



شبیه‌سازی عددی دینامیکی و ترمودینامیکی یک ریزپمپ ام اچ دی با تغییر مستقل طول‌های دو میدان الکتریکی و مغناطیسی

مر ترضی دلاکه نژاد^۱، سید علی میربزرگی^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

^۲ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۲/۰۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۸/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۱۰

چکیده

در این مقاله، اثر تغییرات مستقل طول میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با لحاظ نواحی نفوذ جانبی بر توزیع دما و سرعت جریان در یک ریزپمپ دینامو هیدرومغناطیسی شبیه‌سازی شده است. هندسه جریان ام اچ دی، یک مجرای دو بعدی بین دو صفحه موازی است و معادلات حاکم بر دو میدان جریان سیال و الکترومغناطیس به روش عددی حجم محدود حل شده است. نتایج عددی نشان داد که با لحاظ تابعیت دمایی خواص برای جریان در یک مجرا به مقطع مستطیلی ۱۰۰۰ میلی‌متر مربع، شدت شار مغناطیسی ۰/۰۲۵ تسلا و قدرت میدان الکتریکی ۲۰ ولت بر میلی‌متر، دبی عبوری جریان در صورت تغییر طول مستقل دو میدان الکتریکی و مغناطیسی حداکثر به ۲۵۰ میلی‌لیتر بر ثانیه می‌رسد. این در حالی است که در حالت تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی، دمای میانگین کاسه‌ای از ۲۵ درجه سانتی‌گراد ورودی به ۴۵ درجه سانتی‌گراد خروجی می‌رسد و در حالت تغییر طول مستقل میدان الکتریکی، دمای خروجی به ۳۵ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. در وضعیت ثابت بودن خواص، حداکثر دبی به ۷۰ میلی‌لیتر بر ثانیه می‌رسد؛ درحالی‌که دمای میانگین کاسه‌ای برای حالت تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی، به ۱۴۰ درجه سانتی‌گراد و برای حالت تغییر طول مستقل میدان الکتریکی، به ۵۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد.

کلمات کلیدی: ریزپمپ ام اچ دی؛ نیروی لورنتز؛ جریان کاملاً توسعه یافته؛ طول میدان الکتریکی؛ طول میدان مغناطیسی.

Numerical Simulation of Dynamic and Thermodynamic an MHD Micro-pump by Changing Electric and Magnetic Field Lengths Independently

M. Dallakehnezhad¹, S.A. Mirbozorgi^{2,*}

¹ Ph.D. Student, Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran.

² Associate. Prof., Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran.

Abstract

In this work, the effect of independent electric and magnetic field length changes on the temperature distribution and flow velocity of a magneto-hydrodynamic micro-pump is simulated considering the lateral electromagnetic diffusive regions. The geometry of an MHD flow is a 2D channel between two parallel plates, and the governing equations of both flow and electromagnetic fields are solved using the finite volume numerical method. The numerical results show that by applying the temperature allegiance of fluid properties, for a flow in a channel of 1000 mm² cross-section, a magnetic field intensity of 0.025 Tesla, and an electric field strength of 20 volt/mm, the flow rate reaches 250 mL/s when the electric and magnetic field lengths are changed. However, in the case of an independent change in the magnetic field length, the mean cup temperature from 25 °C at entrance reaches 45 °C at exit, and in the case of an independent change in the electric field, the exit temperature reaches 35 °C. In the situation of constant properties, the maximum flow rate reaches 70 mL/s, while the mean cup temperature reaches 140 °C for the case of an independent change in the magnetic field length and 50 °C for the case of an independent change in the electric field length.

Keywords: MHD Micro-pump; Lorentz Force; Fully-Developed Flow; Electrode Field Length; Magnetic Field Length.

۱- مقدمه

ریزپمپ‌ها^۱ یکی از قسمت‌های مهم در سیستم‌های ریزالکترومکانیکی زیستی^۲ و سیستم‌های ریزسیالی^۳ هستند که کاربرد آنها در سه دهه گذشته گسترش قابل توجهی پیدا کرده است. این ریزپمپ‌ها، عمدتاً به دو دسته طبقه بندی می‌شوند: ریزپمپ‌های مکانیکی و غیرمکانیکی [۱]. در ریزپمپ‌های مکانیکی، اغلب از یک غشاء متحرک برای تولید حرکت سیال استفاده می‌شود. تحریک این غشاء به وسیله مکانیزم‌های مختلفی از جمله: الکترواستاتیک^۴، پیزوالکتریک^۵ و الکترومغناطیس^۶ انجام می‌شود [۲]. یکی از مزیت‌های اصلی این ریزپمپ‌ها، قابلیت اعتماد به سیستم و عدم وابستگی مکانیزم تولید فشار در آنها به سیال‌های خاص است. با این حال نیاز به ولتاژ بالا (بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ ولت) برای تحریک غشاء، یکی از معایب این ریزپمپ‌ها است [۳]. علاوه بر این، ایجاد شده در این نوع ریزپمپ‌ها پیوسته نبوده، اغلب متناوب است.

از سوی دیگر، ریزپمپ‌های غیرمکانیکی فاقد اجزای متحرک بوده، مشکلات فرسایش و خستگی قطعات را ندارند. این ریزپمپ‌ها به وسیله مکانیزم‌های مختلفی بسته به کاربردشان عمل می‌کنند. برای مثال، می‌توان به مکانیزم‌های الکترواسموزی (ای او) [۴]، الکتروهایدرودینامیک (ای اچ دی) [۵] و دیناموهایدرومغناطیسی (ام اچ دی) [۶] اشاره کرد. از طرف دیگر، هدایت الکتریکی سیال در ریزپمپ‌های الکترواسموزی و الکتروهایدرودینامیکی در محدوده 10^{-15} تا 10^{-3} ازیمنس بر متر است. در حالی که در ریزپمپ‌های دیناموهایدرومغناطیسی مقدار هدایت الکتریکی سیال در محدوده 10^{-3} تا 10^9 ازیمنس بر متر قرار دارد. با وجود این، سیالاتی با هدایت الکتریکی در محدوده 10^{-3} و 10^9 ازیمنس بر متر، می‌تواند توسط هر سه مکانیزم مورد اشاره پمپ شود [۷]. ریزپمپ‌های دیناموهایدرومغناطیسی (ام اچ دی)، اخیراً

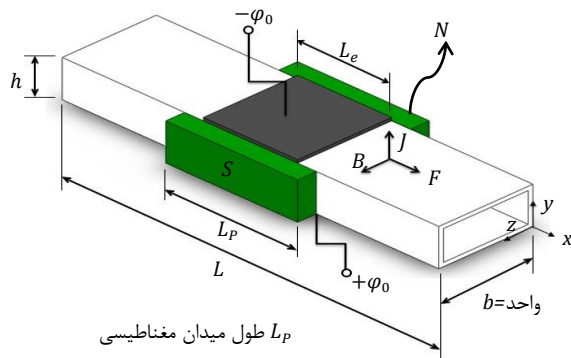
توجه محققان در حوزه ریزسیالی را نیز به خود جلب کرده است. این ریزپمپ‌ها برای کاربردهای زیستی مناسب می‌باشند. عامل تحریک جریان در این نوع از ریزپمپ‌ها، نیروی لورنتز حاصل از اعمال دو میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد است.

پدیده ام اچ دی ابتدا توسط ریچه [۸]، مشاهده شد. در سال ۱۹۴۰ آلفن [۹]، اصول کلی این پدیده را فرمول‌بندی کرد و بواسطه آن در سال ۱۹۷۰ جایزه نوبل را دریافت کرد. جانگ و لی [۱۰]، از اولین کسانی بودند که در زمینه ریزپمپ‌های ام اچ دی با جریان مستقیم مطالعاتی را به طور تجربی انجام دادند. وینوویچ و همکارانش [۱۱] و راموس و وینوویچ [۱۲]، هر دو روش اجزا محدود و اختلاف محدود را برای تحلیل جریان ام اچ دی و تعیین تاثیرات اعداد رینولدز و هارتمن بکار بردند. لیموف و همکارانش [۱۳] و لیموف و لی [۱۴]، دو ریز پمپ ام اچ دی از نوع متناوب و مستقیم ساخته و مورد مطالعه قرار دادند. آنها مشاهده کردند که چنانچه میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بکار رفته از نوع مستقیم باشد، پدیده مخرب حباب‌زایی به علت الکترولیز شدن سیال درون کانال، بر اثر عبور جریان الکتریکی رخ می‌دهد؛ اما با بکار بردن میدان‌های متناوب مشاهده شد که این حباب‌زایی کمتر می‌شود. ژانگ و همکارانش [۱۵]، جریان ام اچ دی درون ریزمجرای ساخته شده از سرامیک را مطالعه کردند. جی ای هو [۱۶]، مشخصات یک ریزپمپ ام اچ دی در حوزه پزشکی را مطالعه کرد. او نشان داد، محدوده ولتاژ بین ۰ تا ۱۲ ولت و شدت شار مغناطیسی کمتر از ۰/۰۴ تسلا، برای عملکرد این ریز پمپ‌ها کاملاً مناسب است و حباب‌زایی داخل کانال کاهش می‌یابد. دوویری و عبدالله [۱۷]، [۱۸ و ۱۹]، جریان آرام، گذرا، کاملاً توسعه یافته در ریزپمپ‌های دیناموهایدرومغناطیسی را مطالعه و توزیع دمایی داخل ریزمجرای آن را گزارش کردند. آنها اثر پارامترهای مختلف نظیر، اعداد هارتمن، پرائتل، اکرت، استن‌تون و نسبت منظری مقطع ریزمجرا را بر افزایش دما و سرعت جریان مطالعه کردند. مطالعه آنها در دو حالت جریان متناوب و جریان مستقیم، به طور عددی و تحلیلی صورت گرفته است. ویب هو [۳]، اثرات حرارتی و الکترواسموزی جریان در ریزپمپ ام اچ دی را بررسی کرد. او نشان داد که مقاطع با هندسه‌های مختلف، تاثیر به سزایی روی دما و دبی جریان در

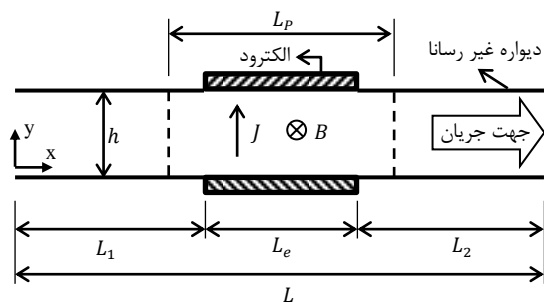
¹ Micropumps² Bio- MEMS (Bio-Micro Electro Mechanical System)³ Microfluidics⁴ Electrostatical⁵ Pizelectrical⁶ Electromagnetical⁷ Electroosmosis (EO)⁸ Electrohydrodynamic (EHD)⁹ Magnetohydrodynamic (MHD)

مغناطیسی اعمال شده توسط آهنربای دائمی عمود بر راستای میدان الکتریکی بین دو الکتروود است. طبق تئوری الکترومغناطیس در این حالت، نیرویی در راستای عمود بر هر دو جهت میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی بر سیال اعمال می‌شود که این نیرو به نام نیروی حجمی لورنتز شناخته می‌شود.

