مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۴/ دوره ۵/ شماره ۳/ صفحه ۳۹-۵۰

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه شاهرود

مدل سازی جدایش در برخورد صفحات فلزی با در نظر گرفتن اثر دما، نرخ کرنش و آسیب

مصطفی باغانی[۱]، محمدرضا ذاکرزاده[۲] و مجید بنی اسدی[۳]

[۱و۲و۳]استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک دانشکده های فنی دانشگاه تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۳/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۵/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۸/۳۰

چکیده

در این مقاله تغییر شکل پلاستیک وابسته به دما و نرخ کرنش مواد در آزمایش برخورد صفحات، به کمک روش های عددی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این مدل‌سازی، استفاده از مدل های گوناگون کارسختی، مدول برشی و شکست دینامیکی برای به دست آوردن نزدیک‌ترین نتایج به نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. کاربرد آزمایش برخورد صفحات، بررسی رفتار مواد در نرخ کرنش‌های بالا در حالت ایده‌آل کرنش تک محوره می‌باشد. به کمک این آزمایش می‌توان مدل‌های ارائه شده گوناگون در زمینه رفتار مواد از قبیل مدل‌های کارسختی و شکست دینامیکی را اعتبارسنجی نموده و برخی ضرایب مادی مورد نیاز را استخراج نمود. برای شبیه سازی عددی مساله از روش گسسته‌سازی عددی حجم محدود با میدان جابجا شده روی مکان و زمان فون‌نیومن استفاده شده است. همچنین از لزجت مصنوعی به منظور کاهش جهش ناگهانی و غیر واقعی در مقادیر تنش یا کرنش بین سلول های ماده استفاده می‌گردد. مدل‌های کارسختی استفاده شده عبارتند از مدل الاستوپلاستیک کامل، جانسون-کوک (JC) و زیریلی-آرمسترانگ (ZA). همچنین از مدل تالر-باچر بهبودیافته نیز برای مدل‌سازی رفتار شکست دینامیکی ماده استفاده شده است. در این مقاله، در سه مثال اثر تغییر معادله ساختاری کارسختی و مدول برشی بر جدایش، در برخورد صفحه پرتابه و صفحه هدف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و همچنین دو روش مدل‌سازی عددی به کمک مدل های دیگر مقایسه شده است. از بین مدل های بررسی شده در این مقاله، استفاده از معادله ساختاری JC و مدل شکست تالر-باچر بهبود یافته و رابطه مدول برشی اشتاینبرگ منجر به نتایج دقیق تری شده است.

کلمات کلیدی: آزمایش برخورد صفحات؛ پدیده جدایش؛ نرخ کرنش؛ امواج الاستوپلاستیک

Modeling the spall in impact of metalic plates, considering the effects of temperature, strain rate and damage

M. Baghani[1], M.R. Zakerzadeh[2] and M. Baniassadi[3]

[1,2,3]Assistant professor, School of mechanical engineering, College of engineering, University of Tehran

Abstract

In this article, the high strain rate, dynamic plastic response of materials in the standard plate impact test is numerically studied. To get the closest results to the experimental data available in the literature, different types of hardening as well as dynamic fracture models are employed. With the aid of this standard plate impact test, one can verify the new models in the ideal condition of uniaxial-strain cases.

To properly model this test, to discrete the field, von-Neumann Finite-Volume method is utilized. Jonson-Cook and perfectly elastoplastic hardening models as well as the Zerilli-Armstrong model are used beside the dynamic fracture model of modified Tuler-Butcher, to predict the spall phenomenona. In this work, the impact of two plates (the flyer plate and the target plate) is analyzed. Results of the simulation is compared with the experimental data as well as the other numerical results reported in the literature. The results of the present work are in a better correspondence comparing to the experimental data. Among investigated models, employing JC constitutive model, accompanying with the modified Tuler-Butcher fracture model and Steinberg model for the elastic modulus gives the most accurate results compared to other model combinations.

Keywords: Plate impact test; Spall; High strain rate; Elastoplastic wave

* نویسنده مسئول؛ تلفن:

آدرس پست الکترونیک: baghani@ut.ac.ir

۱- مقدمه

کاربرد آزمایش برخورد صفحات[1]، جهت بررسی رفتار مواد در نرخ کرنش‌های بالا در حالت ایده‌آل کرنش تک‌محوره می‌باشد. به کمک این آزمایش می‌توان مدل های ارائه شده گوناگون در زمینه رفتار مواد از قبیل مدل‌های کارسختی و شکست دینامیکی را اعتبارسنجی نموده و صحت ضرایب آزمایشگاهی ارائه شده در این مدل‌ها را بررسی کرد. جدایش نوعی شکست است که در اثر انعکاس موج پلاستیک فشاری از یک مرز آزاد و تبدیل آن به یک موج پلاستیک کششی، ایجاد می‌شود. زوکاس[2] با استفاده از توسعه کدهای کامپیوتری در سال ۱۹۹۰ به مدل‌سازی برخورد صفحات با مدل‌های ابتدایی مانند الاستوپلاستیک کامل[3] پرداخت [۱]. انجام آزمایش‌های برخورد صفحات نیز برای اعتبارسنجی مدل‌های گوناگون مورد استفاده ضروری به نظر می‌رسد. سیمن و آنتوان[4] در سال ۱۹۹۸ آزمایش‌های متعددی در زمینه برخورد صفحات انجام داده و انتشار امواج بعد از جدایش را بررسی نمودند [۲]. هنیم و کلپاسکو[5] در سال ۱۹۹۹، به کمک روش اجزا محدود، جدایش صفحات از جنس آلومینیوم T۶-۷۰۲۰ را مورد مطالعه قرار دادند و یک مطالعه پارامتری نیز برای تعیین پارامترهای موثر بر این پدیده انجام دادند [۳]. تحقیق مشابهی نیز توسط سارنوتا[6] و همکاران در سال ۲۰۰۸ بر روی تانتالوم انجام شده است [۴]. در زمینه مدل‌سازی مدل‌های شکست مختلف نیز می‌توان به کارهای مدل‌سازی عددی آزمایش برخورد صفحات ایکورتی و چاتورودی[7] در سال ۲۰۰۴ اشاره نمود [۵]. بونورا[8] و همکاران در سال ۲۰۰۱، با استفاده از معادله حالت میله‌لا[9] و مدل آسیب بونورا، برخورد صفحات را شبیه‌سازی کردند. این مدل‌ها مبنای فیزیکی داشته و امکان پیش‌بینی انتشار امواج الاستوپلاستیک در صفحات را فراهم می‌کند [۶]. همچنین در سال ۲۰۱۳، وانگ[10] و همکارانش نیز به کمک تئوری آسیب این پدیده را مورد بررسی قرار دادند [۷].

در این مقاله به منظور دستیابی به توصیفی قابل قبول از انتشار امواج الاستوپلاستیک در آزمایش برخورد صفحات و نیز شکست صفحه هدف، معادلات کرنش تک‌محوره، در کنار استفاده از روابط ساختاری گوناگون و نیز مدل‌های شکست دینامیکی در فرم پیوسته به کار گرفته شده‌اند. در بخش بعد، پس از گسسته‌سازی معادلات، شرایط مرزی مناسب مساله اعمال شده است. در ادامه چند مثال عددی برای اعتبارسنجی معادلات ارائه شده، مورد بررسی قرار گرفته است. در این مثال‌ها نتایج بدست آمده با نتایج مدل سازی دیگران مقایسه شده است. همچنین نتایج پیش‌بینی مدل، با نتایج آزمایشگاهی گزارش شده در منابع، مقایسه شده است. در بخش انتهایی، خلاصه‌ای از کارهای انجام شده در این مقاله آورده شده و به ارائه نتیجه‌های بدست آمده پرداخته می شود.

