

## بررسی عددی نشست و حذف ذرات جامد آلاینده روی یک فیلتر مربعی به روش شبکه بولتزمن

امیر صادقی پور مروی<sup>۱\*</sup>، عطاالله سلطانی گوهرریزی<sup>۲</sup> و سعید جعفری<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد مهندسی شیمی - محیط زیست، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

<sup>۲</sup> استاد مهندسی شیمی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

<sup>۳</sup> استادیار مهندسی نفت و گاز، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۲/۱۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۱۰/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۱/۳۰

### چکیده

در این پژوهش، جریان سیال به همراه ذرات جامد درون کانالی حاوی مانع مربعی شبیه‌سازی شده است. برای حل معادلات ممنوم و انتقال حرارت، از روش شبکه بولتزمن دو بعدی استفاده شده است. در ابتدا جریان‌های همدما و غیرهمدما درون مجرا و از روی مانع به روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده، سپس با اضافه کردن معادله حرکت ذرات، چگونگی حرکت ذرات مورد بررسی قرار گرفته است. روش لاگرانژی، برای بررسی حرکت ذرات جامد استفاده و از تاثیر ذرات روی جریان سیال صرف نظر شده است. نتایج حاصل از بررسی الگوی جریان همدما اطراف مانع نشان داد که با افزایش رینولدز فرکانس جریان کاهش می‌یابد؛ همچنین بررسی جریان غیر همدما اطراف مانع، نشان دهنده افزایش ناسلت متوسط با افزایش نسبت انسداد است. نتایج حاصل از بررسی نشست ذرات روی مانع، نشان داد که با افزایش عدد رینولدز، میزان تجمع ذرات ریز افزایش یافته؛ ولی جذب ذرات درشت در رینولدزهای پایین بهتر صورت می‌گیرد. نیروی ترموفورسیس بر ذراتی با اندازه کمتر از ۱ میکرومتر تاثیر می‌گذارد و سبب افزایش بازده جذب این اندازه از ذرات می‌شود. نتایج این تحقیق، تطابق قابل قبولی با پیش‌بینی‌های تئوری و مشاهدات آزمایشگاهی دارد.

**کلمات کلیدی:** روش شبکه بولتزمن؛ مانع مربعی؛ روش لاگرانژی؛ نیروی ترموفورسیس.

## Numerical Study of Solid Particle Deposition on a Square Filter Using Lattice Boltzmann Method

A. Sadeghi Pour Marvi<sup>1\*</sup>, A. Soltani Goharrizi<sup>2</sup> and S. Jafari<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Master science of Chemical Engineering, Chemical Engineering Department, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

<sup>2</sup> Professor of Chemical Engineering, Chemical Engineering Department, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

<sup>3</sup> Assistant Professor of petroleum engineering, Department of Petroleum Eng, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

### Abstract

In this study, the motion of solid particles and fluid flow pattern around square cylinders is simulated. Two dimension Lattice Boltzmann method (LBM) is used to solve momentum and energy equation. To achieve this aim, first, the isothermal and nonisothermal fluid flow around obstacle is simulated by LBM; then, transport of the particles are evaluated while the equation of motion is employed. In this context, Lagrangian method is applied for simulating solid particles where the effect of particles on the flow is ignored. According to the obtained results, simulating the isothermal flow around the circular cylinder shows that with increasing Reynolds number decreased frequency of the flow. Also, investigating on nonisothermal flow around obstacle shows that with increasing blockage ratio, Nusselt number was increased. The results shows that with increasing Reynolds number deposition of small particles are increased, but deposition of large particles at low Reynolds number are better. Thermophoresis force is affected on particle smaller than 1 $\mu$ m and capture efficiency of particles was increased. Our results are good agreement with previous theoretical predictions and experimental observation.

**Keywords:** Lattice Boltzmann Method; Square Cylinder; Lagrangian Method; Thermophoresis Force.

## ۱- مقدمه

بررسی میزان تجمع ذرات آلاینده روی سطوح، همواره از موضوعات مورد علاقه دانشمندان بوده است. نتایج حاصل از این مطالعات انجام شده روی حذف ذرات آلاینده در بسیاری از بخش‌های علوم مهندسی استفاده شده است [۱]. سیستم‌های حذف ذرات آلاینده، ذرات موجود در هوا را با استفاده از موانع و یا تحت تاثیر نیروهای خارجی جدا می‌کنند. به همین منظور، برای طراحی سیستم فیلتراسیون، ابتدا باید قادر به بررسی چگونگی حرکت ذرات آلاینده تحت تاثیر نیروهای مختلف بر آن باشیم [۲]. از جمله مکانیزم‌های اصلی و مؤثر در تجمع و پراکندگی ذرات از سیال گذرنده، می‌توان به برخورد، رسوب، نیروهای الکترواستاتیکی، نفوذ برونی و نیروی ترموفورسیس اشاره کرد که با توجه به نوع ساز و کار مؤثر بر حرکت و جذب ذرات، بازده تجمع متفاوت است [۳]. نیروی ترموفورسیس، یکی از اصلی‌ترین مکانیزم‌های جذب ذرات در محیط‌های با گرادیان بالای دمایی است. عبور جریان سیال از روی مانع داغ، سبب جداسازی ذرات جامد از سیال می‌شود و روشی مؤثر برای جداسازی آلاینده از سیال به شمار می‌آید.

روش لاگرانژی، جهت بررسی حرکت ذرات در سیستم‌های پیچیده مناسب بوده، قادر است با در نظر گرفتن نیرو-های مختلف بر حرکت ذرات، تحلیل خوبی از چگونگی حرکت ذرات است. دیدگاه لاگرانژی، مسیر حرکت ذرات، سرعت و مکان ذره را نشان می‌دهد. در بیان لاگرانژ، توصیف عمومی و کامل تک تک ذرات جامد باید مشخص شود؛ پس برای درصدهای حجمی بالای ۱۰ درصد از این روش استفاده نمی‌شود. در بخش معادلات حاکم، به تفصیل به شرح دیدگاه لاگرانژی پرداخته شده است.