نمای راست شکل ۱ را می‌توان به صورت یک طرح شماتیک دو بعدی، در شکل ۲ نمایش داد که در آن عمق مجرا b عمود بر صفحه کاغذ است. با توجه به اینکه میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر بخش میانی طول مجرا اعمال می‌شود، طول‌های طرفین این دو میدان که با L_1 و L_2 مشخص شده‌اند، طول‌های عایق ورودی و خروجی نامیده می‌شوند. در پژوهش حاضر، همواره $h = 1 \text{ mm}$ و متغیر بودن L_e در پژوهش حاضر، همواره $L_1 = L_2 = (L - L_e)/2$ خواهد بود.



شکل ۱- طرح شماتیک یک ریزپمپ ام اچ دی با جریان سیال در راستای x



شکل ۲- طرح شماتیک دو بعدی از یک ریزپمپ ام اچ دی

ریزمجرا دارد. بهره‌مندی و میربزرگی [۲۰]، نشان دادند که برای یک نیروی حجمی یکنواخت در عرض مجرا، نظیر نیروی لورنتز در حضور طول‌های عایق ورودی و خروجی، جریان در سراسر طول مجرا و حتی در محل اتصال طول‌های عایق با الکتروودها کاملاً توسعه یافته است.

در اغلب مقالات یاد شده، تغییرات پارامترهای مهم این جریان بررسی شده است و به عنوان مثال، اثر تغییرات اعداد بی‌بعد نظیر، هارتمن بین ۰ تا ۱۰، پراتل بین ۰/۱ تا ۵، اکرت بین ۰/۱ تا ۰/۵، استنتون بین ۴ تا ۸ و نسبت منظری بین ۰/۲ تا ۱ مطالعه شده است. بعلاوه اثرات شدت شار مغناطیسی بین ۰/۱۹ تا ۰/۴۴ تسلا و ولتاژ اعمالی بین ۱۰ تا ۶۰ ولت نیز بررسی شده است. با وجود این، اثرات تغییر طول مستقل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی روی مشخصات حرارتی و دینامیکی جریان، کمتر بررسی شده است. به نظر می‌رسد که تغییرات طول مستقل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی روی طرح جریان، دمای سیال و دبی عبوری از پمپ تاثیر قابل توجهی داشته باشد. در این مقاله، اثر تغییر طول‌های مستقل دو میدان الکتریکی و مغناطیسی همراه با نواحی نفوذ جانبی آنها روی گرمایش ژول، توزیع دما و توزیع سرعت با جزئیات بیشتری بررسی می‌شود.

۲- فیزیک مسئله

در شکل ۱، طرح شماتیک یک ریزپمپ ام اچ دی نشان داده شده است که شامل یک ریزمجرای با مقطع مستطیلی $(h \times b)$ برای عبور جریان سیال است. به منظور اجرای یک تحلیل دو بعدی برای جریان در صفحه xy ، عرض h مجرا، بسیار کمتر از عمق b (واحد) در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور اعمال نیروی الکترومغناطیسی بر سیال، به دلخواه روی دیواره‌های جانبی مجرا در منطقه میانی، یک آهنربای دائمی با طول L_p و عرض ثابت h نصب شده است. بعلاوه در همین منطقه روی دو دیواره بالا و پایین، الکتروودهایی به طول L_e و عمق ثابت b برای اعمال میدان الکتریکی قرار داده شده است. دیواره‌های ریزمجرا بجز در قسمت الکتروودها عایق می‌باشند. اگر هدایت الکتریکی سیال عبوری از مجرا به قدر کافی بزرگ باشد، میدان الکتریکی ما بین دو الکتروود، سبب برقراری یک جریان الکتریکی از درون سیال می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میدان

شده است، معادله القاء مغناطیسی (۶) به صورت رابطه (۷) خلاصه می‌شود.

$$\nabla^2 B = 0 \quad \& \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

در کار حاضر، $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_z \vec{k}$ است؛ یعنی $B_y = 0$ است؛ زیرا تغییر طول میدان مغناطیسی در راستای جریان مورد نظر است و عرض میدان مغناطیسی در راستای y ، همواره برابر عرض مجرا h است و در ناحیه عرضی مجرا همواره $B_y = 0$ است. برای استخراج حل B_x و B_z تابعی از x می‌توان معادلات $\nabla^2 B_x = 0$ و $\nabla^2 B_z = 0$ را جداگانه حل کرد که پاسخی بدیهمی از معادله (۷) می‌باشند.

۳-۱- بی‌بعد سازی معادلات حاکم

متغیرهای موجود در مسئله را می‌توان با تعریف مرجع‌های مناسبی، بدون بعد نمود و با علامت بالانویس * نمایش داد.

$$y^* = \frac{y}{h}, \quad x^* = \frac{x}{h}, \quad \vec{B}^* = \frac{\vec{B}}{B_0},$$

$$\phi^* = \frac{\phi}{\phi_0}, \quad P^* = \frac{P}{\rho U_0^2}, \quad \vec{V}^* = \frac{\vec{V}}{U_0},$$

$$\theta = \frac{T - T_i}{T_{out,0} - T_i}, \quad \vec{j}^* = \frac{\vec{j}}{\left(\frac{\sigma_0 \phi_0}{h} \right)} \quad (8)$$

که در آن U_0 سرعت مرجع است و معمولاً از یک حل تحلیلی قابل استخراج است. T_i دمای سیال در ورودی، $T_{out,0}$ دمای حداکثر سیال در خروجی، ϕ_0 ، B_0 ، μ_0 و σ_0 به ترتیب مقادیر مرجع برای ولتاژ الکترودها، شدت شار مغناطیسی، لزجت دینامیکی سیال و هدایت الکتریکی سیال است. لازم به ذکر است که با اجرای یک حل تحلیلی برای مسئله‌ای که $L_e/L \neq 1$ است، L_e/L است، سرعت جریان در مجرا $U = (\sigma_0 \phi_0 B_0 h L_e) / \mu_0 L$ و دمای سیال در خروج $T_{out} = T_i + (J^2 L_e / \sigma_0 \rho C_p U)$ تغییر می‌کند و قاعدتاً بایستی مرجع هر سرعت و دما در حوزه حل باشد؛ اما با توجه به اینکه اغلب، مرجع هر کمیتی ثابت فرض می‌شود، در این مقاله سرعت و دما برای حداکثر L_e (یعنی وقتی $L_e = L$)، به عنوان سرعت و دمای مرجع در نظر گرفته شده است؛ یعنی $U = \sigma_0 \phi_0 B_0 h / \mu_0$ و $T_{out} = T_i + (J^2 L / \sigma_0 \rho C_p U)$ در نتیجه داریم:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (9)$$

۳- معادلات حاکم

معادلات دینامو هیدرومغناطیسی حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر یک سیال نیوتنی با خواص ترموفیزیکی تابع دما در حالت دائم، به ترتیب شامل، پیوستگی، اندازه حرکت خطی، انرژی، قانون اهم، معادله حاکم بر میدان الکتریکی (ϕ) و معادله حاکم بر میدان القای مغناطیسی (B) است [۲۱].

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

که در آن $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$ بردار سرعت جریان در حالت دو بعدی با واحد $\left(\frac{m}{s}\right)$ است.

$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (2)$$

که در آن $\vec{j} \times \vec{B}$ نیروی حجمی لورنتز با واحد $\left(\frac{N}{m^3}\right)$ ، \vec{j} بردار شدت جریان الکتریکی با واحد آمپر بر متر مربع، \vec{B} بردار شدت شار مغناطیسی با واحد $\left(\frac{Vs}{m^2}\right)$ ، ρ چگالی سیال با واحد $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$ ، P فشار با واحد $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ و μ لزجت دینامیکی سیال با واحد $\left(\frac{Ns}{m^2}\right)$ است.

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \frac{J^2}{\sigma} \quad (3)$$

که در آن C_p ظرفیت گرمایی سیال با واحد $\left(\frac{kJ}{kgK}\right)$ ، k هدایت حرارتی سیال با واحد $\left(\frac{W}{mK}\right)$ ، T دما بر حسب کلونین، σ هدایت الکتریکی سیال با واحد $\left(\frac{1}{\Omega m}\right)$ و $\frac{J^2}{\sigma}$ جمله مربوط به گرمایش ژول است که به علت عبور جریان الکتریکی از درون سیال به وجود می‌آید.

$$\vec{j} = \sigma(-\nabla \phi + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (4)$$

که در آن ϕ میدان الکتریکی بر حسب ولت است.

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot (\vec{V} \times \vec{B}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \frac{1}{\sigma \mu_m} \nabla^2 \vec{B} \quad \& \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6)$$

که در آن μ_m نفوذ پذیری مغناطیسی بر حسب نیوتن بر مربع آمپر است. در مقیاس‌های آزمایشگاهی (پایین بودن عدد هارتمن) جمله $\nabla \times (\vec{V} \times \vec{B})$ در مقایسه با دو جمله دیگر معادله ناچیز بوده، قابل صرف نظر کردن است [۲۲]. از طرف دیگر، با توجه به اینکه در این پژوهش $\partial \vec{B} / \partial t = 0$ اتخاذ

است. در سرتاسر دیواره‌های بالا و پایین مجرا برای سرعت، شرط عدم لغزش بکار رفته، ولی برای میدان الکتریکی در خارج از محدوده الکترودها شرط مرزی مشتقی و در محدوده الکترودها، شرط مرزی میدان الکتریکی معلوم بکار رفته است که به‌طور خلاصه طبق جدول ۱ گزارش شده‌اند.

با توجه به اینکه شرایط مرزی حل معادلات میدان مغناطیسی بایستی در راستای z نیز بیان شود، مطابق جدول ۲ شرایط مرزی ناحیه دیوار به طور جداگانه گزارش شده است. در ورودی و خروجی، شرط مرزی هنوز از نوع مشتقی است.

