



شبیه سازی عددی جریان اختلاطی آرام با استفاده از توسعه‌ی الگوریتم تراکم‌پذیر جدید

مسعود دربندی^۱، حمیدرضا ابراهیمی کبری^{۲*}

^۱استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

^۲دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

روش ایده‌آل برای تحلیل جریانهای با جابجایی آزاد، استفاده از تقریب بوزینسک در محاسبه اثرات تغییر دانسیته می باشد. اعتبار این تقریب بیشتر در مواردی است که تغییرات دانسیته ناچیز می باشد و در جریانهای جابجایی آزاد با تراکم‌پذیری بالا استفاده از این تقریب منجر به خطاهای زیادی در محاسبه خواص جریان و نرخ انتقال حرارت می‌گردد. در این تحقیق، جریان جابجایی آزاد همراه با اختلاط دو گاز اکسیژن و نیتروژن در حالت آرام، غیردائم و تراکم‌پذیر در یک حفره مربعی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات پیوستگی، ممنتوم، انرژی و جرم اجزاء شیمیایی با روش حجم محدود، گسسته‌سازی شده و سپس با استفاده از یک روش جدید بر مبنای الگوریتم سیمپل حل عددی گردید. با این روش جدید، الگوریتم مورد نظر، قابلیت حل جریانهای جابجایی آزاد را در هر دو محدوده بوزینسک و غیربوزینسک، می‌یابد. سیال‌ها، گاز ایده‌آل فرض شده‌اند به طوری که خواص سیال تابعی از رابطه‌ی ساترلند می‌باشد. نتایج بدست آمده با کارهای دیگر پژوهشگران مقایسه شده و به صورت رضایت‌بخشی مورد تایید قرار گرفته‌است. برای بررسی دقت الگوریتم جدید، نتایج برای حفره مربعی در عدد رایلی 10^6 ارائه شده‌است. نتایج، نشان دهنده‌ی صحت الگوریتم جدید تراکم‌پذیر در جریان‌های غیردائم اختلاطی می‌باشد.

کلمات کلیدی: جریان اختلاطی؛ جابجایی آزاد؛ جریان تراکم‌پذیر؛ ماخ پایین؛ روش سیمپل.

۱- مقدمه

اگرچه در مسایل با ماخ پایین، تغییرات فشار نسبتاً کم می‌باشد ولی نمی‌توان از تغییرات چگالی ناشی از اختلاف دما و یا اختلاط گازها چشم‌پوشی کرد. در مرجع [۱] گسسته‌سازی ضمنی معادلات تراکم‌پذیر حاکم به صورت وابسته به زمان ارائه شده است. تکنیک‌ها و روش‌های بی-شماری از جمله پیش‌شرط‌سازی، چند شبکه‌ای و هموارسازی مانده‌ها وجود دارند که می‌توانند به منظور بالا بردن کارایی

حل جریانهای با تغییرات چگالی در ماخ‌های پایین به دلیل واقعی بودن کاربرد آن در صنعت از علاقه‌مندیهای پژوهشگران در سال‌های اخیر بوده است. به عنوان مثال می‌توان به جریانات مربوط به هواشناسی، انتقال حرارت به صورت هدایت یا به صورت همرفتی، شعله‌های پیش‌آمیخته و غیرپیش‌آمیخته و نیز بسیاری از کاربردهای دیگر، اشاره نمود.

که ترم‌های زمانی (E)، شار جابجایی (F و G)، شار نفوذ (Q و R) و ترم چشمه B به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$E = (\rho, \rho u, \rho v, \rho h, \rho Y_k) \quad (2)$$

$$F = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uh, \rho u Y_k) \quad (3)$$

$$G = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vh, \rho v Y_k) \quad (4)$$

$$R = (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \sigma_x, J_x) \quad (5)$$

$$Q = (0, \tau_{yx}, \tau_{yy}, \sigma_y, J_y) \quad (6)$$

$$B = (0, 0, g_0, 0, 0) \quad (7)$$

مولفه‌های تانسور تنش τ و عبارتهای اتلاف انرژی σ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \left\{ \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\}$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \left\{ \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$J_x = \rho D_{km} \partial Y_k / \partial x$$

$$J_y = \rho D_{km} \partial Y_k / \partial y \quad (9)$$

$$\sigma_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k\partial T / \partial x$$

$$\sigma_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + k\partial T / \partial y \quad (10)$$

برای محاسبه چگالی در رژیم جریان تراکم‌پذیر، از معادله حالت استفاده می‌شود. اگر سیال گاز ایده‌آل فرض شود، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P = \rho R_u T / \bar{W} \quad (11)$$

حل در روش‌های تکرار، مورد استفاده قرار گیرند [۲]. تلاش‌های دیگری نیز برای حل مسایل تراکم‌پذیر صورت گرفته است. چن ووس و پائولوسی^۱ [۳] بر اساس روشی فشار مبنا و با در نظر گرفتن روابط جریان تراکم‌پذیر، موفق به ارایه نتایج مطلوبی برای جریان جابجایی آزاد شده‌اند. دربندی و حسینی‌زاده روش جدیدی برای حل جریان‌های ماخ پایین بدست آوردند. آن‌ها توانستند الگوریتم تراکم‌ناپذیر سیمپل را برای جریان تراکم‌پذیر با توجه به تشابه فیما بین تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر مورد استفاده قرار دهند. تاکنون این الگوریتم برای جریان جابجایی آزاد در محدوده‌ی بوزینیسک و غیربوزینیسک^۲ مورد تأیید قرار گرفته است [۴ و ۵]. ابراهیم و لمونیر^۳ انتقال حرارت جابجایی آزاد را در حالت غیردائمی در یک حفره محتوی مخلوط نیتروژن و دی اکسید کربن، مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه اثرات اختلاف غلظت مخلوط و انتقال حرارت تشعشی در حفره مورد بررسی قرار گرفت [۶]. ابراهیمی کبریا و همکارانش روش جدید ارائه شده توسط دربندی و حسینی‌زاده را برای حل جریان احتراقی پیش‌آمیخته آرام در حالت دائم، بکاربرده و نتایج خوبی بدست آوردند [۷].

