با استفاده از روابط تبدیل تنش صفحه‌ای برای یک صفحه‌ی بی‌نهایت بدون گشودگی، تنش‌ها به صورت رابطه‌ی (۶) خواهد بود [۱۵].

$$\begin{aligned} \sigma_x^\infty &= -2\tau'_{xy} \sin\alpha \cos\alpha \\ \sigma_y^\infty &= 2\tau'_{xy} \sin\alpha \cos\alpha \\ \tau_{xy}^\infty &= \tau'_{xy} (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \end{aligned} \quad (6)$$

با استفاده از اصل جمع آثار (ترکیب روابط معادلات ۵ و ۶)، تنش‌ها در یک صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی تحت تنش برشی مطابق رابطه‌ی (۷) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -2\tau'_{xy} \sin\alpha \cos\alpha + 2\text{Re}[\mu_1^2 f_1''(Z_1) + \mu_2^2 f_2''(Z_2)] \\ \sigma_y &= 2\tau'_{xy} \sin\alpha \cos\alpha + 2\text{Re}[f_1''(Z_1) + f_2''(Z_2)] \\ \tau_{xy} &= \tau'_{xy} (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) - 2\text{Re}[\mu_1 f_1''(Z_1) + \mu_2 f_2''(Z_2)] \end{aligned} \quad (7)$$

در نهایت با انتقال دستگاه مختصات کارترین به مختصات قطبی، می‌توان تنش‌های σ<sub>r</sub>، σ<sub>θ</sub> و τ<sub>rθ</sub> را به دست آورد. به منظور استفاده از روابط حاکم در این روش، نیاز به یک تابع نگاشت هم‌نوا می‌باشد؛ تا به کمک آن توزیع تنش مربوط به صفحات با شکل‌های غیردایروی مورد بررسی قرار گیرد. بر این اساس برای بسط روش حل به سایر گشودگی‌ها می‌توان با استفاده از تابع نگاشت (z = x + iy) نقاط روی مرز گشودگی با شکل خاص (کانتور) را به دایره‌ای به شعاع واحد تبدیل کرد. x و y در تابع نگاشت مذکور مطابق رابطه‌ی (۸) تعیین می‌گردند [۴].

$$\begin{aligned} x &= \lambda(\cos\theta + w\cos(n\theta)) \\ y &= -\lambda(\sin\theta - w\sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، پارامترهای مختلفی وجود دارند که با تغییر آن‌ها، می‌توان گشودگی‌های مختلفی را مدل کرد. n نشان‌دهنده‌ی نوع هندسه‌ی گشودگی است، که در شکل ۲ تأثیر آن نشان داده شده است. c پارامتری است که تعیین کننده‌ی نسبت طول به عرض گشودگی می‌باشد. λ بزرگی گشودگی را نشان می‌دهد. در بریدگی‌های لبه‌دار، w معیار تیزی یا نرمی گشودگی است. با تغییر این پارامتر برای هر گشودگی خاص می‌توان گشودگی را با گوشه‌هایی با انحنایی متفاوت ایجاد کرد. تأثیر مقدار w در شکل ۳ نشان داده شده است، مطابق این شکل برای گشودگی شبه‌مربعی وقتی w کاهش می‌یابد گوشه‌های گشودگی ملایم‌تر می‌شود تا اینکه w به کمترین مقدار خودش، (یعنی w=۰) می‌رسد، در این حالت شکل گشودگی به دایره تبدیل می‌شود.

شماره‌ی بیشترین تکرار می‌باشد. شی و ابره‌ارت [۱۸] مشاهده کردند که پاسخ بهینه می‌تواند با تغییر دادن مقدار ضریب وزنی از ۰/۹ تا ۰/۴ بهبود یابد.  $C_1$  و  $C_2$  در مؤلفه‌های اجتماعی و شناختی سرعت ذره نقش بسیار زیادی را در کارایی ذره دارند. در اینجا پارامترهای  $C_1$  و  $C_2$  طوری انتخاب می‌شوند که به صورت خطی تغییر یابند، با این تفاوت که  $C_1$  کاهش و  $C_2$  افزایش داده شوند؛ این استراتژی بر روی جستجوی سراسری ذرات در فضای جستجو در ابتدای الگوریتم تأکید دارد؛ و در انتهای الگوریتم به جستجوی محلی ذرات اهمیت داده و ذرات به سمت بهترین موقعیت ملاقات شده گروه جذب می‌شوند، بنابراین پارامترها به صورت روابط (۱۷) و (۱۸) به روز می‌گردند [۱۸].

$$c_1(t) = (c_{1,f} - c_{1,i}) \frac{\text{iter}}{\text{maxiter}} + c_{1,i} \quad (17)$$

$$c_2(t) = (c_{2,f} - c_{2,i}) \frac{\text{iter}}{\text{maxiter}} + c_{2,i} \quad (18)$$

