مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۴/ دوره ۵/ شماره ۲/ صفحه ۳۲۵-۳۳۵

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

رفتار غیردائم انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه در حال چرخش ۹۰ درجه ای

رامین ربانی [۱،*] و شهرام طالبی [۲]

[۱] کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

[۲] استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۵/۲۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۰۷/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۷/۲۴

چکیده

انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه، به شکل هندسی محفظه، میزان و نحوه‌ی گرمایش و سرمایش روی دیوارهای گرم و سرد، خواص سیال درون محفظه و طرز قرارگیری آن بستگی دارد. در این مقاله، یک محفظه مربعی عمودی بررسی شده است. این محفظه عمودی با چرخش ۹۰ درجه‌ای به یک محفظه افقی تبدیل شده است. هدف این مقاله، بررسی رفتار وابسته به زمان جریان درون محفظه و مقدار انتقال حرارت در حین این چرخش است. برای شبیه‌سازی عددی جریان سیال و انتقال حرارت از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. مسأله برای پنج زمان چرخش متفاوت و عدد رایلی $۱۰^۵$ حل شده است. خطوط جریان، توزیع دما و مقدار انتقال حرارت در هر لحظه به‌دست آمده است. نتایج نشان داده که برای چرخش سریع محفظه، عمده تغییرات در توزیع دما و انتقال حرارت پس از ایستادن محفظه رخ داده است؛ ولی در چرخش آهسته، مقدار انتقال حرارت در هر لحظه خیلی نزدیک به مقدار حالت دائم در همان وضعیت است.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت؛ جابه‌جایی طبیعی؛ غیردائم؛ شبکه بولتزمن.

The Unsteady Behavior of the Natural Convection Heat Transfer in a Square Enclosure by 90° Rotate

R. Rabani[1,*] and Sh. Talebi[2]

[1] M.s. Student, Mech. Eng., Yazd Univ., Yazd, Iran

[2] Assis. Prof., Mech. Eng., Yazd Univ., Yazd, Iran

Abstract

The natural convection heat transfer in a square enclosure depends on the geometry of the enclosure, the amount and the type of heating and cooling on the hot and cold walls, the fluid proprieties and the inclination angle of the enclosure. In this paper, the natural convection in a square enclosure with two hot and cold vertical walls and two adiabatic horizontal walls is investigated. This vertical enclosure by rotating 90° changes into a horizontal enclosure. The aim of this study is to investigate the time dependent behavior of the flow and the heat transfer through it affected by the inclination angle. The lattice Boltzmann method for numerical simulation of the fluid flow and the heat transfer is used. The problem is solved by five values of rotation times for Rayleigh number 10^5. Streamlines, temperature distribution and the amount of heat transfer in every time obtained. The results show that by the fast rotation major changes in the temperature distribution and the heat transfer occurs after the stopping of rotation. But in the slow rotation the amount of heat transfer is very close to the steady state in any time at the same situation.

Keywords: Heat Transfer; Natural Convection; Unsteady State; Lattice Boltzmann Method.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۳۳۵۰۱۳۳۴ ؛ فکس: ۰۳۵۱۸۲۱۰۶۹۹

آدرس پست الکترونیک: ramin-rabani@stu.yazd.ac.ir

۱- مقدمه

جریان‌های ناشی از خاصیت شناوری، اهمیت زیادی در کاربردهای متفاوت مهندسی مثل، عایق حرارتی ساختمان با ایجاد فاصله‌های هوایی، کلکتورهای خورشیدی، خنک‌کننده تجهیزات الکترونیکی و راکتورهای هسته‌ای دارد. به همین علت، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌های بسته، مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. در بیشتر این مطالعات، دیوارهای سرد و گرم به‌صورت افقی یا عمودی در نظر گرفته شده است[۱-۵].

جریان سیال و انتقال حرارت درون یک محفظه به عوامل مختلفی از قبیل، عدد رایلی، عدد پرانتل سیال، نحوه تغییرات دما روی دیوارهای سرد و گرم، هندسه و طرز قرارگیری محفظه(وضعیت دیواره‌های محفظه نسبت به بردار شتاب جاذبه زمین) بستگی دارد. اولین مطالعات بررسی اثر چرخش محفظه روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه را هارت[1] [۶]، به‌صورت نظری و هلندز و کونیسک[2] [۷]، به‌صورت آزمایشگاهی انجام داده‌اند. الشربینی[3] [۸]، انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مستطیلی مایل را به‌طور تجربی بررسی کرد. او مشاهده کرد که کمترین مقدار انتقال حرارت در حالتی است که دیوار بالای محفظه گرم باشد. پولات و بیلگن[4] [۹]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه مایل باز را در محدوده زاویه‌های صفر تا ۴۵ درجه شبیه‌سازی کردند. آنها دریافتند که چرخش زاویه صفحه گرم، یکی از عوامل مهم و تأثیرگذار روی دبی حجمی جریان و انتقال حرارت است.

هندسه دیوارهای سرد و گرم، از جمله عواملی است که اثر قابل توجهی روی انتقال حرارت درون محفظه زاویه دار دارد. دجیبالی[5] و همکارانش [۱۰]، با استفاده روش شبکه بولتزمن، اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده ۰ تا ۲۷۰درجه ای و نسبت انسدادهای مختلف را روی میزان انتقال حرارت بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که در همه نسبت انسدادها افزایش زاویه محفظه تا ۱۵ درجه، سبب افزایش عدد ناسلت شده؛ در حالی‌که افزایش زاویه از ۱۵ تا ۹۰ درجه سبب کاهش عدد ناسلت شده است. کمترین مقدار عدد ناسلت، در زاویه ۲۷۰ درجه اتفاق افتاده است که علت آن قرار گرفتن دیوار گرم در بالای محفظه است.

بایری[6] [۱۱] در یک بررسی تجربی و عددی اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده ۰ تا ۳۶۰ درجه و عدد رایلی در محدوده $۱۰^{۳}$ تا $۱۰^{۱۰}$ را بررسی کرد و روابطی را برای تغییرات ناسلت متوسط برای زوایای مختلف ارائه کرد. هیولسز و رچمن[7] [۱۲] اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده زاویه ۱۸۰- تا ۱۸۰ برای اعداد رایلی کوچکتر از $۱۰^{۶}$ را مطالعه کرده‌اند. نتایج آنها نشان داد که عدد ناسلت از یک قانون توانی برحسب عدد رایلی پیروی می‌کند.