قابل ذکر است که شرایط مرزی برای میدان مغناطیسی در صفحه xz استفاده می‌شود و با توجه به وضعیت دو بعدی مورد نظر در این پژوهش که در آن جریان در صفحه xy و با شرایط در موقعیت $z = b/2$ جاری است، فقط از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی در راستای z که حداکثر تابعی از x است، استفاده شده است. بعلاوه اگرچه معادله $\nabla^2 B_x = 0$ حل می‌شود، اما پاسخ آن در صفحه $z = b/2$ کاملاً صفر است. خواص ترموفیزیکی بکار رفته در مسئله حاضر به‌طور خلاصه در جدول ۳ بیان گردیده است. این مشخصات ترموفیزیکی، مربوط به یک الکتروولیت (آب دریا) است.

جدول ۱- شرایط مرزی سرعت، فشار، دما و میدان الکتریکی

دیوار الکتروود	دیوار عایق	خروجی	ورودی
$\partial^2 p / \partial y^2 = 0$	$\partial^2 p / \partial y^2 = 0$	$P = 0$	$P = 0$
$u = 0$	$u = 0$	$\partial u / \partial x = 0$	$\partial u / \partial x = 0$
$v = 0$	$v = 0$	$\partial v / \partial x = 0$	$\partial v / \partial x = 0$
$\partial T / \partial y = 0$	$\partial T / \partial y = 0$	$\partial T / \partial x = 0$	$T = T_i$
$\varphi(x, h) = -\varphi_0$	$\varphi(x, 0) = +\varphi_0$	$\partial \varphi / \partial x = 0$	$\partial \varphi / \partial x = 0$

جدول ۲- شرایط مرزی میدان مغناطیسی

دیوار در محدوده آهنربا	دیوار در محدوده خارج از آهنربا
$B_x(L_1 + L_p, y, b) = -B_0$	$\partial B_x / \partial z = 0$
$B_x(L_1, y, 0) = -B_0$	
$B_x(L_1 + L_p, y, 0) = +B_0$	
$B_x(L_1, y, b) = +B_0$	$B_z(x, y, 0) = 0$
$B_x(L_1 < x < L_1 + L_p, y, 0) = 0$	
$B_x(L_1 < x < L_1 + L_p, y, b) = 0$	$B_z(x, y, b) = 0$
$B_z(x, y, 0) = B_z(x, y, b) = B_0$	

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla \bar{p} + \frac{1}{\text{Re}_h} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\text{Re}_h} \vec{j} \times \vec{B} \quad (10)$$

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\text{Pe}} \nabla^2 \theta + \frac{\text{Ec}}{\text{Ha}^2 \text{Re}_h} \vec{j}^2 \quad (11)$$

$$\vec{j} = -\nabla \varphi + \text{Ha}^2 \vec{v} \times \vec{B} \quad (12)$$

$$\nabla^2 \varphi = \text{Ha}^2 \nabla \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (13)$$

$$\nabla^2 B = 0 \quad \& \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (14)$$

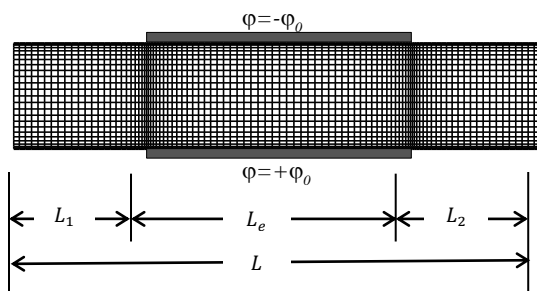
که در آنها به منظور اختصار نویسی از علامت * چشم پوشی شده است و $\text{Re}_h = \rho U_0 h / \mu_0$ عدد رینولدز حداکثر در مسئله، (نسبت نیروی اینرسی به لزجتی $\text{Ha} = B_0 h \sqrt{\sigma_0 / \mu_0}$ عدد هارتمن (نسبت نیروی لورنتز به لزجت)، $\text{Ec} = U_0^2 / C_p T_{\text{out},0}$ عدد اکرت و $\text{Pe} = \text{Re}_h \cdot \text{Pr}$ عدد پکلت، پارامترهای بی‌بعد حاکم بر مسئله می‌باشند. بعلاوه در این پژوهش، هدایت الکتریکی و لزجت دینامیکی سیال به ترتیب با روابط $\sigma = \sigma_0 [1 + 0.025(T - T_0)]$ و $\ln\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right) = -1.704 - 5.306\left(\frac{273}{T}\right) + 7.01\left(\frac{273}{T}\right)^2$ به دما تعریف شده‌اند [۳]. که در آن $T_0 = 298 \text{ K}$ مرجع و T بر حسب کلونین است. همان‌طور که از این روابط مشاهده می‌شود، افزایش دما موجب کاهش نمای لزجت و افزایش خطی هدایت الکتریکی خواهد شد. کاهش لزجت با افزایش دما در سیالات مایع، امری بدیهی است. کاهش لزجت، یکی از عوامل افزایش سرعت در ریزمجرا است و افزایش هدایت الکتریکی، باعث افزایش شدت جریان الکتریکی، نیروی حجمی لورنتز و تولید گرمای ژول می‌شود. قابل ذکر است که C_p ، k و ρ سیال عامل مورد نظر، در محدوده تغییرات دمایی پژوهش حاضر، تغییرات ناچیزی دارند و لذا از تابعیت دمایی آنها صرف‌نظر شده است.

۳-۲- شرایط مرزی و خواص ترموفیزیکی مسئله

در مسئله مورد نظر، شرایط مرزی به این شرح است. در ورودی مجرا فشار و دما معلوم، اما سرعت و میدان الکتریکی به صورت شرط مرزی نیومن^۱ است. در خروجی مجرا فشار معلوم، ولی سرعت، دما و میدان الکتریکی به صورت مشتقی

^۱ Neumann Boundary Condition

متغیر خواهد بود. یک نمونه از شبکه جبری تولید شده برای حل مسئله حاضر، در شکل ۳ نشان داده شده است. بعلاوه برای نشان دادن استقلال نتایج مهم جریان از ابعاد شبکه (مانند سرعت متوسط در مقطع) مسئله مورد نظر در بخش صحت سنجی برای شبکه‌های مختلف حل شده است. نتایج حاکی از آن است که برای شبکه 100×250 و ریزتر از آن، سرعت متوسط جریان سیال به عدد $3/35 \times 10^{-2}$ متر بر ثانیه همگرا شده و تا رقم چهارم اعشار ثابت باقی می‌ماند. قابل ذکر است، در شکل ۳ به منظور وضوح بیشتر از تعداد گره‌های کمتری استفاده شده، در نواحی ابتدایی و انتهایی الکترودها بعلاوه کنار دیواره‌ها، شبکه ریزتر شده است و نسبت تراکم برای این نواحی $f = 1/0.6$ است.



شکل ۳- یک نمونه شبکه غیر یکنواخت تولید شده به روش جبری به ابعاد 25×100

۴- نتایج و بحث

۴-۱- صحت سنجی نتایج عددی

اعتبارسنجی برنامه عددی نوشته شده با مقایسه نتایج حل عددی جریان ام اچ دی بین دو صفحه موازی و یک حل تحلیلی انجام شده است. در این حل تحلیلی خاص به‌طور غیرفیزیکی، از اثرات نفوذ جانبی میدان الکتریکی و مغناطیسی در خارج از فاصله‌های L_e و L_p صرف‌نظر شده، خواص سیال، μ_0 و σ_0 ثابت فرض شده است. بعلاوه تغییر طول‌های L_e و L_p به نحوی است که همواره $L_p = L_e$ است؛ در این صورت، پاسخ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب، $\varphi = -E \times y$ و $B_z = B_0$ است. معادلات (۱۵) تا (۱۷) به ترتیب، توزیع سرعت، فشار و دماییانگین را برای این حل تحلیلی نشان می‌دهد [۲۳ و ۲۴].

جدول ۳- ثابت‌ها و خواص ترموفیزیکی در جریان ام اچ دی

مشخصه	مقدار	واحد
هدایت الکتریکی سیال، σ_0	۱/۵	$\frac{\text{Siemens}}{\text{m}}$ یا $\frac{1}{\Omega \text{ m}}$ یا $\frac{\text{A}}{\text{m V}}$
لزجت دینامیکی سیال، μ_0	۰/۰۰۱	N s/m^2
چگالی سیال، ρ	۱۰۰۰	kg/m^3
پتانسیل الکتریکی، φ_0	۱۰	V (Volts)
شدت شار مغناطیسی، B_0	۰/۰۲۵	Tesla یا $\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$ یا $\frac{\text{N}}{\text{Am}}$
هدایت حرارتی سیال، k	۰/۶۱۳	W/m K
ظرفیت گرمایی سیال، C_p	۴/۱۸۱	kJ/kg K
دمای سیال ورودی، T_i	۲۹۸	K

مشاهده می‌شود که اختلاف پتانسیل الکتریکی روی صفحه در الکترودها $\Delta\varphi = \varphi(x, 0) - \varphi(x, h)$ همواره ثابت و برابر ۲۰ ولت اختیار شده است.

۳-۳- حل عددی

در این پژوهش، برای حل عددی معادلات جریان ام اچ دی با شرایط مرزی و مشخصات هندسی بیان شده در بخش ۲-۳ از روش حجم محدود استفاده شده است. ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل^۱ برقرار شده است. برای پرهیز از اثرات احتمالی شطرنجی در میدان‌های فشار و سرعت از شبکه هم مکان با میان یابی رای-چو^۲ [۲۳]، برای مقادیر سرعت روی وجوه استفاده شده است. برای ارزیابی توام جملات پخش و جابجایی در محل وجوه، از طرح قاعده توانی^۳ استفاده شده است. سیستم معادلات جبری با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری^۴ به روش ضمنی جایگزینی جهات^۵ حل شده، نتایج تا دقت 10^{-16} گزارش گردیده است. نتایج ارائه شده در این پژوهش با توجه به مقادیر ثابت جدول ۳، برای $0.001 = \text{Ha} = 6/82$ و $\text{Pr} = 0 < L_e/L \leq 1$ استخراج شده است. که در این صورت با تغییر L_e رینولدز و پکلت جریان بین صفر و حداکثر خودشان یعنی $(0 \leq \text{Re}_h \leq 400)$ و $(0 \leq \text{Pe} \leq 2728)$

¹ SIMPLE

² Rhie-Chow

³ Power Law

⁴ Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA)

⁵ Alternative Direction Implicit (ADI)

$$u(y) = -\left(\frac{\sigma_0 B_0 E}{\mu_0}\right) \left(\frac{h}{Ha}\right)^2 \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{Ha}{h} y \sqrt{\frac{L_e}{L}}}} \left(e^{\frac{Ha}{h} y \sqrt{\frac{L_e}{L}}} + e^{Ha \left(1 - \frac{y}{h}\right) \sqrt{\frac{L_e}{L}}} \right) \right] \quad (15)$$