که در آن  $c_{1,f}$ ،  $c_{1,i}$ ،  $c_{2,f}$ ،  $c_{2,i}$  مقادیر ثابتی می‌باشند. همچنین در اینجا همگرایی مسأله به ازای تعداد جمعیت‌های مختلف الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است؛ بر این اساس نمودار همگرایی تابع هزینه به ازای جمعیت‌های مختلف در شکل ۴ نمایش داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود؛ به ازای دو جمعیت اولیه‌ی ۱۰ و ۲۰ روند همگرایی دیرتر اتفاق می‌افتد و علاوه بر آن در ۱۵۰ تکرار، مسأله به بهینه‌ی مطلق همگرا نشده است. باید این نکته را در نظر داشت که اگرچه افزایش جمعیت باعث کشف مناطق بیشتری از فضای جستجو شده که این امر در پیدا کردن بهینه‌ی مطلق نقش بسزایی دارد اما انتخاب جمعیت‌های بزرگتر مدت زمان حل مسأله را به شدت طولانی‌تر می‌کند. بر این اساس مطابق شکل ۴ جمعیت بهینه برای تمام حالات ۴۰ در نظر گرفته شده است.

#### ۵- بررسی درستی حل

برای بررسی نتایج حاصل از روش بهینه‌سازی حاضر، از روش اجزای محدود (نرم افزار آباکوس) کمک گرفته شده است. بدین منظور ابتدا یک خروجی از کد برنامه‌ی بهینه‌سازی، نوشته شده در متلب برای تعیین مقادیر بهینه‌ی یک گشودگی خاص گرفته شده است. سپس پارامترها و مختصات بهینه شده‌ی به دست آمده عیناً وارد نرم افزار آباکوس گردید

سرعت‌هایشان و موقعیتشان را بر حسب بهترین جواب‌های مطلق و محلی به ترتیب به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) به روز می‌کنند [۱۶].

$$V_i(t+1) = \omega V_i(t) + r_1 c_1 (p_i - x_i(t)) + r_2 c_2 (p_g - x_i(t)) \quad (11)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + v_i(t+1) \quad (12)$$

که در آن  $V_i(t+1)$  و  $X_i(t+1)$  به ترتیب سرعت و موقعیت ذره در تکرار جدید می‌باشد.  $V_i(t)$  و  $X_i(t)$  به ترتیب سرعت و موقعیت کنونی ذره،  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی بین بازه‌ی صفر و یک می‌باشند.  $p_i$  بهترین عملکرد خود ذره و  $p_g$  بهترین موقعیت پیش آمده در میان همه‌ی ذرات می‌باشند.  $\omega$ ،  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب ضریب اینرسی، ضریب یادگیری شخصی و ضریب یادگیری جمعی می‌باشند. هر ذره بر اساس بهترین عملکرد خودش با شرط رابطه‌ی (۱۳) به روز می‌شود. علاوه بر این، به روز کردن سرعت و موقعیت بر اساس بهترین موقعیت پیش آمده در بین ذرات، با شرط رابطه‌ی (۱۴) به روز می‌شود [۱۷].

$$\text{if } f(X_i) < f(p_i) \text{ then } p_i = X_i \quad (13)$$

$$\text{if } f(X_i) < f(p_g) \text{ then } p_g = X_i \quad (14)$$

همچنین در این مسأله به طور کلی قیود دارای دو مرز پایین و بالا می‌باشند که براساس شکل گشودگی قابل تغییر نیز می‌باشند؛ ولی کلی‌ترین محدوده‌ی قیود در این مقاله به صورت رابطه‌ی (۱۵) می‌باشد، که در آن (۱-تعداداضلاع-گشودگی)  $n$  است.

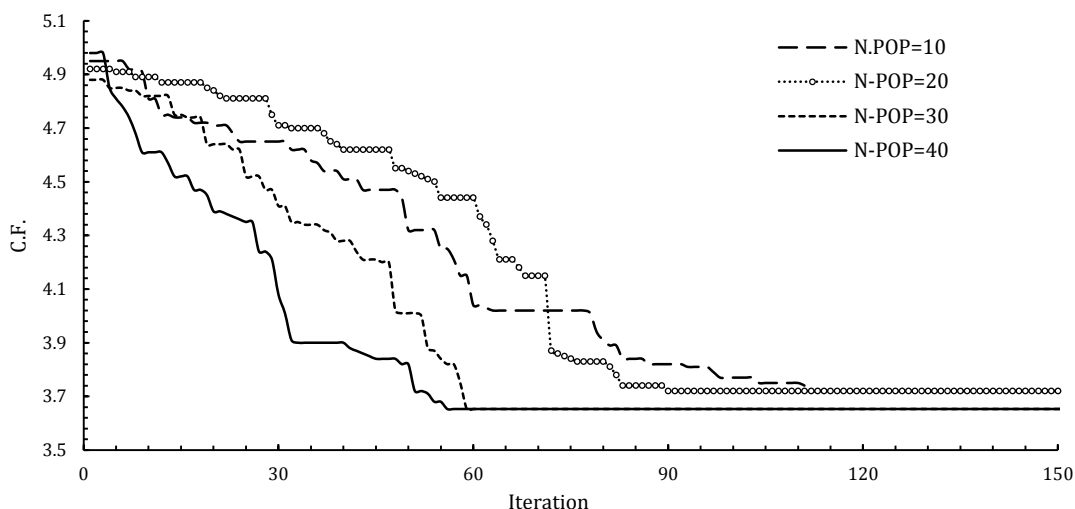
$$0 < \beta < 180 ; 0 < w < \frac{1}{n} \quad (15)$$