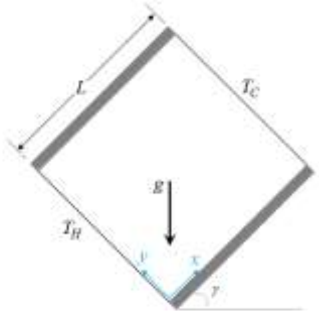
در همه مطالعات قبلی اثر زاویه چرخش محفظه به صورت دائم مطالعه شده است. در این مقاله چرخش یک محفظه از حالت عمودی به افقی به‌طور غیردائم بررسی شده است. برای شبیه‌سازی عددی از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. تغییرات لحظه‌ای توزیع دما، خطوط جریان و عدد ناسلت گزارش شده است. پاسخ زمانی انتقال حرارت محفظه و اثرات غیردائمی مورد توجه قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

هندسه مورد بررسی در شکل ۱ نشان داده شده است. هندسه، یک محفظه مربعی به ضلع L که دیوارهای سمت راست و چپ آن به ترتیب در دمای سرد T_C و گرم T_H قرار داشته و دیوارهای بالا و پایین آن عایق است. جریان، آرام، تراکم ناپذیر، دو بعدی و سیال نیوتنی فرض شده است. برای نیروی شناوری از فرض بوزینسک استفاده شده و تولید گرمای اصطکاکی ناچیز فرض شده است.

---

[1] Hart
[2] Hollands, Konicek
[3] Elsherbiny
[4] Polat, Bilgen
[5] Djebali
[6] Bairi
[7] Huelsz, Rechtman



شکل ۱- هندسه مورد بررسی

معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی به‌صورت بدون بعد به صورت زیراند:

$$\vec{\nabla}.\vec{V}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t^*}+U\frac{\partial \vec{V}}{\partial X}+V\frac{\partial \vec{V}}{\partial Y}=-\vec{\nabla}P+\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\nabla^2\vec{V}+\vec{n}_g\theta+2\vec{V}\times\vec{\Omega}+\vec{\Omega}\times\vec{R}\times\vec{\Omega} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*}+U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{1}{\sqrt{Pr.Ra}}\nabla^2\theta \qquad (3)$$

که $\vec{V}=(U,V)$ بردار سرعت است که با سرعت مرجع $u_r=\sqrt{g\beta L(T_H-T_C)}$ بدون بعد شده است. R بردار موقعیت و $\vec{g}=g.\vec{n}_g$ بردار شتاب جاذبه زمین است که به‌صورت رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$\vec{n}_g=(\sin\gamma,\cos\gamma)$$
$$\Omega\equiv\omega L/u_r \Rightarrow \Omega=\frac{\pi}{2t_r^*} \qquad (4)$$
$$\vec{R}=(X,Y)$$

کمیت‌های بدون بعد به‌صورت رابطه (۵) تعریف می‌شوند:

$$X=\frac{x}{L},Y=\frac{y}{L},P=\frac{p}{\rho u_r^2},\theta=\frac{T-T_C}{T_H-T_C}$$
$$Pr=\frac{\nu}{\alpha},Ra=\frac{g\beta L^3}{\nu\alpha}(T_H-T_C) \qquad (5)$$

شرایط مرزی برای سرعت $\vec{V}(X,Y)$ و دما $\vec{\theta}(X,Y)$ به صورت روابط (۶-۸) هستند.

$$\vec{V}=0 \quad \text{on all walls} \qquad (6)$$

$$\theta(0,Y,t)=1 \quad \text{on left wall} \qquad (7)$$

$$\theta(1,Y,t)=0 \quad \text{on right wall}$$
$$\frac{\partial\theta}{\partial Y}(X,0,t)=0$$
$$\frac{\partial\theta}{\partial Y}(X,1,t)=0 \quad \text{Up and down walls} \qquad (8)$$

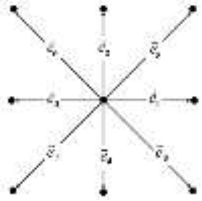
همچنین شرایط اولیه به صورت رابطه (۹) بیان می‌شود:

$$\vec{V}(X,Y,0)=\vec{V}_S \qquad \theta(X,Y,0)=\theta_S \qquad (9)$$

که $\vec{V}_S$ و θ_S برای حالت دائم و $\gamma=0$ است(محفظه افقی).

۳- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن، یک روش عددی است که در دهه گذشته به طور گسترده برای بسیاری از مسائل انتقال حرارت با دقت قابل قبولی استفاده شده است [۱۳-۱۵]. برای استفاده از روش شبکه بولتزمن در دینامیک سیالات، میدان جریان به تعدادی مسیر یا لینک تقسیم شده و سیال به عنوان تعدادی ذرات مجازی مدل می‌شود. این ذرات، فقط می‌توانند روی این مسیرها حرکت کنند. میدان حل همراه با این مسیرها را شبکه می‌گویند. یکی از شبکه‌های استاندارد، که به طور گسترده ای برای مسائل دو بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد، شبکه D_2Q_9 (شکل ۲) است [۱۶].



شکل ۲- شبکه D_2Q_9

در این شبکه، هر گره می‌تواند از هشت مسیر مختلف با گره‌های مجاورش ارتباط برقرار کند. معادله انتقال بولتزمن با فرض BGK به صورت گسسته شده برای میدان سرعت به صورت رابطه (۱۰) است [۱۷].

$$f_i(\vec{r}+\vec{e}_i\delta t,t+\delta t)-f_i(\vec{r},t)=\frac{f_i^{eq}(\vec{r},t)-f_i(\vec{r},t)}{\tau_V}+F_i(\vec{r},t) \quad i=0,1,..,8 \qquad (10)$$

در این رابطه f_i توابع توزیع ذرات، f_i^{eq} توابع توزیع تعادلی، F_i نیروی حجمی، τ_V زمان آسودگی سرعتی، $\vec{e}_i$