۲- معادلات حاکم بر انتشار امواج در آزمایش برخورد صفحه

برای شبیه سازی عددی مساله آزمایش برخورد صفحات از روش گسسته سازی عددی حجم محدود[11] با میدان جابجا شده روی مکان و زمان فون-نیومن[12] استفاده شده است [۸]. معادلات و روندهای به کار گرفته شده جهت بررسی پدیده انتشار امواج در جامدات در این قسمت ارائه شده‌اند. معادلات حاکم شامل معادله حرکت، معادله بقای جرم، قانون اول ترمودینامیک و معادله حالت برای فشار هیدرواستاتیک می‌باشد که در فرم پیوسته به صورت زیر بیان می‌شود.

الف- معادله حرکت در راستای ضخامت صفحه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dU_x}{dt} = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\right] \quad (۱)$$

در این رابطه، U_x سرعت ذره ای، σ_x تنش در راستای ضخامت صفحه (جهت انتشار موج) و ρ چگالی است.

[1] Plate Impact Test
[2] Zukas
[3] Perefectly Elastoplastic Model
[4] Seaman and Antoun
[5] Hanim and Klepaczko
[6] Czarnota
[7] Ikkurthi and Chaturvedi
[8] Bonora
[9] Milella
[10] Wang
[11] Finite Volume
[12] von-Neumann

ب- معادله بقای جرم به صورت زیر است:

$$\frac{dM}{dt} = ۰ \quad (۲)$$

در این رابطه، M جرم سلول است.

ج- قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{E} + (p+q)\dot{v} = v(s_x\dot{\varepsilon}_x + s_y\dot{\varepsilon}_y + s_z\dot{\varepsilon}_z) \quad (۳)$$

در این رابطه، E انرژی بر واحد حجم و v حجم مخصوص، p فشار هیدرواستاتیک، q لزجت مصنوعی و s_x، s_y و s_z تنش‌های انحرافی هستند. در این رابطه نقطه روی پارامترها نشان دهنده مشتق نسبت به زمان می باشد.

ت- معادله حالت گرونیشن[1] نیز برای مدل‌سازی تغییرات فشار هیدرواستاتیک مورد استفاده قرار گرفته شده است. شکل کلی این معادله به صورت رابطه زیر است [۸-۱۰]:

$$P = \frac{\rho_۰ C^۲ \mu \left[۱ + \left(۱ - \frac{\gamma_۰}{۲} \right)\mu - \frac{a}{۲}\mu^۲ \right]}{\left[۱ - \left(S_۱ - ۱ \right)\mu - S_۲ \frac{\mu^۲}{۱+\mu} - S_۳ \frac{\mu^۳}{(۱+\mu)^۲} \right]^۲} + \left(\gamma_۰ + a\mu \right) E \quad (۴)$$

که در آن $\mu = \rho/\rho_۰ - ۱$ و $\rho_۰$ چگالی اولیه است. سایر پارامترها ضرایب مادی می باشند. پارامترهای این مدل برای مس و آلومینیوم درجدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- پارامترهای معادله حالت گرونیشن برای مس و آلومینیوم [۱۰].

	$S_۱$	$S_۲$	$S_۳$	$\gamma_۰$ ($cm^۳$)	a	$\rho_۰$ (kg/$cm^۳$)	C (m/s)
مس OFHC	۱/۴۸۹	۰	۰	۲/۰۲	۰/۴۷	۸۹۳۰	۳۹۴۰
آلومینیوم ۷۰۳۹	۱/۳۶	۰	۰	۲/۲۰	۰/۴۸	۲۸۱۰	۵۲۰۰

ث- مولفه های انحرافی تنش به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{s}_x = ۲G\,\dot{\varepsilon}_x - \frac{۲}{۳}G\frac{\dot{v}}{v}, \quad \dot{s}_y = \dot{s}_z = ۲G\,\dot{\varepsilon}_y - \frac{۲}{۳}G\frac{\dot{v}}{v} \quad (۵)$$

در این رابطه، G مدول برشی است.

ج- از لزجت مصنوعی بدین منظور استفاده می‌شود که هنگامی که امواج الاستیک یا پلاستیک به یک سلول می‌رسد، جهشی ناگهانی و غیر واقعی در مقادیر تنش یا کرنش ایجاد نشده و در واقع باعث تغییر یکنواخت‌تر پارامترها بین سلول های مجاور ماده گردد. در صورتی که از لزجت مصنوعی استفاده نشود، پس از یک بار عبور موج از یک سلول، جواب های به دست آمده واگرا می‌شوند. در اینجا از ویسکوزیته مصنوعی فون-نیومن، مطابق با رابطه زیر استفاده می شود:

$$q = C_۰^۲ \rho s^۲ \left(\frac{ds}{dt}\right)^۲ + C_۱ \rho s a \left|\frac{ds}{dt}\right| \quad (۶)$$

در این رابطه، q لزجت مصنوعی فون‌نیومن[2] می‌باشد. $C_۰$ و $C_۱$ اعداد کورانت هستند، که بسته به شرایط حاکم بر فیزیک مسئله، برای شرط همگرایی در جواب‌ها تغییر می‌کنند. s طول سلول، $\frac{ds}{dt}$ نرخ تغییر طول سلول و $a = \sqrt{p/\rho}$ می‌باشد.

چ- تنش در هر قسمت از ماده شامل مجموع تنش هیدرواستاتیک و تنش انحرافی و ویسکوزیته مصنوعی می‌باشد:

$$\sigma_x = -(p+q) + s_x, \quad \sigma_y = -(p+q) + s_y \quad (۷)$$

ح- چنانچه سرعت برخورد کم باشد، ماده در محدوده الاستیک باقی می‌ماند. چنانچه سرعت برخورد افزایش یابد، ماده وارد محدوده پلاستیک می‌شود. برای بررسی محدوده الاستیک و پلاستیک در ماده از شرط تسلیم فون‌میسز استفاده می‌شود:

$$J_۲ = \frac{۱}{۲}\left[s_x^۲ + s_y^۲ + s_z^۲\right], \; J_۲ = \frac{۱}{۳}\sigma^۲(\dot{\varepsilon}, T) \quad (۸)$$

در این رابطه، σ تنش تسلیم پلاستیک می‌باشد. مدل‌های کارسختی استفاده شده در این تحقیق عبارتند از مدل الاستوپلاستیک کامل، جانسون-کوک [۱۱] و زیریلی-آرمسترانگ [۱۲]. با استفاده از مدل نرخی جانسون-کوک (JC) می‌توان رابطه بین تنش، کرنش، نرخ کرنش و دما را به دست آورد. این مدل به صورت زیر ارائه شده است:

$$\sigma = \left(A + B\,\varepsilon^n\right)\left(۱ + C\,\ln\dot{\varepsilon}^*\right)\left(۱ - T^{*m}\right) \quad (۹)$$

همان طور که دیده می شود، ایـن مـدل دارای پـنج ضـریب A, B, C, n, m می‌باشد، که این ضرایب از روی آزمـایش‌هـای

[1] Gruneisen Equation of State

[2] von-Neuuman Artificial Viscosity

مختلف از قبیل کشش تک‌محوره، پیچش و آزمایش میله هاپکینسون[1] به دست می‌آید. پارامترهای موجود در این مدل عبارتند از ε که همان کرنش معادل فون‌میسز است، $\dot{\varepsilon}^*$ که نرخ کرنش اعمال شده با در نظر گرفتن $\dot{\varepsilon}_0 = 1\ s^{-1}$ می‌باشد $\left(\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0\right)$ و T^* دمای بی بعد[2] نیز بدین صورت تعریف می‌شود: $T^* = (T - T_{room})/(T_{melt} - T_{room})$. علامت * در این مدل نشان دهنده شکل بی بعد شده پارامتر است.