برور<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۰، به مقایسه روش شبکه بولتزمن و روش حجم محدود برای شبیه‌سازی جریان اطراف سیلندری مربعی با نسبت انسداد ۰/۱۲۵ (طول مربع به عرض مجرا) پرداختند. شبیه‌سازی در محدوده رینولدز، بین ۰/۵ تا ۳۰۰ انجام شد. ابتدا حساسیت به نوع شبکه‌بندی برای هر دو روش، مورد بررسی قرار گرفت و هماهنگی خوبی بین این دو روش مشاهده شد. برای جریان‌های پایا ( $Re < 60$ )، دو روش بخوبی با یکدیگر سازگار بودند [۴]. در سال ۲۰۰۳، جریان

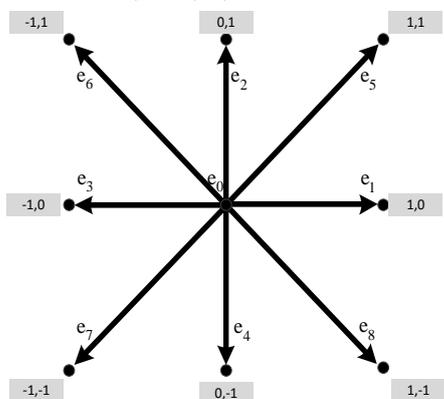
اطراف یک سیلندر مربعی در دو بعد و با نسبت انسداد ۰/۱۲۵ درون مجرا به روش شبکه بولتزمن توسط بین<sup>۲</sup> و همکارانش بررسی گردید. آن‌ها دریافتند که پدیده فن‌کارمن برای رینولدزهای بالا در پشت سیلندر تشکیل می‌شود و با افزایش عدد رینولدز، جریانی متناوب به‌وجود می‌آید. با مقایسه مقادیر بدست آمده در این پژوهش با دیگر روش‌های اعمال شده روی این محیط دریافتند که مدل شبکه بولتزمن، نتایج صحیحی برای جریان‌های پیچیده به‌دست می‌آورد [۵]. همچنین در این راستا، جعفری<sup>۳</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۰ میلادی به شبیه‌سازی بررسی میزان پراکندگی ذرات درون مجرای دو بعدی و از روی مانع مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزمن پرداختند. در این پژوهش، از مدل لاگرانژی برای مسیر حرکت ذرات استفاده شد. شبیه‌سازی برای رینولدزهای ۱۲۰ تا ۲۰۰ و همچنین برای اعداد استوکس ۰/۴ و ۱ و ۱۰ انجام گرفته است. از جمله نتایج این تحقیق، می‌توان به توانایی روش شبکه بولتزمن در پیش‌بینی ساختار جریان درون مجرا و اطراف مانع مربعی و کاهش میزان جذب ذرات با کاهش عدد بدون بعد استوکس اشاره کرد [۶]. اکبر<sup>۴</sup> و همکارانش، در سال ۲۰۰۹ حرکت ذراتی با اندازه‌های مختلف را درون اتاقکی مربعی شکل به روش اوپلری-لاگرانژی مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی، تاثیر گرادیان دما روی جذب ذرات و حرکت جریان سیال مطالعه شد [۷].

دینگ<sup>۵</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۲، به مطالعه میزان پراکندگی ذرات در اندازه‌های مختلف درون اتاقک تهویه و به روش شبکه بولتزمن پرداختند [۸]. همچنین اسپینوسا<sup>۶</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۲، میزان جذب ذرات از سیالی حاوی ذرات معلق را روی سطح جامد بررسی کردند. این شبیه‌سازی در  $Re$  بین صفر تا ۴۷ و برای ذراتی با قطر بین صفر تا ۳ میکرومتر روی مانعی استوانه‌ای شکل انجام گرفت. نتایج شبیه‌سازی با نتایج حل تحلیلی برای رینولدزهای پایین و نتایج آزمایشگاهی انجام شده برای رینولدزهای بالا مقایسه گردید و هماهنگی خوبی بین آنها مشاهده شد [۹].

<sup>2</sup> Wei-Bin<sup>3</sup> Jafari<sup>4</sup> Akbar<sup>5</sup> Ding<sup>6</sup> Espinosa<sup>1</sup> Breuer

این مقادیر را با شناخت تغییرات آن در زمان  $t + \delta t$  نیز به دست آوریم. این مرحله را مرحله جاری شدن می‌نامند:

$$f(x + dx, t + dt) = f(x, t) \quad (1)$$



شکل ۱- شبکه D2Q9 و مقادیر مولفه سرعت در جهت  $x$  و  $y$

تغییرات تابع توزیع به واسطه برخوردهای احتمالی بین ذرات با یکدیگر را با  $\Omega_i$  نشان می‌دهیم. با اضافه کردن جمله تغییرات ناشی از برخورد ذرات، معادله (۱) به صورت رابطه (۲) قابل محاسبه است:

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f_i(x, t) + \Omega_i \quad (2)$$

حل معادله بولتزمن به این دلیل دشوار است که جمله برخورد  $\Omega_i$  پیچیده است؛ بنابراین می‌توان جمله برخورد را با جمله ساده‌تری جایگزین کرد؛ در حالی که در جواب، خطای قابل ملاحظه‌ای ایجاد نشود [۱۰]. بهاتناگار<sup>۱</sup>، گراس<sup>۲</sup> و کروک<sup>۳</sup> در سال ۱۹۵۴، عملگر برخورد  $\Omega_i$  را تعریف کردند [۱۱]. ساچی<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۱، به بررسی و بحث پیرامون مدل‌های پیچیده‌تر BGK پرداخت [۱۲]. تقریب BGK به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau} [f_i - f_i^{eq}] \quad (3)$$

جمله‌های برخورد و جاری شدن به صورت رابطه (۴) در می‌آیند:

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i - f_i^{eq}] \quad (4)$$

در این پژوهش، به بررسی عملکرد جذب ذرات درون کانالی به همراه مانعی مربعی پرداخته شده است. جریان سیال تراکم ناپذیر، پایا و آرام است. برای حل معادله ممنوم، از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. جریان سیال دو بعدی و سیال مورد بررسی هوا در نظر گرفته شده و روش لاگرانژی برای شبیه‌سازی ذرات جامد استفاده و از تاثیر ذرات روی جریان سیال صرف نظر شده است. نتایج بدست آمده برای مدل‌سازی، طراحی، بهینه‌سازی و کنترل فیلترهای فیبری کاربرد دارد. از جمله اهداف اصلی از انجام این پژوهش، بررسی شاخص‌های مؤثر روی جریان سیال (شاخص‌های مرتبط با هندسه مورد مطالعه و تاثیر دبی جریان ورودی)، بررسی میزان انتقال حرارت روی وجوه المان، میزان جذب ذرات با اندازه‌های مختلف روی مانع، تاثیر رینولدز و ضریب انسداد روی میزان تجمع ذرات و تاثیر نیروی ترموفورسیس روی جذب ذرات درون کانالی حاوی مانع مربعی است.

## ۲- معادلات حاکم

### ۲-۱- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن، نتیجه روش قدیمی‌تری به نام شبکه گازی خودکار است. در این روش، فرض اساسی بر آن است که تمام ذرات درون سامانه، دارای جرم‌های برابر هستند و تفاوت ذرات تشکیل دهنده سامانه، تنها در سرعت این ذرات است. با استفاده از روش شبکه‌بندی سامانه و در نتیجه محدودیت ذرات در انتخاب جهت سرعت خود، می‌توان فضای سرعت (در نتیجه مکان سامانه) را گسسته‌سازی کرد. این نوع گسسته‌سازی، در دو بعد و همچنین در سه بعد با کمک هندسه‌های مختلفی انجام می‌گیرد. در شکل ۱، شبکه‌ای کارتیزین به همراه سرعت‌های نشان داده شده است. این مدل به اختصار D2Q9 یعنی، شبکه ۲ بعدی و ۹ سرعتی شناخته می‌شود. این تقسیم‌بندی شبکه بوسیله کیان و همکارانش در سال ۱۹۹۲ ارائه شده است [۱۰].