بردارهای شبکه و $\vec{r}$ بردار موقعیت گره هستند. تابع توزیع ذره در مرکز هر گره با f_0 و در لینک‌های هشت‌گانه مختلف با f_1 تا f_8 نشان داده می‌شود. زمان آسودگی و توابع توزیع تعادلی هم به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۷]:

$$\tau_v = 0.5 + 3\nu \quad (۱۱)$$

$$f_i^{eq}(\vec{r},t) = 3P\omega_i\left[1 + 3\vec{e}_i.\vec{V} + 4.5(\vec{e}_i.\vec{V})^2 - 1.5\|\vec{V}\|^2\right] \quad (۱۲)$$

اندازه بردارهای $\vec{e}_i$، ضرایب وزنی ω_i و نیروی شناوری F_i [۱۸] برای این شبکه عبارت‌اند از:

$$\vec{e}_0 = 0,\ \|\vec{e}_{1,2,3,4}\| = 1,\ \|\vec{e}_{5,6,7,8}\| = \sqrt{2} \quad (۱۳)$$

$$\omega_{1,2,3,4} = \frac{1}{9},\ \omega_{5,6,7,8} = \frac{1}{36} \quad \omega_0 = \frac{4}{9} \quad (۱۴)$$

$$F_i(\vec{r},t) = 3(g\beta.\theta)(\omega_i\vec{e}_i.\vec{n}_g) \quad (۱۵)$$

ارتباط بین توابع توزیع و متغیرهای اصلی جریان به‌صورت رابطه (۱۶) هستند [۱۷]:

$$p = \frac{1}{3}\sum_{i=0}^{8} f_i,\ \vec{V} = \frac{1}{3p}\sum_{i=0}^{8} f_i\vec{e}_i \quad (۱۶)$$

به طور مشابه، معادله انتقال بولتزمن برای میدان دما (θ) با صرف نظر کردن از اثر چشمه حرارتی به صورت زیر است [۱۷]:

$$g_i(\vec{r} + \vec{e}_i\delta t, t + \delta t) - g_i(\vec{r},t) = \frac{g_i^{eq}(\vec{r},t) - g_i(\vec{r},t)}{\tau_g} \quad (۱۷)$$

در این رابطه، g_i توابع توزیع دمایی ، g_i^{eq} توابع توزیع تعادلی دمایی و τ_g زمان آسودگی حرارتی هستند. زمان آسودگی حرارتی و توابع توزیع تعادلی دمایی، به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) بیان می‌شوند [۱۷].

$$\tau_g = 0.5 + 1.5\alpha \quad (۱۸)$$

$$g_i^{eq}(\vec{r},t) = \theta\omega_i\begin{bmatrix} 1.5\|\vec{e}_i\|^2 + 3(1.5\|\vec{e}_i\|^2 - 1)\vec{e}_i.\vec{V} \\ +4.5(\vec{e}_i.\vec{V})^2 - 1.5\|\vec{V}\|^2 \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

دما نیز از رابطه (۱۹) حساب می‌شود [۱۷].

$$\theta = \sum_{i=0}^{8} g_i \quad (۲۰)$$

حل دو معادله (۹) و (۱۶)، در دو مرحله انجام می‌شود. مرحله نخست، برخورد است که برای هر گره در موقعیت $\vec{r}$ و زمان $t+\delta t$، مقادیر توابع توزیع سرعتی $\tilde{f}_i$ و دمایی $\tilde{g}_i$ محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_i(\vec{r},t+\delta t) &= f_i + \frac{f_i^{eq} - f_i}{\tau_v} + F_i \\ \tilde{g}_i(\vec{r},t+\delta t) &= g_i + \frac{g_i^{eq} - g_i}{\tau_g} \end{aligned} \quad (۲۱)$$

مقادیر در سمت راست روابط (۲۱) در زمان t محاسبه می‌شوند.

گام دوم، جاری شدن است که مقادیر توابع توزیع سرعتی و دمایی مربوط به هر مسیر در هر گره، به مسیر هم جهت خود در گره مقابل آن جهت، جایگزین می‌شوند:

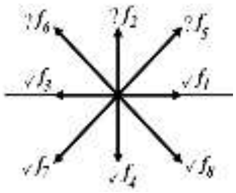
$$\begin{aligned} f_i(\vec{r} + \vec{e}_i\delta t, t+\delta t) &= \tilde{f}_i(\vec{r},t+\delta t) \\ g_i(\vec{r} + \vec{e}_i\delta t, t+\delta t) &= \tilde{g}_i(\vec{r},t+\delta t) \end{aligned} \quad (۲۲)$$

روی هر گره مرزی، سه مسیر وجود دارد که مقداری وجود ندارد تا به آن‌ها جاری شود. شرط مرزی روی این گره ها، مقادیر توابع توزیع مجهول، روی این سه مسیر را معین می‌کند. در این پژوهش، از روش زو و هی[۱] [۱۹]، برای اعمال شرط مرزی سرعت و روش ارازیو و ساکی[۲] [۲۰] برای اعمال شرط مرزی دمایی استفاده شده است. به عنوان مثال، برای یک گره روی مرز جنوبی (شکل ۳)، سه تابع توزیع f_2، f_5 و f_6 مجهول هستند که با اعمال شرط مرزی مطابق با [۱۹] و ساده سازی روابط مقدار این توابع به‌دست می‌آید (رابطه ۲۳).

$$\begin{aligned} & f_2 = f_4,\ f_5 = f_7 - 0.5(f_1 - f_3) \\ & f_6 = f_8 + 0.5(f_1 - f_3) \end{aligned} \quad (۲۳)$$

---

[1] Zou, He
[2] D’Orazio, Succi



شکل ۳- مسیرهای مجهول روی یک گره مرز جنوبی

از نظر دمایی نیز، روی این گره روی مرز جنوبی سه تابع توزیع حرارتی g_2، g_5 و g_6 مجهول است. برای اعمال شرط مرزی حرارتی روی این گره در این پژوهش، دو حالت در نظر گرفته شده است. حالت اول، دمای ثابت و معلوم θ_w روی مرز، در این حالت با اعمال شرط مرزی [۲۰]، رابطه (۲۴) حاصل می‌شود.

$$g_2 = \frac{1}{2}\Big(\theta_w - \sum_{\substack{i=0 \\ i\neq 2,5,6}}^{8} g_i\Big)$$
$$g_5 = g_6 = \frac{1}{4}\Big(\theta_w - \sum_{\substack{i=0 \\ i\neq 2,5,6}}^{8} g_i\Big) \quad (۲۴)$$

حالت دوم، مرز عایق (شار حرارتی صفر) است طبق [۲۰] برای مرز عایق از طریق برونیابی و با توجه به رابطه $\partial\theta/\partial Y = 0$ دمای دیوار عایق بدست می‌آید و سپس از همان روابط (۲۴) استفاده می‌شود؛ ولی در اینجا روشی معرفی می‌شود که دیگر احتیاجی به برونیابی دما روی مرز نیست.