پارامترهای این مدل برای مس و آلومینیوم در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲- پارامترهای مدل JC برای مس و آلومینیوم [۱۲]

ماده	دمای ذوب (K)	A (MPa)	B (MPa)	C	n	m
مس OFHC	۱۳۵۶	۹۰	۲۹۲	۰/۰۲۵	۰/۳۱	۱/۰۹
آلومینیوم ۷۰۳۹	۸۷۷	۳۳۷	۳۴۳	۰/۰۱۰	۰/۴۱	۱/۰۱

در این قسمت، شکل کلی معادله زیریلی-آرمسترانگ برای مواد FCC آورده می‌شود [۱۲].

$$Y = c_1 + c_2 \varepsilon^n exp\left(-c_3 T + c_4 T \ln\dot{\varepsilon}^*\right) \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰)، C_1 تا C_4 ثوابت مادی هستند.

جدول (۳)- پارامترهای مدل ZA برای مس [۱۲] و آلومینیوم [۱۳].

ماده	c_1 (MPa)	c_2 (MPa)	c_3	c_4	n
مس OFHC	۶۵	۸۹۰	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۰۱۱۵	۰/۵
آلومینیوم ۷۰۳۹	۲۰	۹۱۰	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۰۰۱۷	۰/۱۱۲۵

ح- برای مدل‌سازی رفتار شکست دینامیکی ماده از مدل تالر-باچر بهبودیافته[3] استفاده شده است [۱۴-۱۶]. شکل کلی این مدل به صورت رابطه زیر است:

$$\sum_{i}^{i=n \text{ at } t_f} \left(\frac{S_i - S_0}{1 - D}\right)^{\gamma} \Delta t_i \geq k_{\gamma c}\,, \sigma > S_0 > 0 \qquad (۱۱)$$

در این رابطه، S_0 بیانگر تنشی است که با رسیدن به آن، فرآیند شکست آغاز می‌شود و t_f زمان مورد نیاز برای کامل شدن فرآیند شکست می باشد. S_i مقدار تنش در i امین گام زمانی است. D نیز پارامتر خرابی می باشد که در این مدل از پارامتر خرابی مدل جانسون-کوک استفاده شده است. در این مدل پارامتر D یعنی میزان خرابی به شکل رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$D = \sum_{i}^{i=n \text{ at } t_f} \frac{\Delta\varepsilon_p}{\varepsilon_p^f} \qquad (۱۲)$$

که در آن $\Delta\varepsilon_p$ مقدار تغییر کرنش در یک سیکل انتگرال‌گیری است و ε_p^f نیز مقدار کرنش منجر به شکست در ماده تحت شرایط فعلی کرنش، نرخ کرنش، دما، فشار و تنش معادل است. شکست نیز زمانی اتفاق می افتد که $D = 1$. شکل کلی ε_p^f کرنش منجر به شکست نیز به صورت رابطه زیر ارائه شده است.

$$\varepsilon_p^f = \left[D_1 + D_2 e^{D_3\sigma^*}\right]\left[1 + D_4 \ln\dot{\varepsilon}^*\right]\left[1 + D_5 T^*\right] \qquad (۱۳)$$

البته رابطه (۱۳) برای $\sigma^* \leq 1/5$ معتبر است و برای $\sigma^* > 1/5$ از مقدار حدی آن در $\sigma^* = 1/5$ استفاده می‌شود. σ^* نیز به شکل رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma^* = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \qquad (۱۴)$$

که در آن σ_m مقدار میانگین تنش های نرمال است و $\bar{\sigma}$ نیز مقدار تنش معادل فون‌میسز است. D_1 تا D_5 نیز ضرایب این مدل هستند که برای دو ماده مورد استفاده در این مقاله در جدول زیر آورده شده است.

جدول (۴)- پارامترهای مدل آسیب JC برای مس و آلومینیوم [۱]

ماده	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
مس OFHC	۰/۵۴	۴/۸۹	-۳/۰۳	۰/۰۱۴	۱/۱۲
آلومینیوم ۷۰۳۹	۰/۱۴	۰/۱۴	-۱/۵	۰/۰۱۸	۰/۰

طبق رابطه (۱۱) چنانچه در هر نقطه از ماده، مقدار عبارت سمت چپ نامساوی از مقدار بحرانی $k_{\gamma c}$ بیشتر شود، شکست اتفاق می‌افتد. برای استفاده از این رابطه به سه پارامتر γ، S_0 و $k_{\gamma c}$ نیاز است. برای تعیین تجربی پارامترهای مذکور در مواد مختلف لازم است برای توان γ مقدار معینی

[1] Hapkinson Bar Test
[2] Homologous temperature
[3] Modified Tuler-Butcher Model

انتخاب گردد و دو پارامتر دیگر $S_{\cdot}$ و k_{Yc} با مدل‌سازی عددی و انجام آزمایش‌های تجربی به دست آیند.

د- پس از شکست، با استفاده از شرایط مرزی جدید و نیز شرایط اولیه جدید، انتشار موج در قطعات جدا شده در اثر جدایش بررسی می‌گردد، بدین گونه که بعد از جدایش زمانی که قطعه به دو قسمت تقسیم می‌شود، مقادیر آنی پارامترهای مختلف در تمام سلول ها، ذخیره شده و با کاهش تعداد سلول‌ها برای هر دو قسمت جدید ایجاد شده، شرایط مرزی آزاد در هر دو انتها اعمال می‌گردد. به کمک برنامه دیگری که بدین منظور نوشته و توسعه داده شده است، انتشار موج به صورت همزمان در هر دو قسمت بررسی می‌گردد. از مهم ترین متغیرهایی که در این بخش مقدار آن محاسبه می‌گردد، سرعت سطح آزاد صفحه بعد از وقوع جدایش می‌باشد.

ذ- U_{HEL} به مقدار میانگین سرعت در بازه AB (مطابق شکل ۴) گفته می‌شود که نشان دهنده تمایز بین نحوه انتشار موج پلاستیک و موج الاستیک می باشد. همچنین مقدار σ_{HEL}، تنش حد الاستیک هاگونیت، از رابطه زیر به دست می‌آید، که در آن C، سرعت انتشار موج الاستیک در ماده است:

$$\sigma_{HEL} = \frac{1}{2}\rho\ C\,U_{HEL} \qquad (۱۵)$$

همچنین قابل ذکر است که برای بهبود نتایج از مدل اشتاینبرگ[1] [۱۷] برای تعیین تغییرات مدول برشی نیز استفاده خواهد شد. با توجه به فرمول‌بندی نسبتا مفصل مدل اشتاینبرگ، به منظور رعایت اختصار در مقاله و عدم اطاله بحث به مرجع [۱۷] ارجاع داده می شود. در این مرجع فرمول‌بندی مربوطه و نیز ضرایب مورد استفاده برای مواد مورد بحث به تفصیل مورد بحث قرار گرفته است.