#### ۴- معیار همگرایی الگوریتم

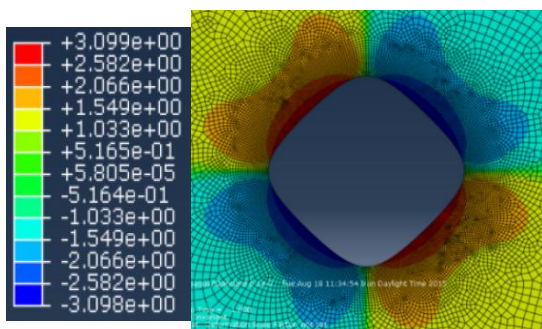
در این بخش نتایج بدست آمده از اجرای برنامه، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بر این اساس بهترین ساختارهای ایجاد شده برای مینیمم کردن تابع هزینه به ازای متغیرهای طراحی ارائه می‌شوند. ضریب وزنی در واقع به نوعی حافظه‌ی پیشین هر عضو را تبیین می‌کند یا به عبارتی درصدی از سرعت قبلی ذره را در محاسبه‌ی سرعت جدید تأثیر می‌دهد. رابطه‌ی (۱۶) برای عملگر  $\omega$  در نظر گرفته شده است. [۱۸]

$$\omega = (\omega_i - \omega_f) \left( \frac{\text{maxiter} - \text{iter}}{\text{maxiter}} \right) + \omega_f \quad (16)$$

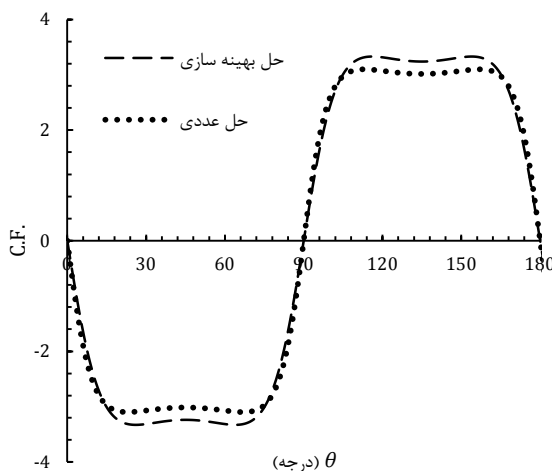
که در آن  $\omega_i$  و  $\omega_f$  به ترتیب مقادیر اولیه و نهایی ضریب وزنی می‌باشند. iter برابر شماره تکرار فعلی ذره و maxiter



شکل ۴- نمودار همگرایی تابع هدف به ازای جمعیت‌های مختلف



شکل ۵- نمایی از گشودگی چهارضلعی در محیط آبکوس پس از بارگذاری و توزیع تنش اطراف آن



شکل ۶- مقایسه‌ی حل المان محدود و بهینه‌سازی حاضر (گشودگی چهارضلعی)

تا هندسه‌ی گشودگی کاملاً مطابق با مسأله‌ی حاضر باشد. به منظور اطمینان از صحت حل نرم‌افزار و تعیین تعداد شبکه‌ی بهینه، ناحیه‌ی دور گشودگی با اندازه‌های مختلف مش‌بندی مطالعه شد. در این ناحیه تعداد المان‌ها از ۴۰ عدد تا ۱۸۰ عدد افزایش داده شد و مشاهده گردید از این عدد به بعد با افزایش تعداد المان‌ها نتایج تقریباً ثابت می‌ماند. بنابراین این تعداد المان‌ها به عنوان تعداد المان شبکه‌ی بهینه در نظر گرفته شد و نتایج در این حالت به دست آمد.

ابتدا با استفاده از اجرای برنامه نوشته شده برای حل تحلیلی و استفاده از الگوریتم PSO مقادیر بهینه‌ی مربوط به گشودگی چهارضلعی به دست آمد. سپس سعی شد تا با اعمال این مقادیر، گشودگی موردنظر در نرم‌افزار آبکوس مدل شود. شکل ۵ نمایی از گشودگی چهارضلعی در حالت بهینه ( $\beta = 90^\circ$  و  $W = 0.782$ ) و نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف آن را نشان می‌دهد. مقایسه‌ی مقادیر به دست آمده تابع هزینه از روش حل تحلیلی در این حالت و حل عددی در شکل ۶ نشان داده شده است. همچنین شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب نتایج تابع هزینه حول گشودگی سه‌ضلعی ( $W = 0.1$ ) و پنج‌ضلعی ( $\beta = 135^\circ$  و  $W = 0.04$ ) از دو روش تحلیلی و عددی را نشان می‌دهد. زاویه‌ی  $\theta$ ، زاویه‌ی نقاط روی مرز گشودگی را نسبت به محور افقی مشخص می‌کند، که به علت تقارن موجود در توزیع تنش حول گشودگی در همه‌ی نتایج مورد بحث برای گشودگی‌های مختلف نتایج تا  $\theta = 180^\circ$  ارائه شده است. نزدیکی نتایج دو روش در شکل‌های ۶ تا ۸ تأکیدی بر صحت حل روش تحلیل ارائه شده می‌باشد.

