



تحلیل خمش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی به روش آزادسازی دینامیکی

محمداسماعیل گل‌مکانی^{۱*} و وحید ضیغمی^۲

^۱ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۲/۲۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۰۲/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۲۰

چکیده

در این مقاله، خمش غیرخطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره تحت بار یکنواخت مکانیکی و گرادیان حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. چهار نوع توزیع برای نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت صفحه در نظر گرفته شده است، که شامل یک توزیع یکنواخت و سه نوع توزیع تابعی می‌باشد. خواص مواد نانولوله‌های کربنی تک جداره از طریق شبیه سازی دینامیکی انجام شده در مراجع گرفته شده است و سپس خواص ماده کامپوزیتی حاصل در هر نقطه از طریق قانون اختلاط ساده به دست آمده است. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه اول صفحات و کرنش‌های غیرخطی فون کارمن به دست آمده است. سپس دستگاه معادلات غیر خطی کوپل به کمک ترکیب روش‌های آزادسازی دینامیکی و اختلاف محدود برای به دست آوردن نتایج حل شده است. در ادامه به مقایسه پاسخ‌های روش حل حاضر با برخی گزارش‌های موجود در مقالات پرداخته شده است و مطابقت خوب بدست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی بکار رفته می‌باشد. به منظور بررسی دقیق رفتار خمشی این صفحات، مطالعه پارامتری بر روی اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها، نوع چیدمان نانولوله‌ها و نسبت ابعادی صفحه نانوکامپوزیتی در شرایط تکیه‌گاهی متفاوت انجام شده است.

کلمات کلیدی: خمش غیرخطی؛ نانولوله‌های کربنی؛ آزادسازی دینامیکی؛ تئوری برشی مرتبه اول

Bending of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plates using dynamic relaxation method

M.E. Golmakani^{1,*} and V. Zeighami²

¹ Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Mashhad branch, Mashhad, Iran

² MS student, Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Mashhad branch, Mashhad, Iran

Abstract

Nonlinear bending of a functionally graded nanocomposite plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes (SWCNTs) subjected to a uniform transverse load and thermal load is investigated. The material properties of the nanocomposite plate are assumed to be graded in the thickness direction, Four types of distributions of the reinforcement material are considered, that is, uniform and three kinds of functionally graded distributions of carbon nanotubes along the thickness direction of plates. The material properties of SWCNT are determined according to molecular dynamics (MDs), and then the effective material properties at a point are estimated according to the rule of mixture. The equilibrium equations are based on first-order shear deformation plate theory (FSDT) and von Kármán strains. These systems of equations are solved by Dynamic Relaxation method to determine the load-deflection and load-bending moment curves. Some comparison study is carried out to compare the current solution with the results reported in the literature for isotropic and Functionally Graded Materials (FGMs) plates. Numerical results indicate that volume fraction of carbon nanotube, distribution of CNTs, plate width-to-thickness ratio, plate aspect ratio and different boundary condition have pronounced effects on the nonlinear response of nanocomposite plates.

Keywords: Nonlinear bending; carbon nanotubes; dynamic relaxation; first order shear deformation theory

* محمداسماعیل گل‌مکانی؛ تلفن: ۰۵۱۳۶۶۲۵۰۴۶

آدرس پست الکترونیک: m.e.golmakani@mshdiau.ac.ir

۱- مقدمه

اخیرا یک خانواده جدیدی از مواد پیشرفته شناسایی و به کار گرفته شده اند. نانولوله‌های کربنی از اواسط دهه ۱۹۸۰ در مسیر شناسایی و توسعه قرار گرفتند [۵-۱]. بیشترین مطالعات روی نانولوله‌های کربنی تقویت کننده کامپوزیت‌ها روی خواص مواد آن‌ها متمرکز شده است [۹-۶]. خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها به طور مستقیم به رفتار مکانیکی الیاف تعبیه شده بستگی دارد. جایگزین کردن الیاف با اندازه‌های میکرو با نانولوله‌های کربنی می‌تواند خواص کامپوزیتی از جمله مدول الاستیسیته و استحکام کششی را بهبود بخشد. به طوریکه در نتایج تئوری و آزمایشگاهی از مدول الاستیسیته بیشتر از ۱TPa برای نانولوله‌های کربنی (این در حالی است که مدول الاستیسیته الماس ۱/۲TPa است.) و استحکامی در حدود ۱۰۰-۱۰ مرتبه بیشتر از قویترین فولاد در یک کسر جرمی سخن به میان آمده است [۵]. با توجه به خواص مکانیکی، حرارتی و الکترونیکی منحصر به فرد نانولوله‌های کربنی، مانند مدول الاستیک بسیار بالا، استحکام کششی، چگالی کم و مقاومت در برابر شکست بالا که آن‌ها را برای استفاده در طیف گسترده‌ای از تجهیزات جدید مانند نانو ترانزیستورها، نیمه هادی‌ها، دستگاه‌های ذخیره‌سازی هیدروژن، مواد ساختمانی، سنسورهای مولکولی و .. بسیار مفید می‌کند. همچنین با توجه به خواص منحصر بفرد و فراوری نه چندان پیچیده، نانولوله‌های کربنی می‌توانند بعنوان جایگزین مناسبی برای تقویت کننده‌هایی مانند الیاف کربن، الیاف گرافیت، الیاف شیشه و الیاف کولار مورد استفاده قرار گیرند تا با اصلاح پلیمرها، به منظور کاهش هزینه محصول و همچنین افزایش کارایی، در صنایع هوافضا، خودرو، نفت، ورزشی، الکترونیک و ... مورد استفاده قرار گیرند. بنابراین از دهه گذشته تحقیقات بر روی نانوکامپوزیت‌ها از جایگاه ویژه‌ای برخوردار شده است. در گزارشات آمده است که بیشتر کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی کسر حجمی بسیار پائینی از نانولوله‌ها را دارا هستند [۶]. به طوری که تحقیقات آزمایشگاهی و تئوری گوناگون نشان داده است که اضافه کردن مقدار کمی از نانولوله‌های کربنی می‌تواند خواص مکانیکی، الکترونیکی و حرارتی کامپوزیت‌های پلیمری را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش دهد [۴] و [۱۲-۱۰]. اصلی‌ترین تفاوت بین الیاف

تقویت کننده کامپوزیت‌ها و نانو مواد تقویت کننده کامپوزیت‌ها، درصد کم نانو مواد است (۲-۵ درصد وزنی) [۶]. مطالعاتی نیز روی کمانش نانولوله‌های کربنی از طریق شبیه‌سازی دینامیک مولکولی انجام شده است [۱۳]. اگرچه این مطالعات در تعیین خواص نانوکامپوزیت‌ها مفید هستند ولی استفاده آن‌ها در ساختارهای واقعی هدف نهایی برای توسعه این مواد پیشرفته است. در نتیجه نیاز است که رفتارهای مختلف کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در ساختارهای واقعی مشاهده شود. از این رو تحقیقات به کاربرد نانولوله‌های کربنی در ساختارهای واقعی معطوف گردید. سال ۲۰۱۳، توسط گل‌مکانی و رضا طلب [۱۴] و با استفاده از تئوری غیرموضعی محیط پیوسته تحلیل خمش نانو صفحه گرافن تک لایه در محیط الاستیک مطالعه شد. خمش و کمانش یک تیر نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره توسط ودینت چارووا و ژانگ [۱۵] مورد بررسی قرار گرفته شد. رویکرد سنتی در ساخت نانوکامپوزیت‌ها بر این دلالت دارد که توزیع نانولوله‌ها چه به صورت تصادفی چه به صورت یکنواخت باشد، خواص مکانیکی در سطح ماکروسکوپی تفاوت چندانی ندارد. مواد تابعی یک نسل جدیدی از مواد کامپوزیتی هستند که جزئیات میکروساختاری آنها از طریق توزیع غیریکنواخت فاز تقویت تغییر می‌کنند. بنابراین می‌توان مفهوم مواد تابعی را در مدلسازی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی گنجانند تا استفاده موثرتری از نانولوله‌های کربنی شود. شن [۱۶] در سال ۲۰۰۹ رفتار خمش غیرخطی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را مطالعه کرد. توسط شن و همکارانش [۲۲-۱۷] بین سال‌های ۲۰۰۹ و ۲۰۱۱ کمانش، پاسخ پس از کمانش و ارتعاش غیر خطی صفحات و پوسته‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مورد بررسی قرار گرفته شد، آنها متوجه شدند که تقویت کننده‌های نانولوله‌ای کربنی با توزیع تابعی می‌توانند بار کمانش و همچنین استحکام پاسخ پس از کمانش ساختارهای صفحه/پوسته تحت بار مکانیکی را افزایش دهند. خمش خطی و ارتعاش آزاد صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تابعی توسط ژو و همکارانش [۲۳] مطالعه شده است. توسط مهرآبادی و همکارانش [۲۴] کمانش خطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های

است. در این مقاله به بررسی رفتار تغییر شکل‌های بزرگ صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت بار مکانیکی و حرارتی با استفاده از روشی روش آزادسازی دینامیکی^۴ پرداخته شده است.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- هندسه مسئله

هندسه مورد بررسی برای خمش صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با چهار نوع توزیع مختلف از نانولوله‌ها، با طول a ، عرض b و ضخامت h ، در شکل ۱ مشاهده می‌شود. بستر تقویت شده همسانگرد است.

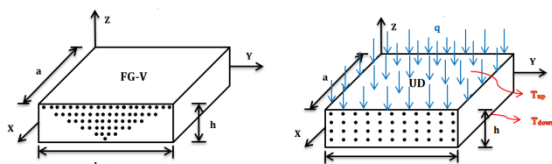
۲-۲- معادلات حاکم بر کامپوزیت‌های تقویت شده با

نانولوله‌های کربنی

بر اساس مدل میکرومکانیکی خواص مواد از طریق قانون اختلاط تخمین زده می‌شوند [۳]. طبق قانون اختلاط مدول الاستیسیته و مدول برشی با روابط زیر بیان می‌شوند [۱۶].

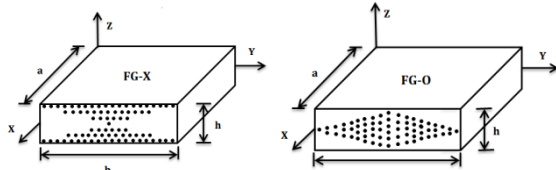
$$E_{11} = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E_m \quad (1)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2)$$



شکل (ب) توزیع تابعی V

شکل (الف) توزیع یکنواخت



شکل (د) توزیع تابعی X

شکل (ج) توزیع تابعی O

شکل ۱- نانو صفحات کامپوزیتی با آرایش مختلف

نانولوله‌های کربنی تحت بار مکانیکی و حرارتی

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G_m} \quad (3)$$

کربنی تابعی را که در معرض بار فشاری تک محوره و دو محوره بود را مورد بررسی قرار گرفته شد. سبحانی عراق و هدایتی [۲۵] ارتعاش آزاد خطی پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تابعی را بر اساس روش اشلبی-موری-تاناکا مطالعه کردند. از سوی دیگر کی و سایرین [۲۶] ارتعاشات آزاد غیرخطی تیر تیموشنکو نانوکامپوزیتی را مطالعه کردند. توسط یاس و هسمتی [۲۷] یک تحلیل دینامیکی از تیرهای نانوکامپوزیتی تحت تاثیر بار متحرک ارائه شد. توسط وانگ و شن [۲۸] پاسخ دینامیکی غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی روی یک پایه الاستیک که در محیط حرارتی قرار داشت مطالعه شد. علیبیگلو [۲۹] تحلیل استاتیکی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی که در معرض تحریک پیزوالکتریک بود را بررسی کرد. تغییر شکل‌های بزرگ صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از روش المان آزاد ریتز توسط لی و همکارانش [۳۰] بررسی شد. توسط مرادی دستجردی و سایرین [۳۱] تحلیل دینامیکی استوانه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مطالعه شد. اخیراً ساختارهای ساندویچی در بکارگیری نانوکامپوزیت‌ها جذابتر شدند، توسط شن و وانگ [۳۲-۳۳] پاسخ پس از کمانش و همچنین ارتعاش و خمش غیرخطی صفحات ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌ها بررسی شد.