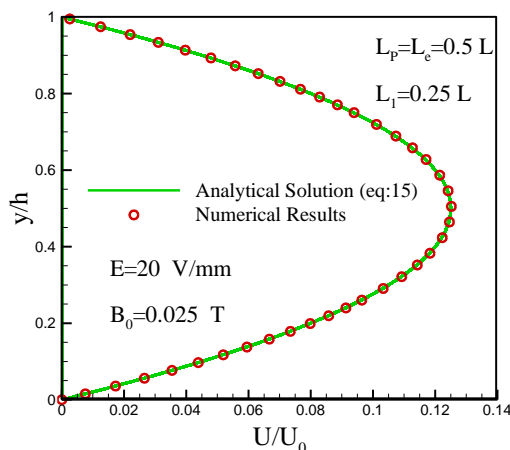
که در آن $E = \Delta\varphi/h$ قدرت میدان الکتریکی است.

$$P(x) = \begin{cases} -Mx & , 0 \leq x < L_1 \\ \left(\frac{1}{L_e} - 1\right) M(x - L_1) - ML_1 & , L_1 \leq x \leq L_1 + L_e \\ -Mx + ML & , L_1 + L_e < x \leq L \end{cases} \quad (16)$$

که در آن $M = (8\sigma_0 B_0 E / Ha^2) \left[1 - \frac{2e^{(Ha/2)\sqrt{L_e/L}}}{(1 + e^{Ha\sqrt{L_e/L}})} \right]$ است.

$$\theta(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\gamma}\right) \left[1 - e^{-\gamma} \right] e^{X\gamma} & , 0 \leq x < L_1 \\ X + \left(\frac{1}{\gamma}\right) \left[1 - e^{-\gamma} \right] \left[1 - X \right] & , L_1 \leq x \leq L_1 + L_e \\ 1 & , L_1 + L_e < x \leq L \end{cases} \quad (17)$$

که در آن $\theta(x) = (T(x) - T_i) / (J^2 L_e / \sigma_0 \rho C_p U_{ave})$ و $X = (x - L_1) / L_e$ ، $\gamma = U_{ave} L_e / \alpha$ ، $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$ است.



شکل ۴- مقایسه پروفیل سرعت عددی در یک مقطع دلخواه با نظیرش در حل تحلیلی

کل ۴، نتایج عددی یک پروفیل سرعت در مقطعی دلخواه از مجرا را با حل تحلیلی معادله (۱۵) برای وضعیت $L_e = L_p = 0.5 L$ مقایسه می‌کند. مشاهده می‌شود که انطباق نتایج برای این وضعیت، کاملاً قابل قبول است. شکل ۵، توزیع فشار القایی در سراسر حوزه حل روی خط مرکزی مجرا را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که انطباق کاملی بین نتایج عددی و حل تحلیلی معادله (۱۶) وجود دارد. شکل ۶، توزیع دمای میانگین در سراسر مجرا را با حل تحلیلی (۱۷) مقایسه می‌کند. مشاهده می‌شود که انطباق نتایج برای این وضعیت، قابل قبول است.

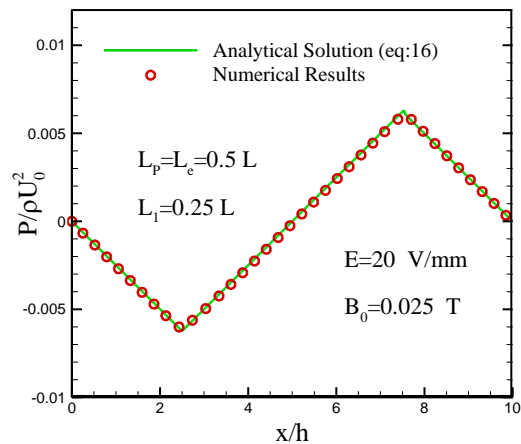
ضمن در نظر گرفتن نواحی نفوذ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، به منظور نشان دادن اثرات وابستگی دمایی خواصی از سیال مانند μ و σ ، نتایج حاصل از تغییر طول مستقل این دو میدان در دو بخش مجزا بررسی و بیان می‌شود. در بخش اول، مشابه بخش صحت سنجی از وابستگی دمایی خواص به‌طور غیر فیزیکی صرف‌نظر می‌شود، حال آنکه در بخش دوم، این وابستگی دمایی ابقاء می‌شود. هر یک از بخش‌های ذکر شده، نتایج مربوط به دو حالت را گزارش می‌کند. در حالت اول، $L_e = L$ ثابت و L_p متغیر است، حال آنکه در حالت دوم، $L_p = L$ ثابت و L_e متغیر است. لازم به ذکر است، در حالتی تاثیرگذار است که $L_e = L$ ثابت و L_p متغیر است، در حالی که $L_e = L$ ثابت و L_p متغیر می‌کند، فقط ناحیه نفوذ میدان مغناطیسی است. بالعکس در حالتی که $L_p = L$ ثابت و L_e متغیر می‌نماید، فقط ناحیه نفوذ میدان الکتریکی است که تاثیر گذار است.

۴-۲-۱- نتایج مربوط به بخش اول (خواص ثابت)

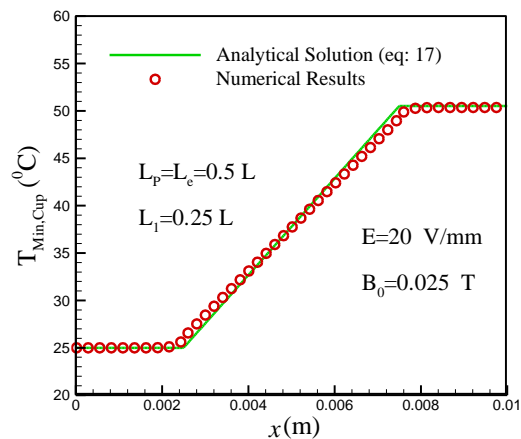
در این بخش، دو حالت متفاوت از تغییر طول دو میدان الکتریکی و مغناطیسی (در راستای جریان) بررسی و نتایج آن گزارش می‌شود. در حالت اول، طول میدان الکتریکی ثابت و برابر طول ریز مجرا اختیار شده است ($L_e = L$)؛ در حالی که طول میدان مغناطیسی بین صفر تا L تغییر می‌نماید ($0 \leq L_p/L \leq 1$). در حالت دوم، طول میدان مغناطیسی ثابت و برابر طول ریز مجرا اختیار شده است ($L_p = L$)؛ در حالی که طول میدان الکتریکی بین صفر تا L تغییر می‌نماید.

۴-۲-۱-۱- حالت اول (L_e ثابت و L_p متغیر)

در این حالت، از آنجا که میدان الکتریکی بر سراسر مجرا اعمال شده، میدان مغناطیسی متغیر است، فقط ناحیه نفوذ جانبی مغناطیسی تاثیرگذار است؛ در نتیجه در این حالت، نتایج مربوط به میدان مغناطیسی مشابه با نظیرش در حالت تغییر طول همزمان دو میدان است. شکل ۷، نتایج عددی میدان مغناطیسی را برای وضعیت $L_p = 0.5 L$ نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، میدان مغناطیسی در راستای z اعمال شده است و خطوط آن از صفحه xz عبور می‌نماید، در حالی که جریان دوطرفه در صفحه xy و با شرایط در موقعیت $z = b/2$ مورد نظر است. همان‌طور که شکل ۷-الف) نشان می‌دهد، در این حالت هم مشابه نظیرش



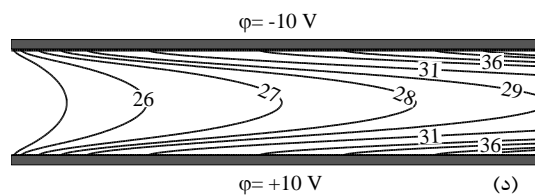
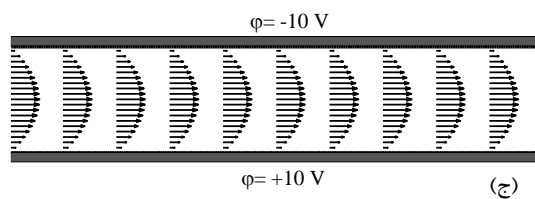
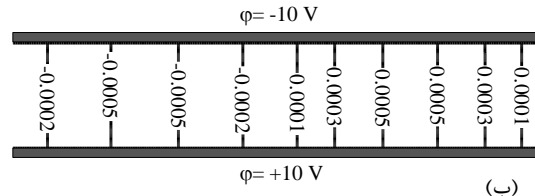
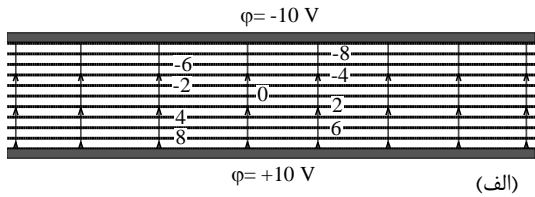
شکل ۵- مقایسه توزیع فشار بدست آمده از نتایج عددی و حل تحلیلی



شکل ۶- مقایسه توزیع دمای میانگین به‌دست آمده از نتایج عددی و حل تحلیلی

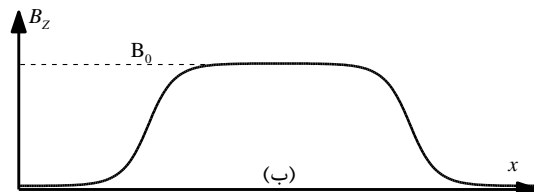
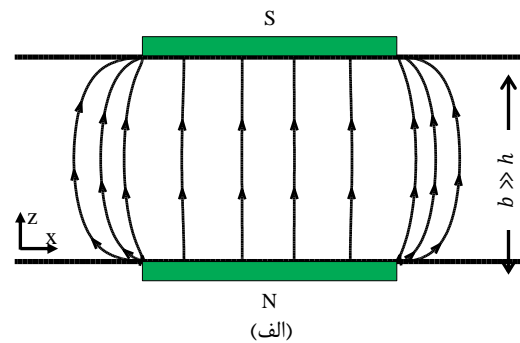
۴-۲-۲- نتایج عددی تغییر طول مستقل میدان‌های الکترومغناطیسی

همان‌طور که پیش از این بیان شد، بررسی اثر تغییرات طولی میدان‌های الکترومغناطیسی (در راستای جریان) روی طرح جریان و میدان دما، دارای اهمیت است. نویسندگان مقاله حاضر طی مقاله‌های [۲۵، ۲۶ و ۲۷]، تغییرات همزمان این طول‌ها را روی طرح جریان، توزیع دما و راندمان پمپاژ بررسی نموده‌اند. در مقاله حاضر، مقصد این است که رفتارهای دینامیکی و ترمودینامیکی یک ریزپمپ ام‌اچ دی در حالی بررسی می‌شود که طول دو میدان الکترومغناطیسی آن به‌طور مستقل از هم تغییر می‌نماید. بعلاوه در این مقاله،



شکل ۸- نتایج عددی در مقطع $z = b/2$ ، (الف) میدان و بردار شدت جریان الکتریکی، (ب) میدان فشار، (ج) میدان سرعت و (د) میدان دما

در تغییر طول همزمان، در موقعیت $z = b/2$ ، مؤلفه B_x میدان مغناطیسی صفر خواهد بود و تنها مؤلفه B_z آن مقدار دارد که در شکل ۷- (ب) توزیع B_z بر حسب x نشان داده شده است.