در این تحقیق، معادلات به کارگرفته شده در مراجع [۴ و ۵] برای تحلیل جریان اختلاطی غیردائم^۴ در حالت تراکم-پذیر تعمیم داده شد. از رابطه ساترلند برای در نظرگرفتن تغییرات ویسکوزیته جریان با دما استفاده شده است. این الگوریتم برای نخستین بار در این مقاله برای حل عددی جریان غیردائم اختلاطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. صحت این الگوریتم از طریق مقایسه نتایج حاصل از آن با نتایج کار سایر پژوهشگران، مورد تأیید قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

معادلات ناویر-استوکس دوبعدی غیردائم در فرم بقایی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + B \quad (1)$$

1 Chenoweth and Paolucci

2 Boussinesq and non-Boussinesq

3 Lemonnier

4 Unsteady Mixing Flow

که در آن:

$$\bar{W} = \left(\sum_{k=1}^N Y_k / W_k \right)^{-1} \quad (12)$$

در معادلات فوق $K, J, D_{km}, R_u, Y_k, \bar{W}, W$ به ترتیب ضریب هدایت حرارتی، شار گرمی، نفوذ گرمی، ثابت جهانی گازها، نسبت گرمی گونه‌های شیمیایی، وزن مولکولی متوسط همه گونه‌ها و وزن مولکولی هر یک از گونه‌ها می‌باشند.

۳- مدل محاسباتی

در این پژوهش از الگوریتم سیمپل برای حل هر دو جریان تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر استفاده می‌شود. با بررسی شباهت‌های بین این دو دسته از معادلات، اگر به جای استفاده از u و v از متغیرهای $f = \rho u$ و $g = \rho v$ استفاده شود، می‌توان از الگوریتم سیمپل تراکم‌ناپذیر برای حل جریان تراکم‌پذیر استفاده نمود [۴ و ۵]. برای بررسی عددی از صورت بدون بعد معادلات استفاده می‌شود. بی‌بعدسازی معادلات حاکم با بکارگیری L (طول حفره) به عنوان طول مرجع و با استفاده از خواص هوا در دمای $T_0 = (T_H + T_C) / 2$ انجام شده است. بنابراین متغیرهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{t} = t / (L / U_0), \quad \tilde{x} = x / L, \quad \tilde{y} = y / L \quad (13)$$

$$\tilde{u} = u / U_0, \quad \tilde{v} = v / U_0, \quad \tilde{f} = \tilde{\rho} \tilde{u}, \quad \tilde{g} = \tilde{\rho} \tilde{v} \quad (14)$$

$$\tilde{\rho} = \rho / \rho_0, \quad \tilde{p} = p / \rho_0 U_0^2, \quad \tilde{T} = (T - T_C) / (T_H - T_C) \quad (15)$$

$$\tilde{\mu} = \mu / \mu_0, \quad \tilde{k} = k / k_0, \quad \tilde{c}_p = c_p / c_{p0} \quad (16)$$

که در آن مقادیر مرجع μ_0, k_0, c_{p0} و U_0 مربوط به سیال هوا در دمای مرجع می‌باشد. همچنین سرعت مرجع و ضریب نفوذ حرارتی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$U_0 = \alpha_0 / L, \quad \alpha_0 = k_0 / \rho_0 c_{p0} \quad (17)$$

با بکارگیری متغیرهای بدون بعد ذکر شده، صورت انتگرالی معادلات در حالت بدون بعد به صورت زیر بدست می‌آید [۵ و

۱۷]:

$$\int_S [\tilde{f} \hat{i} + \tilde{g} \hat{j}] \cdot d\vec{S} = - \int_V \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{t}} d\tilde{V} \quad (18)$$

$$\int_V \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{t}} d\tilde{V} + \int_S [(\tilde{u}) \tilde{f} \hat{i} + (\tilde{v}) \tilde{f} \hat{j} + \tilde{p} \hat{i} - \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{x}} \hat{i} - \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{y}} \hat{j}] \cdot d\vec{S} = \tilde{s}^x \quad (19)$$

$$\int_V \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{t}} d\tilde{V} + \int_S [(\tilde{u}) \tilde{g} \hat{i} + (\tilde{v}) \tilde{g} \hat{j} + \tilde{p} \hat{j} - \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{x}} \hat{i} - \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{y}} \hat{j}] \cdot d\vec{S} = \tilde{s}^y - \int_V \frac{\text{Pr} Ra}{2\varepsilon} d\tilde{V} \quad (20)$$