برای سرعت دیوار ساکن (سرعت صفر) (رابطه ۱۹):

$$g_i^{eq} = \frac{3}{2}\omega_i\theta \quad (۲۵)$$

با ایده ارازیو [۲۰] فرض می‌شود که شکل توابع توزیع حرارتی مجهول (g_i)، شبیه حالت تعادلی در دمای فرضی دیگر (θ^*) است؛ بنابراین:

$$g_2 = \frac{1}{6}\theta^*, g_5 = g_6 = \frac{1}{12}\theta^* \quad (۲۶)$$

با جمع طرفین توابع توزیع مجهول در رابطه (۲۶) نتیجه می‌شود:

$$g_2 + g_5 + g_6 = \frac{1}{3}\theta^* \quad (۲۷)$$

شار حرارتی در شبکه بولتزمن روی یک دیوار بدون تولید حرارت داخلی، از رابطه (۲۸) به‌دست می‌آید [۲۰]:

$$\vec{q} = \Big(\sum_i \vec{e}_i g_i\Big)\frac{\tau_g - 0.5}{\tau_g} \quad (۲۸)$$

برای مرز عایق جنوبی که $q_y = 0$ نتیجه می‌شود:

$$g_2 + g_5 + g_6 - (g_4 + g_7 + g_8) = 0 \quad (۲۹)$$

با استفاده از رابطه (۲۷) و (۲۹) نتیجه می‌شود:

$$\theta^* = 3(g_4 + g_7 + g_8) \quad (۳۰)$$

با استفاده از دمای فرضی به‌دست آمده در رابطه (۳۰) و جاگذاری در رابطه (۲۶)، توابع مجهول برای مرز جنوبی به‌دست می‌آید (معادله ۳۱).

$$g_2 = \frac{1}{2}(g_4 + g_7 + g_8)$$
$$g_5 = g_6 = \frac{1}{4}(g_4 + g_7 + g_8) \quad (۳۱)$$

مقادیر در سمت راست معادلات (۲۴) و (۳۱)، همگی در زمان $t + \delta t$ و روی همان گره مرزی محاسبه می‌شوند.

۴- نتایج

به منظور اعتبار بخشیدن به نتایج و روش عددی به‌کار رفته، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه مربعی ساکن در اعداد رایلی مختلف بررسی شده است. دیوارهای پایین و بالای محفظه عایق، دیوار سمت چپ گرم و دیوار سمت راست سرد است. عدد پرانتل سیال، ۰/۷۱ و عدد رایلی $۱۰^۵$ در نظر گرفته شده است.

ناسلت متوسط برای شبکه‌های مختلف در حالت دائم برای زاویه چرخش ۶۰ درجه در نظر گرفته شده است (جدول۱). تغییر عدد ناسلت از شبکه ۲۵۰×۲۵۰ به ۳۰۰×۳۰۰ در حدود ۱٪ است؛ بنابراین در این مقاله، شبکه ۲۵۰×۲۵۰ انتخاب شده است. عدد ناسلت متوسط روی دیوارها به‌صورت رابطه (۳۲) محاسبه می‌شود:

$$\overline{Nu} \equiv \frac{Q}{k(T_H - T_C)} = -\int_0^1 \left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{wall} dY \quad (۳۲)$$

جدول ۱- بررسی استقلال شبکه

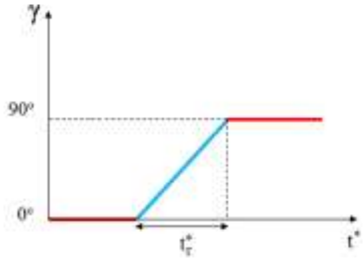
شبکه	۱۰۰×۱۰۰	۲۰۰×۲۰۰	۲۵۰×۲۵۰	۳۰۰×۳۰۰
$\overline{Nu}$	۳/۵۲۴	۴/۰۵۳	۴/۴۰۵	۴/۴۴۹

مقدار ناسلت متوسط در زاویه‌های چرخش مختلف در حالت دائم با کارهای عددی دیگر مقایسه شده است (جدول ۲).

جدول ۲- مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و نتایج دیگران

γ=0°	کار حاضر	۴/۵۴۴
	مرجع [۲۱]	۴/۵۱۹
	مرجع [۲۲]	۴/۵۰۴
γ=30°	کار حاضر	۴/۶۱۶
	مرجع [۱۱]	۴/۲۲۸
	مرجع [۱۰]	۴/۵۵۲
γ=60°	کار حاضر	۴/۴۰۵
	مرجع [۱۱]	۴/۴۲۷
	مرجع [۱۰]	۴/۴۴۵
γ=90°	کار حاضر	۳/۹۳۴
	مرجع [۱۲]	۳/۹۹۳
	مرجع [۱۰]	۳/۸۵۰

اکنون چرخش پادساعتگرد محفظه، به اندازه ۹۰ درجه، برای عدد رایلی 10^5 بررسی می‌شود. با توجه به انتخاب سرعت مرجع و تعداد گره‌ها، زمان‌های آسودگی برابر با $\tau_f = ۰/۶۶$ و $\tau_g = ۰/۶۱$ می‌شوند؛ همچنین مقدار قدم زمانی $\Delta t^* = ۰/۰۰۰۳۲$ است. در این مقاله، چرخش محفظه با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. در شکل ۴، نحوه تغییرات زاویه محفظه با زمان نشان داده شده است؛ هرچه زمان صرف شده برای چرخش(t_r^*) کمتر باشد، سرعت چرخش محفظه بیشتر است. نخست محفظه در حالت افقی($\beta = ۰$) حل شده تا به شرایط دائم برسد؛ سپس زاویه محفظه طبق شکل ۴ تغییر می‌کند وقتی محفظه به حالت عمودی در آمد($\beta = ۹۰^\circ$)، چرخش محفظه متوقف شده تا پس از مدتی در این وضعیت به حالت دائم برسد. در این مقاله، زمان چرخش(t_r^*) برابر با ۴، ۹، ۱۷، ۵۰، و ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. دو مقدار ۴ و ۹ چرخشی سریع، مقدار ۱۷ چرخشی با سرعت متوسط و مقادیر ۵۰ و ۱۵۰ چرخشی آهسته را نشان می‌دهند.