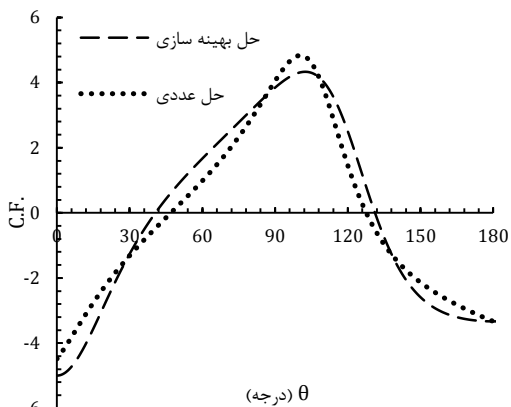
۶- نتایج

همانطور که می‌دانیم تمرکز تنش در صفحات همسانگرد حاوی گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی ماده می‌باشد. بنابراین نتایج پژوهش فوق را می‌توان برای صفحات همسانگرد از سایر جنس‌ها نیز استفاده کرد. بر این اساس مشخصات ماده‌ی همسانگرد به کار رفته در این مقاله مطابق جدول ۱ می‌باشد. در تمام گشودگی‌ها ( $\lambda = 1$ ) در نظر گرفته شده است. شکل ۹ تغییرات مقادیر تابع هزینه برحسب انحنای گشودگی را برای گشودگی‌های مختلف نشان می‌دهد. در واقع در این شکل به بررسی تغییرات تابع هزینه بر حسب انحنای گشودگی در زاویه چرخش بهینه، حاصل از الگوریتم PSO پرداخته شده است. مطابق شکل، برای گشودگی‌های سه‌ضلعی و پنج‌ضلعی همان‌طور که انتظار می‌رود با کاهش  $w$  و نرم‌تر شدن انحنای گوشه‌ی گشودگی مقدار تابع هزینه کاهش می‌یابد تا جایی که برای  $w=0$  گشودگی شکل خود را از دست داده و به دایره تبدیل می‌شود. در این حالت مقدار تابع هزینه هم به کمترین مقدار ممکن می‌رسد. اما بر خلاف انتظار این وضع برای گشودگی‌های با تعداد اضلاع زوج متفاوت است؛ مطابق شکل با افزایش مقدار انحنای گشودگی، منحنی‌های مربوط به این گشودگی‌ها رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهند. به عبارتی منحنی مربوط به گشودگی چهارضلعی و شش‌ضلعی در ابتدا با افزایش مقدار  $w$  روندی نزولی دارد، اما این روند برای گشودگی چهارضلعی تا مقدار  $w = 0.0782$  و برای گشودگی شش‌ضلعی تا مقدار  $w = 0.239$  ادامه خواهد داشت و در ادامه با افزایش مقدار شاهد روند صعودی مقدار تابع هزینه خواهیم بود.

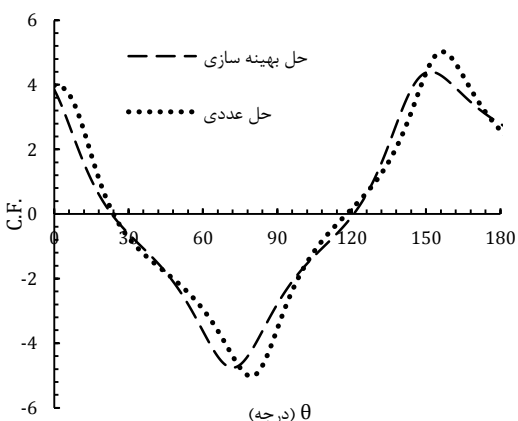
مقادیر بهینه‌ی زاویه‌ی چرخش مربوط به هر گشودگی و مقدار تابع هزینه متناظر با آن در ادامه در جدول ۲ آورده شده است. برای هر گشودگی ابتدا فرآیند بهینه‌سازی به ازای دو متغیر طراحی یعنی انحنای گشودگی و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار بهینه‌ی انحنای گشودگی در زاویه‌ی چرخش بهینه مشخص شود؛ مطابق جدول ۲ برای گشودگی سه‌ضلعی در  $w=0$  که بیان کننده گشودگی دایروی می‌باشد،