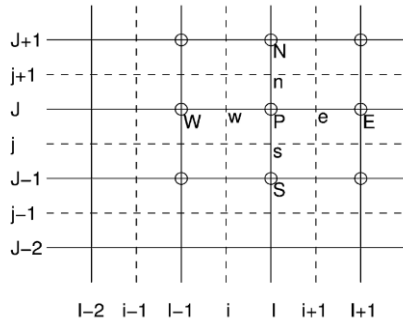
$$\int_V [\tilde{C}_p \tilde{f} \tilde{T} \hat{i} + \tilde{C}_p \tilde{g} \tilde{T} \hat{j} - \tilde{k} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \hat{i} - \tilde{k} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \hat{j}] \cdot d\vec{S} - \int_V \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} d\tilde{V} \quad (21)$$

$$\int_S [\tilde{f} Y_k \hat{i} + \tilde{g} Y_k \hat{j} - Le \tilde{\rho} \tilde{D}_{km} \frac{\partial Y_k}{\partial \tilde{x}} \hat{i} - Le \tilde{\rho} \tilde{D}_{km} \frac{\partial Y_k}{\partial \tilde{y}} \hat{j}] \cdot d\vec{S} = - \int_V \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial \tilde{t}} d\tilde{V} \quad (22)$$

در معادلات فوق k, D_{km} و Y_k به ترتیب ضریب هدایت حرارتی، ضریب نفوذ گرمی و نسبت گرمی گونه‌های شیمیایی و Re عدد رینولدز جریان می‌باشند. همچنین ε پارامتر اختلاف دما، Le عدد لوپس، Ra عدد رایلی و Pr عدد پراتل می‌باشند که بر اساس روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\text{Pr} = \frac{\mu_0 c_{p0}}{k_0}, \quad Ra = \frac{2\rho_0^2 \varepsilon g L^3 c_{p0}}{\mu_0 k_0}, \quad (23)$$

$$\varepsilon = \frac{T_h - T_c}{T_h + T_c}, \quad Le = \frac{\alpha}{D_{km}}$$



شکل ۱- نمونه شبکه جابجا شده مورد استفاده

در روش سیمپل [۸] معادلات (۱۹) و (۲۰) بصورت زیر نوشته می‌شوند:

$$a_{i,j} f_{i,j}^* = \sum a_{nb} f_{nb}^* + (P_{i-1,j}^* - P_{i,j}^*) A_{i,j} + b_{i,j}^c \quad (28)$$

$$a_{i,j} f_{i,j}^* = \sum a_{nb} f_{nb}^* + (P_{i-1,j}^* - P_{i,j}^*) A_{i,j} + b_{i,j}^c \quad (29)$$

که در آن: $b_{i,j}$ جملات چشمه معادلات ممنوم تراکم ناپذیر (الگوریتم سیمپل) به همراه توابع چشمه ایجاد شده جدید در این روش می باشد که بصورت زیر تعریف می‌گردند:

$$b_{i,j}^c = \rho_{i,j} g_0 + S_{i,j}^x \quad (30)$$

$$b_{i,j}^c = 0 + S_{i,j}^y \quad (31)$$

ضرایب $a_{i,j}$, $b_{i,j}$, $b_{i,j}^c$ با توجه به مدل‌های تقریب کننده بدست می‌آیند. در این تحقیق از روش هیبرید ارائه شده توسط اسپالدینگ [۹] برای محاسبه ضرائب استفاده شده است. این روش، ترکیبی از تفاضل مرکزی و تفاضل بالادست برای جملات جابجایی می‌باشد. برای محاسبه ضرائب، از سرعت‌های بدست آمده در گام قبلی استفاده می‌شود. این روش از نظر پایداری شبیه به روش بالادست و از نظر دقت مشابه روش تفاضل مرکزی است.

معادله تصحیح فشار نیز دقیقاً همان معادله حالت تراکم ناپذیر در روش سیمپل است و فقط باید تغییر متغیر گفته شده را اعمال نمود و از متغیرهای بقایی ρ استفاده کرد. از طرفی در جمله چشمه معادله پیوستگی کلیه متغیرها دانسته فرض می‌شوند و این بدان معنی است که در حالت تراکم پذیر، تغییری در معادله پیوستگی بجز تغییر متغیرها ایجاد

از [۴ و ۵] ترم‌های چشمه در معادلات فوق بصورت زیر می‌باشد:

$$\tilde{s}^x = \int_S \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{3} \left\{ \left[\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} - 2 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} \right] \hat{i} + 3 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \hat{j} \right\} \cdot d\tilde{S} - \quad (24)$$

$$\int_S \text{Pr} \tilde{\mu} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \left[\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} \hat{i} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{y}} \hat{j} \right] \cdot d\tilde{S}$$

$$\tilde{s}^y = \int_S \text{Pr} \frac{\tilde{\mu}}{3} \left\{ 3 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \hat{i} + \left[\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} - 2 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right] \hat{j} \right\} \cdot d\tilde{S} - \quad (25)$$

$$\int_S \text{Pr} \tilde{\mu} \frac{\tilde{v}}{\tilde{\rho}} \left[\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} \hat{i} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{y}} \hat{j} \right] \cdot d\tilde{S}$$

ضریب ویسکوزیته و انتقال حرارت هدایت برای هر یک از گونه‌های شیمیایی بر اساس تغییرات دما با استفاده از رابطه ساترلند بصورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$\mu(T) = \mu_o \left(\frac{T}{T_o} \right)^{1.5} \frac{T_o + 110.5}{T + 110.5} \quad (26)$$

$$k(T) = \mu(T) \frac{c_p}{\text{Pr}}$$

بعد از محاسبه میدان دما، عدد ناسلت محلی (Nu_y) و عدد ناسلت میانگین (Nu_{avg}) برای دیوار به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$\text{Nu}_y = \tilde{K} \left. \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=0,1} \quad (27)$$

$$\text{Nu}_{\text{avg}} = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu}_y dy$$

شبکه مورد استفاده از نوع جابجا شده است که برای جلوگیری از ظهور رفتار زیگزاگی متغیر فشار در حل عددی جریانهای تراکم‌ناپذیر بکار می‌رود. در این شیوه، مقادیر اسکالر مانند فشار، چگالی و دما در مرکز سلول محاسباتی و کمیت‌های سرعت در مرکز سلولهای جابجاشده و یا همان سطوح سلولهای اصلی محاسبه می‌گردند (شکل ۱).