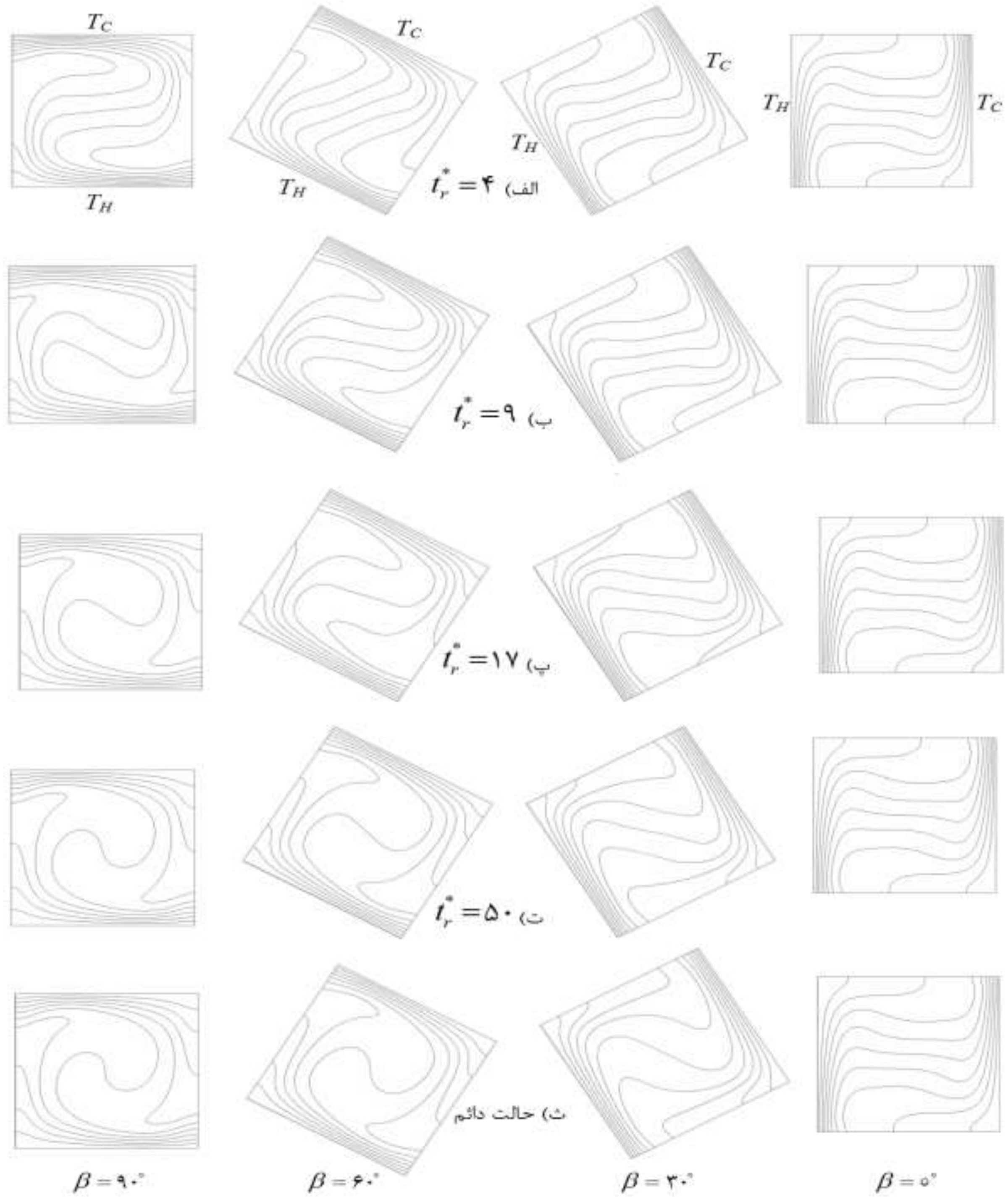


شکل ۴- نحوه تغییرات زاویه محفظه با زمان

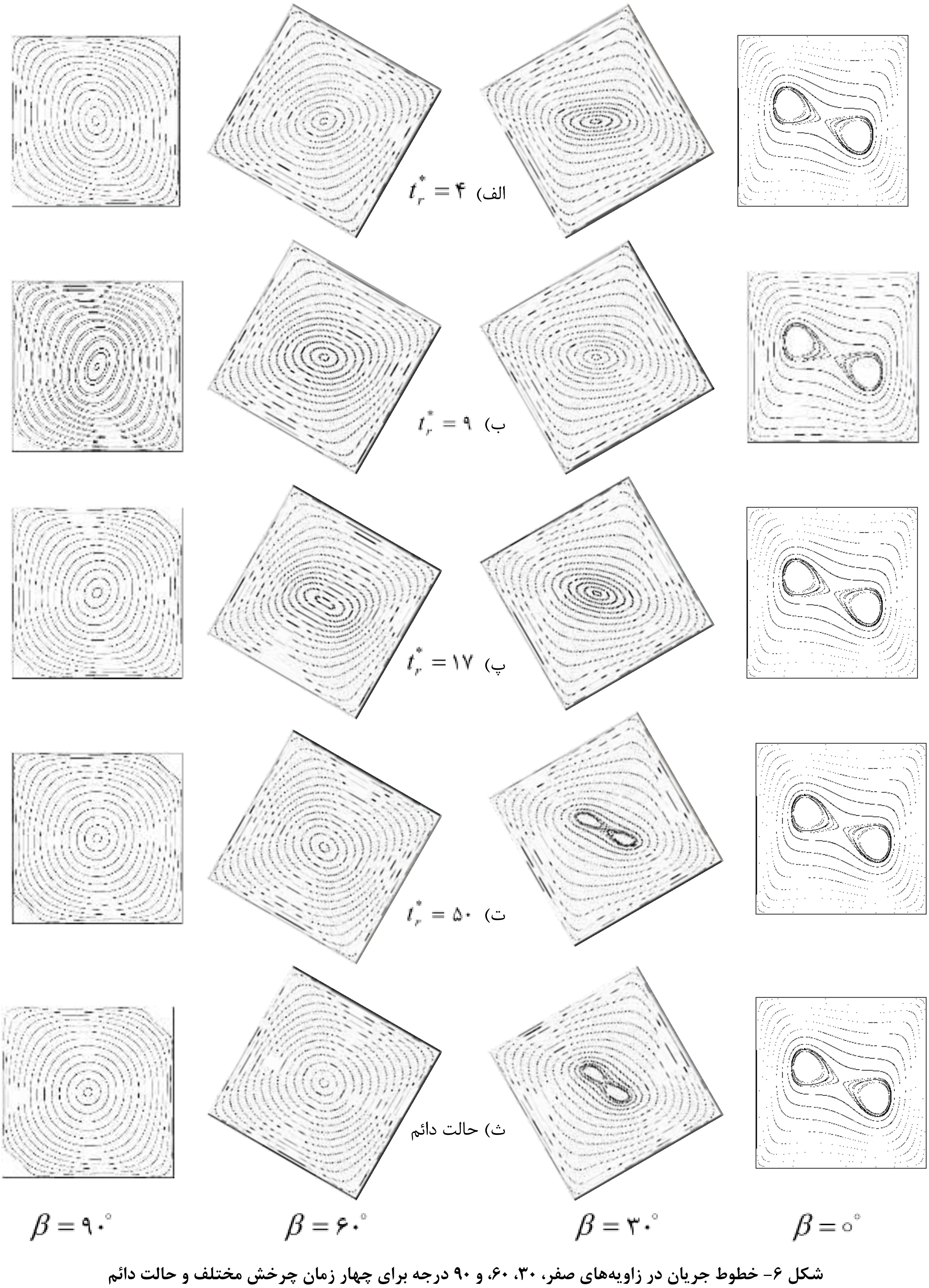
در شکل ۵، خطوط دما ثابت در چهار وضعیت متفاوت محفظه با چهار زمان چرخش مختلف نشان داده شده است. برای مقایسه بهتر، خطوط دما ثابت برای حالت دائم در همان وضعیت‌ها نیز نشان داده شده است. منظور از حالت دائم، شرایطی است که محفظه از ابتدا در همان وضعیت قرار داشته، تغییر زاویه نمی‌دهد. ستون نخست در شکل، مربوط به حالت افقی محفظه(شروع چرخش) است. ستون‌های دوم، سوم و چهارم، دقیقاً مربوط به زمان‌هایی است که β برابر با ۳۰، ۶۰ و ۹۰(پایان چرخش) درجه می‌شود؛ بنابر این، شکل‌های واقع در ستون چهارم، مربوط به لحظه‌ای است که محفظه از چرخش بازایستاده است. در هر شکل نُه خط دماثابت، با اختلاف $\Delta\theta = ۰/۱$ رسم شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش زمان چرخش(کم شدن سرعت چرخش)، خطوط دما ثابت شباهت بیشتری با حالت دائم دارند. شکل۵-الف(چرخش سریع)، نشان می‌دهد که در چرخش سریع دما فرصت کافی برای هماهنگ شدن با تغییر زاویه محفظه را نداشته و توزیع دما هنگام چرخش تغییر محسوسی نکرده است؛ ولی در چرخش آهسته(شکل ۵-ت)، توزیع دما هنگام چرخش، تغییر قابل ملاحظه‌ای کرده است؛ بنابر این، عمده تغییر توزیع دما در شکل‌های ۵-الف و ۵-ب بعد از بازایستادن محفظه رخ خواهد داد. در شکل ۶، خطوط جریان نشان داده شده است. در ابتدا