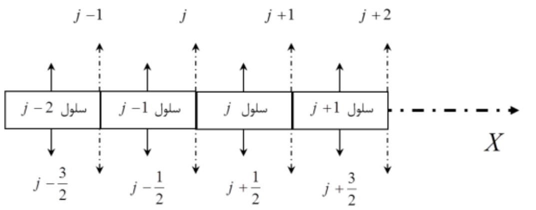
۳- حل عددی دستگاه معادلات به روش حجم محدود

معادلات تفاضل محدودی که در این بخش بیان می‌شوند، مطابق با علامت گذاری روش فون‌نیومن می‌باشد. ماده به نقاط لاگرانژی که با جریان حرکت می‌کنند تقسیم می‌شود. فاصله بین خطوط گرید که در کنار هم هستند را ناحیه[2] گویند. برای مسایل چند بعدی، یک ناحیه به فضای بین خطوطی که همدیگر را قطع کرده اند، گفته می‌شود. محل برخورد خطوط را نقاط گره ای ناحیه گویند. زیرنوشته‌ها بیانگر مختصات لاگرانژی و بالانوشته‌ها بیانگر زمان می‌باشند. برای شبکه یک بعدی، X_j^n نشان‌دهنده مکان X در مختصات لاگرانژی j و در زمان t^n است. سرعت نقاط توسط روابط زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{X}_j^{n+1/2} = 1/2\left(\dot{X}_j^{n+1} + \dot{X}_j^n\right) \qquad (۱۶)$$

$$\dot{X}_{j+1/2}^n = 1/2\left(\dot{X}_{j+1}^n + \dot{X}_j^n\right) \qquad (۱۷)$$

در روابط (۱۵) و (۱۶) علامت نقطـه بـر روی پـارامتر بیـانگر مشتق زمـانی اسـت. بنـابراین $\dot{X}_j^{n+1/2}$ بیـانگر سـرعت نقطـه گره‌ای j در زمان $t^{n+1/2}$ است. شکل کلی سلول ها و گره هـا در شکل ۱ آورده شده است.



شکل ۱- شماره گذاری سلول ها و گره ها

در این قسمت مجموعه معادلات ذکر شده در یک میدان از مکان x و زمان t به روش حجم محدود گسسته‌سازی[3] شده و روابط مربوطه استخراج می‌گردند.

۳-۱- جرم المان

جرم هر المان حجمی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_{j+1/2} = \frac{\rho_{\cdot}}{\nu_{\cdot}}\left(x_{j+1}^{\cdot} - x_j^{\cdot}\right) \qquad (۱۸)$$

در این رابطه، $\rho_{\cdot}$ چگالی مرجع مورد استفاده در معادله حالت است و $\nu_{\cdot}$ حجم نسبی اولیه هر المان حجمی است. رابطه بقای جرم نیز به صورت زیر است:

$$\nu_{j+1/2}^{n+1} = \frac{\rho_{\cdot}}{M_{j+1/2}}\left[x_{j+1} - x_j\right]^{n+1} \qquad (۱۹)$$

[1] Steinberg Model
[2] Zone
[3] Discrete

$$x_j^{n+1} = x_j^n + U_j^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2} \qquad (20)$$

۳-۲- معادله حرکت در فرم گسسته

شکل کلی معادله حرکت به صورت رابطه زیر در می‌آید:

$$\frac{U_j^{n+1/2} - U_j^{n-1/2}}{\Delta t^n} = \frac{(\sigma_x)_{j+1/2}^n - (\sigma_x)_{j-1/2}^n}{\Psi_j^n} \qquad (21)$$

که در آن، $(\sigma_x)_{j+1/2}^n$ و Ψ_j^n به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(\sigma_x)_{j+1/2}^n = \left\{-\left(p^n + q^{n-1/2}\right) + s_x^n\right\}_{j+1/2} \qquad (22)$$

$$\Psi_j^n = \frac{1}{2}\left\{\left(\rho_0\right)_{j+1/2}\left(\frac{x_{j+1}^n - x_j^n}{\nu_{j+1/2}^n}\right) + \left(\rho_0\right)_{j-1/2}\left(\frac{x_j^n - x_{j-1}^n}{\nu_{j-1/2}^n}\right)\right\} \qquad (23)$$

نرخ کرنش نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$(\dot{\varepsilon}_x)_{n+1/2}^{j+1/2} = \frac{U_{j+1/2}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}}{x_{j+1}^{n+1/2} - x_j^{n+1/2}} \qquad (24)$$

۳-۳- مولفه‌های تنش انحرافی و هیدرواستاتیک

تنش های انحرافی مطابق روابط زیر محاسبه می شوند:

$$(s_x)_{j+1/2}^{n+1} = (s_x)_{j+1/2}^n + 2\mu(\dot{\varepsilon}_x)_{n+1/2}^{j+1/2}\Delta t^{n+1/2} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\nu^{n+1} - \nu^n}{\nu^{n+1/2}}\right)_{j+1/2} \qquad (25)$$

$$\left(s_y\right)_{j+1/2}^{n+1} = \left(s_y\right)_{j+1/2}^n - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\nu^{n+1} - \nu^n}{\nu^{n+1/2}}\right)_{j+1/2} \qquad (26)$$

$$(s_z)_{j+1/2}^{n+1} = -(s_x)_{j+1/2}^{n+1} - \left(s_y\right)_{j+1/2}^{n+1} \qquad (27)$$

در این مدل‌سازی، معادله حالت فشار، با تعریف $\mu_{j+1/2}^{n+1} = \frac{1-\nu_{j+1/2}^{n+1}}{2\nu_{j+1/2}^{n+1} - 1}$ به کمک معادله حالت گرونیشن به صورت زیر می باشد:

$$p_{j+1/2}^{n+1} = d\frac{1}{\nu_{j+1/2}^{n+1}}E_{j+1/2}^{n+1} + \left(\gamma_0 + a\mu_{j+1/2}^{n+1}\right)E_{j+1/2}^{n+1} + \frac{\rho_0 C^2\mu_{j+1/2}^{n+1}\left[1+\left(1-\frac{\gamma_0}{2}\right)\mu_{j+1/2}^{n+1}-\frac{a}{2}\left(\mu_{j+1/2}^{n+1}\right)^2\right]}{\left[1-\left(S_1-1\right)\mu_{j+1/2}^{n+1}-S_2\frac{\left(\mu_{j+1/2}^{n+1}\right)^2}{1+\mu_{j+1/2}^{n+1}}-S_3\frac{\left(\mu_{j+1/2}^{n+1}\right)^2}{\left(1+\mu_{j+1/2}^{n+1}\right)^2}\right]^2} \qquad (28)$$

شرط تسلیم فون میسز به صورت زیر است:

$$\left(J_2\right)_{j+1/2}^{n+1} = \frac{1}{2}\left\{\left[(s_x)_{j+1/2}^{n+1}\right]^2 + \left[\left(s_y\right)_{j+1/2}^{n+1}\right]^2 + \left[(s_z)_{j+1/2}^{n+1}\right]^2\right\} \qquad (29)$$

$$\left(J_2\right)_{j+1/2}^{n+1} - \frac{1}{3}\left(\left[Y(\dot{\varepsilon}_e,T)\right]_{j+1/2}^{n+1}\right)^2 = K^{n+1}$$

چنانچه $K^{n+1} \le 0$ باشد، ماده در محدوده الاستیک قرار دارد، اما اگر $K^{n+1} > 0$ باشد، ماده در محدوده پلاستیک بوده و باید تنش‌های انحرافی در $\frac{\left[Y(\dot{\varepsilon},T)\right]_{j+1/2}^{n+1}}{\sqrt{3\left(J_2\right)_{j+1/2}^{n+1}}}$ ضرب گردند.

۳-۴- لزجت مصنوعی برای حذف نوسانات عددی

لزجت مصنوعی از رابطه زیر به دست می آید:

$$q_{j+1/2}^{n+1/2} = C_0^2\,\rho_{j+1/2}^{n+1/2}\left(U_{j+1}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}\right)^2 + C_1\,a\,\rho_{j+1/2}^{n+1/2}\left|U_{j+1}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}\right| \qquad (30)$$

ایــن رابطــه، زمــانی برقــرار اســت کــه $U_{j+1}^{n+1/2} < U_j^{n+1/2}$ و $\nu_{j+1/2}^{n+1} < \nu_{j+1/2}^n$ باشد، در غیر این صـورت $q = 0$ مـی‌باشـد. همچنین، $a = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$ اسـت و p فشـار موضـعی مـی‌باشـد. در مسئله مورد بحث $C_0 = 2$ و $C_1 = 1$ می‌باشند.