جدول ۱- خواص ماده در صفحه‌ی حاوی گشودگی

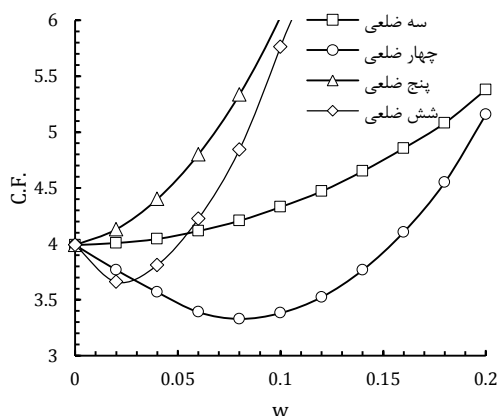
ماده	$\nu$	G(GPa)	E(GPa)
فولاد	۰/۳	۷۹/۳	۲۰۷



شکل ۷- مقایسه‌ی حل المان محدود و بهینه‌سازی حاضر (گشودگی سه‌ضلعی)



شکل ۸- مقایسه‌ی حل المان محدود و بهینه‌سازی حاضر (گشودگی پنج‌ضلعی)



شکل ۹- تغییرات تابع هدف نسبت به انحنای گشودگی

جدول ۲- نتایج بهینه برای گشودگی‌های مختلف

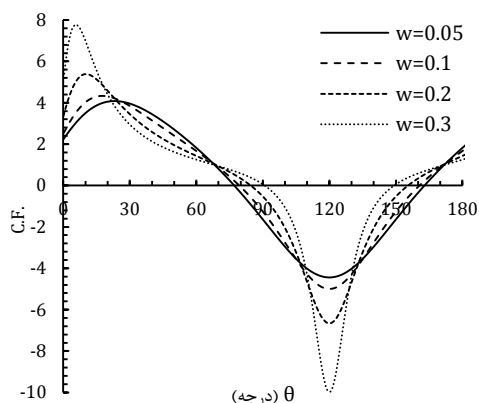
C.F.	$\beta$	تعداد اجرای برنامه	W	نوع گشودگی
۳/۹۹۹۶	-	۱	۰ (بهینه)	سه ضلعی
۴/۳۲۱۱	۱۵	۱	۰/۱	
۴/۳۲۱۱	۱۳۵	۲		
۴/۳۲۰۸	۱۵	۳		
۴/۳۲۱۰	۷۵	۴		
۵/۳۷۸۸	۷۵-۱۳۵-۱۵	۱	۰/۲	
۳/۳۲۷۹	۰	۱	۰/۰۷۸۲ (بهینه)	چهارضلعی
۳/۳۲۷۸	۹۰	۲		
۳/۳۲۷۶	۱۸۰	۳		
۳/۳۲۷۸	۹۰	۴		
۳/۹۲۱۲	۰-۹۰-۱۸۰	۱	۰/۱۵	
۳/۹۹۸۱	-	۱	۰ (بهینه)	پنج‌ضلعی
۴/۴۰۰۵	۶۳	۱	۰/۰۴	
۴/۴۰۰۴	۱۳۵	۲		
۴/۴۰۰۶	۹۹	۳		
۴/۴۰۰۷	۱۷۱	۴		
۴/۴۰۰۵	۲۷	۵		
۳/۶۵۲۸	۱۳۵	۱	۰/۰۲۳۹ (بهینه)	شش‌ضلعی
۳/۶۵۲۷	۷۵	۲		
۳/۶۵۲۵	۱۵	۳		
۳/۶۵۲۷	۱۳۵	۴		
۳/۹۹۹۴	۷۵-۱۳۵-۱۵	۱	۰/۰۵	

که این مقدار برابر ۳/۳۲۷۹ می‌باشد. همچنین این مقدار از تابع هزینه در زوایای چرخش ۰، ۹۰ و ۱۸۰ درجه اتفاق افتاده است. نمودار تغییرات تابع هزینه برای گشودگی چهارضلعی در انحنای دیگر در حالت  $\beta = 0^\circ$  (یکی از حالت‌های بهینه) در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

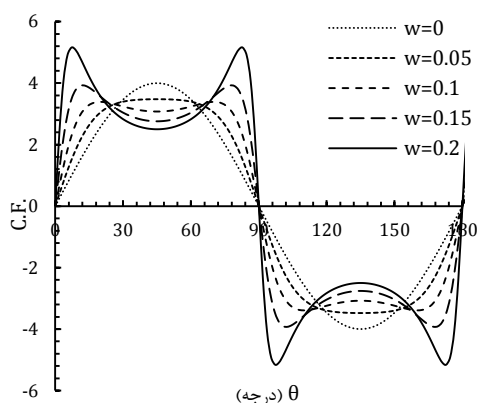
مقادیر W در بازه  $0 \leq W \leq 0/18$  برای گشودگی پنج‌ضلعی و برای گشودگی شش‌ضلعی مقادیر  $0 \leq W \leq 0/12$  مناسب می‌باشد. مقادیر بیشتر از  $W = 0/18$  برای گشودگی پنج‌ضلعی و  $W = 0/12$  برای گشودگی شش‌ضلعی باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت اصلی خود خارج می‌شود. به همین ترتیب با افزایش تعداد اضلاع گشودگی بازه‌ی تغییرات W کاهش می‌یابد. جدول ۲ نتایج بهینه‌ی مربوط به پارامترهای طراحی و مقدار تابع هزینه مربوط به گشودگی‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی را نشان می‌دهد. نمودار تغییرات تابع هزینه در انحنای دیگر برای گشودگی پنج‌ضلعی در حالت  $\beta = 135^\circ$  و برای گشودگی شش‌ضلعی در حالت  $\beta = 75^\circ$  (یکی از حالت‌های بهینه) به ترتیب در شکل‌های ۱۲ و ۱۳