سامانه نشان داده شده را می‌توانیم به وسیله یک تابع توزیع مانند  $f_i(x, t)$  در فضای محاسباتی نشان دهیم. تابع توزیع، نشان دهنده احتمال حضور ذرات در راستای بردار سرعت  $e_i$  در مکان  $x$  و در زمان  $t$  است؛ بنابراین اگر مکان و تکانه خطی ذره در زمان  $t$  شناخته شده باشد، می‌توانیم

<sup>1</sup> Bhatnagar

<sup>2</sup> Gross

<sup>3</sup> Krook

<sup>4</sup> Succi

$$\tilde{g}_i(x_i, t) = g_i(x_i, t) - \frac{1}{\tau_g} \begin{bmatrix} g_i(x_i, t) \\ -g_i^{eq}(x_i, t) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

$$g_i(x_i + e_i \delta t, t + \delta t) = \tilde{g}_i(x_i, t) \quad (۹)$$

تابع توزیع تعادلی حرارتی  $g_i^{eq}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g_i^{eq} = T \omega_i [1 + 3e_i u + 4.5(e_i u)^2 - 1.5u^2] \quad (۱۰)$$

با مجموع گیری از توابع توزیع حرارتی، دما در نقاط مختلف جریان به صورت رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i = \sum_{i=0}^8 g_i^{eq} \quad (۱۱)$$

## ۲-۳- شرایط مرزی جهت حل معادله انرژی و ممنوع به روش شبکه بولتزمن

روش زو و هی، دقت این روش از مرتبه دو و روشی معمول در شبیه‌سازی شرایط مرزی باز است [۶]. با استفاده از این روش، می‌توان هر کدام از انواع شرایط مرزی باز (شرایط فشار ثابت و سرعت ثابت) را برحسب تابع توزیع ماکروسکوپی بیان کرد. مؤلفه‌های مجهول، در ورودی فیلتر و چگالی هستند. این شاخص‌ها به صورت رابطه (۱۲) بدست می‌آیند:

$$f_i(x_f, t + \delta t) = f_i(x_f, t) - 6\omega_i \rho_m \frac{e_i u_x}{e} \quad (۱۲)$$

$$i = 1, 5, 8$$

$$\rho_m = \frac{[f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)]}{1 - u_x}$$

در این پژوهش، مقدار سرعت در خروجی جریان نامعلوم است؛ بنابراین از برون‌یابی توابع توزیع در خروجی جریان استفاده می‌کنیم. با استفاده از چندجمله‌ای مرتبه ۲ می‌توانیم مقادیر این توابع را به صورت رابطه (۱۳) بدست آوریم:

$$f_i(x_f, t + \delta t) = 2f_i(x_f - e_i \delta t, t + \delta t) - f_i(x_f - 2e_i \delta t, t + \delta t) \quad (۱۳)$$

مقادیر مجهول  $g_1, g_5, g_8$  در ورودی جریان به صورت رابطه (۱۴) قابل محاسبه هستند:

$$g_i(x_f, t + \delta t) = g_i(x_f, t) + 2\omega_i T_m \quad (۱۴)$$

که در این معادله،  $f(x + dx, t + dt) = f(x, t)$  جمله جابجایی یا همان جاری شدن است و  $-1/\tau [f_i - f_i^{eq}]$  جمله برخورد است؛ اگرچه با ترکیب دو شاخص جاری شدن و برخورد به معادله ۴ می‌رسیم، ولی باید در نظر داشت که در صورت وجود مرز جامد در دامنه محاسباتی، دو جمله مورد نظر باید جداگانه بررسی شوند. در این رابطه،  $\tau$  زمان آرامش سیال است که نشان دهنده نرخ رسیدن سیال به حالت تعادلی است و  $f_i^{eq}$  تابع توزیع تعادلی است. مقدار  $f_i^{eq}$  با بسط تابع توزیعی ماکسول-بولتزمن برای اعداد ماخ کوچک به صورت رابطه (۵) است:

$$f_i^{eq}(x) = \omega_i \rho(x) \begin{bmatrix} 1 + 3 \frac{e_i u}{c} \\ + \frac{9}{2} \frac{c^2}{c^4} (e_i u)^2 - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$u$  چگالی و سرعت درشت مقیاس،  $\omega_i$  درصد وزنی که مقدار  $4/9$  برای  $i=0$ ،  $1/9$  برای  $i=1,2,3,4$ ،  $1/36$  برای  $i=5,6,7,8$  و  $e_i$  سرعت صوت در دامنه محاسباتی است [۱۳]. گرانیروی سینماتیکی جریان در مدل  $D2Q9$  به صورت رابطه (۶) است:

$$v = \frac{1}{3} \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \quad (۶)$$

به این نکته باید توجه کرد که برای مثبت بودن مقدار گرانیروی، مقدار  $\tau$  باید بزرگتر از  $0.5$  باشد. از آنجا که این شبیه‌سازی به روش شبکه بولتزمن تک زمانه انجام شده است، در مقدار  $\tau = 1$  شبیه‌سازی پایداری مناسبی را نشان می‌دهد.

## ۲-۲- شبیه‌سازی انتقال حرارت درون کانال به روش شبکه بولتزمن

مدل شبکه بولتزمن تک زمانه برای شبیه‌سازی معادله انرژی به صورت رابطه (۷) است [۱۴]:

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c_i \cdot \nabla g = -\frac{1}{\tau_g} [g(x, t) - g^{eq}(x, t)] \quad (۷)$$

با استفاده از تقریب BGK و گسسته سازی معادله بالا، معادلات (۸) و (۹) به دست می‌آیند:

آن‌ها می‌توان به نیروهای درگ، لیفت و جاذبه اشاره کرد. نیروی جاذبه روی ذرات بزرگ مؤثر بوده، نیروی براونی روی ذرات کوچک تأثیرگذار خواهد بود [۶]. معادله حرکت ذرات در این روش به صورت معادله ۱۶ است [۸]:

$$\frac{dU_i^p}{dt} = \frac{1}{\tau} (U_i - U_i^p) + \frac{2Kv^{1/2}d_{ij}}{Sd(d_{ik}d_{kl})^{1/4}} (U_j - U_j^p) + \left(1 - \frac{\tau}{S}\right) g_i + n_i(t) + F_{TP_i} \quad (16)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = U_i^p, \quad \tau = \frac{Sd^2C_c}{18v} \quad (17)$$