یک جفت گردابه (گردابه دوقلو) در مرکز محفظه وجود دارد. برای زمان چرخش کم، این گردابه دوقلو سریعاً از بین رفته است؛ ولی در چرخش آهسته(شکل ۶-ت)، این گردابه دوقلو تا حدود زاویه ۳۰ درجه هنوز وجود دارد. در اینجا هم ملاحظه می‌شود که خطوط جریان در حالت دائم، شباهت بیشتری با حالت چرخش آهسته(زمان چرخش بزرگ) دارد.

در شکل ۷، تغییرات زمانی عدد ناسلت روی دیوارهای گرم و سرد نشان داده شده است. با توجه به شرایط اولیه، در

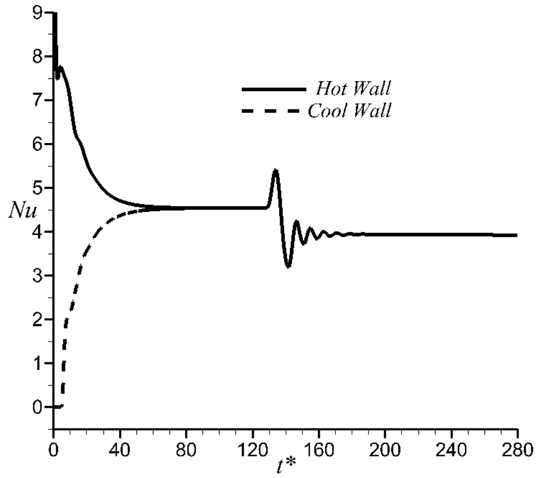
لحظات ابتدایی عدد ناسلت روی دیوار سرد ناچیز، روی دیوار گرم بسیار زیاد است. با گذشت زمان، عدد ناسلت روی دیوار گرم کم شده، روی دیوار سرد افزایش یافته است. بعد گذشت زمانی کافی، این دو مقدار یکسان خواهد شد. در زمان $t^*=$ ۱۲۸ محفظه شروع به چرخش می‌کند. شکل ۷، مربوط به $t_r^*=$ ۹ است. پس از ایجاد نوساناتی در مقدار عدد ناسلت (که حتی بعد از ایستادن محفظه نیز ادامه داشته)، عدد ناسلت به مقدار ثابتی همگرا شده است. در ابتدا عدد ناسلت ۴/۵۴ بوده که پس از چرخش ۹۰ درجه‌ای به مقدار ۳/۹۳ رسیده است. کم شدن عدد ناسلت پس از پایان چرخش، به علت آن است که دیوارهای گرم و سرد از حالت عمودی به حالت افقی درآمده‌اند. نوسانات عدد ناسلت در حین چرخش به علت اینرسی سیال داخل محفظه و رفتار دینامیکی آن ناشی از حرکت دیوارهای محفظه است. هنگام چرخش محفظه، عدد ناسلت روی دو دیوار گرم و سرد همواره برابر هستند.