کمترین مقدار تابع هزینه را خواهیم داشت که این مقدار برابر ۴ می‌باشد. چرخش گشودگی در این حالت هیچ مفهومی ندارد. در حالت بعدی نتایج ارائه شده برحسب دو انحنای خاص از همان گشودگی مرتب شده تا زاویه‌ی چرخش بهینه برای این نوع گشودگی مشخص گردد. همانطور که قابل مشاهده می‌باشد برای گشودگی سه‌ضلعی به ازای هر بار اجرای الگوریتم PSO مقادیر متفاوتی برای زاویه‌ی چرخش به دست آمده است. اگرچه این زوایا متفاوت می‌باشند اما این تغییر با روند منظمی تکرار می‌شود، به عبارتی با توجه به این جدول، گشودگی سه‌ضلعی در زوایای چرخش ۱۵، ۷۵ و ۱۳۵ درجه کمترین مقدار تابع هزینه را به خود اختصاص داده است، یعنی این روند با دوره‌ی تناوب  $60^\circ$  برای این گشودگی تکرار می‌شود. روند تغییرات تابع هزینه مربوط به این گشودگی در انحنای مختلف در حالت  $\beta = 15^\circ$  (یکی از حالت‌های بهینه) در شکل ۱۰ نشان داده شده است. مطابق جدول ۲ برای گشودگی چهارضلعی در  $W = 0/0782$  که بیان کننده‌ی هندسه‌ی خاصی از این گشودگی می‌باشد کمترین مقدار تابع هزینه را خواهیم داشت

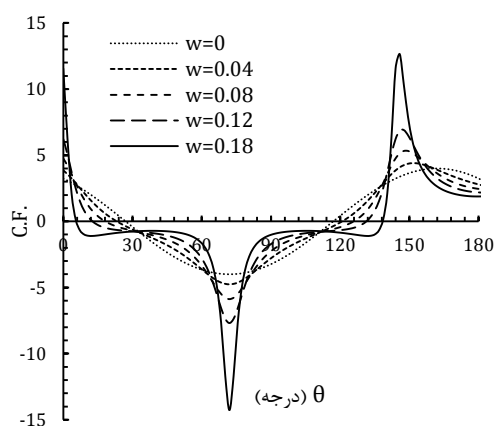




شکل ۱۰- روند تغییرات تابع هزینه در انحنای مختلف (گشودگی سه ضلعی)



شکل ۱۱- روند تغییرات تابع هزینه در انحنای مختلف (گشودگی چهارضلعی)



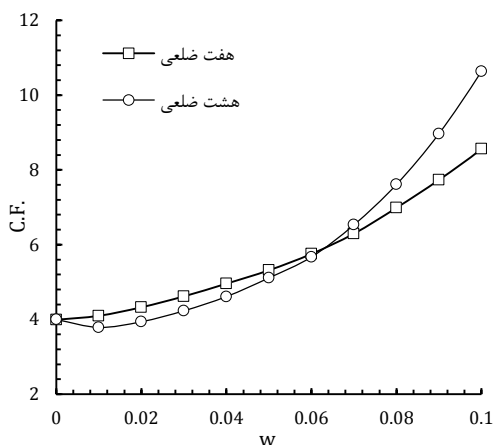
شکل ۱۲- روند تغییرات تابع هزینه در انحنای مختلف (گشودگی پنج ضلعی)

نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در این بخش برای گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع بیشتر از شش ضلعی نیز قابل حصول است، منتها برای جلوگیری از تکرار مطالب اضافی و با توجه به اینکه با افزایش تعداد اضلاع گشودگی نتایج بهینه به گشودگی دایره بسیار نزدیک می‌شود، فقط به ارائه‌ی نمودار کلی برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی که در شکل ۱۴ قابل مشاهده می‌باشد، بسنده شده است. جدول ۳ نتایج بهینه مربوط به گشودگی‌های هفت ضلعی و هشت ضلعی را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه طی تکرارهای مختلف مشخص می‌شود، که این زوایای بهینه برای گشودگی هفت ضلعی با دوره تناوب  $26^\circ$  و برای گشودگی هشت ضلعی با دوره تناوب  $45^\circ$  کمترین مقدار تابع هزینه را به خود اختصاص داده‌اند. در نهایت شکل ۱۵ روند تغییرات تابع هزینه را در اطراف گشودگی‌های مختلف در حالت بهینه بدست آمده نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که برای گشودگی‌های با تعداد اضلاع فرد و گشودگی هشت ضلعی نتایج بهینه در یک انحنای خاص که بیان‌کننده هندسه‌ی خاصی از همان نوع گشودگی است، نشان داده شده است.