در معادله ۱۶،  $U_i^p$  سرعت ذره،  $X_i$  مکان ذرات،  $t$  زمان،  $d$  قطر ذرات،  $S$  نسبت چگالی ذره به چگالی سیال،  $g_i$  شتاب جاذبه زمین،  $\tau$  زمان آرامش ذرات (بدلیل اینکه مراحل حل معادلات ممنوم و معادلات انتقال ذرات به صورت جداگانه حل می‌شود، این پارامتر همنام با پارامتر زمان آرامش شبکه بولتزمان انتخاب شده است.)،  $n_i(t)$  نفوذ براونی ذرات،  $V$  گرانیوی سینماتیک سیال،  $K = 2.594$  ضریب بالابرنده و  $U_i$  سرعت سیال است.  $C_c$  ضریب تصحیح استوکس کانینگهام است که به صورت رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود [۸]:

$$C_c = 1 + \frac{2\lambda}{d} (1.257 + 0.4e^{-1.1d_p/2\lambda}) \quad (18)$$

در این معادلات،  $\lambda$  متوسط مسیر آزاد پویس مولکولی گاز است و  $d_{ij}$  نرخ تغییر شکل تانسور است و به صورت زیر می‌باشد:

$$d_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (19)$$

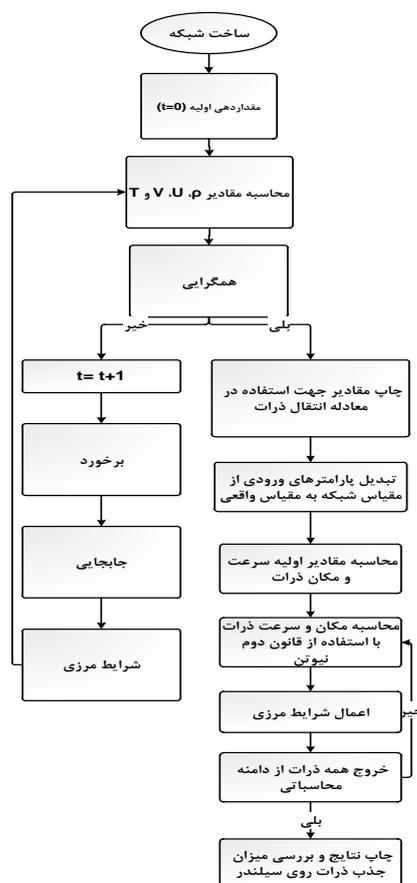
اولین جمله از سمت راست معادله ۱۶، مربوط به نیروی درگ وارده از طرف سیال به ذره است. جمله دوم، سوم، چهارم و پنجم به ترتیب، مربوط به نیروی بالابر، جاذبه زمین، نفوذ براونی ذرات و نیروی ترموفورسیس است. جمله نفوذ براونی ذرات به دلیل ماهیت تصادفی این نیرو، نقش بسزایی در حرکت ذرات بخصوص ذرات زیر میکرونی ایفا می‌کند. این نیرو از رابطه زیر قابل محاسبه است [۹]:

$$n_i(t) = G_i \left( \frac{6\pi\mu d_p KT_G}{C\Delta t} \right)^{1/2} \quad (20)$$

که در رابطه ۱۴،  $T_{in}$  دما در ورودی جریان است و در خروجی جریان، با استفاده از چندجمله‌ای از مرتبه ۲ می‌توانیم مقادیر این توابع را به صورت رابطه (۱۵) بدست آوریم [۱۵]:

$$g_i(x_f, t + \delta t) = 2g_i(x_f - e_i\delta t, t + \delta t) - g_i(x_f - 2e_i\delta t, t + \delta t) \quad (15)$$

مراحل حل معادلات ممنوم، انرژی و انتقال ذرات در شکل زیر نشان داده شده است.

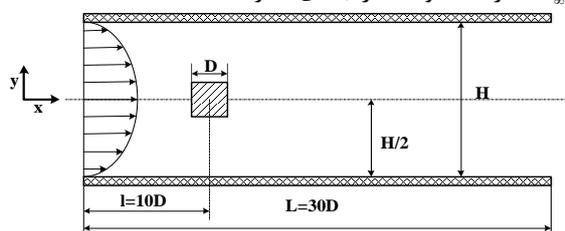


شکل ۲- مراحل حل معادلات ممنوم، انرژی و انتقال ذرات

#### ۲-۴- معادله انتقال ذرات

در این پژوهش، از دیدگاه لاگرانژی برای شبیه‌سازی حرکت ذرات آلاینده استفاده شده است. قانون دوم نیوتن، مبنای مدل‌سازی نیروهای مؤثر روی حرکت ذره است. در این دیدگاه، حرکت ذرات متأثر از چند نیرو است که از مهمترین

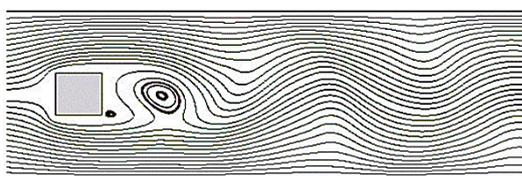
هندسه مورد مطالعه، مجرای دو بعدی است که مانعی مربعی در وسط آن قرار دارد. شکل ۳، چگونگی قرار گرفتن مانع را در فضای محاسباتی نشان می‌دهد. سیال موردنظر تراکم‌ناپذیر و دارای چگالی ثابت  $\rho$  و گرانیوی ثابت  $\mu$  است. فاصله مانع از ورودی و خروجی مجرا به ترتیب، برابر با  $10D$  و  $20D$  در نظر گرفته شده است ( $D$  عرض مانع می‌باشد). نسبت عرض مانع به عرض مجرا ( $B = D/H$ ) در این رابطه  $H$  عرض مجرا است) برابر  $0.25$  فرض شده است. عدد رینولدز به صورت  $Re = \rho U_\infty D / \mu$  تعریف می‌شود که  $U_\infty$ ، سرعت متوسط در ابتدای مجرا است.



شکل ۳- هندسه مورد مطالعه

شرایط مرزی در شبیه‌سازی به روش شبکه بولتزن، از اهمیت بسزایی برخوردار است. در ورودی مجرا، شرط مرزی سرعت ورودی و به صورت سهمی در نظر گرفته شده است. در خروجی مجرا، شرط مرزی گرادیان صفر در جهت  $x$  و از شرط مرزی گرادیان صفر در جهت  $x$  در خروجی مجرا و از شرط مرزی عدم لغزش برای دیواره‌های مجرا و سطوح مانع استفاده شده است.

شکل ۴، خطوط جریان سیال گذرنده از روی سیلندر مربعی درون مجرا و در  $Re=112$  و نسبت انسداد  $0.25$  نشان می‌دهد. در این شکل، الگوی جریان چرخشی در پشت سیلندر و پدیده فن‌کارمن مشاهده می‌شود.



شکل ۴- طرح‌نما خطوط جریان سیال از روی سیلندر مربعی و درون مجرا در  $Re=112$  پس از  $40000$  دوره زمانی در شبکه بولتزن

در رابطه ۲۰،  $K$  ثابت استفان بولتزن بوده، مقداری برابر با  $1.38 \times 10^{-23} J/K$ ،  $T_c$  دمای مطلق گاز  $\Delta t$  بازه زمانی جهت محاسبه جابجایی ذره و  $G_i$  عدد تصادفی گوسین<sup>۱</sup> است [۱۶].