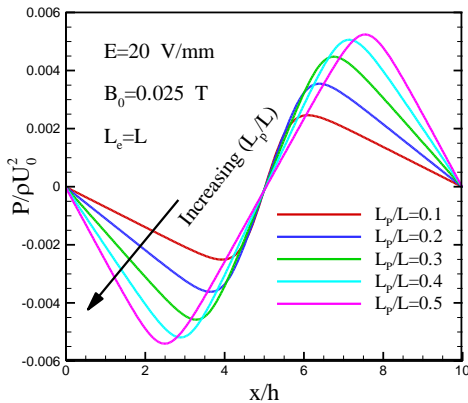
شکل ۷- نتایج عددی، (الف) خطوط میدان مغناطیسی در صفحه xz و (ب) تغییرات B_z در راستای x در $z = b/2$

شکل ۹، دبی جریان به ازای تغییرات طول مستقل میدان مغناطیسی (L_p) را نشان می‌دهد. دبی از رابطه $Q = \int u(y)b dy$ محاسبه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش طول میدان مغناطیسی دبی جریان در مجرا به صورت خطی افزایش می‌یابد. این افزایش دبی را می‌توان به کمک شکل ۱۰ که در آن رشد پروفیل‌های سرعت نمایش داده شده است، توجیه کرد. در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که با افزایش L_p/L پروفیل‌های سرعت بزرگتری حاصل می‌شود علت این امر با توجه به معادله ممنتوم قابل تفسیر است که در آن نیروی لورنتز عامل حرکت است. با توجه به اینکه نیروی لورنتز وابسته به حضور دو میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد است، در این حالت که میدان الکتریکی در سراسر مجرا اعمال شده و طول میدان مغناطیسی متغیر است، فقط در نواحی حضور هر دو میدان،

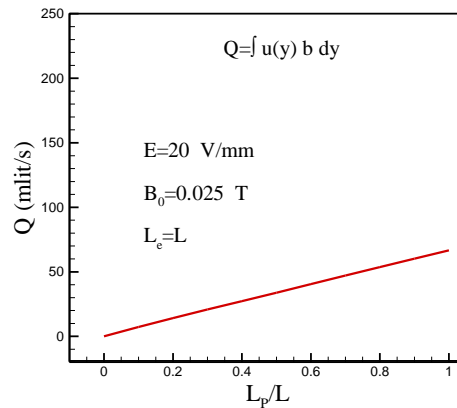
شکل ۸، نتایج عددی را به ترتیب برای توزیع میدان و بردار شدت جریان الکتریکی، فشار، سرعت و دما در وضعیت ($L_e = L$ و $L_p = 0.5L$) در صفحه xy نشان می‌دهد. در شکل ۸- (الف) مشاهده می‌شود از آنجا که میدان الکتریکی در سراسر مجرا اعمال شده است، نواحی نفوذ جانبی میدان الکتریکی در خارج از محدوده طول مجرا قرار می‌گیرد؛ در نتیجه میدان الکتریکی در سراسر مجرا کاملاً خطی است و تراکم خطوط بردار شدت جریان الکتریکی در سراسر مجرا وجود ندارد. از شکل ۸- (ب) مشاهده می‌شود که میدان فشار، در عرض مجرا کاملاً یکنواخت و در هر مقطعی یکسان است. بعلاوه در شکل ۸- (ج) نیز، پروفیل‌های سرعت در سراسر حوزه کاملاً یکسان مشاهده می‌شود. از شکل ۸- (د) مشاهده می‌شود که حرارت تولیدی ناشی از گرمایش ژول به- دلیل عبور جریان سیال کاملاً به سمت پایین دست کشیده شده است.

شده روی شکل جهت افزایش L_p/L را نشان می‌دهد و درست به همین دلیل که بعد از $L_p/L = 0.5$ تغییر تغییرات شیب نسبت به افزایش L_p/L معکوس می‌شود و در منحنی برای نشان دادن تغییرات $P/\rho U_0^2$ برحسب L_p/L بکار رفته است.

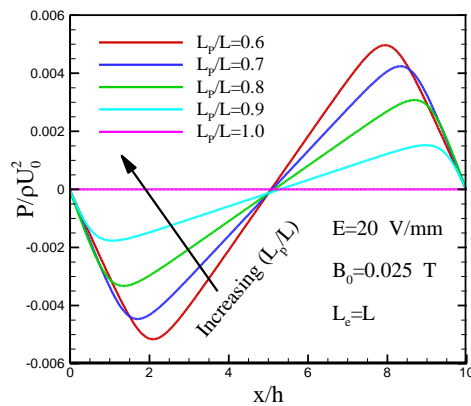
نیروی لورنتز وجود دارد. به عبارت دیگر، طبق معادله ممنتوم، نیروی لورنتز در ناحیه اثر میدان‌های الکترومغناطیس به صورت $\int (J \times B) dV$ است که این انتگرال در ناحیه L_p محاسبه می‌شود و واضح است با افزایش L_p مقدار محاسبه شده آن زیاد می‌شود.



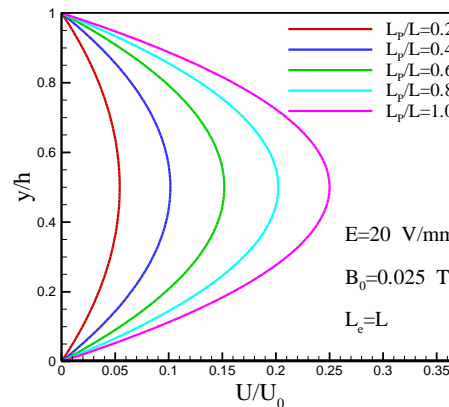
شکل ۱۱- توزیع فشار القایی به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی از $L_p = 0.1 L$ تا $L_p = 0.5 L$ (خواص ثابت)



شکل ۹- دبی جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص ثابت)



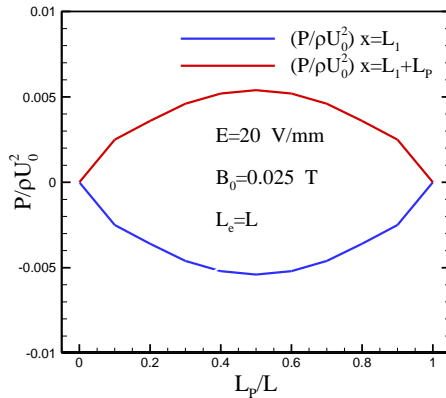
شکل ۱۲- توزیع فشار القایی به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی از $L_p = 0.6 L$ تا $L_p = L$ (خواص ثابت)



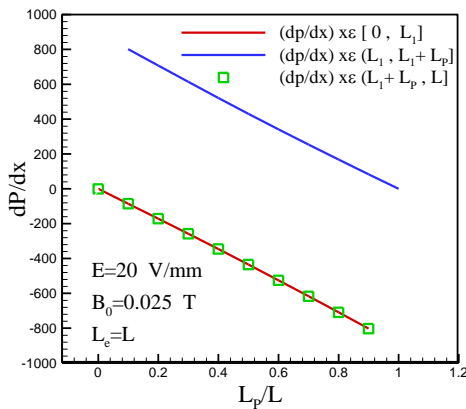
شکل ۱۰- توزیع سرعت به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص ثابت)

واضح است که اگر L_p/L صفر باشد، هیچ جریانی در مجرا برقرار نیست و گرادیان فشاری نیز موجود نخواهد بود. با مقدار گرفتن L_p/L بر منطقه میانی مجرا، نیرویی بر سیال وارد شده، سیال شروع به جاری شدن می‌کند. اصل بقای جرم لازم می‌دارد که یک گرادیان فشار مطلوبی برای نواحی خارج از L_p مجرا القا شود. با افزایش L_p و در نتیجه دبی

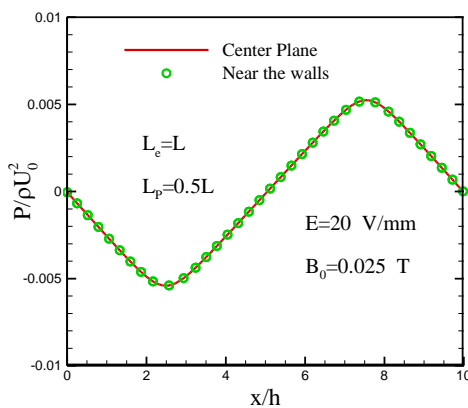
شکل‌های ۱۱ و ۱۲، توزیع فشار القایی به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (به ازای $L_e = L$) را نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که در این حالت با افزایش طول مستقل میدان مغناطیسی در منطقه ورودی، یک فشار القایی منفی و در منطقه خروجی یک فشار القایی مثبت ایجاد شده است؛ به طوری که در دو ناحیه ورودی و خروجی، یک گرادیان فشار منفی (مطلوب) حاصل شده است و در ناحیه میانی یک گرادیان فشار مثبت (نامطلوب) القاء گردیده است. فلش رسم



شکل ۱۳- تغییرات فشار در ابتدا و انتهای میدان مغناطیسی با تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص ثابت)



شکل ۱۴- تغییرات شیب فشار در طول مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص ثابت)