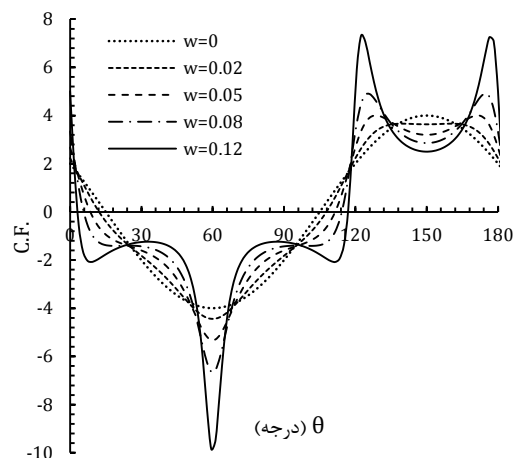
## ۷- نتیجه گیری

در این مقاله به منظور تعیین پارامترهای بهینه مؤثر بر صفحات همسانگرد نامحدود تحت بار برشی از الگوریتم فراابتکاری PSO کمک گرفته شد. تابع هدف موردنظر این مقاله برپایه روش متغیر مختلط موسخلیشیولی می‌باشد. برای بررسی صحت نتایج حل تحلیلی مذکور از روش اجزای محدود استفاده شد؛ که مقایسه‌ی نتایج حاصل از دو روش صحت نتایج ارائه شده را تأیید می‌کند.

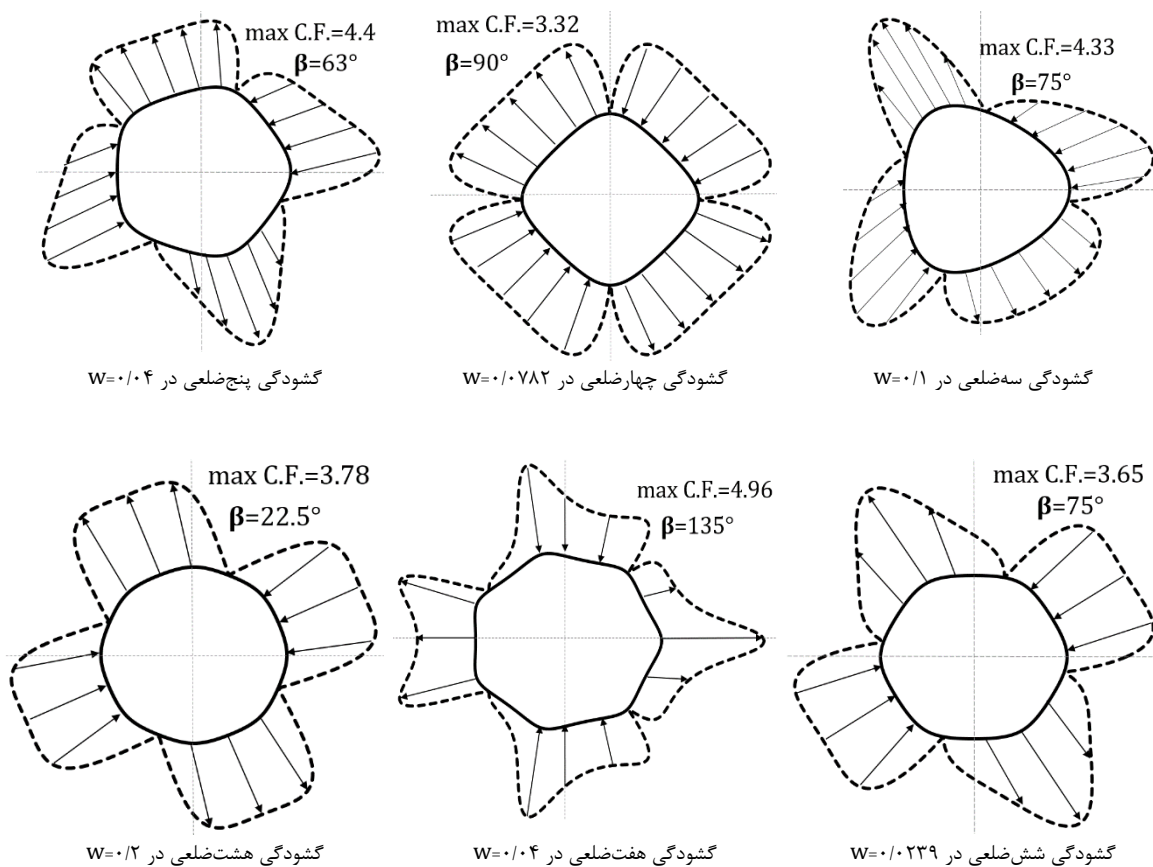
در این مقاله به خوبی نشان داده شد که پارامترهای متعددی بر مقدار تمرکز تنش که در اثر وجود گشودگی در یک سازه ایجاد می‌شود تأثیر گذار می‌باشند. این پارامترها عبارتند از: شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی و نوع هندسه‌ی گشودگی. نتایج حاصل نشان می‌دهد که با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب برای گشودگی‌های مختلف می‌توان تمرکز تنش را به مقدار قابل توجهی کاهش داد.