نیروی ترموفورسیس<sup>۲</sup> ذرات توسط رابطه‌ای نیمه تجربی به صورت زیر استفاده می‌شود [۱۰]:

$$F_{TP_i} = -f \frac{C_T V}{T} \nabla T_i \quad (21)$$

که در این رابطه، شاخص  $C_T$  به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۰]:

$$C_T = \frac{2.34 \left( \frac{k}{k_p} + 2.18 Kn \right) C}{(1 + 3.42 Kn) \left( 1 + \left( 2 \frac{k}{k_p} \right) + 4.36 Kn \right)} \quad (22)$$

در این روابط،  $K$  ثابت استفان بولتزن،  $k_p$  هدایت حرارتی ذرات،  $Kn$  عدد بدون بعد نادنسن است [۱۷].

### ۳- نتایج

در این بخش، به شبیه‌سازی جریان سیال اطراف مانع مربعی پرداخته و جهت اعتبار سنجی مدل، نتایج با نتایج دیگر محققان مقایسه شده است؛ سپس شبیه‌سازی جریان سیال به‌مراه ذرات آلاینده اطراف مانع، مورد بررسی قرار گرفت. عدد بدون بعد استروهمال جهت توصیف مکانیزم جریان نوسانی سیال به صورت  $St = \frac{fD}{V}$  تعریف می‌شود که در این رابطه  $f$  نشان دهنده فرکانس جریان است.

### ۳-۱- نتایج حاصل از الگوی جریان هوا در مجرا حاوی

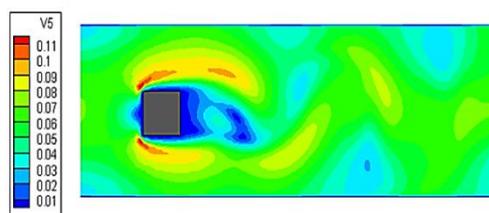
#### مانع مربعی

جریان اطراف سیلندری مربعی در نسبت انسدادها و رینولدزهای مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است. شاخص‌های اصلی و مؤثر روی حرکت جریان سیال، عدد بدون بعد رینولدز و نسبت طول مجرا به عرض مجرا هستند [۱۸، ۱۹]. جریان ناپایا سیال برای رینولدزهای بین ۶۰ تا ۲۵۰ مشاهده می‌شود. این پژوهش، به شبیه‌سازی جریان در دو بعد در رینولدزهای کمتر از ۲۰۰ می‌پردازد.

<sup>1</sup> Gaussian Random Number

<sup>2</sup> Thermophoresis force

شکل ۵، کانتور سرعت را در اطراف مانع نشان می‌دهد.



شکل ۵- کانتور سرعت در اطراف مانع در  $Re=112$

همان‌گونه که در شکل های ۴ و ۵ مشخص است، در رینولدزهای بالاتر از ۶۰ جریانی ناپایدار در پشت سیلندر رخ می‌دهد که نشان دهنده تناوب جریان است. جهت آنالیز حساسیت شبکه، ۴ نوع شبکه‌بندی مختلف استفاده شده است که در جدول ۱ مشاهده می‌شود. عدد بدون بعد استروهاال، جهت مقایسه با نتایج بدست آمده توسط موکوپادیای و همکارانش [۱۸] محاسبه گردید.

جدول ۱- تغییرات عدد بدون بعد استروهاال با ابعاد شبکه

ابعاد شبکه	عدد رینولدز	عدد استروهاال حاصل از تحقیق اخیر	عدد استروهاال حاصل از تحقیق موکوپادیای [۱۸]	ابعاد سیلندر
۳۰۰×۴۰	۱۱۲	۰/۲۵۶۳	۰/۲۳۸	۱۰×۱۰
۶۰۰×۸۰	۱۱۲	۰/۳۴۳۷	۰/۲۳۸	۲۰×۲۰
۹۰۰×۱۲۰	۱۱۲	۰/۲۳۶۵	۰/۲۳۸	۳۰×۳۰
۱۲۰۰×۱۶۰	۱۱۲	۰/۲۳۸۳	۰/۲۳۸	۴۰×۴۰

همانند شکل ۳ است. در این شبیه‌سازی، از روش شبکه بولتزمن در رینولدز برابر ۱۰۰ و پراپرتی برابر با ۰/۷ به بررسی توزیع دمای بدون بعد اطراف سیلندر و درون کانال می‌پردازیم. از تاثیر دما روی الگوی حرکت جریان سیال صرف نظر شده است. دمای بدون بعد به صورت رابطه (۲۳) تعریف می‌شود:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} \quad (23)$$

شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می‌شود:

شرط مرزی عایق برای دیواره‌های کانال در نظر گرفته شده است.

ورودی جریان سیال به کانال، دارای دمای  $T_{\infty}$  است. شرط مرزی دما ثابت برای سطح مانع در نظر گرفته شده

است ( $T_w$ ).

شرط مرزی خروجی جریان به صورت  $\frac{\partial g}{\partial x} = 0$  تعریف

شده است ( $g$  تابع توزیع حرارتی).

انتقال حرارت روی سطح پیرامونی مانع، توسط عدد ناسلت تخمین زده می‌شود که پس از محاسبه میدان دما با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) به دست می‌آید.

$$Nu_x = \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{surface} \quad (24)$$

نتایج نشان داد که در ابعاد شبکه‌بندی ۹۰۰×۱۲۰ و ۱۲۰۰×۱۶۰، عدد استروهاال هماهنگی قابل قبولی با مقادیر گزارش شده توسط این محققان داشت.

جدول ۲، مقادیر عدد بدون بعد استروهاال را در رینولدزهای ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ و مقادیر گزارش شده توسط موکوپادیای<sup>۱</sup> و همکارانش [۱۸] ارائه می‌دهد.

جدول ۲- مقادیر عدد بدون بعد استروهاال را در رینولدزهای مختلف

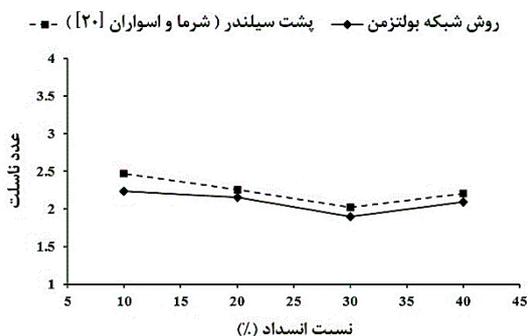
عدد رینولدز	عدد استروهاال	عدد استروهاال حاصل از تحقیق موکوپادیای [۱۸]
۱۵۰	۰/۲۳۷۱	۰/۲۳۸۴
۲۰۰	۰/۲۲۸	۰/۲۳۵
۲۵۰	۰/۲۰۲	۰/۲۱۲

مقادیر بدست آمده در جدول ۲، نشان می‌دهد که با افزایش رینولدز، عدد بدون بعد استروهاال کاهش می‌یابد. این امر، بدلیل کاهش فرکانس جریان با افزایش عدد بدون بعد رینولدز رخ می‌دهد.