با توجه به اهمیت تحلیل‌های غیر خطی، در کار حاضر مفهوم مواد تابعی برای تحلیل غیرخطی خمش مکانیکی و حرارتی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با چیدمان‌های مختلفی از نانولوله‌های کربنی تک جداره با کسر حجمی پایین به کار گرفته شده است. خواص مواد نانولوله‌های کربنی تک جداره وابسته به اندازه هستند که از طریق شبیه سازی دینامیک مولکولی^۱ انجام شده در مراجع به دست آمده است. خواص کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با فرض تابعی بودن در جهت ضخامت از طریق قانون اختلاط^۲ به دست آمده است. معادلات بر اساس تئوری برشی مرتبه اول صفحات و تئوری فون کارمن^۳ برای کرنش‌ها نوشته شده

¹ Molecular Dynamics simulations (MDs)

² Rule of Mixture

³ Von Kármán

⁴ Dynamic Relaxation (DR)

نانولوله‌ها و بستر می‌باشند. در این تحقیق نسبت پواسون در راستای ضخامت متغیر فرض شده است.

$$v_{12} = V_{CNT}^* v_{12}^{CNT} + V_m v^m \quad (۹)$$

۳-۲- میدان دمایی

در این تحقیق فرض شده است تغییرات دمایی در راستای ضخامت اتفاق می‌افتد، همچنین میدان دمایی درون صفحه ثابت در نظر گرفته شده است. برای تعیین یک میدان دمایی یک بعدی فرض می‌شود سطح بالا نسبت به سطح پایین در دمای بالاتری قرار دارد. توزیع دمایی در راستای ضخامت صفحه از طریق حل معادله انتقال حرارت یک بعدی در جهت ضخامت صفحه بدست می‌آید.

$$-\frac{d}{dz} \left(K(z) \frac{dT}{dz} \right) = 0 \quad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰)، $K(z)$ ضریب هدایت حرارتی ماده نانو کامپوزیتی می‌باشد و بسته به شکل توزیع نانولوله‌های کربنی این ضریب دارای روابط زیر است [۹]:

$$\begin{aligned} \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + D && \text{(UD-CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2Dz && \text{(FG-V CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2D(1 - 2|z|) && \text{(FG-O CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2D(2|z|) && \text{(FG-X CNTRC)} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

در روابط بالا D به صورت زیر می‌باشد:

$$D = \frac{PV_{CNT}^*}{3} \times \frac{\frac{K_{CNT}}{K_m}}{P + \frac{2a_k}{d} \frac{K_{CNT}}{K_m}}, a_k = R_k K_m \quad (۱۲)$$

در روابط بالا، K_m و K_{CNT} به ترتیب ضریب هدایت حرارتی نانولوله‌های کربنی و بستر پلیمری می‌باشند. بطوریکه $K_{CNT} = 100 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ می‌باشد، R_k واسط مقاومت حرارتی بین نانولوله‌های کربنی و بستر پلیمری می‌باشد که مقدار آن برابر $8.3 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ K/W}$ در نظر گرفته شده است. P نسبت ابعادی نانولوله‌های کربنی است و از رابطه $\left(P = \frac{L_{CNT}}{d_{CNT}} \right)$ حاصل می‌شود.

در روابط بالا E_{11}^{CNT} و E_{22}^{CNT} و G_{12}^{CNT} به ترتیب مدول الاستیسیته و مدول برشی نانولوله‌های کربنی و E_m و G_m مدول الاستیسیته و مدول برشی بستر می‌باشند. $\eta_j = (1, 2, 3)$ ضرایب تاثیر نانولوله‌های کربنی نامیده می‌شوند، و از طریق تطبیق مدول‌های الاستیسیته به دست آمده برای نانو کامپوزیت از طریق شبیه سازی دینامیک مولکولی با نتایج به دست آمده از قانون اختلاط، به دست می‌آیند. V_m و V_{CNT} به ترتیب کسر حجمی نانولوله‌های کربنی و بستر می‌باشند.

$$V_{CNT} + V_m = 1 \quad (۴)$$

کسر حجمی دارای روابط زیر است [۲۳].

$$\begin{aligned} V_{CNT}(z) &= V_{CNT}^* && \text{(UD-CNTRC)} \\ V_{CNT}(z) &= \left(1 + \frac{2Z}{h} \right) V_{CNT}^* && \text{(FG-V CNTRC)} \\ V_{CNT}(z) &= 2 \left(1 - \frac{2|Z|}{h} \right) V_{CNT}^* && \text{(FG-O CNTRC)} \\ V_{CNT}(z) &= 2 \left(\frac{2|Z|}{h} \right) V_{CNT}^* && \text{(FG-X CNTRC)} \end{aligned} \quad (۵)$$

$$V_{CNT}^* = \frac{w_{CNT}}{w_{CNT} + \left(\frac{\rho^{CNT}}{\rho^m} \right) - \left(\frac{\rho^{CNT}}{\rho^m} \right) w_{CNT}} \quad (۶)$$

در بالا w_{CNT} کسر جرمی نانولوله‌های کربنی در صفحه کامپوزیتی است و ρ^m و ρ^{CNT} چگالی بستر و نانولوله‌های کربنی می‌باشند. کسر جرمی $(w_{CNT})^1$ ، استفاده شده برای حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌ها برابر است. به طور مشابه ضرایب انبساط حرارتی، α_{11} و α_{22} که به ترتیب در جهت طولی و عرضی می‌باشند، نسبت پواسون v_{12} و چگالی ρ صفحات نانو کامپوزیتی به همین طریق به دست می‌آیند.

$$\alpha_{11} = V_{CNT} \alpha_{11}^{CNT} + V_m \alpha^m \quad (۷)$$

$$\alpha_{22} = (1 + v_{12}^{CNT}) V_{CNT} \alpha_{22}^{CNT} + (1 + v^m) V_m \alpha^m - v_{12} \alpha_{11} \quad (۸)$$

در روابط بالا α_{11}^{CNT} و α_{22}^{CNT} و α^m ضرایب انبساط حرارتی و v_{12}^{CNT} و v^m نسبت پواسون به ترتیب برای

¹ Mass fraction

معادلات ساختاری با به کارگیری نمادگذاری اندیسی، نوشته شده است.

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{xy} & \sigma_{yz} & \sigma_{xz} \end{matrix} \right\}^T = \left\{ \begin{matrix} Q_{11}(z) & Q_{12}(z) & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12}(z) & Q_{22}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}(z) \end{matrix} \right\}^* \left(\begin{matrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{matrix} \right) - \left(\begin{matrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right) T(z) \quad (18)$$

بطوریکه

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \quad (19)$$

در روابط بالا E_{11} و E_{22} مدول الاستیسیته صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در جهت‌های اصلی هستند و G_{12} ، G_{23} و G_{13} مدول برشی، ν_{12} و ν_{21} نسبت پواسن می‌باشند.

منتجه‌های نیرو و گشتاور توسط معادلات زیر به تنش‌های داخلی وابسته هستند.

$$\left\{ \begin{matrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{matrix} \right\} dz, \quad \left\{ \begin{matrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{matrix} \right\} z dz,$$

$$\left\{ \begin{matrix} Q_x \\ Q_y \end{matrix} \right\} = k_s \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} Q_{55} \\ Q_{44} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{matrix} \right\} dz \quad (20)$$

که در آن k_s ضریب تصحیح برشی نامیده می‌شود و مقدار آن را $5/(6 - \nu_{12})$ در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری روابط (۱۶) تا (۱۹) در معادلات (۲۰) نتیجه‌های نیرو و گشتاور به شکل ماتریسی بدست می‌آیند.

شرایط مرزی حرارتی برای صفحات بالا و پایین صفحه نانوکامپوزیتی به شکل زیر تعریف شده است.

$$T\left(x, y, -\frac{h}{2}\right) = T_{down}, \quad T\left(x, y, \frac{h}{2}\right) = T_{up} \quad (13)$$

با حل معادله (۱۰) و اعمال شرایط حرارتی رابطه (۱۳) تابع دمایی برای صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$T(z) = T_{down} + (T_{up} - T_{down}) \int_{-h/2}^z \frac{dz}{K(z)} \bigg/ \int_{-h/2}^{h/2} \frac{dz}{K(z)} \quad (14)$$

قابل توجه می‌باشد که $T(z)$ از حالت تنش آزاد در دمای $T_0 = 300K$ اندازه گرفته می‌شود.

۲-۴- میدان جابجایی و کرنش‌ها

تئوری برشی مرتبه اول صفحات برای محاسبه میدان جابجایی $\{u, v, w\}^T$ به کار گرفته شده است، براساس جابجایی و چرخش در صفحه میانی، جابجایی‌ها به شکل زیر می‌باشند [۳۳].

$$\left\{ \begin{matrix} u(x, y) \\ v(x, y) \\ w(x, y) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} u_0(x, y) \\ v_0(x, y) \\ w_0(x, y) \end{matrix} \right\} + z \left\{ \begin{matrix} \psi_x(x, y) \\ \psi_y(x, y) \\ 0 \end{matrix} \right\} \quad (15)$$

به طوریکه u_0 ، v_0 و w_0 نشان دهنده جابجایی یک نقطه از صفحه میانی در جهت x ، y و z می‌باشند، همچنین ψ_x و ψ_y به ترتیب بیانگر چرخش بردار نرمال حول محورهای y و x است. کرنش‌های غیرخطی، اینگونه محاسبه می‌شوند.

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{matrix} \right\} = \varepsilon_0 + zk, \quad \left\{ \begin{matrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{matrix} \right\} = \gamma_0 \quad (16)$$

$$\varepsilon_0 = \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{matrix} \right\}, \quad k = \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{matrix} \right\}$$

$$\gamma_0 = \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \end{matrix} \right\} \quad (17)$$

معادلات تعادل تئوری برشی مرتبه اول با استفاده از حالت استاتیکی اصل کار مجازی به دست می‌آیند.

$$\delta U + \delta V = 0 \quad (28)$$

$$\delta U + \delta V = 0 \quad (29)$$

$$\delta U = \iint \delta u_0 dx dy \quad (30)$$

در نهایت معادلات تعادل برحسب منته‌های تنش به شکل زیر به دست می‌آیند.

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = 0$$

$$\delta w_0 : \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N(w_0) + q = 0 \quad (31)$$

$$\delta \psi_x : \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0$$

$$\delta \psi_y : \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y = 0$$

در روابط (۳۱)، $N(w_0)$ مطابق رابطه زیر می‌باشد:

$$N(w_0) = \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \quad (32)$$

با انجام ضرب ماتریسی روابط (۲۱) تا (۲۳) و جایگذاری روابط (۱۷) در آن، هشت معادله بر حسب جابجایی‌ها و دوران‌ها برای منته‌های تنش، گشتاور و نیروهای برشی به دست می‌آید.