۳-۵- معادله انرژی در فرم گسسته

تغییر در انرژی داخلی ترکیبی از یک قسمت هیدرودینامیک و یک قسمت انحرافی به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta E = -(p + q)\Delta\nu + \Delta b \qquad (31)$$

تغییر در انرژی انحرافی از رابطه زیر به دست می آید:

$$(\Delta b)_{j+1/2}^{n+1/2} = \nu_{j+1/2}^{n+1/2}(s_x\dot{\varepsilon}_x)_{j+1/2}^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2} \qquad (32)$$

$$(s_x)_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}\left[(s_x)_{j+1/2}^{n+1} + (s_x)_{j+1/2}^n\right] \qquad (33)$$

بنابراین انرژی داخلی کلی را در هر نقطه و در هر گام زمانی، می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$(E)_{j+1/2}^{n+1} = \left(\frac{2E_{j+1/2}^{n} - \left\{ \left[f_1\left(v_{j+1/2}^{n+1}\right) + P_{j+1/2}^{n} \right] + 2\tilde{q}_{j+1/2}^{n} \right\} \times \left[v_{j+1/2}^{n+1} - v_{j+1/2}^{n} \right] + 2\Delta b_{j+1/2}^{n+1/2}}{2 + \frac{d}{v_{j+1/2}^{n+1}} \left[v_{j+1/2}^{n+1} - v_{j+1/2}^{n} \right]} \right) \tag{۳۴}$$

$$\tilde{q}_{j+1/2}^{n} = \frac{1}{2}\left(q_{j+1/2}^{n+1/2} + q_{j+1/2}^{n-1/2} \right) \tag{۳۵}$$

۳-۶- گام های زمانی برای پایداری

گام های زمانی از روابط زیر محاسبه می شوند [۸]:

$$\Delta t^{n+3/2} = \frac{2}{3} \frac{\Delta x^{n+1}}{\sqrt{a^2 + g^2}} \Big|_{\text{minimum on } j} \tag{۳۶}$$

$$\Delta x^{n+1} = x_{j+1}^{n+1} - x_{j}^{n+1} \tag{۳۷}$$

در این رابطه، مقدار g از رابطه زیر به دست می آید:

$$g = 8\left(C_0^2 + C_1 \right) \Delta x^{n+1} \left(\frac{\dot{v}}{v} \right)^{n+1/2} \tag{۳۸}$$

اگر $\left(\frac{\dot{v}}{v}\right) \geq 0$ باشد، آنگاه $b = 0$ گرفته می‌شود. چنانچه $\Delta t^{n+3/2}$ به دست آمده از رابطه (۳۵) در رابطه $\Delta t^{n+3/2} > 1.1\, \Delta t^{n+1/2}$ صدق کند، باید از رابطه $\Delta t^{n+3/2} = 1.1\, \Delta t^{n+1/2}$ استفاده کرد. در نهایت، Δt^{n+1} از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta t^{n+1} = \frac{1}{2}\left(\Delta t^{n+3/2} + \Delta t^{n+1/2} \right) \tag{۳۹}$$

۳-۷- شرایط مرزی

در یک ناحیه مرزی خارجی رابطه زیر برقرار است:

$$\Psi_j^n = \frac{1}{2}\left(\rho_0\right)_{j-1/2} \left(\frac{x_j^n - x_{j-1}^n}{v_{j-1/2}^n} \right) \tag{۴۰}$$

و چنانچه ناحیه مرزی داخلی (مرزی که برخورد در آن ایجاد و منتشر می شود.) باشد، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\Psi_j^n = \frac{1}{2}\left(\rho_0\right)_{j+1/2} \left(\frac{x_{j+1}^n - x_j^n}{v_{j+1/2}^n} \right) \tag{۴۱}$$

اگر گره در سطح آزاد خارجی باشد، تنش ها در $j + 1/2$ و اگر در سطح آزاد داخلی باشد، تنش ها در $j - 1/2$ صفر قرار داده می‌شود.

قابل ذکر است که در مثال های عددی که در بخش بعد، بدان پرداخته خواهد شد از ۲۰۰ سلول و ۲۵۰۰۰ گام زمانی برای حل استفاده شده است و همگرایی عددی در تعداد سلول‌های بیشتر و گام های زمانی کوچک تر چک شده است. برای دستیابی به پاسخ صحیح و قابل قبول در گام $n + 1$ و یا $n + 1/2$ مانند بسیاری از کدهای تفاضل محدود دیگر، از روش نیمه‌صریح semi-explicit بهره برده شده است. بدین صورت که پاسخ درگام های قبلی به عنوان حدس اولیه برای گام جاری در نظر گرفته می شود. با حل دستگاه خطی معادلات به روش های کلاسیک (مانند روش گرادیان‌های مزدوج)، پاسخ بدست آمده اگر از دقت کافی برخوردار نباشد، این کار چند بار به صورت iterative تکرار می شود تا به میزان خطای قابل قبول که اینجا بر روی انرژی تعریف شده است دست یافته شود.

۴- نتایج عددی

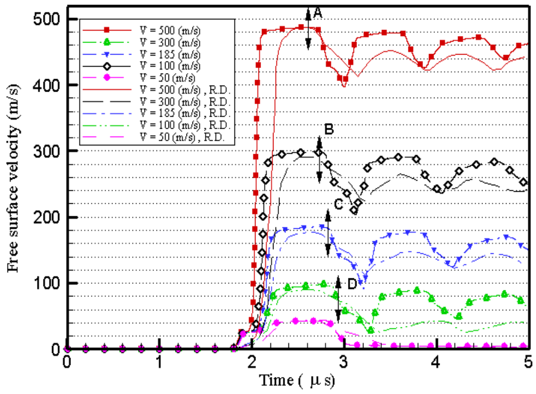
در این بخش، با سه مثال عددی به بررسی این مسئله پرداخته می شود.

مثال ۱- بررسی انتشار امواج قبل و بعد از جدایش با استفاده از کد توسعه داده شده در آزمایش برخورد صفحه

در این مثال به کمک کد توسعه داده شده به بررسی سرعت سطح آزاد قبل و بعد از جدایش پرداخته شده است. در این مثال یک صفحه از جنس مس OFHC[1] به ضخامت ۰/۳۵ cm با سرعت اولیه های مختلف، به یک صفحه ساکن به ضخامت ۰/۹ cm و از همان جنس در دمای ۲۹۸ K برخورد می کند. یک طرف این صفحه تحت ضربه قرار گرفته و طرف دیگر آزاد است. تاریخچه سرعت سطح آزاد در شکل ۲، در سرعت های اولیه مختلف با استفاده از مدل JC نشان داده شده است. در هر یک از حالات بعد از علامت ↕ موجود بر روی نمودار، جدایش اتفاق افتاده است. در شکل ۲ منحنی های بدون نشانه (که با .R.D نامگذاری شده اند) به کمک مدل الاستوپلاستیک کامل توسط مرجع [۱] گزارش شده است و سایر منحنی ها از نتایج مدل‌سازی انجام شده است. همانطور

[1] Oxygen Free-High Conductivity

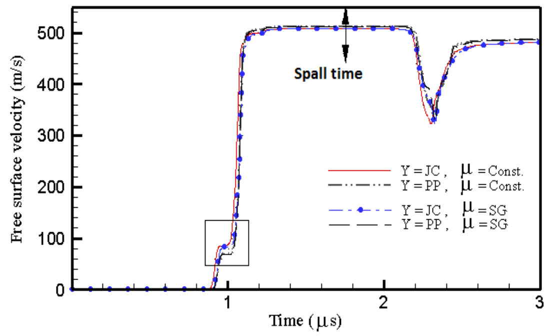
که مشاهده می‌شود در سرعت اولیه $U_{\cdot f} = ۵۰\ m/s$ جدایش اتفاق نمی‌افتد. دیده می‌شود که مدل JC، مقادیر بیشتری را برای سرعت در سطح آزاد پیش‌بینی می‌کند.