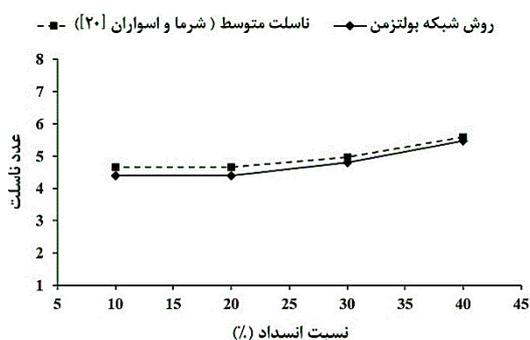
### ۲-۳- بررسی جریان سیال غیر هم‌دما حول مانع مربعی

در این بخش، به شبیه‌سازی حرارتی سیال درون کانال و اطراف مانعی مربعی پرداخته می‌شود. هندسه مورد مطالعه،

<sup>1</sup> Mukhopadhyay



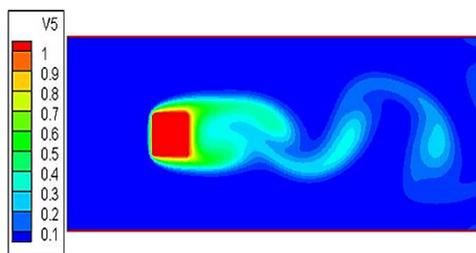
شکل ۸- تغییرات عدد ناسلت در قسمت پشتی سیلندر



شکل ۹- تغییرات عدد ناسلت متوسط سیلندر

با توجه به نمودارهای تغییرات ناسلت، می‌توان دریافت که قسمت جلویی سیلندر به نسبت دیگر قسمت‌های آن، بیشترین مقدار ناسلت را دارد و همچنین تغییرات عدد ناسلت روی سیلندر نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط با افزایش نسبت انسداد افزایش می‌یابد.

کانتورهای دمای بدون بعد برای نسبت انسداد ۰/۲، ۰/۳ و ۰/۴ در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- کانتور دمای بدون بعد در  $B=0.2$

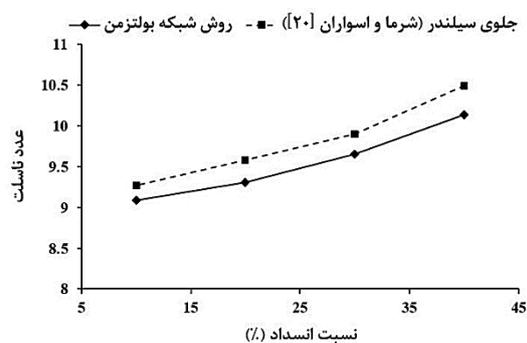
$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx \quad (25)$$

که در این روابط،  $Nu$  بردار عمود بر سطح بیرونی دیواره است.

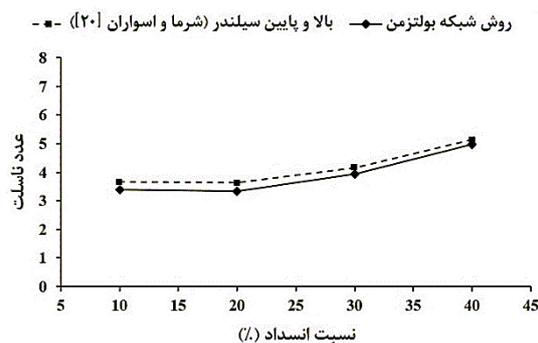
تغییرات عدد ناسلت در نسبت انسدادهای مختلف (B) مورد بررسی قرار گرفت که نتایج بدست آمده در این شبیه سازی با نتایج بدست آمده توسط شرما<sup>۱</sup> و اسواران<sup>۲</sup> [۲۰] مقایسه گردید و هماهنگی خوبی (خطا زیر ۶ درصد) بین آن‌ها مشاهده شد.

شکل‌های ۶ تا ۹، چگونگی تغییرات عدد ناسلت در چهار طرف سیلندر مربعی را نشان می‌دهد.

حداقل مقدار ناسلت برای بالا پایین و پشت سیلندر به ترتیب در نسبت انسداد ۲۰ و ۳۰ درصد مشاهده شده است.



شکل ۶- تغییرات عدد ناسلت در قسمت جلویی سیلندر



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت در قسمت بالایی و پایینی سیلندر

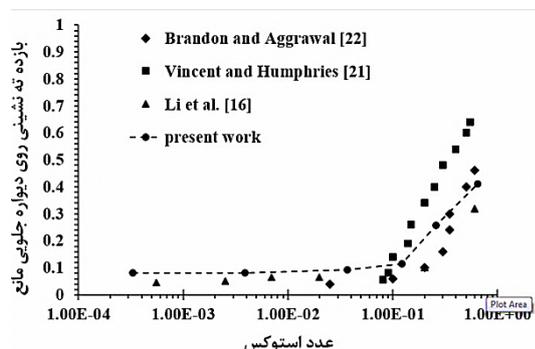
<sup>1</sup> Sharma

<sup>2</sup> Eswaran

### ۳-۴- نتایج حاصل از بررسی حرکت ذرات درون سیال هم‌دما و اطراف مانع مربعی

در این بخش، ابتدا به بررسی نشست ذرات جامد درون کانال و از روی مانع مربعی می‌پردازیم و نتایج آن را با مشاهدات گزارش شده توسط دیگر محققان مقایسه می‌کنیم. هندسه مورد مطالعه، همانند شکل ۳ است که نسبت انسداد برابر ۰/۱۲۵ می‌باشد.

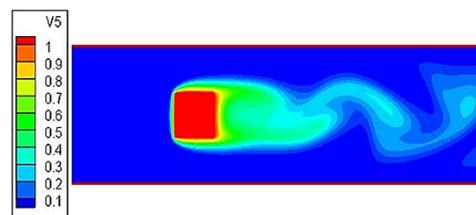
بازده ته‌نشینی ذرات با قطرهای مختلف روی دیواره جلویی مانعی مربعی، در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



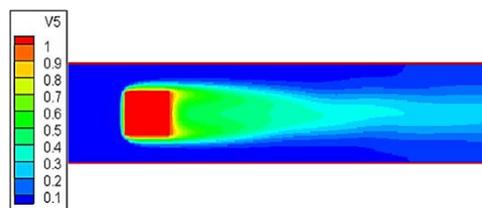
شکل ۱۳- تغییرات بازده ته‌نشینی ذرات بر روی دیواره جلویی مانع با تغییر عدد استوکس

ته‌نشینی ذرات روی مانع تحت تاثیر مکانیزم‌های برخورد و نفوذ برونی صورت می‌گیرد. با توجه به شکل ۱۳، با افزایش قطر ذرات بازده ته‌نشینی ذرات روی مانع به طور سریع افزایش می‌یابد. دلیل این امر، برخورد ذرات در اثر اینرسی به مانع است که هرچه ذرات درشت‌تر باشند، تعداد بیشتری از آنها به واسطه اینرسی به مانع برخورد می‌کنند و در استوکس‌های پایین، ذرات به قدری کوچک‌اند که خطوط جریان را دنبال کرده، تعداد کمی از آنها به واسطه نیروی برونی ته‌نشین می‌شوند. نتایج حاصل در این مرحله، با نتایج محققان دیگر از جمله وینسنت<sup>۱</sup> و همفریز<sup>۲</sup> [۲۱]، لی<sup>۳</sup> و همکاران [۱۶]، براندن<sup>۴</sup> و اگرال<sup>۵</sup> [۲۲] مقایسه گردید که تطبیق قابل قبولی حاصل شده است.