۲-۵- شرایط مرزی

در کار حاضر روش آزادسازی دینامیکی برای تحلیل صفحه نانوکامپوزیتی تحت بار یکنواخت مکانیکی با سه شرط مرزی زیر به کار گرفته شده است.

$$\text{شرط مرزی گیردار} \\ w = u = v = \psi_x = \psi_y = 0 \quad y = 0, b \text{ و } x = 0, a$$

شرط مرزی ساده (غیرقابل حرکت)

$$w = u = v = \psi_y = M_x = 0 \quad x = 0, a$$

$$w = u = v = \psi_x = M_y = 0 \quad y = 0, b$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{xx}^0 \\ k_{yy}^0 \\ k_{xy}^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^{Th} \\ N_y^{Th} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{xx}^0 \\ k_{yy}^0 \\ k_{xy}^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x^{Th} \\ M_y^{Th} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = k_s \begin{bmatrix} A_{55} & 0 \\ 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

در روابط بالا ماتریس‌های سفتی کششی، سفتی اتصال خمش-کشش و سفتی خمشی و ماتریس ضرایب نیروهای برشی به ترتیب با روابط زیر بدست می‌آیند.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, Z, Z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (24)$$

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz \quad (ij = 44, 55) \quad (25)$$

همچنین $\{N\}^{th}$ و $\{M\}^{th}$ منته‌های نیروهای حرارتی و گشتاورهای حرارتی به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} N_x^{Th} \\ N_y^{Th} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11}\alpha_{11} & Q_{12}\alpha_{22} \\ Q_{12}\alpha_{11} & Q_{22}\alpha_{22} \end{bmatrix} T(z) dz \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x^{Th} \\ M_y^{Th} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11}\alpha_{11} & Q_{12}\alpha_{22} \\ Q_{12}\alpha_{11} & Q_{22}\alpha_{22} \end{bmatrix} T(z) z dz \quad (27)$$

شرط مرزی غلتکی

$$\begin{aligned} w = v = \psi_y = M_x = N_x = 0 & \quad x = 0, a \\ w = v = \psi_x = M_y = N_y = 0 & \quad y = 0, b \end{aligned}$$

به منظور داشتن معادلات تکرار صریح، ماتریس جرمی ساختگی باید قطری باشد. همچنین، ماتریس دمپینگ با رابطه زیر به ماتریس جرمی وابسته باشد:

$$[C] = c[M] \quad (39)$$

در رابطه بالا c ضریب دمپینگ می‌باشد. با جایگذاری رابطه (39) در (37) رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\{\dot{X}\}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{(2-c\Delta t)}{(2+c\Delta t)} \{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{(2\Delta t)}{(2+c\Delta t)} [M]^{-1} \{R\}^n \quad (40)$$

در اینجا $\{R\}^n$ بردار نیروهای باقیمانده است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\{R\}^n = [M]^n \{\ddot{X}\}^n + [C]^n \{\dot{X}\}^n = \{P(t)^n\} - [K]^n \{X\}^n \quad (41)$$

حل مسائل، با به کار بردن روابط (38) و (40) و استفاده از رابطه مناسبی برای محاسبه c، زمان نموی Δt و ماتریس [M] قابل انجام است. پیشنهاد می‌شود برای شروع به حل

مقادیر صفر را به بردارهای $\{X\}^0$ و $\{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}}$ اختصاص دهیم. از این طریق، سرعت در وسط گام، با استفاده از رابطه (40) به دست می‌آید. که با این رابطه سرعت در وسط گام حاصل می‌شود. سپس بردار جابجایی با استفاده از رابطه (38) بدست می‌آید. این فرایند تا وقتی که همگرایی حل به حالت پایدار برسد، ادامه خواهد داشت. بطوری که در هر گام بردارهای جابجایی و سرعت اصلاح می‌شوند. نحوه اعمال شرایط مرزی که شامل دو دسته نیرویی و جابجایی هستند نیز بدین صورت است که با توجه به حل معادلات تعادل بر حسب میدان جابجایی در ناحیه داخلی، در هر بار فرایند تکرار با توجه به نوع شرایط مرزی مقادیر مختلف جابجایی‌ها در مرز با استفاده از بسط تفاضل محدود پیشرو، پسرو و یا مرکزی محاسبه می‌شوند. بنابراین تمامی مقادیر میدان جابجایی و همچنین میدان سرعت برای تمامی گره‌ها در هر فرایند تکرار موجود می‌باشند. گفتنی است شرط همگرایی برای اتمام فرایند به حداقل رسیدن مقادیر سرعت (انرژی جنبشی) گره هاست که این شرایط بیان کننده به تعادل رسیدن سیستم دینامیکی فرضی در نظر گرفته شده می‌باشد. روش تکرار آزادسازی دینامیکی به‌طور کلی ناپایدار است، بنابراین باید فاکتورهای مورد نیازی انتخاب شود تا همگرایی

۳- روش آزادسازی دینامیکی

روش آزادسازی دینامیکی، فرآیند تکراری حل دستگاه معادلات همزمان با کمک گرفتن از تفاضل محدود مرکزی می‌باشد. در این روش، یک سیستم استاتیکی با افزودن نیروهای فرضی اینرسی و دمپینگ به یک فضای ساختگی دینامیکی انتقال می‌یابد [34].

$$[M]^n \{\ddot{X}\}^n + [C]^n \{\dot{X}\}^n + [K]^n \{X\}^n = \{P(t)^n\} \quad (33)$$

در این رابطه $[M]^n$ ، $[C]^n$ ، $\{\dot{X}\}^n$ و $\{\ddot{X}\}^n$ به ترتیب ماتریس‌های جرم و دمپینگ مجازی و بردارهای شتاب و سرعت مجازی در تکرار nام می‌باشند، همچنین $\{X\}^n$ بردار جابجایی می‌باشد. با استفاده از روش تفاضل محدود، بردارهای سرعت و شتاب را می‌توان به صورت زیر نوشت [34].

$$\{\ddot{X}\}^n = \frac{\{\dot{X}\}^{n+\frac{1}{2}} - \{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (34)$$

$$\{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{\{X\}^n - \{X\}^{n-1}}{\Delta t} \quad (35)$$

در معادله بالا، Δt گام زمانی ساختگی می‌باشد. بر طبق مقدار میانگین، سرعت را می‌توان به شکل زیر بیان کرد.

$$\{\dot{X}\}^n = \frac{\{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}} + \{\dot{X}\}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (36)$$

با جایگذاری روابط (34) و (36) در رابطه (33) و ساده سازی آن، سرعت در گام $(n+\frac{1}{2})$ بدست می‌آید. همچنین جابجایی در گام $(n+1)$ بدست خواهد آمد که روابط آن در زیر آمده است.

$$\{\dot{X}\}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{[M]}{\Delta t} - \frac{[C]}{2}\right)}{\left(\frac{[M]}{\Delta t} + \frac{[C]}{2}\right)} \{\dot{X}\}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{(\{P\} - [K]\{X\})}{\left(\frac{[M]}{\Delta t} + \frac{[C]}{2}\right)} \quad (37)$$

$$\{X\}^{n+1} = \{X\}^n + \Delta t \{\dot{X}\}^{n+\frac{1}{2}} \quad (38)$$

با حل روابط بالا برای پیدا کردن $\left\{ \dot{X} \right\}^{n+\frac{1}{2}}$ که در آن

$X = u, v, w, \psi_x, \psi_y$ می‌باشد، روابط زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{u}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2\Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (m_{ii}^n)^{-1} \left(\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right)_i^n \\ &\quad + \frac{2-c_i^n \Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} \dot{u}_i^{n-\frac{1}{2}} \\ \dot{v}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2\Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (m_{ii}^n)^{-1} \left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} \right)_i^n \\ &\quad + \frac{2-c_i^n \Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} \dot{v}_i^{n-\frac{1}{2}} \\ \dot{w}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2\Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (m_{ii}^n)^{-1} \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N(w_0) + q \right)_i^n \\ &\quad + \frac{2-c_i^n \Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} \dot{w}_i^{n-\frac{1}{2}} \\ (\dot{\psi}_x)_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2\Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (m_{ii}^n)^{-1} \left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x \right)_i^n \\ &\quad + \frac{2-c_i^n \Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (\dot{\psi}_x)_i^{n+\frac{1}{2}} \\ (\dot{\psi}_y)_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2\Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (m_{ii}^n)^{-1} \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y \right)_i^n \\ &\quad + \frac{2-c_i^n \Delta t^n}{2+c_i^n \Delta t^n} (\dot{\psi}_y)_i^{n+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (46)$$

حال با داشتن مقادیر سرعت در وسط گام با استفاده از رابطه (۳۸) مقادیر جابجایی‌ها و دوران‌ها، در انتهای هر بازه زمانی محاسبه می‌شود [۳۵].

گام‌های محاسباتی ساده روش آزادسازی دینامیکی همانند زیر می‌باشد:

پروسه را تضمین کنند. این فاکتورها عبارتند از ماتریس جرمی، ضریب دمپینگ، گام زمانی و بردار جابجایی اولیه. با توجه به تئوری گرشگورین، ماتریس جرمی از رابطه زیر بدست می‌آید [۳۵].

$$m_{ii} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_{j=1}^n |K_{ij}| \quad (42)$$

$$K = \frac{\partial F}{\partial X} \quad (43)$$

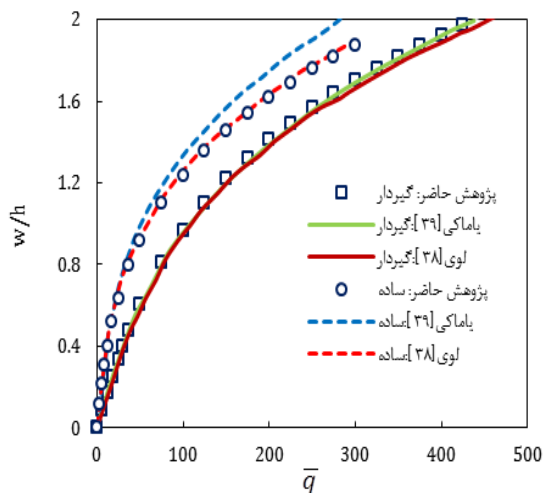
در رابطه بالا $X = u, v, w, \psi_x, \psi_y$ و F سمت چپ معادلات تعادل می‌باشد. فاکتور مهم بعدی ضریب دمپینگ می‌باشد که طبق ایده ارائه شده توسط ژانگ، به صورت زیر بدست می‌آید [۳۵].

$$c_n = 2 \left\{ \frac{\{X_n\}^T \{F(X_n)\}}{\{X_n\}^T [M_n] \{X_n\}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (44)$$

پارامتر دیگری که بسیار تاثیرگذار است، گام زمانی می‌باشد. آندروود [۳۶] مقادیر ثابت ۱ و ۱/۱ را برای گام زمانی پیشنهاد داده است. آخرین فاکتوری که بر بازه همگرایی تاثیر گذار است، بردار جابجایی اولیه می‌باشد. به عبارت دیگر انتخاب مقدار مناسبی نزدیک به جواب باعث می‌شود برای رسیدن به همگرایی، پروسه حل مراحل تکرار کمتری داشته باشد. مقدار صفر و یک بسیار رایج است.

معادلات حاکم از نوع مسائل با مقدار مرزی مشخص می‌باشند و باید به فرمت مسائلی با مقدار اولیه معین تغییر شکل یابند. برای دستیابی به این هدف ترم‌های اینرسی و دمپینگ به سمت راست معادلات تعادل اضافه می‌شود [۳۷].