برای بررسی تغییرات زمانی پارامترها، مقادیر آنها در نقطه انتخابی دلخواه ($x=0/7$ و $y=0/7$) در طول زمان ترسیم شده و با مقادیر آن در حالت غیردائمی که حفره فقط از هوا پر شده باشد و نیز با حل حالت دائم حفره پر از هوا مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که حل در هر سه حالت در نهایت به یک مقدار مشخص میل می‌نماید و هر سه با هم همخوانی دارند.

۵- نتایج

در این تحقیق، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک حفره مربعی به همراه اختلاط دو گاز اکسیژن و نیتروژن با نسبت های حجمی ۲۱٪ و ۷۹٪، مورد بررسی قرار گرفته است. محاسبات در این مدل برای دو گونه‌ی شیمیایی انجام شده است. نتایج برای جریان جابجایی آزاد همراه با اختلاط گازهای اکسیژن و هیدروژن در طول زمان در داخل حفره مربعی در عدد رایلی 10^6 ارائه شده است.

برای اطمینان از دقت حل و بررسی حساسیت حل به شبکه و بدست آوردن حل مستقل از شبکه، جریان برای شبکه‌های 50×50 ، 100×100 ، 200×200 ، 300×300 و 400×400 حل شده و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شده است. با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود که تفاوت‌ها مربوط به مقادیر ماکزیمم عدد ناسلت در نزدیکی دیواره‌ها می‌باشد که با افزایش تعداد نقاط شبکه، اختلاف مقادیر به صفر نزدیک می‌شود و نمودارها تقریباً روی هم قرار می‌گیرند در شکل ۳ توزیع عدد ناسلت دیواره های گرم و سرد، در حالت پایا در شبکه های متفاوت ارائه شده است و نشان می‌دهد که حل جریان با شبکه 300×300 برای حالت تراکم پذیر از دقت مناسبی برخوردار است و با افزایش تعداد نقاط شبکه به بیش از این مقدار، فقط هزینه و زمان محاسبات افزایش می‌یابد و در دقت نتایج تاثیری ندارد.

در جدول ۱، مقادیر عدد ناسلت ماکزیمم در دیواره‌های گرم و سرد، عدد ناسلت میانگین به همراه سرعت‌های ماکزیمم برای شبکه 300×300 در جریان‌های تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر ارائه شده و با مقادیر بدست آمده از دیگر مراجع [۴، ۱۰ و ۱۱] مقایسه شده است. مقادیر برای عدد رایلی 10^6 محاسبه شده و مقادیر حالت پایا در جدول ارائه شده است.

نمی‌شود. در اینصورت معادلات متغیرهای ممنتوم تصحیح شده عبارتند از:

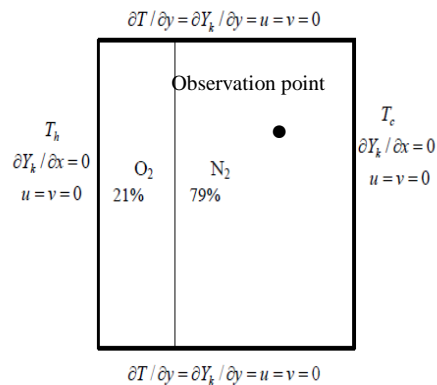
$$f_{i,j}^* = f_{i,j}^* + d_{i,j}(P'_{I-1,j} - P'_{II,j}) \quad (32)$$

$$g_{I,j}^* = g_{I,j}^* + d_{I,j}(P'_{I,j-1} - P'_{II,j}) \quad (33)$$

در معادلات فوق P' تصحیح فشار و $d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}$ و $d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$ می‌باشد.

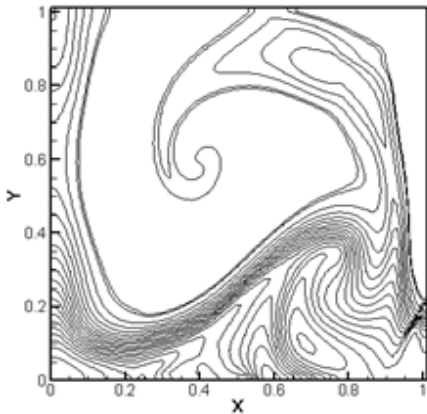
۴- میدان محاسباتی

میدان محاسباتی در نظر گرفته شده بصورت حفره مربعی دو بعدی با ابعاد واحد می‌باشد. شرایط مرزی شامل دیواره‌های آدیاباتیک در بالا و پایین، دیواره گرم با دمای ثابت T_H در سمت چپ و دیواره سرد با دمای ثابت T_C در سمت راست می‌باشد (شکل ۲). جریان به صورت آرام، غیردائمی و تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده است. در ابتدا دو گاز اکسیژن و نیتروژن با نسبت‌های حجمی ۲۱٪ و ۷۹٪ در داخل حفره بصورت جدا از هم قرار داده شده است.



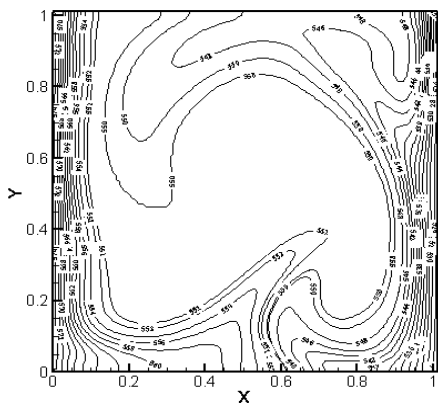
شکل ۲- شرایط مرزی و شرایط اولیه مورد استفاده.