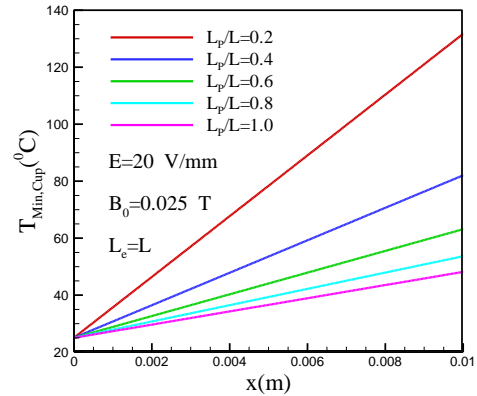
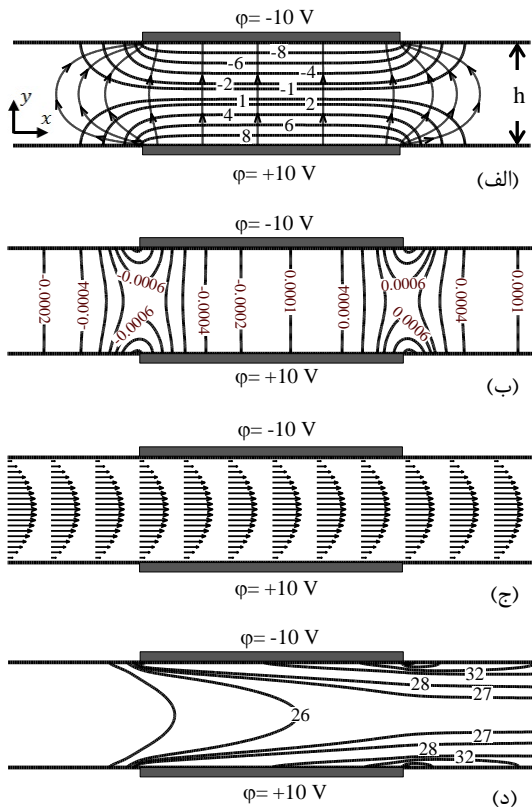
شکل ۱۵- توزیع فشار در مرکز و دیواره‌های مجرا (خواص ثابت)

جریان، این گرادیان فشار نیز رشد می‌نماید؛ اما طبیعی است که در یک جایی متوقف شود؛ زیرا اگر $L_p = L$ شود، مجدداً نیازی به حضور گرادیان فشار القایی نیست. این مطلب را می‌توان در شکل ۱۳ تحقیق کرد که در آن فشار القایی منطقه ورودی و خروجی مجرا برحسب L_p/L رسم شده است.

در شکل ۱۴، تغییرات شیب فشار در سه منطقه از مجرا نشان داده شده است. مشاهده می‌شود، اگرچه با افزایش L_p روند تغییرات توزیع فشار در یک وضعیت خاص ($L = 0.5$ معکوس می‌شود، اما تغییرات شیب فشار در هر سه منطقه همواره روندی یکسان دارند؛ یعنی در منطقه L_1 و L_2 همواره نزولی و منفی، در منطقه L_p همواره نزولی و مثبت است. علت این امر، به تغییر همزمان صورت و مخرج dP/dx برمی‌گردد.

شکل ۱۵، تغییرات فشار در مرکز و کنار دیواره‌های مجرا را برای وضعیت ($L_p = 0.5L$) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در مرکز و کنار دیواره‌ها، حتی در نواحی ابتدایی و انتهایی طول میدان مغناطیسی، تغییرات فشار یکسان است.

شکل ۱۶، توزیع دمای میانگین کاسه‌ای را در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی نشان داده است. دمای میانگین کاسه‌ای از رابطه $T_m = \frac{[\int u(x,y)T(x,y)dA]}{[\int u(x,y)dA]}$ محاسبه شده است که در آن $dA = b dy$ است. مشاهده می‌شود، در این حالت که میدان الکتریکی سراسر مجرا اعمال شده است، اختلاف دمای بسیار زیادی از ابتدا تا انتهای مجرا رخ می‌دهد. به طوری که با افزایش L_p/L این اختلاف دما کاهش می‌یابد؛ علت این امر، افزایش سرعت جریان سیال است که با افزایش L_p/L افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن طول میدان الکتریکی ($L_e = L$)، همواره حرارت بواسطه گرمایش ژول به جریان اضافه می‌شود، حال زمانی که مثلاً طول میدان مغناطیسی به طور مستقل افزایش می‌یابد، با توجه به افزایش دبی جریان و در نتیجه افزایش عدد پکلت، سیال در فاصله طول مجرا L فرصت کمتری می‌یابد تا در نتیجه حرارت اعمال شده افزایش دما دهد. لذا با افزایش L_p شیب توزیع دما کمتر می‌شود.



شکل ۱۶- توزیع دمای میانگین کاسه‌ای در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص ثابت)

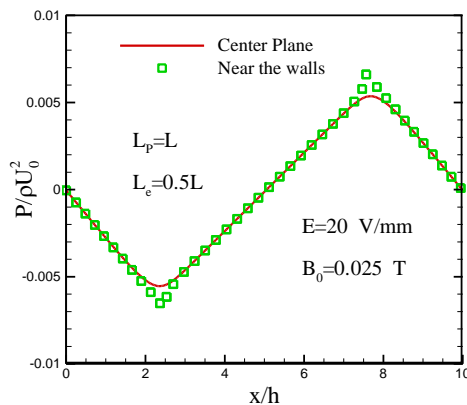
۴-۲-۱-۲-۴ حالت دوم (L_p ثابت و L_e متغیر)

نتایج عددی نشان داد، در این بخش با توجه به اینکه میدان مغناطیسی در سراسر مجرا و در راستای z اعمال شده است و خطوط آن از صفحه xz عبور می‌نماید، نواحی نفوذ جانبی این میدان در خارج از محدوده مجرا قرار می‌گیرد؛ در نتیجه در این حالت مؤلفه $B_x = 0$ و فقط مؤلفه B_z دارای مقدار است که به صورت خط راست و تابعی از x است (یادآوری می‌شود که مؤلفه B_x در حالت قبلی در $z = b/2$ مقدار صفر داشته و در موقعیت‌های دیگر دارای مقداری ناچیز است).

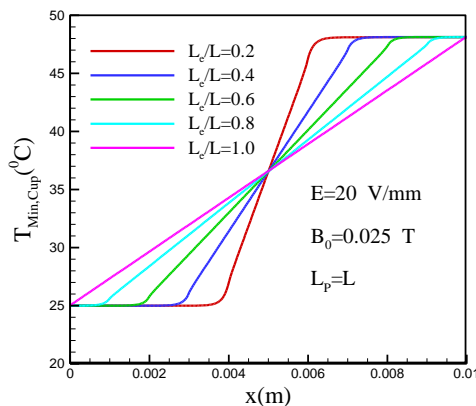
شکل ۱۷، نتایج عددی را برای توزیع میدان الکتریکی، فشار، سرعت و دما در وضعیت ($L_p = L$ و $L_e = 0.5 L$) نشان می‌دهد. شکل ۱۷- (الف)، خطوط هم‌تراز میدان الکتریکی و شدت جریان الکتریکی را نشان می‌دهد که در آن میدان الکتریکی بویژه در منطقه میانی الکترودها کاملاً خطی است و خطوط شدت جریان الکتریکی، کاملاً در منطقه نفوذ جانبی مقدار غیر صفر دارد. در شکل ۱۷- (ب)، مشاهده می‌شود که میدان فشار، در عرض مجرا (مانند حالت قبلی) یکنواخت نیست، بویژه در ناحیه اتصال دیواره‌های عایق با الکترودها طرح کاملاً متفاوتی دارد که اثر مستقیم نفوذ میدان الکتریکی در این نواحی است. با این وجود در شکل ۱۷- (ج)، پروفیل‌های سرعت در سراسر حوزه کاملاً یکسان می‌باشند. از شکل ۱۷- (د)، مشاهده می‌شود که حرارت تولیدی ناشی از گرمایش ژول به دلیل عبور جریان سیال کاملاً به سمت پایین دست کشیده شده‌اند. بعلاوه مشاهده می‌شود که در ناحیه نفوذ جانبی بالادست توزیع دما تحت تاثیر شدت جریان الکتریکی است.

شکل ۱۷- نتایج عددی در مقطع $z = b/2$ ، (الف) میدان و بردار شدت جریان الکتریکی، (ب) میدان فشار، (ج) میدان سرعت و (د) میدان دما

می‌توان نتیجه گرفت که اثرات نواحی نفوذ جانبی میدان الکتریکی بر طرح جریان، موثرتر از نظیرش در میدان مغناطیسی است. اینکه نیروی لورنتز فقط در محلی از مجرا در فاصله‌ای محدود اعمال می‌شود، عامل تغییر توزیع فشار و سرعت نمی‌باشد. نتیجه‌ای که قبلاً نیز به آن اشاره شده است؛ یعنی با توجه به یکنواخت بودن توزیع نیرو در عرض مجرا، همواره یک جریان توسعه یافته بوجود خواهد آمد. با این وجود، نتایج عددی نشان داد که تغییرات شیب و مقدار فشار، دبی و سرعت جریان در حالت تغییر طول مستقل میدان الکتریکی از نظر مقدار و روند تغییر مشابه به شکل‌های ۹ تا ۱۴ است که به منظور اختصار بیشتر، از ارائه آنها صرف‌نظر شده است. آنچه که در این حالت متفاوت است، توزیع فشار در مرکز و دیواره‌های مجرا و توزیع دما است که در شکل ۱۸ و ۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۱۸- توزیع فشار در مرکز و دیواره‌های مجرا (خواص ثابت)



شکل ۱۹- توزیع دمای میانگین کاسه‌ای در سراسر مجرا با تغییر طول مستقل میدان الکتریکی (خواص ثابت)

پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی در هر دو حالت از بخش قبلی، مطابق آنچه گزارش شده است در شکل‌های ۷، ۸ و ۱۷ می‌باشد که به منظور اختصار بیشتر، از ارائه آنها در هر دو حالت صرف نظر شده است.

۴-۲-۱- حالت اول (L_e ثابت و L_p متغیر)

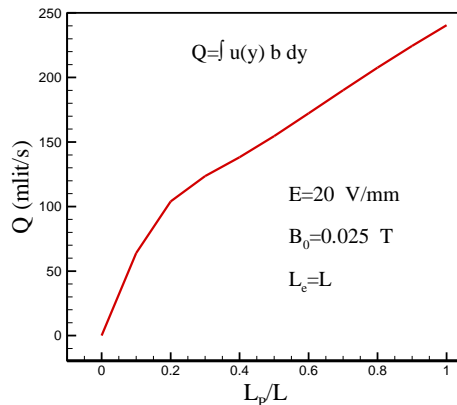
شکل ۲۰، دبی جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با اعمال وابستگی دمایی دبی جریان به ازای افزایش طول مستقل میدان مغناطیسی نسبت به وضعیت ثابت بودن خواص با شیب متوسط بسیار بیشتری افزایش می‌یابد. از طرف دیگر مشاهده می‌شود، در $L_p/L < 0.1$ شیب نمودار زیاد، اما در $L_p/L > 0.1$ شیب نمودار کم می‌شود؛ به طوری که شیب

شکل ۱۸، توزیع فشار در مرکز و دیواره‌های مجرا را در وضعیت ($L_p = L$ و $L_e = 0.5L$) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تغییرات فشار در مرکز و دیواره‌ها دیگر یکسان نیست و در نواحی ابتدایی و انتهایی طول میدان الکتریکی کاملاً متفاوت است. علت این امر، تراکم خطوط شدت جریان الکتریکی است که در منطقه نفوذ جانبی دارای مقدار است یا به عبارتی، اثر نواحی نفوذ جانبی میدان الکتریکی موثرتر از نظیرش در میدان مغناطیسی است.