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= m_u \frac{d^2 u}{dt^2} + c_u \frac{du}{dt} \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= m_v \frac{d^2 v}{dt^2} + c_v \frac{dv}{dt} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N(w_0) + q &= m_w \frac{d^2 w}{dt^2} + c_w \frac{dw}{dt} \\ \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= m_{\psi_x} \frac{d^2 \psi_x}{dt^2} + c_{\psi_x} \frac{d\psi_x}{dt} \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y &= m_{\psi_y} \frac{d^2 \psi_y}{dt^2} + c_{\psi_y} \frac{d\psi_y}{dt} \end{aligned} \quad (45)$$



شکل ۲- مقایسه پارامتری صفحه همسانگرد تحت بار یکنواخت

۲-۴- تحلیل صفحه نانو کامپوزیتی

در این قسمت نتایج عددی برای کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی گزارش می‌شود. ابتدا خواص موثر کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تعیین می‌شود. ماده پلیمری [۱۶] برای فاز بستر انتخاب می‌شود. نانولوله‌های کربنی تک جداره (۱۰ و ۱۰۰) به عنوان فاز تقویت کننده مورد استفاده قرار می‌گیرد. خواص مواد نانولوله‌های کربنی تک جداره صندلی راحتی (۱۰ و ۱۰۰) مورد استفاده شده در این مقاله از [۱۶] آورده شده است که در جدول ۱ مشاهده می‌شود. نکته کلیدی جهت کاربرد درست قانون اختلاط ساده برای کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تعیین درست ضرایب موثر نانولوله η_j ($j=1,2,3$) می‌باشد. در این مقاله ضرایب موثر نانولوله‌ها η_1 و η_2 که در جدول ۲ مشاهده می‌شود از مرجع [۱۶] برگرفته شده است. این ضرایب از طریق انطباق مدول‌های الاستیک به دست آمده از قانون اختلاط ساده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی [۷] بدست آمده‌اند. همچنین فرض می‌شود $\eta_2 = \eta_3$ و $G_{23} = G_{13} = G_{12}$ می‌باشد.

۲-۴-۱- تحلیل خطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی
در این قسمت مطالعه مقایسه‌ای از تحلیل خطی

- ۱- عامل‌های حداکثر تکرارها، خطاهای باقیمانده نیروهای داخلی و انرژی جنبشی سازه (e_k, e_R, N_{\max}) تعیین می‌شوند و $n=0$ و $\frac{1}{2}\{x\} = 0$ در نظر گرفته می‌شود.
- ۲- بردار $\{x\}^0$ را حدس زده یا محاسبه می‌گردد.
- ۳- نیروی نامیزان از رابطه (۴۱)، محاسبه می‌شود.
- ۴- اگر $\|R^n\| \leq e_R$ ، کار پایان می‌یابد. در غیر این صورت، کار ادامه می‌یابد.
- ۵- ماتریس‌های جرم و میرایی محاسبه می‌شوند.
- ۶- از رابطه (۴۰)، به دست می‌آید.
- ۷- اگر انرژی جنبشی سیستم $\sum_{j=1}^q \left(\dot{D}_j^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 \leq e_k$ باشد کار پایان می‌یابد. در غیر این صورت، کار ادامه می‌یابد.
- ۸- بردار $\{x\}^{n+1}$ از رابطه (۳۸)، محاسبه می‌شود.
- ۹- شرط‌های مرزی وارد می‌گردد.
- ۱۰- اگر $n > N_{\max}$ باشد، کار پایان می‌یابد. در غیر این صورت، $n = n+1$ و تحلیل به گام (۳) بر می‌گردد.

۴- نتایج و بحث

در این قسمت ابتدا نتایج تحلیل غیرخطی صفحه ایزوتروپ و تابعی که برای مقایسه و اعتبار سنجی دقت معادلات و روش حل به کار گرفته شده، گزارش می‌شود، سپس مطالعه مقایسه‌ای از نتایج تحلیل صفحه نانو کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از روش آزادسازی دینامیکی با نتایج سایر مراجع انجام می‌پذیرد. پس از آن مطالعه پارامتری برای پاسخ غیرخطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی صورت می‌پذیرد.

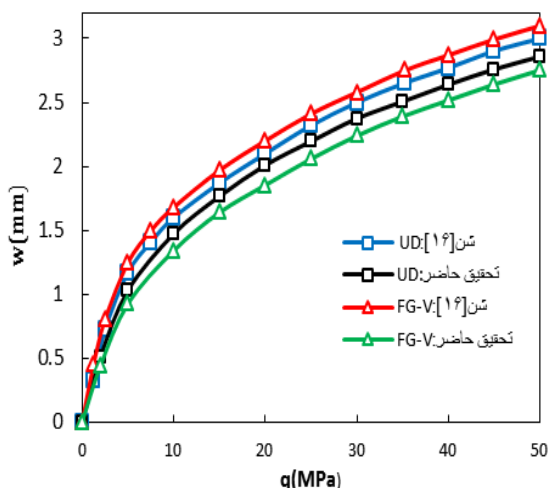
۴-۱- تحلیل غیرخطی صفحه همسانگرد

برای اعتبار سنجی روش به کار گرفته شده و صحت معادلات، مقایسه‌ای برای خمش غیرخطی صفحه همسانگرد با نسبت پواسن $\nu = 0.316$ انجام شده است. منحنی بی بعد بار-تغییر مکان در شکل ۲ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده مطابقت خوبی با حل لوی [۳۸] و یاماکی [۳۹] دارند.

جدول ۳- بیشترین خیز بی‌بعد (W/h) صفحه نانوکامپوزیتی

| b/h | آباکوس | مرجع [۲۳] | پژوهش حاضر |
|-----|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| ۱۰ | ۱/۴۶*۱۰ ^{-۳} | ۱/۴۱۲*۱۰ ^{-۳} | ۱/۳۵۹۵*۱۰ ^{-۳} |
| | ۱/۵۷*۱۰ ^{-۳} | ۱/۴۸۶*۱۰ ^{-۳} | ۱/۴۲۸۴*۱۰ ^{-۳} |
| | ۱/۳۶*۱۰ ^{-۳} | ۱/۳۱۸*۱۰ ^{-۳} | ۱/۲۵۸۸*۱۰ ^{-۳} |
| | ۱/۶۷*۱۰ ^{-۳} | ۱/۵۹۵*۱۰ ^{-۳} | ۱/۵۰۲۱*۱۰ ^{-۳} |
| ۲۰ | ۸/۵۱*۱۰ ^{-۳} | ۸/۵۶*۱۰ ^{-۳} | ۸/۴۳*۱۰ ^{-۳} |
| | ۱/۰۵*۱۰ ^{-۲} | ۱/۰۲*۱۰ ^{-۲} | ۹/۹۸۰۱*۱۰ ^{-۳} |
| | ۷/۴۱*۱۰ ^{-۳} | ۷/۲۹*۱۰ ^{-۳} | ۷/۱۶۱۲*۱۰ ^{-۳} |
| | ۱/۲۵*۱۰ ^{-۲} | ۱/۲۰*۱۰ ^{-۲} | ۱/۱۴۸۷*۱۰ ^{-۲} |
| ۵۰ | ۰/۱۶۶۲ | ۰/۱۶۹۸ | ۰/۱۶۹۴ |
| | ۰/۲۲۰۳ | ۰/۲۳۸۴ | ۰/۲۳۳۹ |
| | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۲۳ | ۰/۱۲۲۹ |
| | ۰/۲۸۴۹ | ۰/۳۰۸۵ | ۰/۲۸۰۵ |

۴-۲-۲- مقایسه نتایج غیر خطی صفحه نانوکامپوزیتی در شکل ۳ و ۴ مقایسه‌ای بین نتایج تحلیل غیرخطی صفحه نانوکامپوزیتی با نتایج ارائه شده در [۱۶] و نتایج ارائه شده در [۳۰] انجام شده است. مشاهده می‌شود که نتایج تحلیل حاضر با نتایج [۱۶] مطابقت خوبی دارد. همچنین در شرایط تکیه‌گاهی گیردار نیز نتایج با [۳۰] همخوانی دارد.



شکل ۳- مقایسه پاسخ غیرخطی صفحه نانو کامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده

نانوکامپوزیت‌ها با چیدمان‌های مختلف نانولوله‌ها برای شرایط تکیه‌گاهی گیردار تحت بار یکنواخت $q_0 = -0.1 \text{ MPa}$ با ضخامت $h = 2 \text{ mm}$ با نتایج مرجع [۲۳] و همچنین نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی با نرم افزار آباکوس ارائه شده است.

جدول ۱- خواص مواد نانولوله‌های کربنی تک جداره (۱۰+۱)

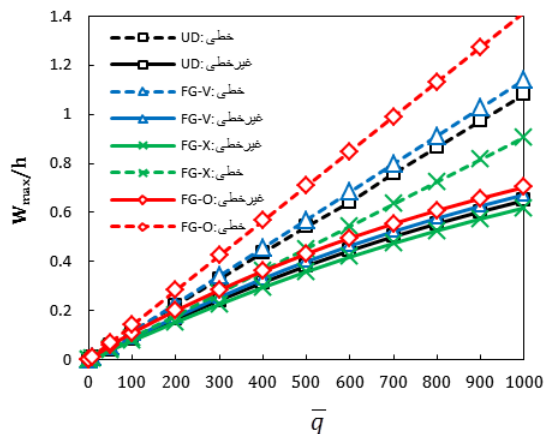
$(L=9.26 \text{ nm}, R=0.68 \text{ nm}, h=0.067 \text{ nm}, \nu_{12}^{CNT} = 0.175)$

| دما (K) | E_{11}^{CNT} (TPa) | E_{22}^{CNT} (TPa) | G_{12}^{CNT} (TPa) | α_{11}^{CNT} ($10^{-6}/K$) | α_{22}^{CNT} ($10^{-6}/K$) |
|---------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۳۰۰ | ۵/۶۴۶۶ | ۷/۰۸ | ۱/۹۴۴۵ | ۳/۴۵۸۴ | ۵/۱۶۸۲ |
| ۵۰۰ | ۵/۵۳۰۸ | ۶/۹۳۴۸ | ۱/۹۶۴۳ | ۴/۵۳۶۱ | ۵/۰۱۸۹ |
| ۷۰۰ | ۵/۴۷۴۴ | ۶/۸۶۴۱ | ۱/۹۶۴۴ | ۴/۶۶۷۷ | ۴/۸۹۴۳ |

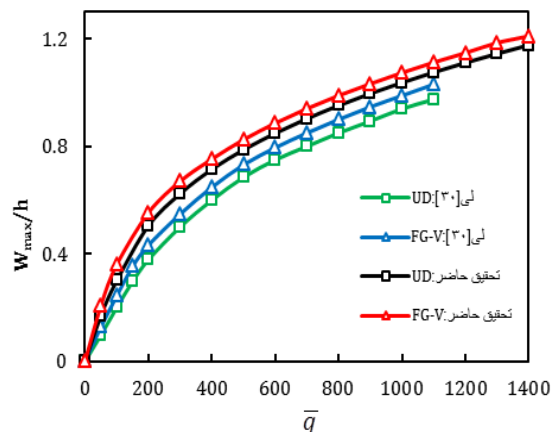
جدول ۲- مدول الاستیک کامپوزیت PmPv / نانولوله [۱۶]

| V_{CNT}^* | قانون اختلاط ساده | | شبیه‌سازی دینامیک مولکولی [۷] | |
|-------------|-------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| | E_{11} (GPa) | E_{22} (GPa) | E_{11} (GPa) | E_{22} (GPa) |
| ۰/۱۱ | ۹۴/۸ | ۲/۲ | ۹۴/۵۷ | ۰/۱۴۹ |
| ۰/۱۴ | ۱۲۰/۲ | ۲/۳ | ۱۲۰/۰۹ | ۰/۱۵۰ |
| ۰/۱۷ | ۱۴۵/۶ | ۳/۵ | ۱۴۵/۰۸ | ۰/۱۴۹ |