در شکل ۲ شرایط اولیه و مرزی در نظر گرفته شده مشاهده می‌شود. نکته مهم آنست که در نهایت با ترکیب گازهای اکسیژن و نیتروژن، حل جریان به حل انتقال حرارت جابجایی آزاد پایا در یک حفره مربعی پر از هوا تبدیل می‌شود.



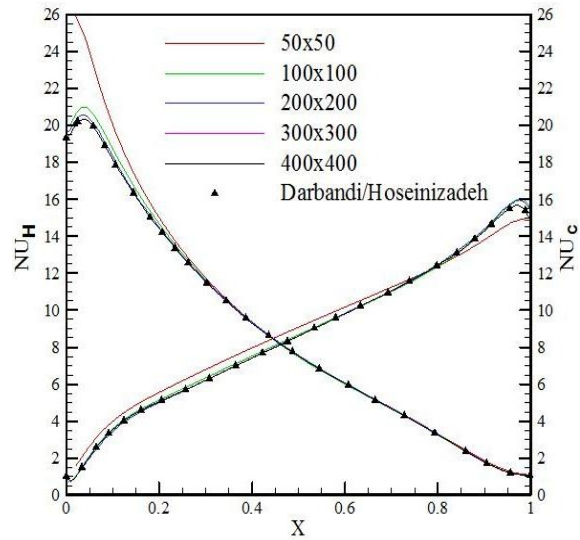
شکل ۴- کانتور کسر جرمی اکسیژن در داخل حفره در $t=5$

شکل ۵، خطوط هم‌دمای داخل حفره را در زمان $t=5$ نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود، تغییرات دمایی میدان، کندتر از تغییرات کسر جرمی گونه‌ها و مخلوط شدن دو سیال اتفاق می‌افتد و زمان رسیدن به حالت پایا برای متغیر دما بیشتر خواهد بود.



شکل ۵- کانتور دما داخل حفره در $t=5$

شکل ۶، خطوط جریان داخل حفره را در $t=5$ نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که دو گردابه اصلی و چند گردابه کوچک در داخل حفره ایجاد شده است که به مرور حذف شده و یک جریان یکنواخت و دائمی را با توجه به اختلاف دمای دیوارهای کناری، ایجاد می‌کنند.



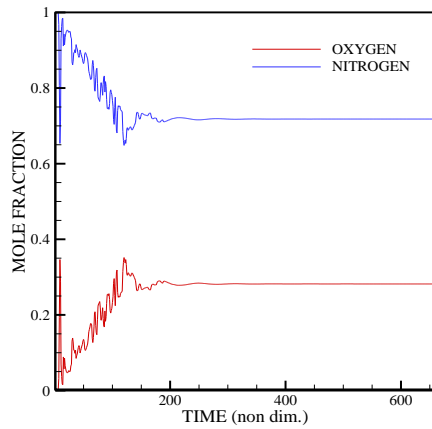
شکل ۳- حل مستقل از شبکه برای حالت تراکم‌پذیر

شکل ۴، توزیع کسر جرمی اکسیژن را در زمان بی‌بعد $t=5$ پس از شروع حل نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که گاز اکسیژن با حرکت گردابه‌ای ایجاد شده به واسطه اختلاف دمای دیواره‌ها و نیز اختلاف جرم سیالهای داخل حفره، به تدریج در کل حفره پخش شده و با گاز نیتروژن مخلوط می‌گردد. در حین اختلاط گازها، انتقال حرارت نیز صورت می‌گیرد و توزیع دمای داخل میدان تغییر می‌نماید.

جدول ۱- مقایسه سرعت حداکثر و اعداد ناسلت با مقادیر مراجع دیگر در جریان‌های تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر

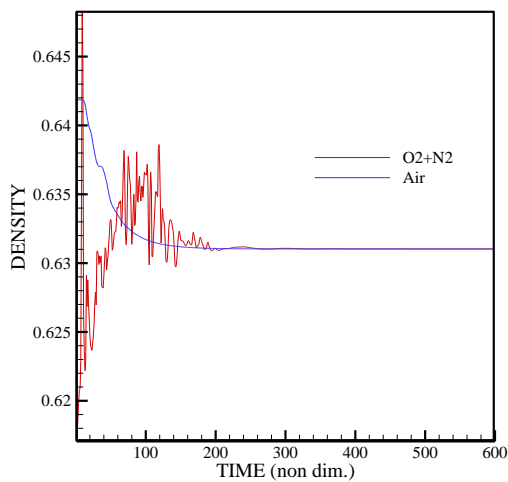
V_{max}	u_{max}	Nu_{avg}	$Nu_{c,max}$	$Nu_{h,max}$	ϵ
220.81	65.21	8.83	17.58	17.66	تحقیق حاضر
219.36	64.63	8.80	17.926	17.925	دیویس [۱۱]
220.89	65.09	8.85	17.61	17.61	دربندی [۴]
235.05	87.28	8.76	15.83	20.79	تحقیق حاضر
-	-	8.68	15.51	20.27	پایلر [۱۰]

0.6



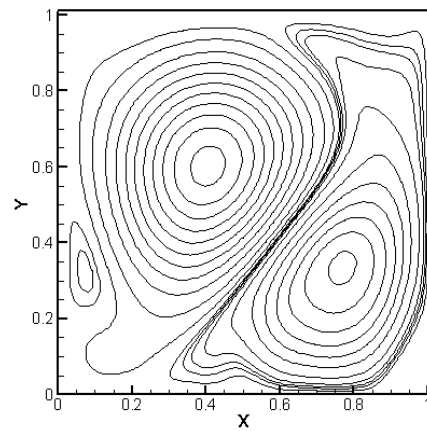
شکل ۸- تغییرات کسر مولی اکسیژن و نیتروژن با زمان در نقطه مورد مطالعه

شکل ۹، تغییرات چگالی در نقطه مورد نظر را همراه با مقدار آن در حالت حفره پر از هوا، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که مقدار نهایی هر دو نمودار یکی است ولی زمان رسیدن به این مقدار در حالتی که حفره از دو گاز اکسیژن و نیتروژن بصورت مجزا پر شده باشد، بیشتر است.