<sup>۱</sup> Vincent  
<sup>۲</sup> Humphries  
<sup>۳</sup> Li  
<sup>۴</sup> Brandon  
<sup>۵</sup> Aggarwal



شکل ۱۱- کانتور دمای بدون بعد



شکل ۱۲- کانتور دمای بدون بعد در B=۰/۳

با توجه به شکل‌های ۱۰ تا ۱۲، می‌توان دریافت که توزیع دما در محیط، تابع حرکت سیال است و با توجه به تاثیر نسبت انسداد روی جریان سیال، توزیع دما تغییر می‌کند.

### ۳-۳- بررسی ذرات ته‌نشین شده روی مانع مربعی با در نظر گرفتن نیروهای مختلف

برای بدست آوردن چگونگی حرکت ذرات درون کانال دو بعدی و از روی مانع، از دیدگاه لاگرانژی استفاده شده است. حل مورد استفاده برای پیش‌بینی حرکت ذرات، یک طرفه است. ذرات مورد مطالعه، دارای قطرهایی بین ۰/۰۱ تا ۱۰۰ میکرومتر است.

قبل از بررسی چگونگی حرکت ذرات، به روابط استفاده شده در این بخش‌ها اشاره می‌کنیم.

عدد استوکس از رابطه (۲۴) بدست می‌آید:

$$Stk = \frac{\tau \times u}{D} \quad (24)$$

در رابطه فوق،  $\tau$  زمان آسودگی ذره است.  $u$  سرعت ورودی جریان سیال و  $D$  عرض مانع است.

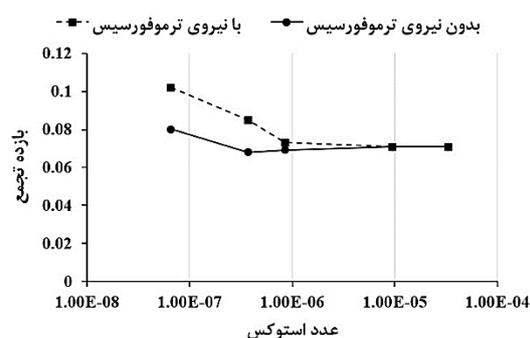
از آنجا که  $\tau$  وابسته به قطر ذره است، با افزایش قطر ذره عدد استوکس نیز افزایش می‌یابد. بازده ته‌نشینی ذرات به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{\text{جرم ذرات ته‌نشین شده بر روی مانع}}{\text{جرم کل ذرات ورودی به کانال}} \quad (25)$$

با توجه به شکل ۱۵، جذب ذرات ریز به دلیل مکانیزم مؤثر بر حرکت این اندازه از ذرات با افزایش رینولدز افزایش می‌یابد. همچنین جذب ذرات درشت، به دلیل نوع مکانیزم مؤثر بر آن‌ها در رینولدزهای پایین بهتر صورت می‌گیرد.

### ۳-۶- بررسی بازده جذب ذرات آلاینده درون سیال غیر همدمای روی مانع مربعی

جهت درک بهتر تاثیر دما بر تهنشینی ذرات روی مانع نیروی ترموفورسیس در معادله حرکت ذرات لحاظ شده است. شکل ۱۶، به مقایسه بازده جذب ذرات در دو حالت با در نظر گرفتن نیروی ترموفورسیس و بدون آن پرداخته است. نتایج در  $Re=30$ ،  $B=0/125$  و اختلاف دمای سیال سرد و مانع گرم  $200$  درجه بدست آمده است.



شکل ۱۶- تغییرات بازده جذب در صورت وجود نیروی ترموفورسیس

با مشاهده نمودار ۱۶ دریافت می‌شود، نیروی ترموفورسیس بر ذراتی با اندازه کمتر از  $1$  میکرومتر تاثیر می‌گذارد و به دلیل افزایش اندازه حرکت ملکول‌های برخوردکننده‌ی سیال در سمت گرمتر، سبب افزایش بازده جذب ذرات آلاینده می‌شود.

در این تحقیق، جهت جذب بهتر ذرات جامد آلاینده، پارامترهای مختلفی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج، نشان داد که افزایش نسبت انسداد، عدد بدون بعد رینولدز و اختلاف دمای سیلندر و سیال، سبب جذب بهتر ذرات روی مانع می‌شود.

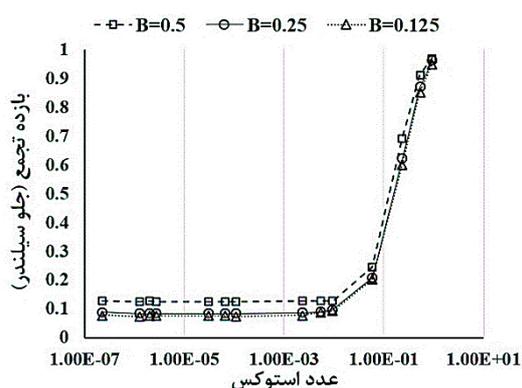
### ۴- نتیجه گیری

نتایج اصلی حاصل از این تحقیق که بررسی عددی میزان رسوب ذرات جامد درون کانالی حاوی المان مربعی شکل به

### ۳-۵- تاثیر شاخص نسبت انسداد و عدد رینولدز بر

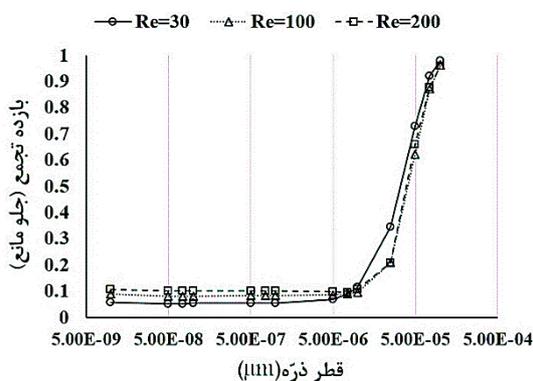
#### میزان تهنشینی ذرات روی مانع مربعی

در این بخش، به بررسی میزان جذب ذرات آلاینده درون مجرای با مانع مربعی در رینولدزها و نسبت‌های انسداد گوناگون پرداخته شده است. میزان جذب ذرات در رینولدز، برابر با  $100$  و در نسبت‌های انسداد معادل  $0/125$ ،  $0/25$  و  $0/5$  در شکل ۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۱۴- تغییرات میزان جذب در  $Re=100$  و در نسبت انسدادهای مختلف