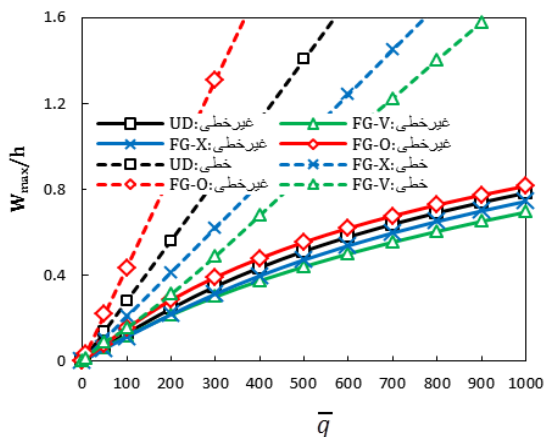
جدول ۳ بیشترین خیز بی‌بعد صفحه نانو کامپوزیتی را تحت بار یکنواخت برای کسر حجمی $V_{CNT}^* = 0.17$ نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج ارائه شده مطابقت خوبی با نتایج مرجع [۲۳] و آباکوس دارند. گفتنی است به کمک نسخه نسخه ۱-۶.۱۰ نرم افزار آباکوس، صفحه نانوکامپوزیتی با شرایط بالا مورد تحلیل قرار گرفته است. مدل سازی در نرم افزار با ایجاد شکل در محیط پوسته از نوع صفحه شروع می‌شود، برای تعریف خواص ماده، ماده‌ی الاستیک از نوع لایه‌ای انتخاب می‌شود، تعداد معینی ماده که هر کدام خواص صفحه نانوکامپوزیتی تابعی در فاصله‌ی مشخص از $Z=0$ است تعریف می‌شود، در نهایت مقطع از نوع پوسته-کامپوزیت انتخاب و مواد تعریف شده به ضخامت مورد نظر اختصاص داده می‌شود. برای مش‌بندی از تکنیک مش بندی ساختاری با تعداد 20×20 المان استفاده شده است.



شکل ۵- مقایسه نتایج تحلیل غیرخطی و خطی صفحه نانو کامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار



شکل ۴- مقایسه پاسخ غیرخطی صفحه نانو کامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار



شکل ۶- مقایسه نتایج تحلیل غیرخطی و خطی صفحه نانو کامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده

ضخامت $h = 2\text{mm}$ برای بیان نتایج تعریف شده‌اند. مطالعه پارامتری جهت نشان دادن اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها، نوع توزیع نانولوله‌ها، نسبت عرض به ضخامت صفحه، نسبت ابعادی صفحه و شرایط مرزی مختلف بر پاسخ غیرخطی انواع صفحات نانو کامپوزیتی تابعی و یکنواخت، انجام شده است.

شکل‌های ۷ تا ۹ تغییرات بیشترین خیز بی بعد نسبت به بار را برای صفحه مربعی کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع یکنواخت و سه نوع توزیع تابعی تحت شرایط تکیه‌گاهی ساده با اثرات عرض به ضخامت متفاوت $(b/h = 10, 20, 50)$ را نشان می‌دهد. کسر حجمی $V_{CNT} = 0.11$ برای نانولوله‌ها در نظر گرفته شده است.

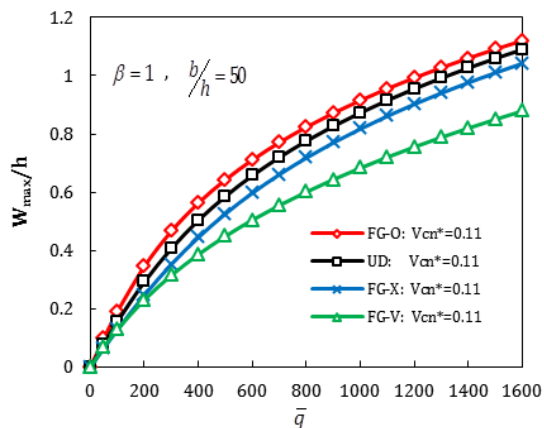
۲-۲-۳- مقایسه نتایج خطی و غیر خطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

در این قسمت به مقایسه نتایج تحلیل غیر خطی با نتایج تحلیل خطی پرداخته شده است و اهمیت تحلیل غیر خطی برای بررسی اثرات واقعی توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی در رفتار خمش صفحه نانو کامپوزیتی مورد بحث قرار گرفته است. شکل ۵ و ۶ مقایسه نتایج غیرخطی با نتایج خطی برای دو شرایط تکیه‌گاهی گیردار و ساده را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در هر دو شرایط تکیه‌گاهی با افزایش بار مکانیکی نتایج تحلیل خطی از نتایج تحلیل غیرخطی فاصله می‌گیرد. این اختلاف نتایج برای شرایط تکیه‌گاهی ساده خیلی بیشتر از شرایط تکیه‌گاهی گیردار می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود برای هر دو شرایط تکیه‌گاهی در تحلیل خطی استفاده از توزیع تابعی به مراتب بهتر از توزیع یکنواخت است اما در تحلیل غیرخطی که نتایج واقعی‌تری ارائه می‌دهد فاصله بین نتایج توزیع های مختلف با توزیع تابعی کاهش می‌یابد.

۲-۲-۴- تحلیل غیر خطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

در این بخش مطالعه پارامتری برای بررسی پاسخ انواع صفحات نانو کامپوزیتی تابعی و یکنواخت تحت بار عرضی یکنواخت مکانیکی انجام شده است. پارامترهای بی بعد W/h .

$$\bar{q} = \frac{qa^4}{E_m h^4}, \quad \bar{M} = \frac{Ma^2}{E_m h^4}, \quad \beta = a/b \text{ و همچنین مقدار}$$

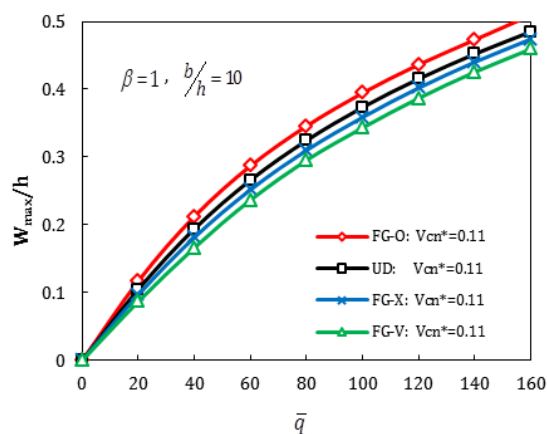


شکل ۹- اثرات نوع چیدمان نانولوله‌های کربنی بر پاسخ غیرخطی صفحه نانوکامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده

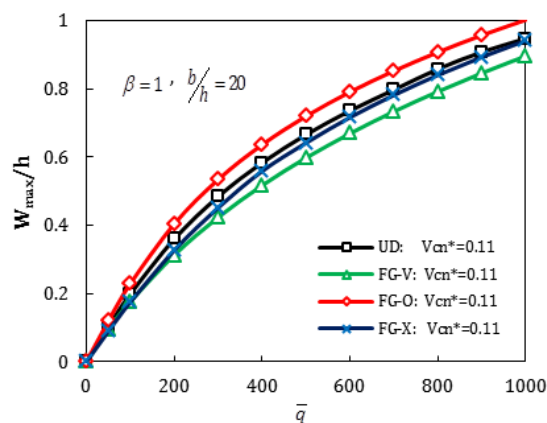
علت در این است که با متمرکز کردن توزیع کسر حجمی نانولوله‌های کربنی در نزدیکی صفحه بالایی $Z = +h/2$ که محل اعمال بار یکنواخت فشاری است صفحه استحکام بیشتری در برابر بار اعمالی می‌یابد. مشاهده می‌شود که با افزایش بار مکانیکی، اختلاف خیز توزیع تابعی V شکل و توزیع تابعی X شکل در صفحات نازکتر، $(b/h=50)$ ، نسبت به صفحات ضخیم‌تر، $(b/h=10,20)$ ، در شرایط تکیه‌گاهی ساده بیشتر می‌شود. این مطلب مؤید این است که در این شرایط تکیه‌گاهی تراکم بیشتر نانولوله‌ها در نزدیکی محل اعمال بار اثر مثبت‌تری در کاهش خیز صفحه نانوکامپوزیتی دارد.

شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ منحنی‌های بیشترین خیز صفحه مربعی کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را برای کسر حجمی‌های متفاوت $(V_{CNT} = 0.11, 0.14, 0.17)$ تحت بار فشاری یکنواخت نشان می‌دهد. قابل توجه است که چهار نوع صفحه نانو کامپوزیتی در هر کسر حجمی دارای کسر جرمی یکسان $(w_{CNT} = 0.131, 0.165, 0.2)$ ، چگالی بستر برابر $\rho_m = 1.15 \text{ g/cm}^3$ و چگالی نانولوله‌های کربنی برابر $\rho_{CNT} = 1.4 \text{ g/cm}^3$ می‌باشد. مشاهده می‌شود با افزایش ۲۱ درصدی کسر حجمی نانولوله‌ها از $V_{CNT} = 0.11$ به $V_{CNT} = 0.14$ کاهش متوسط ۷ درصدی در بیشترین خیز اتفاق می‌افتد. همچنین با افزایش

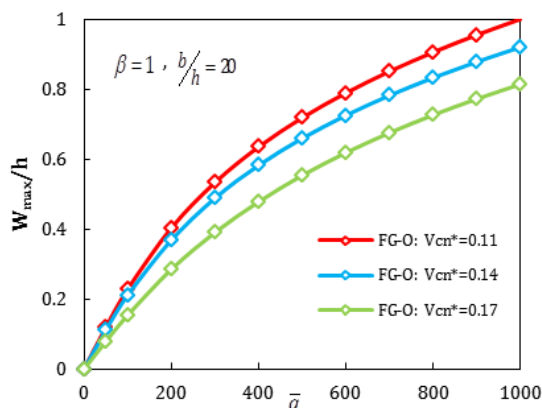
مشاهده می‌شود که خیز بی بعد مرکزی برای صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با ضخامت نسبتاً ضخیم $(b/h=10)$ ، کمتر می‌باشد. که در توضیح این مطلب علاوه بر ضخیم بودن صفحه، چون در چهار نوع مختلف صفحه نانوکامپوزیتی مورد مطالعه کسر جرمی یکسانی از نانولوله‌ها استفاده شده است، بنابراین در نسبت‌های عرض به ضخامت کمتر، میزان بیشتری از کسر حجمی نانولوله‌ها در راستای ضخامت توزیع می‌شوند که این امر باعث استحکام بیشتر می‌شود.