شکل ۱۴- تغییرات تابع هدف نسبت به انحنا ی گشودگی



شکل ۱۳- روند تغییرات تابع هزینه در انحناهای مختلف (گشودگی شش ضلعی)



شکل ۱۵- روند تغییرات تابع هزینه اطراف گشودگی‌های مختلف در حالت بهینه شده

جدول ۳- نتایج بهینه برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی

C.F.	$\beta$	w	نوع گشودگی
۳/۹۹۸۷	-	۰ (بهینه)	هفت ضلعی
۴/۹۶۱۴	۶-۳۲-۵۸-۸۴-۱۰۹-۱۳۵-۱۶۱	۰/۰۴	هفت ضلعی
۳/۷۸۵۷	۲۲/۵-۶۷/۵-۱۱۲/۵-۱۵۷/۵	۰/۰۰۹۲ (بهینه)	هشت ضلعی
۴/۶۱۸۹	۲۲/۵-۶۷/۵-۱۱۲/۵-۱۵۷/۵	۰/۰۴	هشت ضلعی

of isotropic and anisotropic plates containing a central quadrilateral cutout subjected to shear stress. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 5(1): 101-114. (in persian)

- [7] Jafari M, Ardalani E (2015) Analytical solution to calculate the stress distribution around triangular hole in finite isotropic plates under in-plane loading. *Modares Mech Eng* 15(5):165-175. (in persian)
- [8] Batista M (2011) On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to uniform load at infinity. *Int J Mech Sci* 53(4): 254-261.
- [9] Banerjee M, Jain NK, Sanyal S (2013) Stress concentration in isotropic and orthotropic composite plates with center circular hole subjected to transverse static loading. *Int J Mech Ind Eng* 3(1):109-113.
- [10] Kathiravan R, Ganguli R (2007) Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization. *Compos Struct* 81: 471-479.
- [11] Sivakumar K, Iyengar NGR, Deb K (1998) Optimum design of laminated composite plates with cutout using a genetic algorithm. *Compos Struct* 42: 265-279.
- [12] Cho HK, Rowlands RE (2007) Reducing tensile stress concentration in perforated hybrid laminate by genetic algorithm. *Com Sci and Tech* 67:2877-2883.
- [13] Hemmatian H, Fereidoon F, Rajabpour M (2010) Optimization of prismatic core based on particle swarm algorithm. *Modeling in Engineering* 8(20): 17-26.
- [14] Omkar SN, Khandelwal R, Ananth TV, NarayanaNaik G, Gopalakrishnan S (2009) Quantum behaved particle swarm optimization (QPSO) for multi-objective design optimization of composite structures. *Expert Syst Appl* 36: 11312-11322.

همچنین نتایجی که از این تحقیق به دست آمد نشان می‌دهند که بر خلاف تصور در بارگذاری برشی گشودگی دایره‌ای بهترین گشودگی برای دستیابی به کمترین مقدار تمرکز تنش نمی‌باشد. بر این اساس طبق نتایج بدست آمده در گشودگی‌های با تعداد اضلاع فرد در زوایای چرخش بهینه با نرم‌تر شدن انحنای گوشه‌های گشودگی و میل کردن آن به سمت صفر مقدار تمرکز تنش نیز کاهش می‌یابد در این حالت گشودگی دایره‌ای بهترین نوع گشودگی می‌باشد. حال آنکه اگر تعداد اضلاع زوج باشد با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب برای گشودگی‌های مختلف می‌توان به تمرکز تنشی حتی کمتر از گشودگی دایره‌ای رسید، البته با افزایش تعداد اضلاع گشودگی نتایج بهینه به گشودگی دایره بسیار نزدیک می‌شود.

#### ۸- مراجع

- [1] Muskhelishvili NI (1962) Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. 2ed edn. Noordhoff, Netherlands.
- [2] Savin GN (1961) Stress concentration around holes. Pergamon Press, New York.
- [3] Lekhnitskii SG (1968) Anisotropic plates. 2ed edn. Gordon and Breach Science, New York.
- [4] Rezaeepazhand J, Jafari M (2010) Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout. *Int J Mech Sci* 52: 96-102.
- [5] Rao DKN, Babu MR, Reddy KRN, Sunil D (2010) Stress around square and rectangular cutouts in symmetric laminates. *Compos Struct* 92(12): 2845-2859.
- [6] Jafari M, Rahimi-petroudi A (2015) A study of the effect of various parameters on the stress analysis

- [17] El-ghazali T (2009) Metaheuristics: from design to implementation. Wiley & sons, New Jersey.
- [18] Ratnaweera A, Halgamuge SK, C.Watson H (2004) Self-Organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients. IEEE T Evolut Comput 8(3): 240-255.
- [15] Martin H Sadd (2009) Elasticity theory, applications and numerics. 2ed edn. Elsevier Inc., Burlington.
- [16] Yang X, Yuan J, Mao H (2007) A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation. Appl Math Comput 189: 1205-1213.