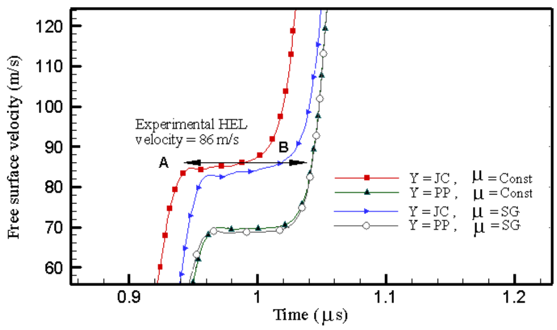
شکل ۲- تاریخچه سرعت در سطح آزاد با مدل JC . نقاط A ، B ، C و D نشان دهنده زمان جدایش با مدل بهبودیافته تالر-باچر است. منحنی های بدون نشانه به کمک مدل الاستوپلاستیک کامل توسط مرجع [۱] گزارش شده است.

مثال ۲- اثر مدل های مختلف کارسختی و مدول برشی بر U_{HEL}

در این مثال صفحه پرتابه از جنس آلومینیوم ۷۰۳۹ به ضخامت ۰/۳۸۶ cm، به صفحه هدف ساکن از همان جنس به ضخامت ۰/۶۵ cm با سرعت اولیه $۴۷۰\ m/s$ در دمای ۲۹۸kبرخورد می‌کند و باعث ایجاد شکست در ماده می‌گردد. در این مثال، اثر مدل های مختلف برای کارسختی و مدول برشی بر سرعت سطح آزاد و U_{HEL} ، با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و بررسی می‌گردد. در شکل ۳ اثر استفاده از مدل کارسختی الاستوپلاستیک کامل و مدل JC و نیز استفاده از مدول برشی ثابت و مدل اشتاینبرگ، برای مقایسه با نتایج آزمایشگاهی آورده شده است. دیده می‌شود که نزدیک‌ترین پاسخ به نتایج آزمایشگاهی در وضعیتی به دست می آید که از مدل JC و مدول برشی اشتاینبرگ استفاده شده است. در شکل ۴، مقدار U_{HEL} به کمک مدل های مختلف کارسختی و مدول برشی نشان داده شده است. شیب منحنی AB بستگی به میزان حساسیت کارسختی به نرخ کرنش داشته و طول آن وابسته به ضخامت صفحه است [۱۸]. همان طور که از شکل ۴، دیده می‌شود مدل JC تقریب بهتری از حساسیت ماده به نرخ کرنش را نشان می‌دهد. همچنین مقدار σ_{HEL} در مرجع [۱۸] برابر $\sigma_{HEL} = ۰/۷۷\ GPa$ گزارش شده است. با استفاده از رابطه $\sigma_{HEL} = \frac{۱}{۲}\rho\ C\ U_{HEL}$ و داشتن $\rho = ۲۷۸۰\ kg/m^{۳}$ و $C = ۶۴۳۳\ m/s$، مقدار $U_{HEL} = ۸۶/۱۱\ m/s$ به دست می‌آید که این مقدار نزدیک تر به نتیجه‌ای است که مدل کارسختی JC و مدول برشی اشتاینبرگ ارائه می‌دهند.



شکل ۳- تاریخچه سرعت در سطح آزاد با مدل های مختلف کارسختی و مدول برشی

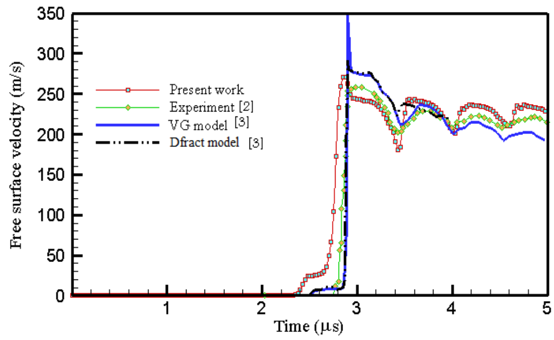


شکل ۴- تاریخچه سرعت در سطح آزاد با استفاده از مدل‌های مختلف کارسختی و مدول برشی قبل و بعد از جدایش و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [۱۸]

مثال ۳- مدل‌سازی آزمایش برخورد صفحه‌های غیر همجنس و مقایسه با نتایج دیگران

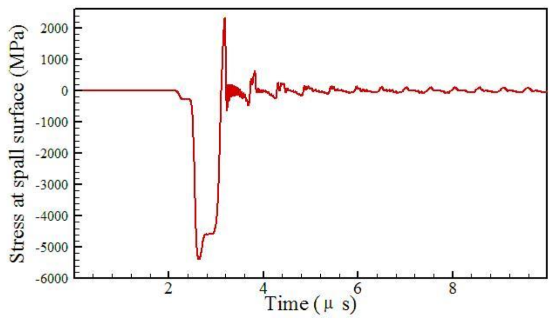
در این مثال، یک صفحه از جنس آلومینیوم ۷۰۳۹ به ضخامت ۰/۲ cm با صفحه‌ای از جنس مس OFHC، به ضخامت ۱/۲ cm با سرعت $۴۵۰\ m/s$ در دمای ۳۰۰ K برخورد می‌کند. برای مدل‌سازی برخورد صفحات لازم است انتشار امواج الاستوپلاستیک در صفحه مسی بررسی گردد. برای این منظور از مدل الاستوپلاستیک کامل و مدل نرخی جانسون-کوک استفاده شده است. همچنین برای مدل‌سازی

شکست دینامیکی ماده نیز از مدل تالر-باچر بهبودیافته استفاده می‌شود. به کمک برنامه کامپیوتری نوشته شده، زمان به وقوع پیوستن جدایش و شکستن صفحه مسی ۳/۱۸۶ μs بوده و ضخامت صفحه جدا شده در اثر جدایش ۰/۱۱ cm محاسبه می شود. مقدار تنش در صفحه جدایش نیز در لحظه شکست برابر ۲۲۳۸ MPa محاسبه شده است. سرعت سطح آزاد بر حسب زمان در صفحه مسی، قبل و بعد از جدایش در شکل ۵ آورده شده است. در این شکل نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی آنتوان و همکارانش در سال ۱۹۹۸ [۲]، و همچنین دو روش مدل‌سازی عددی ایکورتی و همکارش در سال ۲۰۰۴، [۵] مقایسه شده است. دیده می-شود که نتایج مقاله حاضر با دقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارد. در این مثال از مدل JC برای کارسختی استفاده شده است.



شکل ۵ سرعت سطح آزاد بر حسب زمان و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [۲] و نتایج عددی به دست آمده توسط ایکورتی با دو مدل شکست مختلف رشد حفره (VG) و Dfract [۵].