شکل ۵- خطوط دما ثابت در زاویه‌های صفر، ۳۰، ۶۰، و ۹۰ درجه برای چهار زمان چرخش مختلف و حالت دائم

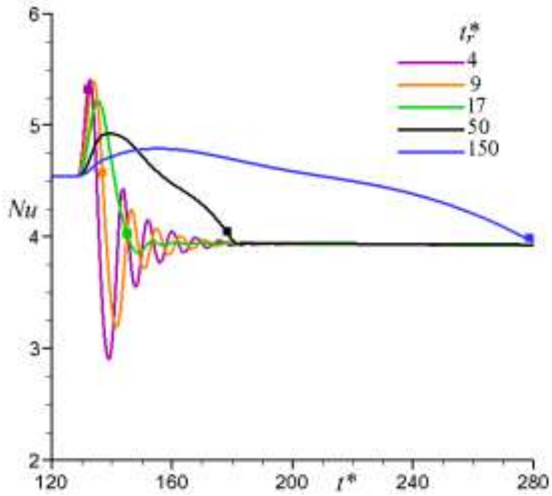


شکل ۶- خطوط جریان در زاویه‌های صفر، ۳۰، ۶۰، و ۹۰ درجه برای چهار زمان چرخش مختلف و حالت دائم



شکل ۷- تغییرات زمانی عدد ناسلت

تغییرات عدد ناسلت هنگام چرخش برای پنج مقدار متفاوت زمان چرخش در شکل ۸ نشان داده شده است. مربع‌های قرار گرفته روی هر منحنی، نشان دهنده زمان پایان چرخش است؛ هرچه زمان چرخش کوتاهتر باشد، نوسانات شدیدتر و طولانی‌تر شده است. برای زمان چرخش ۵۰ و ۱۵۰، به‌جز افزایش ابتدایی، نوساناتی دیده نمی‌شود.



شکل ۸-تغییرات زمانی عدد ناسلت در حین چرخش برای پنج زمان چرخش مختلف

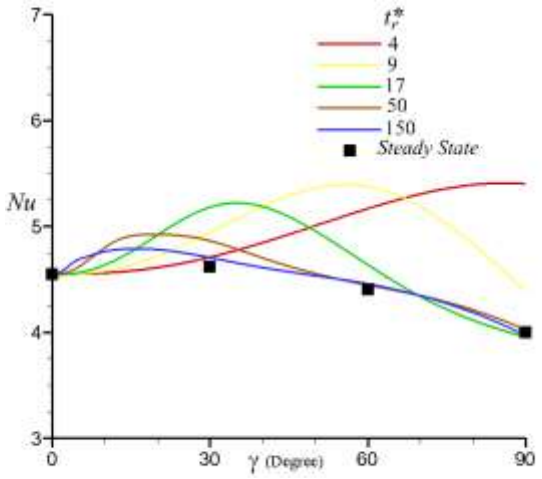
در جدول ۳، عدد ناسلت درست در پایان چرخش(Nu_{90})، بیشترین عدد ناسلت هنگام چرخش(Nu_{Max})، زاویه متناظر با Nu_{Max} برحسب درجه (β_{Max}) و مدت زمان طی شده برای دائم شدن پس از ایستادن محفظه(Δt_s^*) نوشته شده است؛ هر چه زمان چرخش بیشتر شده، مقدار Nu_{90} کاهش یافته است؛ یعنی از نظر انتقال حرارتی، محفظه در پایان چرخش به حالت دائم خود نزدیک‌تر شده است. مقدار Nu_{Max}، نشان‌دهنده شدت تغییرات هنگام چرخش است. با افزایش زمان چرخش(آهسته‌تر شدن چرخش)، Nu_{Max} کمتر شده است. همچنین مقدار Nu_{Max} در زاویه کمتری رخ داده است. اینرسی حرکتی سیال داخل محفظه، عامل ایجاد Nu_{Max} است. وقتی محفظه آهسته‌تر بچرخد، اینرسی سیال زودتر تأثیر گذاشته، تا پایان چرخش از بین می‌رود؛ بنابر این، Δt_s^* نیز کم می‌شود؛ زیرا تا هنگامی که اینرسی ناشی از چرخش محفظه اثرگذار باشد، شرایط دائمی برقرار نخواهد شد.

جدول ۳- مقادیر مختلف در حین چرخش محفظه

t_r^*	Nu_{90}	Nu_{Max}	β_{Max}	Δt_s^*
۴	۵٫۳۳	۵٫۴۱	۹۰	۴۱
۹	۴٫۴۸	۵٫۴۰	۶۰	۳۳
۱۷	۴٫۰۵	۵٫۲۲	۳۷	۵
۵۰	۴٫۰۲	۴٫۹۳	۲۲	۲
۱۵۰	۳٫۹۸	۴٫۷۹	۱۷	۲

در شکل ۹، تغییرات عدد ناسلت برحسب زاویه قرارگیری محفظه نشان داده شده است. زاویه صفر درجه شروع چرخش و زاویه ۹۰ درجه، پایان چرخش محفظه است. منظور از حالت دائم در این شکل، وضعیتی است که محفظه از ابتدا در آن زاویه قرار گرفته، تغییری نمی‌کند. برای زمان چرخش بزرگ(چرخش آهسته)، مقدار عدد ناسلت به حالت دائمی متناظر با آن زاویه نزدیک‌تر است. به‌طوری که برای $t_r^* = ۱۵۰$ ، به‌جز در زاویه‌های کم(زمان

های ابتدایی چرخش)، مقادیر عدد ناسلت هنگام چرخش خیلی نزدیک به مقادیر حالت دائم است؛ یعنی شرایط شبه‌تعادلی برقرار بوده، می‌توان تقریباً در هر لحظه محفظه را در حالت سکون در نظر گرفت. البته برای زمان‌های ابتدایی چرخش، اثرات غیردائمی وجود دارد که Nu_{Max} رخ می‌دهد.