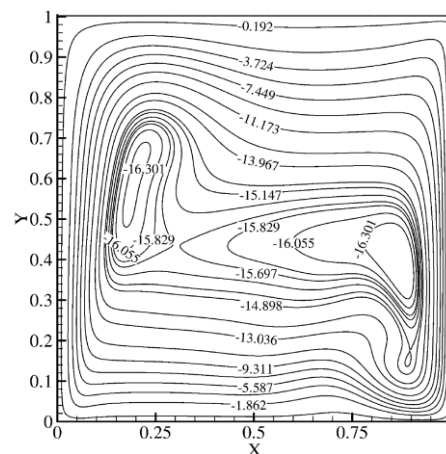
شکل ۹- منحنی تغییرات چگالی در نقطه مورد مطالعه

شکل ۱۰، تغییرات دما را در نقطه انتخابی برحسب زمان نشان می‌دهد. در این نمودار تغییرات دما برای دو حالت حفره پر از هوا و حفره محتوی دو گاز اکسیژن و نیتروژن



شکل ۶- خطوط جریان در داخل حفره در زمان $t=5$

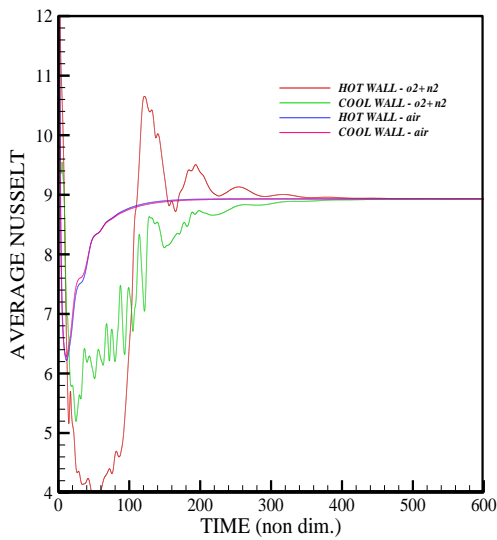
شکل ۷، خطوط جریان داخل حفره را پس از پایایی جریان نشان می‌دهد. شکل نهایی خطوط جریان داخل حفره وابسته به عدد رایلی و دمای دیواره‌های کناری می‌باشد.



شکل ۷- خطوط جریان در داخل حفره در حالت پایا

در شکل ۸، منحنی کسر جرمی اکسیژن و نیتروژن برحسب زمان در نقطه مورد نظر نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که کسر مولی اکسیژن در ابتدا در این نقطه برابر با صفر بوده و به مرور توسط جریان گردابه‌ای ایجاد شده، در گاز نیتروژن نفوذ کرده و با مخلوط شدن با نیتروژن، به کسر مولی ۲۱٪ رسیده و به همراه نیتروژن ترکیب متناظر با سیال هوا را به وجود می‌آورد.

شکل ۱۲، تغییرات عدد ناسلت میانگین دیواره‌های سرد و گرم را در طول زمان تا رسیدن به مقدار نهایی نشان می‌دهد. همچنین این نمودار عدد ناسلت میانگین در دو دیواره سرد و گرم حفره پر از سیال هوا را نیز نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در این حالت مقادیر زودتر به حالت نهایی می‌رسند. نکته جالب توجه اینکه، مقادیر همه نمودارها در نهایت به یک مقدار مشخص که وابسته به عدد رایلی است، همگرا می‌شوند.

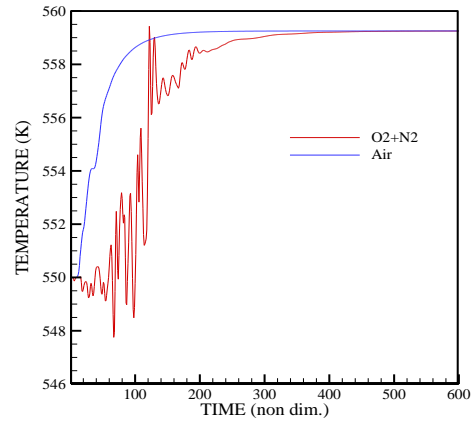


شکل ۱۲- منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیواره‌های سرد و گرم بر حسب زمان

شکل ۱۳، توزیع عدد ناسلت محلی را در دیواره‌های گرم و سرد در حالت تراکم ناپذیر نشان می‌دهد. توزیع ناسلت ارائه شده در حالت نهایی و پس از پایا شدن حل ارائه شده است. نتیجه بدست آمده با مقادیر مراجع [۴ و ۵] مقایسه شده و صحت حل انجام شده برای اختلاط اکسیژن و نیتروژن مورد تایید قرار گرفته است.