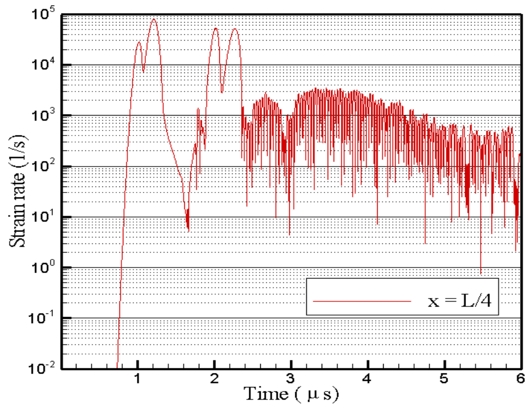
در شکل ۶، تنش در سطح شکست (در صفحه جدایش) بر حسب زمان (قبل و بعد از جدایش) ترسیم شده است. دیده می‌شود که صفحه جدایش بعد از شکست مانند یک سطح آزاد عمل می‌کند و تنش به صورت تقریبی حوالی صفر نوسان می‌کند. این نوسان ناشی از خطای حل عددی می‌باشد. در شکل ۴، مسئله به کمک مدل الاستوپلاستیک کامل نیز حل شده است و نتایج مدل JC با این مدل مقایسه شده است. در این شکل می‌توان به وضوح، بهبود نتایج را در حالتی که از مدل JC استفاده شده است، مشاهده نمود.



شکل ۶- تنش در سطح شکست در صفحه جدایش بر حسب زمان (قبل و بعد از شکست)

با توجه به اینکه مدل کارسختی JC در بازه نرخ کرنش کمتر از $5 \times 10^{4}\ s^{-1}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۱]، لازم است بازه نرخ کرنش در این مثال بررسی شود. در شکل ۷۷، منحنی نرخ کرنش بر حسب زمان در مکان های مختلف صفحه ترسیم شده است تا صحت استفاده از مدل کارسختی JC مورد تایید قرار گیرد. در این شکل‌ها دیده می‌شود که نرخ کرنش همواره کمتر از $10^{5}\ s^{-1}$ بوده و بیشتر زمان‌ها نیز حوالی $10^{3}\ s^{-1}$ نوسان می‌کند.

در جدول ۳، تاثیر تنش فشاری ورودی و تغییر معادله کارسختی و مدول برشی بر مقدار تنش در صفحه جدایش، فاصله صفحه جدایش از سطح آزاد و زمان وقوع جدایش مورد مطالعه قرار گرفته است. در هر سه مدل PP، ZA و JC به کمک داده‌های جدول ۳، مشاهده می شود که با متغیر گرفتن مدول برشی، زمان جدایش افزایش می‌یابد.



شکل ۷- نمودار نرخ کرنش بر حسب زمان در مکان‌های مختلف صفحه با مدل JC

جدول ۵- تاثیر تنش فشاری ورودی و تغییر معادله کارسختی و مدول برشی بر مقدار تنش در صفحه جدایش، فاصله از سطح آزاد، زمان وقوع جدایش و شماره سلولی که جدایش در آن رخ داده است (تعداد کل سلول‌ها ۲۰۰ می باشد).

شماره سلول	زمان (μs)	X-Stress (MPa)	فاصله از سطح آزاد (cm)	مدول برشی	مدل رفتاری	فشار ورودی (GPa)
۱۷۹	۵/۵۵۶	۱۶۰۸/۳۵	۰/۲۱۰	ثابت	JC	۳
۱۷۸	۵/۵۶۱	۱۷۵۳/۷۵	۰/۲۲۱	اشتاینبرگ		
۱۸۰	۵/۵۱۶	۲۰۲۴/۴۲	۰/۲۰۱	ثابت	PP	
۱۸۰	۵/۵۱۶	۲۰۰۰/۸۰	۰/۲۰۱	اشتاینبرگ		
۱۷۹	۵/۵۲۵	۱۹۹۸/۷۶	۰/۲۱۱	ثابت	ZA	
۱۷۹	۵/۵۲۵	۱۹۸۳/۱۵	۰/۲۱۱	اشتاینبرگ		
۱۸۱	۵/۴۳۸	۱۷۴۸/۴۳	۰/۱۸۶	ثابت	JC	۴/۵
۱۷۹	۵/۴۴۴	۲۱۳۱/۴۱	۰/۲۰۶	اشتاینبرگ		
۱۸۱	۵/۴۱۰	۲۱۸۷/۴۰	۰/۱۸۷	ثابت	PP	
۱۸۱	۵/۴۱۰	۲۱۵۴/۸	۰/۱۸۷	اشتاینبرگ		
۱۸۰	۵/۴۱۸	۲۱۹۶/۵۱	۰/۱۹۷	ثابت	ZA	
۱۸۰	۵/۴۱۸	۲۱۷۳/۶۸	۰/۱۹۷	اشتاینبرگ		
۱۸۳	۵/۳۳۷	۱۶۷۲/۹۳	۰/۱۶۳	ثابت	JC	۶
۱۸۱	۵/۳۴۸	۲۰۵۹/۹۳	۰/۱۸۳	اشتاینبرگ		
۱۸۳	۵/۳۱۴	۲۱۲۵/۰۸	۰/۱۶۳	ثابت	PP	
۱۸۲	۵/۳۱۶	۲۲۳۱/۷۵	۰/۱۷۳	اشتاینبرگ		
۱۸۲	۵/۳۲۳	۲۱۹۷/۱۵	۰/۱۷۳	ثابت	ZA	
۱۸۲	۵/۳۲۴	۲۱۴۴/۵۵	۰/۱۷۳	اشتاینبرگ		
۱۸۴	۵/۲۴۳	۱۷۱۸/۵۶	۰/۱۴۹	ثابت	JC	۷/۵
۱۸۲	۵/۲۶۰	۲۱۰۰/۹۱	۰/۱۶۹	اشتاینبرگ		
۱۸۴	۵/۲۲۵	۲۱۵۸/۵۶	۰/۱۵۰	ثابت	PP	
۱۸۳	۵/۲۲۸	۲۲۶۶/۹۹	۰/۱۶۰	اشتاینبرگ		
۱۸۳	۵/۲۳۴	۲۲۵۲/۳۸	۰/۱۶۰	ثابت	ZA	
۱۸۳	۵/۲۳۷	۲۱۷۱/۷۶	۰/۱۶۰	اشتاینبرگ		
---	---	---	---	ثابت	JC	۱/۲
---	---	---	---	اشتاینبرگ		
۱۷۸	۶/۱۰۲	۷۴۲/۲۴	۰/۲۲۵	ثابت	PP	
۱۷۸	۶/۱۲۲	۷۴۴/۰۹	۰/۲۲۵	اشتاینبرگ		
۱۷۶	۵/۹۲۱	۸۱۱/۱۲	۰/۲۴۶	ثابت	ZA	
۱۷۶	۵/۹۴۱	۸۱۴/۱۸	۰/۲۴۵	اشتاینبرگ		
۱۷۱	۵/۹۴۰	۵۱۳/۷۸	۰/۲۹۵	ثابت	JC	۱/۵
۱۶۹	۶/۴۷۳	۴۲۹/۲۷	۰/۳۱۴	اشتاینبرگ		
۱۷۸	۵/۷۲۰	۱۱۴۴/۹۱	۰/۲۲۵	ثابت	PP	
۱۷۸	۵/۷۳۱	۱۱۲۲/۹۳	۰/۲۲۵	اشتاینبرگ		
۱۷۷	۵/۷۰۸	۱۲۶۲/۱۰	۰/۲۳۵	ثابت	ZA	
۱۷۷	۵/۷۱۰	۱۲۲۲/۶۱	۰/۲۳۵	اشتاینبرگ		
۱۷۷	۵/۶۶۹	۱۲۴۹/۵۴	۰/۲۳۳	ثابت	JC	۲
۱۷۶	۵/۶۸۱	۱۲۴۲/۶۶	۰/۲۴۳	اشتاینبرگ		
۱۷۹	۵/۶۰۸	۱۷۵۴/۰۲	۰/۲۱۴	ثابت	PP	
۱۷۹	۵/۶۱۱	۱۷۱۸/۸۸	۰/۲۱۷	اشتاینبرگ		
۱۷۸	۵/۶۲۰	۱۷۱۱/۹۱	۰/۲۲۴	ثابت	ZA	
۱۷۸	۵/۶۲۲	۱۶۹۷/۹۷	۰/۲۲۶	اشتاینبرگ		
۱۷۸	۵/۶۰۶	۱۵۰۱/۸۳	۰/۲۲۲	ثابت	JC	۲/۵
۱۷۷	۵/۶۱۳	۱۵۹۷/۶۱	۰/۲۳۲	اشتاینبرگ		
۱۷۹	۵/۵۵۷	۱۹۶۷/۹۴	۰/۲۱۲	ثابت	PP	
۱۷۹	۵/۵۵۷	۱۹۵۲/۱۴	۰/۲۱۲	اشتاینبرگ		
۱۷۸	۵/۵۶۸	۱۹۰۵/۹۱	۰/۲۲۲	ثابت	ZA	
۱۷۸	۵/۵۶۸	۱۸۹۳/۳۱	۰/۲۲۲	اشتاینبرگ		