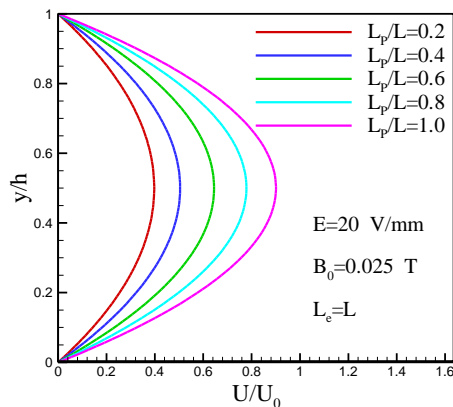
در شکل ۱۹، توزیع دمای میانگین کاسه‌ای در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی نشان داده شده است. با کمال تعجب مشاهده می‌شود، در تمام حالات اختلاف دمای تقریباً یکسانی رخ می‌دهد، اما با توجه به تغییر طول L_e شیب تغییرات دما نیز تغییر می‌نماید. به طوری که با افزایش L_e/L شیب تغییرات دما ثابت است. علت تغییر دمای یکسان از ورودی به خروجی با توجه به افزایش L_e این است که سرعت جریان سیال نیز با افزایش L_e زیاد می‌شود و لذا سیال فرصت کمتری برای دریافت حرارت بیشتر دارد.

۴-۲-۲- نتایج مربوط به بخش دوم (خواص وابسته به دما)

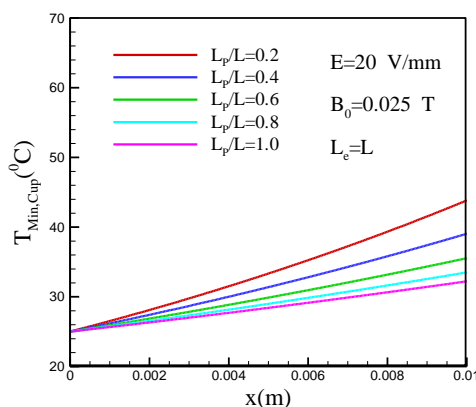
عبور جریان الکتریکی از درون سیال در جریان‌های ام اچ دی به معنای افزایش مصرف انرژی الکتریکی است، به طوری که بخش زیادی از انرژی ورودی به انرژی داخلی سیال تبدیل شده، دمای سیال را افزایش می‌دهد؛ در نتیجه خواص سیال از جمله، σ ، μ ، ρ و k و C_p ، تحت تاثیر این افزایش دما قرار خواهد گرفت. همان‌طور که پیش از این بیان شد، k ، C_p و ρ سیال عامل مورد نظر، در محدوده تغییرات دمایی پژوهش حاضر، تغییرات ناچیزی دارند و لذا از تابعیت دمایی آنها صرف نظر شده است. چنانچه از تابعیت دمایی خواص σ و μ صرف نظر شود، یک حذف غیرفیزیکی انجام شده است که در بخش قبلی، فقط صرف درک بهتر نتایج و بیان تاثیرات وابستگی دمایی خواص سیال، این حذف غیرفیزیکی انجام شده است. حال با توجه به بیان تاثیرات گرمایش ژول در این بخش، نتایج با تابع دما در نظر گرفتن لزجت دینامیکی و هدایت الکتریکی سیال عامل (μ و σ) بیان می‌شود؛ در نتیجه اگرچه خواص ترموفیزیکی سیال یعنی، σ و μ تابع دما می‌باشند، اما پاسخ طرح کلی میدان‌های سرعت، فشار، دما،



شکل ۲۰- دبی جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص وابسته به دما)



شکل ۲۱- توزیع سرعت به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص وابسته به دما)

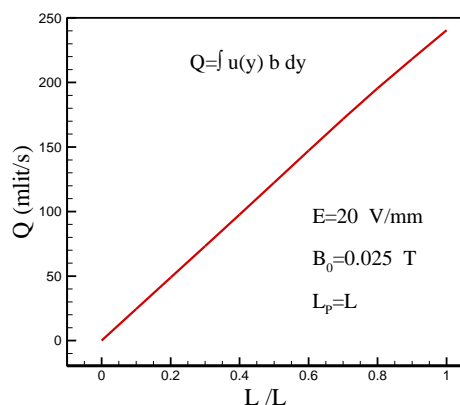


شکل ۲۲- توزیع دمای میانگین کاسه‌ای در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی (خواص وابسته به دما)

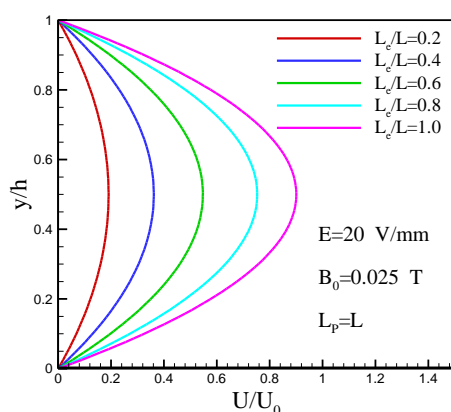
متوسط نسبت به وضعیت ثابت بودن خواص حدود ۵ برابر است. این تغییر در روند افزایش دبی را می‌توان به صورت زیر تفسیر کرد. با توجه به اینکه میدان الکتریکی در سراسر مجرا اعمال شده است، جریان الکتریکی عبوری از درون سیال باعث می‌شود که سیال در سراسر مجرا افزایش دمای زیادی پیدا کند و در نتیجه با اعمال تابعیت دمایی خواص سیال لزجت دینامیکی سیال که عاملی مقاوم در برابر حرکت سیال است، دچار کاهش می‌شود. با توجه به روند تغییرات دمایی لزجت دینامیکی سیال که ابتدا با شیب زیاد و سپس با شیب کم تغییر می‌کند، دبی جریان در مجرا ابتدا با شیب بیشتر و سپس با شیب کمتر زیاد می‌شود. مطابق شکل ۹، در حالت ثابت بودن خواص حداکثر دبی حدود ۷۰ میلی‌لیتر بر ثانیه است، در حالی که در شکل ۲۰، حداکثر دبی حدود ۲۵۰ میلی‌لیتر بر ثانیه است.

شکل ۲۱، پروفیل‌های سرعت جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش L_p/L پروفیل‌های سرعت بزرگتری، نسبت به بخش وضعیت ثابت بودن خواص حاصل می‌شود و حداکثر سرعت در مرکز مجرا است. افزایش دبی در شکل ۲۰ را می‌توان به کمک شکل ۲۱، توجیه نمود. به عبارت دیگر در این شکل، حداکثر پروفیل‌های بی‌بعد سرعت از ۰/۴ تا ۰/۹ افزایش می‌یابند؛ درحالی‌که با توجه به شکل ۱۰ حداکثر پروفیل‌های بی‌بعد سرعت از ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ افزایش می‌یابند. علت این امر را می‌توان به لزجت دینامیکی سیال مربوط ساخت که عاملی مقاوم در برابر حرکت سیال است. همان‌طور که در انتهای بخش ۳-۱ بیان گردید، لزجت با افزایش دما کاهش می‌یابد و لذا با کاهش لزجت سرعت جریان در مجرا افزایش می‌یابد.

شکل ۲۲، توزیع دمای میانگین کاسه‌ای را در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش طول مستقل میدان مغناطیسی، دمای میانگین کاسه‌ای در طول مجرا کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، اگرچه در هر نقطه از سیال در منطقه الکترودها با ابقاء وابستگی دمایی حرارت بیشتری تولید می‌شود، اما به دلیل افزایش سرعت جریان، دمای سیال خروجی کمتر می‌شود. لذا همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با اعمال وابستگی دمایی خواص حداکثر دما



شکل ۲۳- دبی جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی (خواص وابسته به دما)



شکل ۲۴- توزیع سرعت به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی (خواص وابسته به دما)

به عبارت دیگر، اگرچه در هر نقطه از سیال در منطقه الکترودها با ابقاء وابستگی دمایی حرارت بیشتری تولید می‌شود، اما به دلیل افزایش سرعت جریان، دمای سیال خروجی کمتر می‌شود. لذا همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با اعمال وابستگی دمایی خواص، حداکثر دما میانگین حدود ۳۵ درجه سانتی‌گراد است، در حالی که در حالت ثابت بودن خواص (مطابق شکل ۱۹)، حداکثر دمای میانگین حدود ۵۰ درجه سانتی‌گراد و ثابت است. همان‌طور که در توضیحات شکل ۲۲ بیان شد، در واقع عبور جریان الکتریکی از سیال، به معنای مصرف انرژی الکتریکی است که تنها مقدار کمی از این انرژی به انرژی جنبشی سیال و به تبع افزایش دما تبدیل می‌شود.

میانگین حدود ۴۵ درجه سانتی‌گراد است؛ در حالی که در حالت ثابت بودن خواص (مطابق شکل ۱۶)، حداکثر دمای میانگین به حدود ۱۴۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. عبور جریان الکتریکی از سیال، به معنای مصرف انرژی الکتریکی است که تنها مقدار کمی از این انرژی، به انرژی جنبشی سیال تبدیل می‌شود. مقدار زیادی از این انرژی ورودی به انرژی داخلی سیال تبدیل شده، منجر به افزایش دمای سیال می‌شود.

۴-۲-۲-۲-۲-۴ حالت دوم (L_p ثابت و L_e متغیر)

شکل ۲۳، دبی جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با اعمال وابستگی دمایی دبی جریان به ازای افزایش طول مستقل میدان الکتریکی، نسبت به وضعیت ثابت بودن خواص با شیب بسیار بیشتری افزایش می‌یابد. نتایج عددی نشان داد که در حالت ثابت بودن خواص با تغییر طول مستقل میدان الکتریکی، حداکثر دبی حدود ۷۰ میلی‌لیتر بر ثانیه است. در حالی که در شکل ۲۳ حداکثر دبی حدود ۲۵۰ میلی‌لیتر بر ثانیه است.