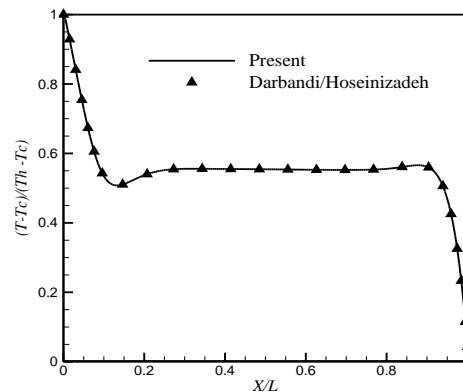
شکل ۱۴ توزیع عدد ناسلت محلی را در دیواره‌های گرم و سرد در حالت تراکم پذیر در مقایسه با نتایج [۴ و ۵] نشان می‌دهد.

رسم شده است. ملاحظه می‌گردد که به مرور زمان و با مخلوط شدن گازهای نیتروژن و اکسیژن، مقادیر این دو با هم یکی می‌شوند.

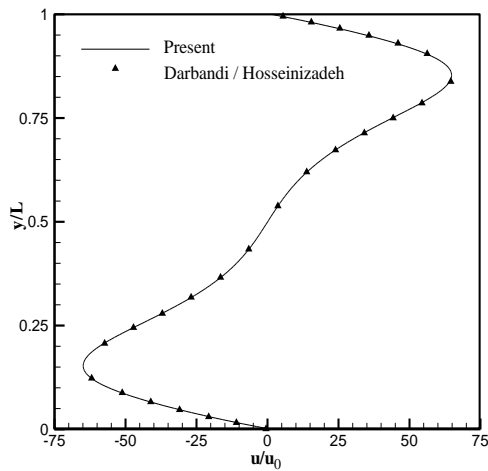
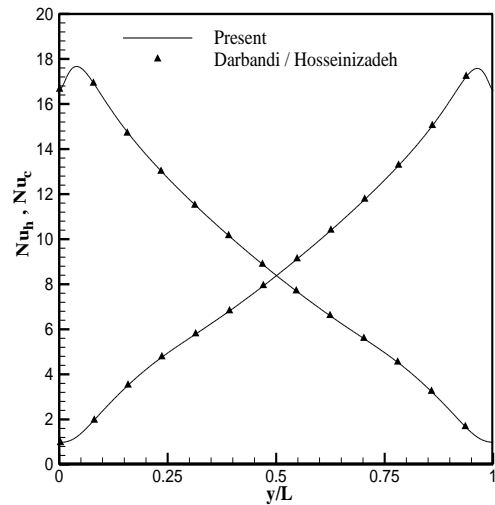
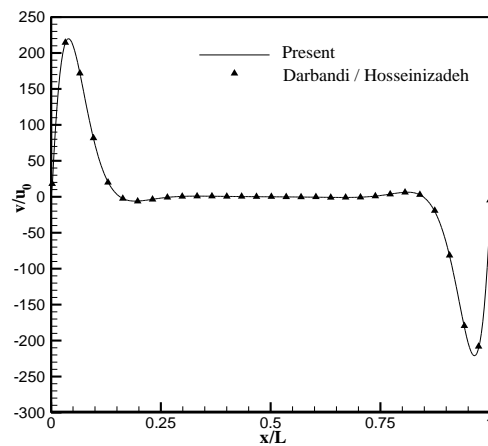


شکل ۱۰- منحنی تغییرات دمای بی‌بعد در نقطه مورد نظر

شکل ۱۱، تغییرات دما را در خط میانی حفره در حالت نهایی و پایا نشان می‌دهد. نتایج به‌دست آمده با نتایج دربندی و حسینی‌زاده [۴ و ۵] صحت‌گذاری شد. همانطور که در این نمودار ملاحظه می‌شود، نتایج نهایی همخوانی مناسبی دارند و این نشان دهنده آنست که الگوریتم توسعه داده شده جدید، برای حل جریانهای غیردائم اختلاطی همراه با انتقال حرارت در جریان‌های ماخ پایین و تراکم‌پذیر بسیار مناسب بوده و نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد.

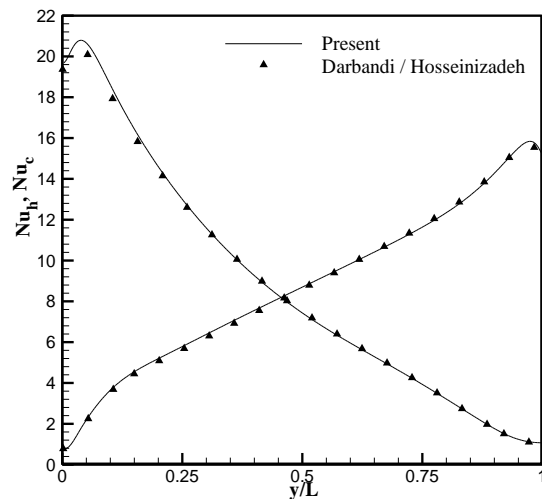


شکل ۱۱- منحنی تغییرات دما در خط میانی در حالت پایا

الف) پروفیل u در خط عمودی گذرا از مرکزشکل ۱۳- توزیع عدد ناسلت محلی دیواره‌ها در حالت تراکم‌ناپذیر $\varepsilon = 0.01$ و مقایسه با نتایج دربندی و حسینی‌زاده [۴ و ۵]ب) پروفیل v در خط عمودی گذرا از مرکز

شکل ۱۵، پروفیل تغییرات سرعت افقی و عمودی u و v را در خط میانی حفره در حالت تراکم‌ناپذیر نشان می‌دهد. مقادیر بدست آمده با نتایج [۴] مقایسه و صحت گذاری شده است.