۵- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله اثر تغییر معادله ساختاری، کارسختی و مدول برشی بر بهبود شبیه سازی عددی پدیده جدایش در آزمایش برخورد صفحه، بررسی شده است. در قالب سه مثال، نتایج استفاده از مدل JC و الاستیک پلاستیک کامل برای معادله ساختاری و مدل اشتاینبرگ برای مدول برشی و مدل تالر-باچر بهبود یافته برای مدل شکست، با چند شبیه سازی به کمک مدل های دیگر و همچنین با نتایج تجربی مقایسه شده است.

در مثال ۱، با استفاده از کد توسعه داده شده برای بعد از وقوع جدایش، چگونگی انتشار امواج در قطعات شکسته شده در آزمایش برخورد صفحه، به صورت عددی مدل‌سازی

گردیده است. در این مثال نتایج به دست آمده با نتـایج ارائـه شده توسط مراجع مختلف مقایسه شده است. همچنین برای اعتبارسنجی نتایج، از قانون بقای اندازه حرکت خطی استفاده شده است.

در مثال ۲، اثر مدل های مختلف کارسختی و مدول برشی بر U_{HEL} بررسی شده است و نتایج به دست آمده به کمک مدل‌های مختلف، با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. دیده می‌شود که نزدیک‌ترین پاسخ به نتایج آزمایشگاهی در وضعیتی به دست می‌آید که از مدل JC و مدول برشی اشتاینبرگ استفاده شده است، در این وضعیت، حداکثر خطای ایجاد شده در مقادیر تنش در حدود ۳/۲٪ است، در حالی که میزان همین خطا با استفاده از مدل الاستوپلاستیک برابر ۶/۱۸٪ می باشد.

در مثال ۳، برخورد صفحات غیر هم جنس مدل‌سازی شده است. در این مثال انتشار امواج بعد از جدایش نیز دنبال شده است. نتایج به دست آمده به کمک مدل های مختلف کارسختی، شکست دینامیکی و ... با نتایج مدل‌سازی عددی دیگران و نیز نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. دیده می‌شود که مدل JC، مقادیر بیشتری را برای سرعت در سطح آزاد نسبت به نتایج سایر مراجع، پیش‌بینی می‌کند. در واقع مدل JC افت انرژی کمتری در ماده در اثر انتشار موج را نشان می‌دهد. حداکثر تفاوت نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی برای سرعت در سطح آزاد، برای آلومینیوم ۷۰۳۹ حدود ۷٪ است، در حالی که حداکثر تفاوت نتایج عددی منتشر شده توسط ایکورتی و چاتورودی با نتایج آزمایشگاهی حدود ۱۶٪ می‌باشد، لذا مشاهده می‌شود که مدل تالر-باچر بهبودیافته نتایج دقیق‌تری نسبت به سایر مدل‌های شکست مانند مدل رشد حفره[1] که توسط ایکورتی و چاتورودی استفاده شده است، را ارائه می‌دهد.

در کل می توان گفت از بین مدل های بررسی شده در این مقاله استفاده از معادله ساختاری JC و مدل شکست تالر-باچر بهبود یافته و رابطه مدول برشی اشتاینبرگ، منجر به نتایج دقیق‌تری می شود.

[1] Void-Growth Model

منابع

[1] J. A. Zukas, *High velocity impact dynamics*: Wiley-Interscience, 1990 .

[2] T. Antoun, L. Seaman, D. Curran, *Dynamic failure of materials, vol. 2—Compilation of Russian spall data*, Technical Report No. DSWA-TR-96-77-V2, Defence Special Weapons Agency ,Alexandria, VA, pp. 1998 .

[3] S. Hanim, J. R. Klepaczko, Numerical study of spalling in an aluminum alloy 7020-T6, *International Journal of Impact Engineering,* Vol. 22, No. 7, pp. 649-673, 8//, 1999 .

[4] C. Czarnota, N. Jacques, S. Mercier, A. Molinari , Modelling of dynamic ductile fracture and application to the simulation of plate impact tests on tantalum, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* Vol. 56, No. 4, pp. 1624-1650, 4//, 2008 .

[5] V. Ikkurthi, S. Chaturvedi, Use of different damage models for simulating impact-driven spallation in metal plates, *International journal of impact engineering,* Vol. 30, No. 3, pp. 275-301, 2004 .

[6] N. Bonora, P. P. Milella, Constitutive modeling for ductile metals behavior incorporating strain rate, temperature and damage mechanics, *International Journal of Impact Engineering,* Vol. 26, No. 1–10, pp. 53-64, 12//, 2001 .

[7] Y. Wang, H. He, L. Wang, Critical Damage Evolution model for spall failure of ductile metals, *Mechanics of Materials,* Vol. 56, No ,۰ .pp. 131-141, 1//, 2013 .

[8] M. L. Wilkins, *Computer simulation of dynamic phenomena*: Springer Science & Business Media, 1999 .

[9] A. A. Lukyanov, Constitutive behaviour of anisotropic materials under shock loading, *International Journal of Plasticity* ,Vol. 24, No. 1, pp. 140-167, 2008 .

[10] M. W. Guinan, D. J. Steinberg, Pressure and temperature derivatives of the isotropic polycrystalline shear modulus for 65 elements, *Journal of Physics and Chemistry of Solids,* Vol. 35, No. 11, pp. 1501-1512, 1974 .

[11] G. R. Johnson, W. H. Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, in *Proceeding of,* The Netherlands, pp. 541-547, 1983 .

[12] F. J. Zerilli, R. W. Armstrong, Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations, *Journal of Applied Physics,* Vol. 61, No. 5, pp. 1816-1825, 1987 .

[13] S. J. Pérez-Bergquist, G. R. Gray, E. K. Cerreta, C. P. Trujillo, A. Pérez-Bergquist, The dynamic and

quasi-static mechanical response of three aluminum armor alloys: 5059, 5083 and 7039, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 528, No. 29, pp. 8733-8741, 2011 .

[14] V. Panov, Modelling of behaviour of metals at high strain rates, 2006 .

[15] F. R. Tuler, B. M. Butcher, A criterion for the time dependence of dynamic fracture, *International Journal of Fracture Mechanics,* Vol. 4, No. 4, pp. 431-437, 1968 .

[16] J. J. Gilman, F. R. Tuler, Dynamic fracture by spallation in metals, *International Journal of Fracture Mechanics,* Vol. 6, No. 2, pp. 169-182, 1970 .

[17] D. Steinberg, S. Cochran, M. Guinan, A constitutive model for metals applicable at high-strain rate, *Journal of Applied Physics,* Vol. 51, No. 3, pp. 1498-1504, 1980 .

[18] J. Zukas, T. Nicholas, H. Swift, L .Greszczuk, D. Curran, L. Malvern, Impact dynamics, *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 50, pp. 702, 1983 .