با توجه به شکل ۱۴ دریافت می‌شود که بازده جذب ذرات با افزایش شاخص ضریب انسداد افزایش می‌یابد. افزایش ضریب انسداد، سبب افزایش تاثیرات دیواره روی جریان سیال شده؛ در نتیجه بر مسیر حرکت ذرات تاثیر می‌گذارد و میزان جذب آن‌ها را افزایش می‌دهد. همچنین میزان جذب ذرات در  $B=0/25$  و در رینولدز-های  $30$ ،  $100$  و  $200$ ، در شکل ۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۵- جذب ذرات آلاینده در  $B=0/25$  و در رینولدز-های مختلف

- [2] Flagan RC, Seinfeld J (1988) Fundamentals of air pollution engineering. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [3] Tien C, Ramarao BV (2011) Granular filtration of aerosols and hydrosols. Elsevier.
- [4] Breuer M, Bernsdorf J, Zeiser T, Durst F (2000) Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice-Boltzmann and finite-volume. *Int J Heat Fluid Fl* 21(2): 186-196.
- [5] Wei-Bin G, Neng-Chao W, Bao-Chang S, Zhao-Li G (2003) Lattice-BGK simulation of a two-dimensional channel flow around a square cylinder. *Chinese Phys* 12(1): 67.
- [6] Jafari S, Salmanzadeh M, Rahnama M, Ahmadi G (2010) Investigation of particle dispersion and deposition in a channel with a square cylinder obstruction using the lattice Boltzmann method. *J Aerosol Sci* 41(2): 198-206.
- [7] Akbar M, Rahman M, Ghiaasiaan S (2009) Particle transport in a small square enclosure in laminar natural convection. *J Aerosol Sci* 40(9): 747-761.
- [8] Ding L, Fung J, Seepana S, Lai A (2012) Numerical study on particle dispersion and deposition in a scaled ventilated chamber using a lattice Boltzmann method. *J Aerosol Sci* 47: 1-11.
- [9] Espinosa-Gayosso A, Ghisalberti M, Ivey GN, Jones NL (2012) Particle capture and low-Reynolds-number flow around a circular cylinder. *J Fluid Mech* 710: 362-378.
- [10] Qian Y, d'Humières D, Lallemand P (1992) Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *EPL (Europhysics Letters)* 17(6): 479.
- [11] Bhatnagar PL, Gross EP, Krook M (1954) A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review* 94(3): 511.
- [12] Succi S (2001) The lattice Boltzmann equation: for fluid dynamics and beyond, Oxford university press.
- [13] Sukop MC, Thorne DT (2007) Lattice Boltzmann modeling: an introduction for geoscientists and engineers. Springer.
- [14] Yan Y, Zu Y (2008) Numerical simulation of heat transfer and fluid flow past a rotating isothermal cylinder—A LBM approach. *Int J Heat Mass Tran* 51(9): 2519-2536.
- [15] Zhang T, Shi B, Guo Z, Chai Z, Lu J (2012) General bounce-back scheme for concentration boundary condition in the lattice-Boltzmann method. *Physical Review E*. 85(1): 016701.
- [16] Li A, Ahmadi G (1992) Dispersion and deposition of spherical particles from point sources in a turbulent channel flow. *Aerosol Sci Tech* 16(4): 209-226.
- روش شبکه بولتزمن بوده است، در دو قسمت به صورت زیر ارائه شده است.
- در شبیه‌سازی جریان اطراف مانع مربعی، عدد بدون بعد استروهل جهت مقایسه با نتایج بدست آمده توسط دیگر پژوهش‌های انجام شده، محاسبه گردید. نتایج شبیه‌سازی جریان در رینولدزهای ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ هماهنگی خوبی با نتایج نشان داده شده توسط موکوپادای و همکارانش دارد.
  - جریان سیال حول مانعی مربعی در دمای ثابت، به روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی گردید. تغییرات عدد ناسلت در نسبت انسدادهای مختلف (B)، مورد بررسی قرار گرفت که نتایج بدست آمده در این شبیه‌سازی، با نتایج بدست آمده توسط شرما و اسواران مقایسه گردید و هماهنگی خوبی بین آن‌ها مشاهده شد. با توجه به نمودارهای تغییرات ناسلت می‌توان دریافت که قسمت جلویی سیلندر به نسبت دیگر قسمت‌های آن بیشترین مقدار ناسلت را دارد و همچنین تغییرات عدد ناسلت روی سیلندر نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط با افزایش نسبت انسداد افزایش می‌یابد.
  - بازده جذب ذرات درون مجرای حاوی مانع مربعی در رینولدزهای گوناگون و نسبت‌های انسداد مختلف مورد بررسی قرار گرفت. میزان جذب ذرات ریز در رینولدز-های بالا، بیشتر از رینولدزهای پایین بوده؛ ولی میزان جذب ذرات درشت در رینولدزهای پایین به نسبت مقادیر بالاتر آن بیشتر است.
  - میزان ته‌نشینی ذرات درون سیال غیر همدما و روی مانع مربعی مورد بررسی قرار گرفت. نیروی ترموفورسیس روی ذرات ریز تاثیر گذار بوده، سبب افزایش بازده جذب می‌شود.
  - بازده ته‌نشینی ذرات روی موانع مربعی با افزایش عدد استوکس افزایش می‌یابند.
- ۵- مراجع**
- [1] Goharrizi AS, Sadeghi R (2010) Thermophoretic deposition of aerosol particles in laminar mixed-convection flow in a channel with two heated built-in square cylinders. *Adv Powder TechnoL* 21(3): 320-325.

- [20] Sharma A, Eswaran V (2004) Effect of channel confinement on the two-dimensional laminar flow and heat transfer across a square cylinder. *Numer Heat Tr A-Appl* 47(1):79-107.
- [21] Vincent J, Humphries W (1978) The collection of airborne dusts by bluff bodies. *Chem Eng Sci* 33(8): 1147-1155.
- [22] Brandon DJ, Aggarwal S (2001) A numerical investigation of particle deposition on a square cylinder placed in a channel flow. *Aerosol Science & Technology* 34(4): 340-352.
- [17] Talbot L, Cheng R, Schefer R, Willis D (1980) Thermophoresis of particles in a heated boundary layer. *J Fluid Mech* 101(04): 737-758.
- [18] Mukhopadhyay A, Biswas G, Sundararajan T (1992) Numerical investigation of confined wakes behind a square cylinder in a channel. *Int J Numer Meth Fl* 14(12): 1473-1484.
- [19] Suzuki H, Inoue Y, Nishimura T, Fukutani K, Suzuki K (1993) Unsteady flow in a channel obstructed by a square rod (crisscross motion of vortex). *Int J Heat Fluid Fl* 14(1): 2-9.