شکل ۱۵- تغییرات مولفه‌های افقی و عمودی سرعت (u و v) در خط مرکزی حفره در حالت تراکم‌ناپذیر $\varepsilon = 0.01$ و $Ra = 10^6$ و مقایسه آن با نتایج دربندی و حسینی‌زاده [۴]

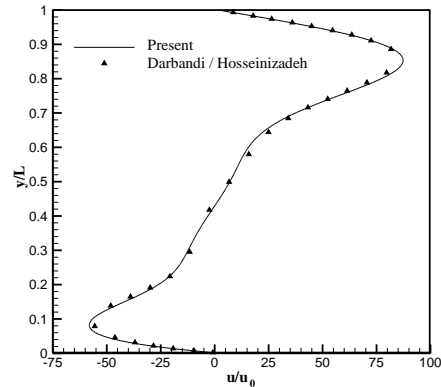
شکل ۱۴- توزیع عدد ناسلت محلی در دیواره‌ها در حالت تراکم‌پذیر $\varepsilon = 0.6$ و مقایسه با نتایج دربندی و حسینی‌زاده [۴ و ۵]

در شکل ۱۶، پروفیل سرعت u و v در خط میانی حفره در حالت تراکم‌پذیر نشان داده شده و با مقادیر [۴] صحت‌گذاری شده است. با مقایسه نمودارها در حالت‌های تراکم‌ناپذیر (شکل ۱۵) و تراکم‌پذیر (شکل ۱۶)، ملاحظه می‌شود که نمودارهای سرعت در جریان تراکم‌پذیر دارای توزیع نامتقارن می‌باشد.

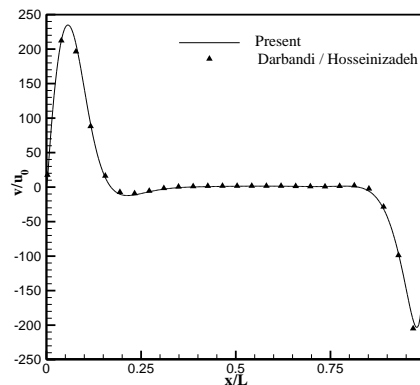
نتایج حاصل از این روش توسعه یافته جدید در حالت پایا، با نتایج دیگر مراجع مقایسه شده و مورد تایید قرار گرفته است.

مراجع

- [1] Lessani B, and Papalexandris MV (2006) Time-accurate calculation of variable density flows with strong temperature gradients and combustion. *J Comput. Phys* 212: 218–246.
- [2] Venkateswaran S, Merkle L (1999) Analysis of preconditioning methods for the Euler and Navier–Stokes equations. *Von Karman Lecture Series*: 1999–03.
- [3] Chenoweth DR and Paolucci S (1986) Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences. *J Fluid Mech*: 173–210.
- [4] Darbandi M and Hosseinizadeh SF (2006) Numerical simulation of thermobuoyant flow with large temperature variation. *J Thermophys Heat Transfer*: 285–296.
- [5] Darbandi M and Hosseinizadeh SF (2007) Numerical study of natural convection in vertical enclosures using a novel non-Boussinesq algorithm. *Numer Heat Tr, Part A* 52: 849–873.
- [6] Ibrahim A and Lemonnier D (2009) Numerical study of coupled double-diffusive natural convection and radiation in a square cavity filled with a N₂-CO₂ mixture. *Int Commun Heat Mass* 36: 197–202.
- [7] Ebrahimi Kebria HR, Darbandi M, Hosseinizadeh SF (2011) Numerical simulation of low Mach number laminar reacting and non-reacting flow using a novel dual purpose algorithm. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 59: 595–514.
- [8] Versteeg HK and Malalasekera W (1995) An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method. Longman, Malaysia.
- [9] Patankar, SV, Spalding DB (1972) A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int J Heat Mass Transfer*: 1787–1806.
- [10] Paillere, H, Le Quere P, Weisman C, Vierendeels J, Dick E, Braack M, Dabbene F, Beccantini A, Studer E, Kloczko T, Corre C, Darbandi M, Hosseinizadeh SF (2005) Modeling of natural convection flow with large temperature differences: A benchmark problem for low Mach number solvers. Part 2. Contributions to the June 2004 conference, ESAIM: Mathematical Modeling and Numerical Analysis: 617–621.
- [11] De Vahl Davis G (1983) Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. *Int J for Nume. Methods in Fluids*: 249–264.



الف) پروفیل u در خط عمودی گذرا از مرکز



ب) پروفیل v در خط عمودی گذرا از مرکز

شکل ۱۶- تغییرات مولفه های افقی و عمودی سرعت u و v در خط مرکزی حفره در حالت تراکم پذیر $\varepsilon = 0.6$ و $Ra = 10^6$ و مقایسه آن با نتایج دربندی و حسینی زاده [۴]

۶- نتیجه گیری

اگرچه در مسایل مربوط به جریان با ماخ پایین، تغییرات فشار نسبتاً کم می‌باشد ولی نمی‌توان از تغییرات چگالی به دلیل تغییرات دمایی بالا و یا اختلاف دانسیته ناشی از اختلاف جرم گونه‌های شیمیایی بوجود می‌آید، چشم‌پوشی کرد. این الگوریتم قبلاً برای جریان‌های جابجایی آزاد با گرادیان دمایی بالا در حالت دائم و تراکم‌پذیر و برای یک سیال (هوا) تایید شده بود [۴، ۵ و ۱۰] و در این مقاله، روش ارائه شده توسط دربندی و حسینی زاده، برای اولین بار، برای حل مسأله‌ی اختلاط دو گاز با خواص شیمیایی متفاوت در حالت غیردائم، توسعه داده شده است. در این تحقیق معادلات بقای جرم گونه‌های شیمیایی به همراه دیگر معادلات جریان، با الگوریتم سیمپل حل شده است. صحت