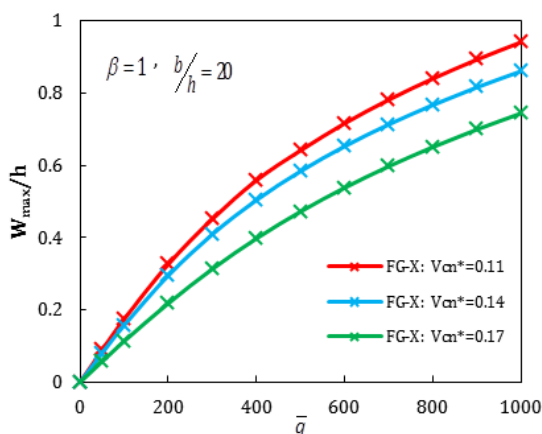
شکل ۷- اثرات نوع چیدمان نانولوله‌های کربنی بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده



شکل ۸- اثرات نوع چیدمان نانولوله‌های کربنی بر پاسخ غیرخطی صفحه نانوکامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده



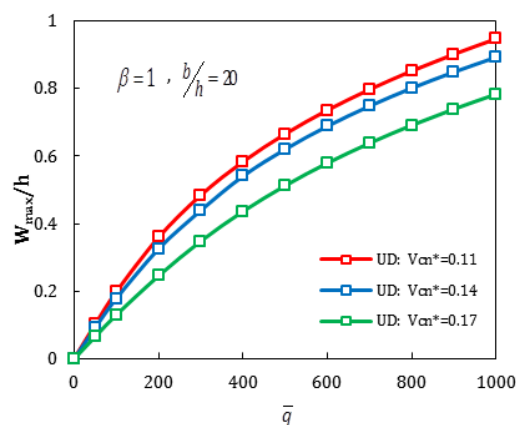
شکل ۱۲- اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها با توزیع تابعی O شکل بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با تکیه‌گاه ساده



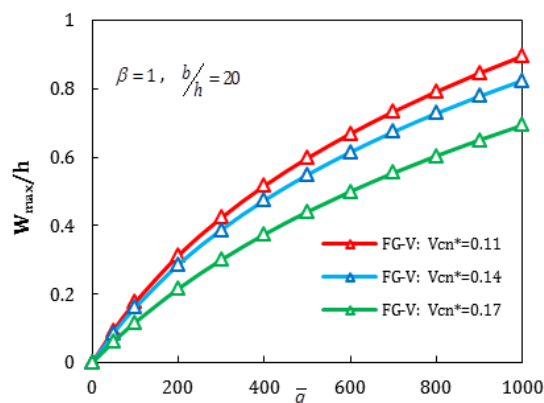
شکل ۱۳ اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها با توزیع تابعی X شکل بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با تکیه‌گاه ساده

شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ اثرات نسبت ابعادی متفاوت بر پاسخ غیرخطی صفحات نانوکامپوزیتی را تحت بار یکنواخت فشاری نشان می‌دهد. کسر حجمی در نظر گرفته شده $V_{CNT}^* = 0.17$ و نسبت عرض به ضخامت $b/h = 20$ می‌باشد. با افزایش نسبت ابعادی، بیشترین خیز افزایش می‌یابد، زیرا صفحات بزرگتر در برابر بار عرضی راحت‌تر تغییر شکل می‌دهند. همچنین مشاهده می‌شود در نسبت ابعادی بالا از میزان تاثیر گذاری چیدمان‌های متفاوت کاسته می‌شود. علت آن را می‌توان در توزیع بیشتر کسر حجمی تعیین شده از نانولوله‌ها در صفحه x-y و کاهش میزان تراکم آن‌ها در راستای ضخامت دانست.

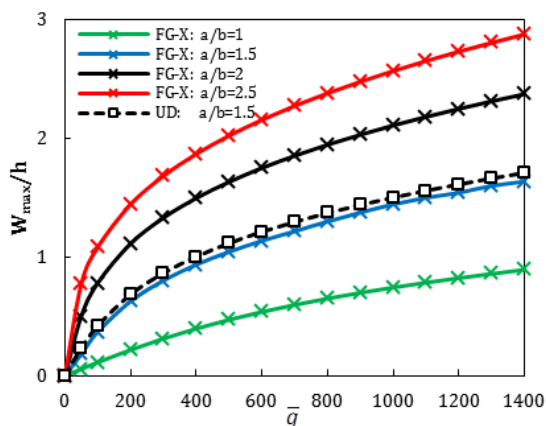
۱۷/۵ درصدی از $V_{CNT} = 0.14$ به $V_{CNT} = 0.17$ کاهش ۱۸ درصدی در بیشترین خیز مشاهده می‌شود. به طور کلی با افزایش ۳۵ درصدی از $V_{CNT} = 0.11$ به $V_{CNT} = 0.17$ کاهش ۳۱ درصدی در بیشترین خیز به وجود می‌آید. علت این کاهش خیز این است که چون نانولوله‌های کربنی از مدول الاستیسیته بالایی برخوردار می‌باشند. بنابراین با افزایش کسر حجمی باعث افزایش مدول استحکام صفحه نانوکامپوزیتی می‌شوند. افزایش کسر حجمی در اشکال مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی به میزان تقریباً یکسانی منجر به کاهش خیز می‌شود.



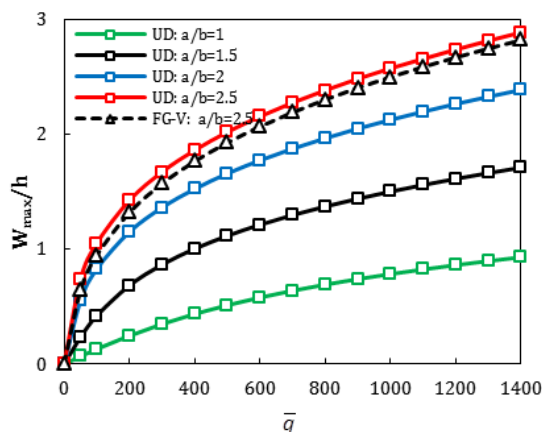
شکل ۱۰- اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها با توزیع یکنواخت بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با تکیه‌گاه ساده



شکل ۱۱- اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها با توزیع تابعی V شکل بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با تکیه‌گاه ساده

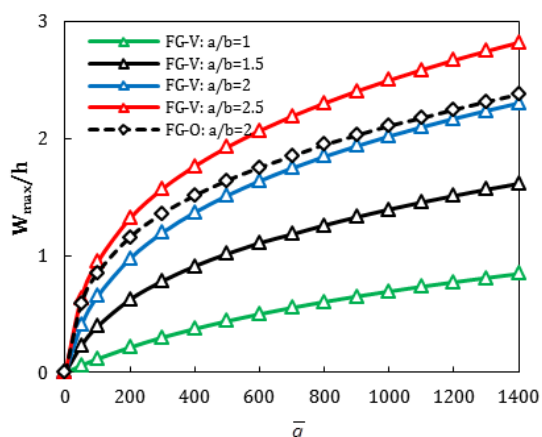


شکل ۱۷- اثرات نسبت ابعادی β بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع X شکل نانولوله‌ها و تکیه‌گاه ساده

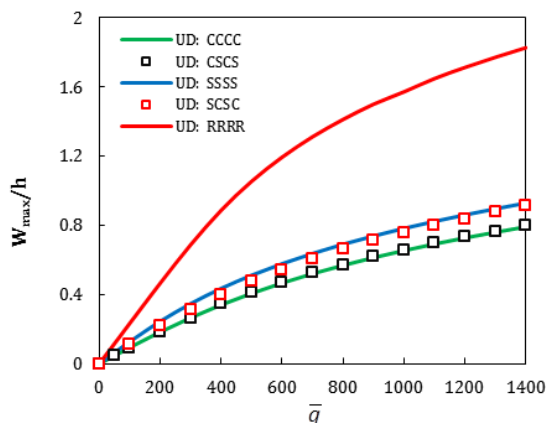


شکل ۱۴- اثرات نسبت ابعادی β بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع یکنواخت نانولوله‌ها و تکیه‌گاه ساده

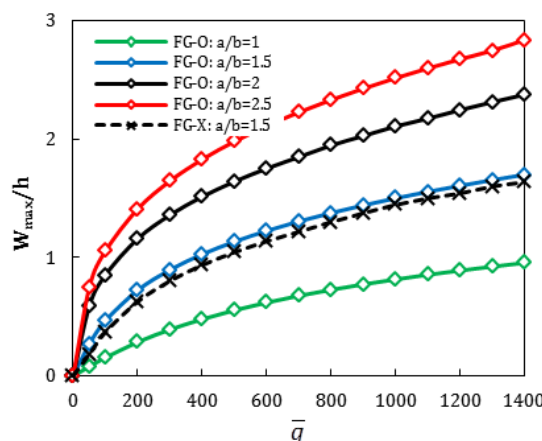
شکل‌های ۱۸ تا ۲۱ اثرات شرایط تکیه‌گاهی مختلف را بر پاسخ غیرخطی صفحات مربعی کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تابعی و یکنواخت را تحت بار یکنواخت فشاری نشان می‌دهد. کسر حجمی $V_{CNT}^* = 0.17$ و نسبت عرض به ضخامت $b/h = 20$ می‌باشد. شرایط مرزی گیردار، ساده و غلتکی و دو شرط مرزی ترکیبی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه منظور از SSSS, CCCC و RRRR به ترتیب یعنی چهار لبه گیردار، ساده و غلتکی است. و منظور از SCSC و CSCS به ترتیب یعنی دو لبه مجاور هم گیردار- ساده و ساده- گیردار می‌باشند.



شکل ۱۵- اثرات نسبت ابعادی β بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع V شکل نانولوله‌ها و تکیه‌گاه ساده



شکل ۱۸- اثرات شرایط تکیه‌گاهی مختلف بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع یکنواخت نانولوله‌ها

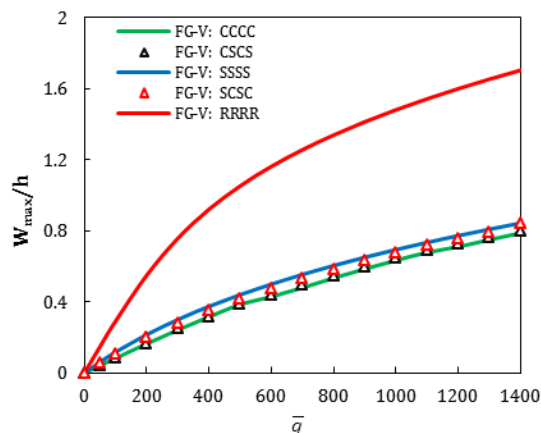


شکل ۱۶- اثرات نسبت ابعادی β بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع O شکل نانولوله‌ها و تکیه‌گاه ساده

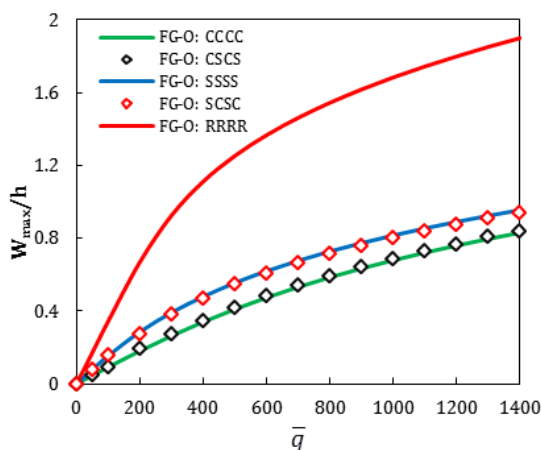
مشاهده می‌شود که بیشترین خیز برای شرایط تکیه‌گاهی گیردار نسبت به حالت ساده و برای شرایط ساده نسبت به غلتکی کمتر می‌باشد. علت این است که شرط تکیه‌گاهی گیردار نسبت به شرط تکیه‌گاهی ساده و شرط تکیه‌گاهی ساده نسبت به شرط تکیه‌گاهی غلتکی درجه آزادی کمتری دارد و مقیدتر می‌باشد.