شکل ۹- تغییرات زمانی عدد ناسلت در حین چرخش برای پنج زمان چرخش مختلف

نتایج ارائه شده در ایـن مقالـه را می‌تـوان به‌صـورت زیـر خلاصه کرد:

- در چرخش سریع محفظه، توزیع دما فرصت کافی برای هماهنگی با تغییر زاویه محفظه را نداشته، عمده تغییرات در توزیع دما بعد از ایستادن محفظه رخ داده است.
- در چرخش آهسته محفظه، شکل توزیـع دمـا شـباهت بیشتری با توزیع دما در حالت دائم دارد.
- در زمان‌های ابتدایی چرخش، عدد ناسلت جهش دارد. مقدار این جهش عدد ناسلت به‌طور معکوس با زمان چرخش بستگی دارد؛ همچنین با افزایش زمان چرخش، ایـن جهـش در زاویه‌های کوچکتری رخ داده است.
- به علت اینرسی سیال درون محفظه هنگام چرخش، عدد ناسلت نوسانات شدیدی می‌کند که حتی تا مدتی پس از ایستادن محفظه نیز ادامه یافته است.

۵- علایم اختصاری

F_i	نیروی شناوری
L	طول مشخصه محفظه
Nu	عدد ناسلت
$\overline{Nu}$	عدد ناسلت متوسط
Nu_{Max}	ماکزیمم عدد ناسلت در طول زمان چرخش
Nu_{90}	عدد ناسلت در پایان زمان چرخش
P	فشار بدون بعد
Pr	عدد پرانتل
R	بردار موقعیت
Ra	عدد رایلی
T	دما (K)
T_C	دمای سرد(K)
T_H	دمای گرم(K)
U,V	سرعت بدون بعد
$\vec{V}$	بردار سرعت
X,Y	جهت های بدون بعد
$\vec{e}_i$	بردار سرعت شبکه
f_i	تابع توزیع ذره در لینک i ام
f_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی ذره در لینک i ام
g	شتاب گرانشی
g_i	تابع توزیع حرارتی ذره در لینک i ام
g_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی حرارتی ذره در لینک i ام
k	ضریب هدایت حرارتی (W/m K)
Q	انتقال حرارت کلی (W)
$\vec{r}$	بردار موقعیت
t	زمان (s)
t^*	زمان بدون بعد
t_r^*	زمان چرخش
u_r	سرعت مرجع
x,y	مختصات کارتزین

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی(m^2/s)
β	ضریب تراکم پذیری دماثابت(1/K)
γ	زاویه چرخش محفظه
θ	دمای بدون بعد
τ_v	زمان آسودگی سیالاتی
τ_g	زمان آسودگی حرارتی
ν	ویسکوزیته جنبشی (m^2/s)

۶- مراجع

[1] Guo Z, Shi B, Zheng C, (2002) A coupled lattice BGK model for the boussinesq equations. Int J Numer Methods Fluids 39: 325–342.

[2] Bejan A, (2013) Convection Heat Transfer. 4rd edn. Wiley, Hoboken.

[3] Singh H, Earnes P C, (2011) A review of natural convective heat transfer correlations in rectangular cross-section cavities and other potential

applications to compound parabolic concentration (CPC) solar collector cavities. Appl Thermal Eng 310: 2186.

[4] Dixit H N, Babu V, (2006) Simulation of high rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice boltzmann method. Int J Heat Mass Transfer 49: 727–739.

[5] Saitoh T, Hirosek K, (1989) High accuracy benchmark solutions to natural convection in square cavity. J Computer and Fluids 4: 417-427.

[6] Hart J E, (1971) Stability of the flow in a differentially heated inclined box. J Fluid Mech 47: 547-576.

[7] Hollands K G T, Konicek L, (1973) Experimental study of the stability of differentially heated inclined air layers. Int J Heat Mass Transfer 16: 1467-1476.

[8] Elsherbiny S M, (1996) Free convection in inclined air layers heated from above. Int J Heat Mass Transfer 39: 3925-3930.

[9] Polat O, Bilgen E, (2002) Laminar natural convection in inclined open shallow cavities. Int J Thermal Sciences 41: 360-368.

[10] Djebali R, Ganaoui M E, Sammouda H, (2009) Investigation of a side wall heated cavity by using lattice Boltzmann method. European Journal of Computational Mechanics 18(2): 215-236.

[11] Bairi A, (2008) Nusselt–Rayleigh correlations for design of industrial elements: experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures. Energy Convers Manag 49: 771-782.

[12] Huelsz G, Rechtman R, (2013) Heat transfer due to natural convection in an inclined square cavity using the lattice Boltzmann equation method. Int J Therm Sci 65: 111-119.

[13] Succi S, (2001) The lattice boltzmann equation for fluid dynamics and beyond. Oxford Press University Oxford.

[14] Jami M, Mezrhab A, Bouzidi M h, Lallemand P, (2007) Lattice boltzmann method applied to the laminar natural convection in an enclosure with a heat-generating cylinder conducting body. Int J Therm Sci 46: 38-47.

[15] He S, Chen S, Doolen G D, (1998) A novel thermal model for the lattice boltzmann method in incompressible limit. J Comput Phys 146: 282-300.

[16] Mohamad A A, El-Ganaoui M, Bennacer R, (2009) Lattice boltzmann simulation of natural convection in an open ended cavity. Int J Therm Sci 48: 1870-1875.

[17] Mohamad A A, (2011) Lattice boltzmann method fundamental and engineering applications with computer code. Springer Verlag London.

[18] Luo L-S, (1993) Lattice-Gas automata and lattice boltzmann equations for two-dimensional hydrodynamics. PhD thesis Georgia Institute of Technology.

[19] Zou Q, He X, (1997) On pressure and velocity boundary conditions for the lattice boltzmann bgk model. Phys Fluids 9: 1591-1598.

[20] D’Orazio A, Succi S, (2004) Simulating two dimensional thermal channel flows by means of a lattice boltzmann method with new boundary conditions. future gener comp sy 20: 935-944.

[21] De Vahl Davis G, (1983) Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. Internat J Numer Methods Fluids 3: 249–264.

[22] D’Orazio A, Corcione M, Celata G P, (2004) Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition. Int J Therm Sci 43: 575-586.