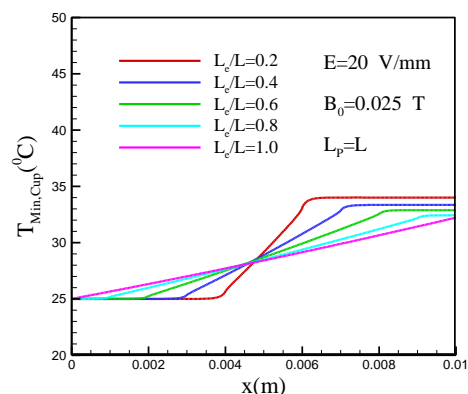
شکل ۲۴، پروفیل‌های سرعت جریان به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش L_e/L پروفیل‌های سرعت بزرگتری نسبت به بخش وضعیت ثابت بودن خواص حاصل می‌شود و حداکثر سرعت در مرکز مجرا است. افزایش دبی در شکل ۲۳ را می‌توان به کمک شکل ۲۴، توجیه نمود. در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش L_e/L پروفیل‌های سرعت بزرگتری نسبت به بخش قبلی در حالت دوم حاصل می‌شود. به عبارت دیگر، در این شکل حداکثر پروفیل‌های بی‌بعد سرعت حداکثر از نزدیک ۰/۲ تا ۰/۹ افزایش می‌یابند؛ در حالی که با توجه به نتایج مشاهده شده حداکثر پروفیل‌های بی‌بعد سرعت از ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ افزایش می‌یابند. علت این امر را می‌توان به لزجت دینامیکی سیال مربوط ساخت که عاملی مقاوم در برابر حرکت سیال است.

شکل ۲۵، توزیع دمایی میانگین کاسه‌ای را در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش طول مستقل میدان الکتریکی، دمای میانگین کاسه‌ای در طول مجرا کاهش می‌یابد.

مغناطیسی ۰/۰۲۵ تسلا و قدرت میدان الکتریکی ۲۰ ولت بر میلی‌متر، دبی عبوری به ۲۵۰ میلی‌لیتر بر ثانیه می‌رسد و دمای میانگین کاسه‌ای از ۲۵ درجه سانتی‌گراد ورودی، به ۴۵ درجه سانتی‌گراد برای حالت تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی و ۳۵ درجه سانتی‌گراد، برای حالت تغییر طول مستقل میدان الکتریکی در خروج از مجرا می‌رسد. این در حالی است که با ثابت بودن خواص، حداکثر دبی به ۷۰ میلی‌لیتر بر ثانیه می‌رسد و دمای میانگین کاسه‌ای به حدود ۱۴۰ درجه سانتی‌گراد برای حالت تغییر طول مستقل میدان مغناطیسی و به ۵۰ درجه سانتی‌گراد، برای حالت تغییر طول مستقل میدان الکتریکی می‌رسد.

۶- مراجع

- [1] Laser DJ, Santiago JG (2004) A review of micropumps. *J Micromech Microeng* 14: R35–R64.
- [2] Nisar A, Afzulpurkar N, Mahaisavariya B, Tuantranont A (2008) MEMS-based micropumps in drug delivery and biomedical applications. *Sens. Actuators B* (130): 917–942.
- [3] Vaibhav DP (2007) Electroosmosis and thermal effects in magnetohydrodynamic (MHD) micropumps using 3D MHD equations. In *Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Masters of Science thesis, Department of Mechanical Engineering, San Diego State University*.
- [4] Mirbozorgi SA, Niazmand H, Renksizbulut M (2006) Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential. *J F Eng* 128: 1133-1143.
- [5] McBride SE, Moroney RM, Chiang W (1998) Electrohydrodynamic pumps for highdensity micro fluidic arrays. in: D.J. Harrison, A. vanden Berg Eds., *Proceedings of Micro Total Analysis Systems Conference, Banff, Canada*, 45–48.
- [6] Ashraf MW, Tayyaba S, Afzulpurkar N (2011) Micro Electromechanical Systems (MEMS) Based microfluidic devices for biomedical applications. *Int J Molecular Sci* 12: 3648-3704.
- [7] Antonio R (2007) Electrohydrodynamic and magnetohydrodynamic micropumps. *Microfluidic Technologies for Miniaturized Analysis Systems, Department to Electronically Electromagnetisms Universidad de Sevilla*.
- [8] Ritchie W (1833) Experimental researches in electro-magnetic and magneto-electricity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 313-321.



شکل ۲۵- توزیع دمای میانگین کاسه‌ای در سراسر مجرا به ازای تغییر طول مستقل میدان الکتریکی (خواص وابسته به دما)

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، اثر تغییرات مستقل طول‌های دو میدان الکتریکی و مغناطیسی با اعمال وابستگی دمایی خواص سیال و لحاظ نواحی نفوذ جانبی بررسی و یک حل تحلیلی جامع شامل، توزیع سرعت، فشار و دما برای وضعیت خاص $L_p = L_e$ ارائه شده است. بعلاوه توزیع عددی میدان‌های سرعت، فشار، دما و الکترومغناطیس با حل معادلات مربوطه برای هر دو حالت از تغییر مستقل طول‌های دو میدان به دست آمده و گزارش شده است. نتایج نشان داد که با افزایش طول میدان الکتریکی، مقدار جریان الکتریکی عبوری از درون سیال افزایش می‌یابد که در نتیجه، موجب تولید بیشتر حرارت و دبی می‌شود. افزایش دما خواص ترموفیزیکی سیال را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ به گونه‌ای که لزجت به صورت نمایی کاهش یافته، در حالی که هدایت الکتریکی سیال به طور خطی افزایش می‌یابد.

بعلاوه نتایج نشان داد که اثر نواحی نفوذ جانبی میدان الکتریکی، به مراتب بیشتر از نظیر آن میدان مغناطیسی است و در هر دو حالت، از تغییر مستقل دو میدان در بخش خواص ثابت، دبی جریان، سرعت و تغییرات فشار روند افزایشی یکسان و به یک اندازه دارد. به طوری که با در نظر گرفتن تابعیت دمایی خواص، تغییرات فشار روندی یکسان، اما دبی و سرعت جریان متفاوت است. بعلاوه نتایج عددی نشان داد که با تغییر طول مستقل دو میدان الکتریکی و مغناطیسی و لحاظ تابعیت دمایی خواص سیال (آب)، برای جریان در یک مجرا به مقطع مستطیلی ۱۰۰۰ میلی‌متر مربع، شدت شار

- [۲۰] بهره‌مندی م، میربزرگی سع (۱۳۹۰) شبیه سازی عددی جریان سیال در میکروپمپ‌های دینامو هیدرومغناطیسی با مقطع جریان دو بعدی. نوزدهمین همایش سالانه مهندسی مکانیک ایران، بیرجند، دانشگاه بیرجند.
- [21] Tillack MS, Morley NB (1998) Magneto-hydrodynamics. Standard Handbook for Electrical Engineers, 14th Edition.
- [22] Hughes M, Perilous KA, Cross M (1995) The numerical modeling of DC electromagnetic pump and brake flow. Appl Math Modelling 19: 713-724.
- [23] Chang CY (2004) Analysis of meso-scale heat exchangers with Magneto-hydrodynamic pump. [Ph.D. thesis], Department of Power Mechanical Engineering, sing Hua University.
- [۲۴] دلاکه نژاد م، (۱۳۹۲) شبیه سازی عددی اثرات گرمایش ژول در جریان دینامو هیدرومغناطیسی (ام اچ دی) درون یک ریز مجرای تخت. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند.
- [۲۵] دلاکه نژاد م، میربزرگی سع (۱۳۹۲) بررسی عددی تغییر طول همزمان میدان‌های الکترومغناطیس روی رفتار دینامیکی یک ریزپمپ دینامو هیدرومغناطیسی (ام اچ دی). پانزدهمین کنفرانس دینامیک شاره‌ها، بندرعباس، دانشگاه هرمزگان.
- [۲۶] دلاکه نژاد م، میربزرگی سع (۱۳۹۳) تحلیل عددی رفتار ترمودینامیکی یک ریزپمپ ام اچ دی با تغییر همزمان طول-های دو میدان الکتریکی و مغناطیسی. مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۴، شماره ۶، ص ص ۹۱-۹۸.
- [۲۷] دلاکه نژاد م، میربزرگی سع (۱۳۹۳) بررسی عددی راندمان پمپاژ یک الکترولیت توسط ریزپمپ ام اچ دی. بیست و دومین کنفرانس سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران، اهواز، دانشگاه شهید چمران.
- [9] Homsy A (2006) Design, microfabrication, and characterization of MHD pumps and their applications in NMR environments. [Ph.D. thesis], Institute of Microtechnology University of Neuchatel Rue Jaquet-Droz 1, CH-2002 Neuchatel Switzerland.
- [10] Jang J, Lee SS (2000) Theoretical and experimental study of MHD micropump. Sens. Actuators 80, 84-89.
- [11] Winowich NS, Hughes WF, Ramos JI (1987) Numerical simulation of electromagnetic pump flow. Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow 5: 1228-1240.
- [12] Ramos JI, Winowich NS (1990) Finite difference and finite element methods for MHD channel flows. Int J Num Methods Fluids 11: 907-934.
- [13] Lemoff AV, Lee AP, Miles R, McConaghy C (1999) An AC magneto-hydrodynamic micro-pump. towards a true integrated micro-fluidic system. Int Conf on Solid-State Sensors and Actuators Transducers 99: 1126-1129.
- [14] Lemoff AV, Lee AP (2000) An AC magneto-hydrodynamic micropump. Sens. Actuators B 63, 178-185.
- [15] Zhong J, Yi M, Bau H (2002) Magneto-hydrodynamic (MHD) pump fabricated with ceramic tapes. Sens. Actuators. 96: 59-66.
- [16] Je EH (2008) Characteristic study of MHD Minipump. J Mar Sci Tech (3): 234-237.
- [17] Duwairi HM, Abdullah M (2007) Thermal and flow analysis of a magneto-hydrodynamic micropump. Microsyst Technol 13: 33-39.
- [18] Duwairi HM, Abdullah M (2008) Numerical computation of fluid flow in a magnetohydrodynamic micropump. Turkish J Eng Env Sci (32): 1-5.
- [19] Abdullah M, Duwairi HM (2008) Thermal and flow analysis of two-dimensional fully developed flow in an AC magneto-hydrodynamic micropump. Microsyst Technol 14: 1117-1123.