همچنین مشاهده می‌شود پاسخ شرط تکیه‌گاهی گیردار-ساده نزدیک به پاسخ شرط تکیه‌گاهی گیردار و ساده-گیردار نزدیک به پاسخ شرط تکیه‌گاهی ساده است، ولی نسبت به آن‌ها اندکی تفاوت دارند، علت نزدیکی به مقادیر شرایط تکیه‌گاهی گیردار و ساده همراستا بودن دو لبه مقید شده با محور تغییر شکل صفحه می‌باشد و علت تفاوت اندک در متفاوت بودن درجه آزادی آن‌ها می‌باشد.

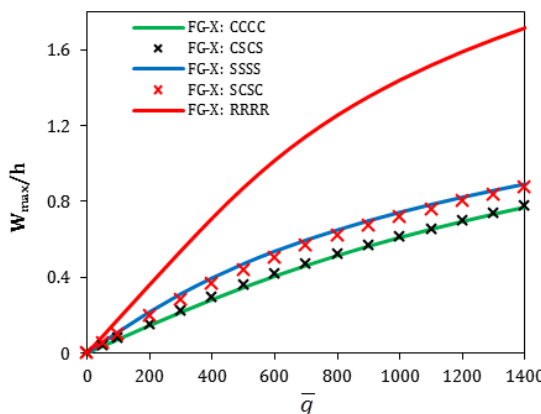
شکل‌های ۲۲ تا ۲۴ منحنی‌های گشتاور بی‌بعد در راستای محور y - را برای چیدمان‌های مختلف نانولوله‌ها و شرایط مختلف تکیه‌گاهی تحت بار فشاری یکنواخت نشان می‌دهد. کسر حجمی نانولوله‌ها برابر $V_{CNT}^* = 0.17$ نسبت عرض به ضخامت $b/h = 20$ و بار بی‌بعد $\bar{q} = 500$ می‌باشد. مشاهده می‌شود که پاسخ غیرخطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع تابعی و یکنواخت نسبت به نوع چیدمان نانولوله‌ها در بستر کامپوزیت و همچنین شرایط تکیه‌گاهی متفاوت می‌باشد. قابل بیان است که برای دو شرط تکیه‌گاهی ساده و غلتکی که دارای قید کمتری نسبت به شرط تکیه‌گاهی گیردار می‌باشند، کمترین و بیشترین مقدار گشتاور بی‌بعد در راستای محور y به ترتیب برای نانوکامپوزیت‌ها با توزیع تابعی O شکل و X شکل نانولوله‌ها اتفاق می‌افتد. از آنجا که در این حالت از شرایط تکیه‌گاهی لبه‌های صفحه گشتاور تحمل نمی‌کنند صفحات میانی $z = \pm \frac{h}{2}$ کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تاثیر بیشتری در میزان صلبیت صفحه دارند. به طوریکه در حالت تابعی X شکل به دلیل اینکه صفحات بالا و پایین میزان بیشتری از کسر حجمی نانولوله‌ها را دارا هستند بنابراین صلبیت بیشتری یافته و گشتاور بیشتری تحمل می‌کنند. همچنین در شرایط تکیه‌گاهی گیردار از آنجا که لبه‌های صفحه گشتاور تحمل می‌کنند حالت تابعی X شکل به دلیل شکل توزیع نانولوله‌ها میزان بیشتری از گشتاور را در نواحی صفحه نانوکامپوزیتی نسبت به سایر اشکال توزیع نانولوله‌ها ارائه می‌دهد.



شکل ۱۹- اثرات شرایط تکیه‌گاهی مختلف بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع تابعی V شکل نانولوله‌ها

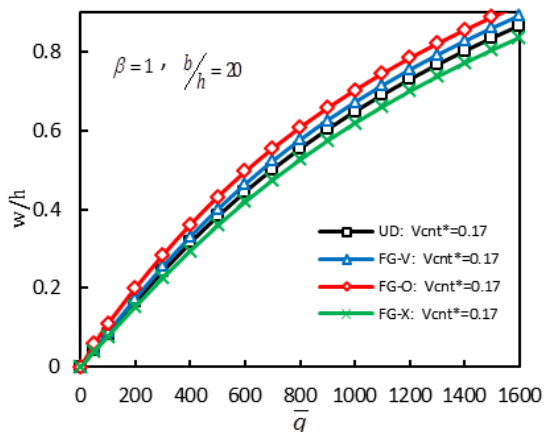


شکل ۲۰- اثرات شرایط تکیه‌گاهی مختلف بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع تابعی O شکل نانولوله‌ها



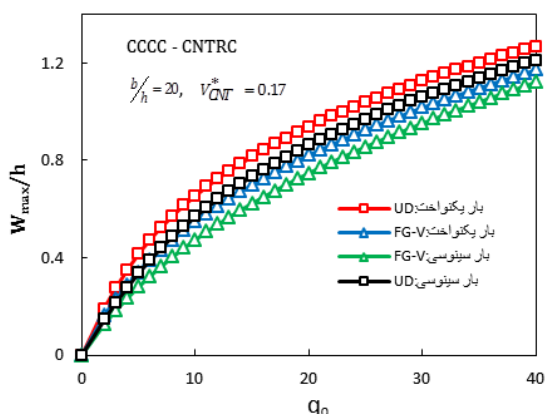
شکل ۲۱- اثرات شرایط تکیه‌گاهی مختلف بر پاسخ صفحه نانوکامپوزیتی با توزیع تابعی X شکل نانولوله‌ها

شکل ۲۵ اثرات نوع توزیع نانولوله‌ها را تحت شرایط تکیه‌گاهی گیردار نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تحت این شرایط عملکرد حالت تابعی X نسبت به بقیه حالات توزیع بهتر می‌شود.

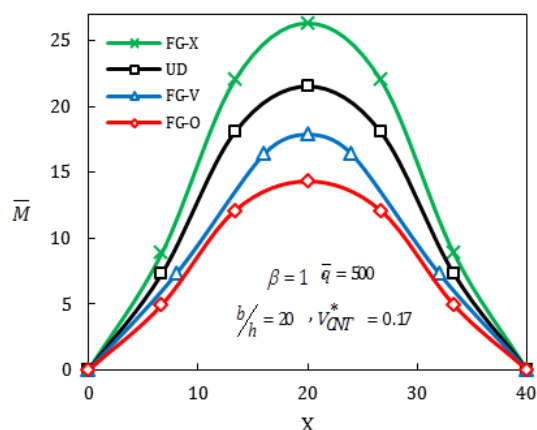


شکل ۲۵- اثرات نوع چیدمان نانولوله‌های کربنی بر پاسخ غیرخطی صفحه نانوکامپوزیتی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار

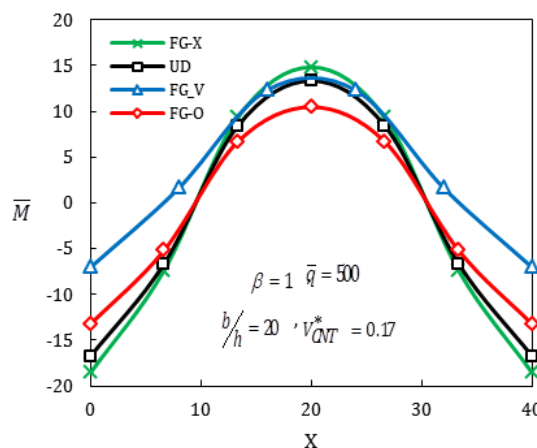
شکل‌های ۲۶ و ۲۷ پاسخ غیر خطی صفحه نانوکامپوزیتی را تحت دو بار یکنواخت و سینوسی نشان می‌دهد. بار سینوسی $q = q_0 \sin(\frac{\pi X}{a}) \cos(\frac{\pi X}{b})$ برای بررسی پاسخ صفحه در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که در حضور بار سینوسی مقدار خیز صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی، برای هر دو حالت توزیع یکنواخت و تابعی نانولوله‌ها، نسبت به بار یکنواخت کاهش می‌یابد.



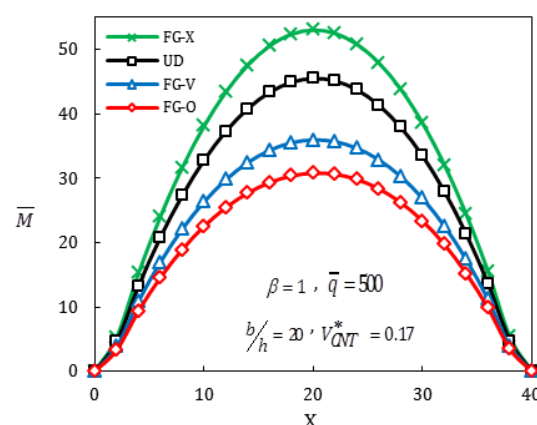
شکل ۲۶- تاثیر نوع بارگذاری بر پاسخ صفحه مربعی نانوکامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی گیردار



شکل ۲۷- گشتاور صفحه مربعی نانوکامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی ساده

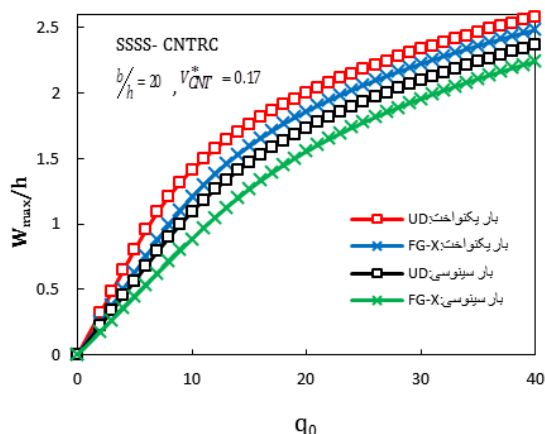


شکل ۲۸- گشتاور صفحه مربعی نانوکامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی گیردار

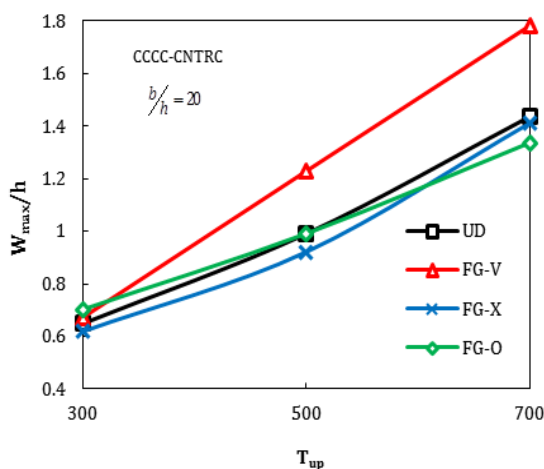


شکل ۲۹- گشتاور صفحه مربعی نانوکامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی غلتکی

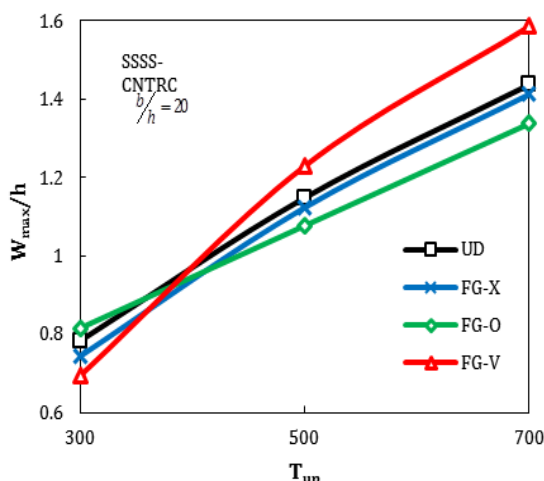
برخوردار می‌شوند و به تبع آن نمی‌توانند باعث بهبود استحکام صفحه نانوکامپوزیتی در سطح اعمال بار گردند و از طرفی چون سطوح میانی ($Z=0$) فاقد کسر حجمی بالا از نانولوله‌های کربنی هستند بنابراین این سطوح نیز استحکام کمتری در برابر بار مکانیکی - حرارتی دارا می‌باشند. از طرف دیگر توزیع تابعی O شکل چون تراکم نانولوله‌های کربنی خود را در سطوح میانی دارد بنابراین به دلایل ذکر شده پتانسیل بالاتری برای کاهش خیز صفحه نانوکامپوزیتی دارد.



شکل ۲۷- تاثیر نوع بارگذاری بر پاسخ صفحه مربعی نانو کامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی غلتکی



شکل ۲۸- پاسخ صفحه مربعی نانو کامپوزیتی تحت بار مکانیکی - حرارتی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار



شکل ۲۹- پاسخ صفحه مربعی نانو کامپوزیتی تحت بار مکانیکی - حرارتی با شرایط تکیه‌گاهی ساده

شکل‌های ۲۸ و ۲۹ پاسخ غیر خطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بار یکنواخت تکیه‌گاهی ساده و گیردار تحت گرادیان‌های دمایی متفاوت نشان می‌دهد. برای ایجاد گرادیان دمایی فرض شده است دمای سطح $Z = -\frac{h}{2}$ در دمای اتاق $T_{down} = 300K$ و دمای سطح $Z = +\frac{h}{2}$ متغیر است (T_{up}) . خواص وابسته به دمای ماده پلیمری استفاده شده در این تحلیل که برگرفته از مرجع [۱۶] می‌باشند در جدول ۱ ارائه شده اند.

مشاهده می‌شود که با افزایش بار حرارتی در هر دو شرایط تکیه‌گاهی گیردار و ساده در یک بار مکانیکی ثابت توزیع تابعی O شکل میزان خیز کمتری را نسبت با سایر اشکال توزیع نانولوله‌های کربنی ارائه می‌دهد. در پاسخ‌های غیر خطی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی که تحت بار مکانیکی خالص بود مشاهده شد که توزیع تابعی O شکل بیشترین میزان خیز را دارد. اما هم اکنون در حضور بار حرارتی و با افزایش آن توزیع O شکل کمترین خیز را دارا می‌باشد. در توضیح این موضوع می‌توان گفت در حضور بار حرارتی چون بیشترین میزان حرارت در سطح $Z = +\frac{h}{2}$ است. بنابراین اشکال توزیعی که تراکم بیشتری از نانولوله‌های کربنی را در این سطح دارند بدلیل حرارت بالا، نانولوله‌های کربنی از استحکام پایین‌تری

- predictions and experimental measurements. C. R. Physique 4(9): 993–2003.
- [5] Thostenson ET, Ren ZH, Chou TW (2001) Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: a review. *Compos Sci Technol Composites Science and Technology* 16(13): 1899–1912.
- [6] Griebel M, Hamaekers J (2004) Molecular Dynamics Simulations of the Elastic Moduli of Polymer–Carbon Nanotube Composites. *Comput Meth Appl M* 193(17): 1773–1788.
- [7] Han Y, Elliott J (2007) Molecular Dynamics Simulations of the Elastic Properties of Polymer/Carbon Nanotube Composites. *Comp Mater Sci* 39(2): 315–323.
- [8] Zhang CL, Shen HS, (2006) Temperature-dependent elastic properties of single-walled carbon nanotubes: Prediction from molecular dynamics simulation. *Appl Phys Lett* 89(8): 81904–81909.
- [9] Meo M, Rossi M, (2006) Prediction of Young's modulus of single wall carbon nanotubes by molecular-mechanics based finite element modelling. *Compos Sci Technol* 66(11): 1597–1605.
- [10] Fidelus JD, Wiesel E, Gojny FH, Schulte K, Wagner HD (2005) Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites. *Composites Part A: Composites Part A* 36(11): 1555–1561.
- [11] Sun CH, Li F, Cheng HM, Lu GQ (2005) Axial Young's modulus prediction of single-walled carbon nanotube arrays with diameters from nanometer to meter scales. *Appl Phys Lett* 87(19): 1555–1561.
- [12] Ming Li, Kang ZH, Yang P, Meng X, Lu Y (2013) Molecular dynamics study on carbon/epoxy buckling of single-wall carbon nanotube- based intramolecular junctions and influence factors. *Comp Mater Sci* 67(15): 390–396.
- [13] Zhang CH-L, Shen HS (2006) Buckling and postbuckling analysis of single-walled carbon nanotubes in thermal environments via molecular dynamics simulation. *Carbon* 44(13): 2608–2616.
- [۱۴] گلیمکانی م الف، رضاطلب ج (۱۳۹۲) تحلیل الاستیک نانوصفحه گرافن تک لایه در محیط الاستیک، بر اساس مدل-های غیر موضعی محیط پیوسته. *مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۳(۳): ۵۳–۶۳.
- [15] Vodenitcharova T, Zhang LC (2006) Bending and local buckling of a nanocomposite beam reinforced by a single-walled carbon nanotube. *Int J Solids Struct* 43(10): 3006–3024.
- [16] Shen HS (2009) Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite

۵- نتیجه گیری

در کار حاضر پاسخ غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با یک نوع توزیع یکنواخت و سه نوع توزیع تابعی که در معرض بار مکانیکی - حرارتی قرار دارد، با استفاده از روش آزادسازی دینامیکی مورد مطالعه قرار گرفت. خواص مواد صفحه نانوکامپوزیتی در راستای ضخامت متغیر است و بر اساس قانون اختلاط ساده به دست آمده است. مطالعه پارامتری بر روی اثرات کسر حجمی نانولوله‌ها، نوع چیدمان نانولوله‌ها، نسبت عرض به ضخامت و نسبت ابعادی صفحه نانوکامپوزیتی و شرایط تکیه‌گاهی متفاوت انجام شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که نوع چیدمان تابعی V شکل در شرایط تکیه‌گاهی ساده میزان کمتری از خیز را در برابر اعمال بارهای مکانیکی دارد. این در حالی است که برای این نوع از بارگذاری، در شرایط تکیه‌گاهی گیردار چیدمان تابعی X شکل کمترین خیز را نسبت به سایر اشکال توزیع دارد. بر اساس بررسی‌های انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از چیدمان‌هایی که میزان تراکم نانولوله‌ها در محل اعمال بار بیشتر باشد در کاهش میزان خیز صفحه موثر است و به همین دلیل نیز تاثیر مثبت استفاده از چیدمان تابعی در صفحات نازکتر بیشتر می‌شود. همچنین مشاهده شد که چیدمان تابعی X شکل میزان گشتاور بیشتری را نسبت به سایر اشکال توزیع می‌تواند تحمل کند. گفتنی است که در حضور بار مکانیکی - حرارتی، با افزایش گرادینان دمایی در راستای ضخامت صفحه توزیع تابعی O شکل میزان خیز کمتری را در شرایط تکیه‌گاهی گیر دار و ساده دارد. لذا می‌توان گفت که نوع بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی متفاوت بر انتخاب نوع چیدمان نانولوله‌ها جهت رسیدن به حالت مطلوب طراحان موثر است.

مراجع

- [1] Kroto HW, Heath JR, O'Brien SC, Cur RF, Smalley E (1985) C60: Buckminsterfullerene. *Nature* 318(14): 162–163.
- [2] Lijima S (1991) Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature* 354(4): 56–58.
- [3] Esawi AMK, Farag MM (2007) Carbon nanotube reinforced composites: Potential and current challenges. *Mater Design* 28(9): 2394–2401.
- [4] Ruoff RS, Qian D, Liu WK (2003) Mechanical properties of carbon nanotubes: theoretical

- under the action of moving load. *Appl Math Model* 36(4): 1371–1394.
- [28] Wang ZX, Shen HS (2012) Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations in thermal environments. *Nonlinear Dynam* 70(1): 1371–1394.
- [29] Alibeigloo A (2012) Static analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity. *Compos Struct* 95: 612–622.
- [30] Lei ZX, Lei KM, Yu JK (2013) Large deflection analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates by the element-free kp-Ritz method *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* 256: 189–199.
- [31] Shen HS, Zhu ZH (2012) Postbuckling of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets resting on elastic foundations. *Eur J Mech A-Solid* 35(4): 10–21.
- [32] Wang ZH, Shen HS (2012) Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets. *Compos Part B-Eng* 43(2): 411–421.
- [33] Reddy JN (2004) *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC Press London New York Washington. 132–137.
- [34] Rezaee Pajand M, Alamatian J (2010) The Dynamic relaxation method using new formulation for fictitious mass and damping. *Struct Eng Mech* 34(1): 109–133.
- [35] Zhang LC, Kadkhodayan M, Mai YW (1994) Development of the maDR method. *Comput Struct* 52(1): 1–8.
- [36] Underwood P (1983) Dynamic relaxation, in computational method for transient analysis. 245–265.
- [37] Golmakani ME, Kadkhodayan M (2011) Nonlinear bending analysis of annular FGM plates using higher-order shear deformation plate theories. *Compos Struct* 93(2): 973–982.
- [38] Levy S (1942) Bending of rectangular plates with large deflections. *Naca-Tr* 846: 501–512.
- [39] Yamaki N (1961) Influence of large amplitudes on flexural vibrations of elastic plates. *ZAMM* 41(12): 501–512.
- plates in thermal environments. *Compos Struct* 19(1): 9–19.
- [17] Shen HS, Zhang LC (2010) Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Mater Design* 31(7): 3403–3411.
- [18] Wang ZX, Shen HS (2011) Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Comp Mater Sci* 50(8): 2319–2330.
- [19] Shen HS (2011) Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part I: Axially-loaded shells. *Compos Struct* 93(8): 2096–2108.
- [20] Shen HS (2011) Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part II: Pressure-loaded shells. *Compos Struct* 93(10): 2496–2503.
- [21] Shen HS (2012) Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. *Compos Part B-Eng* 43(3): 1030–1038.
- [22] Shen HS, Xiang Y (2012) Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* 213(216): 196–205.
- [23] Zhu P, Lei ZX, Liew KM (2012) Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory. *Compos Struct* 94(4): 1450–1460.
- [24] Jafari Mehrabadi S, Sobhani Aragh B, Khoshkhashesh V, Taherpour A (2012) Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes *Compos Part B-Eng* 43(4): 2031–2040.
- [25] Sobhani Aragh B, Nasrollah Barati AH, Hedayati H (2012) Eshelby–Mori–Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels. *Compos Part B-Eng* 43(4): 1943–1954.
- [26] Ke LL, Yang J, Kitipornchai S (2010) Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Compos Struct* 92(3): 676–683.
- [27] Yas MH, Heshmati M (2012) Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube