مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال 1393/ دوره 4/ شماره 2/ صفحه 182-167

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه شاهرود

شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی توام آزاد و اجباری در یک محفظه شیبدار با درپوش متحرک با استفاده از روش شبکه بولتزمن

آرش کریمی پور[1,*]، حمید تیموری[1] و مسعود افرند[1]

[1] استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف آباد، گروه مهندسی مکانیک، اصفهان، ایران

تاریخ دریافت: 1392/08/26؛ تاریخ بازنگری: 1393/02/07؛ تاریخ پذیرش: 1393/07/01

چکیده

جابجایی توام آزاد و اجباری ناشی از اثرات همزمان انتقال حرارت جابجایی آزاد و اجباری سیال در یک محفظه شیبدار دو بعدی با درپوش متحرک، به کمک روش شبکه بولتزمن و در مقادیر مختلف عدد ریچاردسون، زاویه شیب و عدد پرانتل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این حالت، مولفه‌های سرعت تحت تاثیر همزمان نیروهای اجباری، شناوری و اثر زاویه شیب محفظه بوده و لذا معادلات مورد استفاده در شبکه بولتزمن، مورد اصلاحاتی قرار خواهند گرفت. مقایسهٔ نتایج حاصل با دیگر داده‌های در دسترس نیز تطابق مطلوبی را نشان می‌دهد. نتایج در قالب پروفیل‌های سرعت و دما، عدد نوسلت و کانتورهای تابع جریان و خطوط هم‌دما ترسیم می‌شوند. مشاهده می‌شود که افزایش عدد پرانتل منجر به تقویت نرخ انتقال گرما، به ویژه در مقادیر بالاتر زاویه شیب و عدد ریچاردسون، خواهد شد. در انتها رابطه‌ای دقیق نیز برای محاسبه عدد نوسلت متوسط محفظه بر حسب عدد پرانتل، عدد ریچاردسون و زاویه شیب محفظه ارائه می‌گردد. همچنین دیده می‌شود که مقدار عدد نوسلت متوسط در بیشترین مقادیر مفروض برای زاویه شیب، عدد پرانتل و عدد ریچاردسون، تقریبا 7 برابر افزایش خواهد داشت.

کلمات کلیدی:شبکه بولتزمن؛ جابجایی توام؛ محفظه شیبدار.

Simulation of free and force mixed convection heat transfer inan inclined lid driven enclosure by lattice Boltzmann method

A. Karimipour[1,*], H. Teimouri[1] and M. Afrand[1]

[1] Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran

Abstract

Mixed convection of free and force convection heat transfer in an inclined lid driven two dimensional enclosure is studied by using Lattice Boltzmann method (LBM) in different values of enclosure inclination angle, Richardson (Ri) and Prandtl numbers (Pr). At present case, the velocity components will be affected by force and free convection movements. To do this, the using LBM equations are modified. Comparing present results with those of other available ones implies appropriate accuracy. Results are shown as velocity, temperature and Nusseltnumber profiles and contours of isotherms and streamlines. It is seen that more Pr corresponds to more heat transfer rate especially at higher values of enclosure inclination angle and Ri. As a result, to estimate the averaged Nusselt number, a correlation based on Pr, Ri and inclination angle is presented. Moreover, it is seen that the averaged Nusselt number at the upper limit of the considered range of inclination angle, Richardson and Prandtl numbers variability increases by a factor of 7.

Keywords: Lattice Boltzmann; Mixed convection; Inclined enclosure.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: 09133251252

آدرس پست الکترونیک:arashkarimipour@gmail.com

1- مقدمه

روش شبکهٔ بولتزمن مبتنی بر کنش و واکنش بین ذرات است که برای شبیه سازی عددی جریان سیال و انتقال گرما استفاده می‌شود [1-4]. این روش در محدوده‌ای وسیع از مسئله های مربوط به جریان سیال و انتقال گرما کاربرد داشته و علاوه بر شبیه سازی ماکرو جریان‌ها، برای شبیه سازی میکروجریان‌ها نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد [5-8]. در مقایسهٔ با روش های عددی رایج و دیگر روشهای شبیه سازی های مبتنی بر ذرات مانند روش دینامیک مولکولی و یا شبیه سازی مستقیم مونت کارلو، روش شبکه بولتزمن ضمن هزینه محاسباتی کمتر، از معادلات ساده-تری برخوردار بوده و حتی میدان فشار را نیز به طور مستقیم و بدون نیاز به حل معادلات دیگر شبیه سازی می‌نماید. امروزه این فواید به محققان این انگیزه را داده تا با بهبود و ابداع مدل های جدیدتر روش شبکه بولتزمن و شرایط مرزی مربوطه، کاربرد این روش را در حل مسائل واقعی‌تر نیز مورد مطالعه قرار دهند [9-11]. این روش در ایران نیز به وفور مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجمله نظری و شکری [12] جریان داخل یک نیم بیضی را به کمک روش شبکه بولتزمن بررسی نموده‌اند. اما سختی‌ها و موانعی در کاربرد روش شبکه بولتزمن نیز وجود دارد: این روش ماهیتا مربوط به یک گازایده‌ال تراکم پذیر بوده و معادلات تراکم ناپذیر ناویر-استوکس، از طریق بسط چاپمن-انسکوگ از آن مشتق می‌شود. این بدین معناست که روش شبکه بولتزمن می‌تواند جریان تراکم ناپذیر را تحت مقادیر کوچک عدد ماخ ($Ma<0.15$) شبیه سازی کند. البته میزان خطای تراکم پذیری این روش نیز از مرتبه عدد ماخ بوده و لذا در مقادیر پایین Ma قابل چشم پوشی است [13-15].

امروزه تحقیقات وسیعی در جهت افزایش توانایی کاربرد روش شبکه بولتزمن در جریان است و مدلهای مختلفی در مسائل گوناگون بدین منظور ارائه شده است. از آن جمله استفاده از روش شبکه بولتزمن در شبیه سازی محیطهای متخلخل [16]، دیوارهای شیبدار مایل [17]، جریان در مجاورت مرزهای منحنی شکل و نیز نحوه‌ی ارضای قانون بقا در این روش، از موضوعات مورد علاقه محققین می‌باشد [18-20]. مثلا اوبرتینی و سوچی[1][21] به منظور بهبود پایداری و دقت، از شبکه‌هایی غیر یکنواخت یا بدون ساختار استفاده کردند. برای شبیه سازی انتقال گرما، روش های متفاوتی در روش شبکه بولتزمن پیشنهاد شده است، مانند روش چند سرعتی، روش اسکالر بی اثر و یا روش مبتنی بر دو تابع مجزا برای سرعت و حرارت. روش اخیر [22] به طور گسترده‌ای برای شبیه سازی مسائل جابجایی آزاد نیز استفاده شده است. جئو[2] و همکاران [23] از روش شبکه بولتزمن گرمایی برای حل کردن جریان‌های حرارتی با عدد ماخ پایین همراه با اتلاف چسبندگی، استفاده نمودند.

در سال های اخیر شبیه سازی جابجایی طبیعی در محفظه‌ی مایل با استفاده از ناویر-استوکس یا روش شبکه بولتزمن در مقالات زیادی گزارش شده است [24 و 25]. شریف [26] به صورت عددی محفظه‌ای باریک، دوبعدی و شیبدار با نسبت شکلی $AR=10$ را به ازای اعداد رایلی (Ra) مختلف مورد مطالعه قرار داد. باساک و همکاران[3] [27] نیز به روش المان محدود جریان در یک محفظه مربعی با درپوش متحرک را تحلیل نمودند. استفاده از توزیع سینوسی گرمایی روی دیوارهای محفظه تحت جابجایی توام کار دیگری بوده که توسط سیواسانکاران و همکاران[4] [28] به روش حجم محدود در این زمینه انجام شده است. بررسی تاثیر میزان عدد پرانتل (Pr) بر خصوصیات حرکتی و حرارتی حرکتهای جابجایی آزاد در محفظه نیز از جمله سایر مسائلی بوده که توسط کائو و یانگ[5] [29] به ازای $0.7<Pr<70$ به کمک روش شبکه بولتزمن انجام شده است. ایشان به منظور ارضای شرط تراکم ناپذیری $Ma<0.1$، سرعت های متفاوت و مشخصی به ازای هر Pr تعیین و مورد استفاده قرار دادند. رویکرد آنها عملکرد خوبی در $Pr=0.7$ و $Pr=7$ از خود نشان داد؛ اگرچه به زمان بیشتری برای فرایند حل نیازمند بود. البته در تحقیقات بعدی مشخص شد که روش ایشان در محدوده $Pr<7$ از دقت مطلوبتری برخوردار است. در ادامه پارمیجانی[6] و همکارانش [30] از دو روش مکمل برای مقادیر

---

[1] Ubertini&Succi
[2] Guo
[3] Basak
[4] Sivasankaran
[5] Kao & Yang
[6] Parmigiani

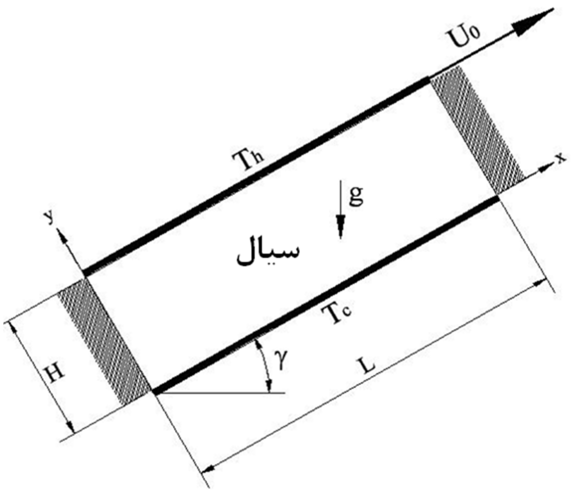
بالاتر Pr$(10<Pr<1000)$ و Ra به منظور شبیه سازی جابجایی آزاد با استفاده از روش شبکه بولتزمن استفاده نمودند. در روش اول آنها، مقیاس های زمانی توابع توزیع حرارتی و توابع توزیع چگالی- مومنتوم در مقادیر بالاتر Pr از هم جدا می‌شوند. در حالیکه در رویکرد دوم، از یک شبکه کوچکتر برای تابع توزیع حرارتی نسبت به شبکه‌ی مورد استفاده در تابع توزیع چگالی- مومنتوم استفاده خواهد شد. شبیه سازی جابجایی توام با استفاده از روش شبکه بولتزمن در شرایط مختلف یکی از موضوعات مورد توجه برای محققان در سال‌های اخیر بوده است [31-33]. از آن جمله، روزدزمین و همکاران[1] [34] اثرات وجود یک مانع مربعی گرم درون یک محفظه با سرپوش متحرک را به کمک روش شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار دادند.

مشاهده شد که جابجایی توام در محفظه (حفره) شیبدار با درپوش متحرک به کمک روش شبکه بولتزمن تا کنون مورد بررسی قرار نگرفته است. بنابراین، در کار حاضر با ازای مقادیر مختلف Pr و Ri حرکتهای جابجایی توام در محفظه مذکور شبیه سازی می‌گردد. اینگونه محفظه‌ها در ساخت کلکتورهای خورشیدی، تجهیزات خنک کننده دستگاه‌های الکترونیکی و طراحی بهینه عایق کاریهای ساختمان، دارای کاربرد می باشند.

2- بیان مسأله

جابجایی توام ناشی از اثرات همزمان انتقال حرارت آزاد و اجباری سیال درون محفظه‌ای مطابق شکل 1، به کمک روش شبکه بولتزمن بررسی می‌شود. نسبت شکلی محفظه $AR=L/H=3$ و درپوش گرم آن نیز با سرعت ثابت U_0 حرکت می‌کند. دیواره های پهلویی محفظه عایق و دیوار سرد پایین آن، بدون حرکت در نظر گرفته می‌شود. عدد رینولدز برابر با $Re=U_0H/\upsilon=200$ و عدد پرانتل سیال کاری نیز برابر با $Pr=0.07, Pr=0.7, Pr=\upsilon/\alpha=7$ مفروض است. اثر تغییر عدد ریچاردسون $(Ri=Gr/Re^2)$ در سه حالت مختلف بررسی می‌گردد: ابتدا $Ri=0.1$ (حاکمیت جابجایی اجباری) و سپس $Ri=10$ (حاکمیت جابجایی آزاد و همچنین $Ri=1$ (جابجایی توام آزاد و اجباری). در هر حالت اثر مقادیر مختلف زاویه شیب محفظه، $\gamma=0,30,60,90^o$ بر خواص حرکتی و حرارتی سیال محبوس در آن نیز بررسی خواهد شد.

در مقاله حاضر مقدار عدد ریچاردسون متغیر و برابر با $Ri=0.1,1,10$ در نظر گرفته می شود، بنابراین انتقال حرارت سیال درون محفظه همواره ترکیبی از حرکتهای جابجایی آزاد[2] و جابجایی اجباری[3] است که در متون علمی فارسی زبان، از آن به عنوان جابجایی توام[4] یاد می شود.



شکل 1- نمای شماتیک محفظه مفروض

3- فرمول‌بندی

3-1- روش شبکه بولتزمن

معادلات شبکه بولتزمن حرکتی و حرارتی به شکل زیر می- باشند [22]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+c_{i\alpha}\frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha}=\Omega(f_i) \quad (1)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial t}+c_{i\alpha}\frac{\partial g_i}{\partial x_\alpha}=\Omega(g_i) \quad (2)$$

f_i تابع توزیع مومنتوم گسسته است و بیانگر احتمال حضور چگالی ذرات در واحد حجمی بسیار کوچک متمرکز در x_α در سرعت میکروسکوپیک c_{ia} می‌باشد. g نیز تابع توزیع چگالی انرژی داخلی نامیده می‌شود. شاخص های i و α به ترتیب مسیر سرعت های شبکه و جهت مولفه x-y می‌باشند.

[1] Rosdzimin

[2] Free convection
[3] Force convection
[4] Mixed convection

تابع Ω بیانگر اپراتور برخورد است. در مدل BGK اپراتور برخورد به شکل زیر تعریف می شود [22 و 36]:

$$\Omega(f_i) = -\frac{f_i - f_i^e}{\tau_f} \quad (3)$$

$$\Omega(g_i) = -\frac{g_i - g_i^e}{\tau_g} - f_i Z_i \quad (4)$$

τ_f و τ_g نیز به ترتیب زمانهای آسایش حرکتی و حرارتی هستند؛ همچنین توابع f^e و g^e نیز به ترتیب توابع توزیع تعادلی حرکتی و حرارتی را نشان می‌دهند. در مقاله حاضر از شبکه D2Q9 (شکل2) استفاده می‌شود [35]، لذا زیرنویس i از صفر تا 8 متغیر خواهد بود.

بنابراین، سرعت های میکروسکوپی ذرات به صورت زیر محاسبه می شوند [22]:

$$\boldsymbol{c}_{i=0} = (0,0) \quad (1\text{-}5)$$

$$\boldsymbol{c}_{i=1,2,3,4} = \left(\cos\frac{i-1}{2}\pi, \sin\frac{i-1}{2}\pi\right)c \quad (2\text{-}5)$$

$$\boldsymbol{c}_{i=5,6,7,8} = \sqrt{2}(\cos\left[\frac{(i-5)}{2}\pi + \frac{\pi}{4}\right], \sin\left[\frac{(i-5)}{2}\pi + \frac{\pi}{4}\right])c \quad (3\text{-}5)$$

Z در معادله (4) جمله اتلاف گرما است که به صورت زیر تعریف می‌گردد [22 و 38]:

$$Z_i = (c_{i\alpha} - u_\alpha)\left[\frac{\delta u_\alpha}{\delta t} + c_{i\alpha}\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha}\right] \quad (6)$$

برای توابع توزیع تعادلی نیز می‌توان نوشت [22]:

$$f_{i=0,1,\ldots,8}^e = \omega_i \rho\left[1 + \frac{3\boldsymbol{c}_i\cdot\boldsymbol{u}}{c^2} + \frac{9(\boldsymbol{c}_i\cdot\boldsymbol{u})^2}{2c^4} - \frac{3\boldsymbol{u}^2}{2c^2}\right] \quad (7)$$

$\omega_0 = 4/9, \quad \omega_{1,2,3,4} = 1/9, \quad \omega_{5,6,7,8} = 1/36$

$$g_0^e = -\frac{2}{3}\rho e\left[\frac{\boldsymbol{u}^2}{c^2}\right] \quad (1\text{-}8)$$

$$g_{1,2,3,4}^e = \frac{1}{9}\rho e\left[1.5 + 1.5\frac{\boldsymbol{c}_{1,2,3,4}\cdot\boldsymbol{u}}{c^2} + 4.5\frac{(\boldsymbol{c}_{1,2,3,4}\cdot\boldsymbol{u})^2}{c^4} - 1.5\frac{\boldsymbol{u}^2}{c^2}\right] \quad (2\text{-}8)$$

$$g_{5,6,7,8}^e = \frac{1}{36}\rho e\left[3 + 6\frac{\boldsymbol{c}_{5,6,7,8}\cdot\boldsymbol{u}}{c^2} + 4.5\frac{(\boldsymbol{c}_{5,6,7,8}\cdot\boldsymbol{u})^2}{c^4} - 1.5\frac{\boldsymbol{u}^2}{c^2}\right] \quad (3\text{-}8)$$

که $c^2=3RT$ و R ثابت گاز هستند. با انجام یک عملیات جبری ساده بین رابطه (1) و (3) و همچنین بین روابط (2) و (4)، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha}\frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = -\frac{f_i - f_i^e}{\tau_f} \quad (9)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + c_{i\alpha}\frac{\partial g_i}{\partial x_\alpha} = -\frac{g_i - g_i^e}{\tau_g} - f_i Z_i \quad (10)$$

واضح است که معادلات (9) و (10) به صورت ضمنی می‌باشند. لذا برای حل مشکل ضمنی بودن این معادلات، توابع توزیع جدیدی به شکل $\tilde{f}_i$ و $\tilde{g}_i$ تعریف می‌شوند [6، 22 و 38]:

$$\tilde{f}_i = f_i + \frac{\Delta t}{2\tau_f}(f_i - f_i^e) \quad (1\text{-}11)$$

$$\tilde{g}_i = g_i + \frac{\Delta t}{2\tau_g}(g_i - g_i^e) + \frac{\Delta t}{2} f_i Z_i \quad (2\text{-}11)$$

در روش شبکه بولتزمن هر گام زمانی شامل دو مرحله برخورد بین ذرات و سپس انتشار آنها در دامنه حل می باشد. این مراحل به صورت همزمان در یک زمان مشخص و با استفاده از متغیرهای جدید $\tilde{f}_i$ و $\tilde{g}_i$ به صورت زیر فرمولبندی می گردند [3 و 22]:

$$\tilde{f}_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}_i\Delta t, t + \Delta t) - \tilde{f}_i(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{\Delta t}{\tau_f + 0.5\,\Delta t}\left[\tilde{f}_i(\boldsymbol{x}, t) - f_i^e(\boldsymbol{x}, t)\right] \quad (12)$$

$$\tilde{g}_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}_i\Delta t, t + \Delta t) - \tilde{g}_i(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{\Delta t}{\tau_g + 0.5\,\Delta t}\left[\tilde{g}_i(\boldsymbol{x}, t) - g_i^e(\boldsymbol{x}, t)\right] - \frac{\tau_g\Delta t}{\tau_g + 0.5\,\Delta t} f_i Z_i \quad (13)$$

اکنون می‌توان متغیرهای ماکروسکوپیک را نیز به شکل زیر محاسبه نمود [22]:

$$\rho = \sum_i \tilde{f}_i \quad (1\text{-}14)$$

$$\rho e = \sum_i \tilde{g}_i - \frac{\Delta t}{2}\sum_i f_i Z_i \quad (2\text{-}14)$$

$$\rho\boldsymbol{u} = \sum_i \boldsymbol{c}_i \tilde{f}_i \quad (3\text{-}14)$$

$$\boldsymbol{q}=\frac{\left(\sum_i \boldsymbol{c}_i \tilde{g}_i-\rho e\boldsymbol{u}-0.5\Delta t\sum_i \boldsymbol{c}_i f_i Z_i\right)\tau_g}{\tau_g+0.5\Delta t} \qquad (4\text{-}14)$$

که $e=RT$ بیانگر انرژی داخلی و $\boldsymbol{q}$ بردار شار گرمایی است. برای مقادیر υ و α نیز خواهیم داشت:

$$\upsilon=\tau_f RT \qquad (1\text{-}15)$$

$$\alpha=2\tau_g RT \qquad (2\text{-}15)$$

معمولا در استفاده از روش شبکه بولتزمن مقدار ضرایب آسایش حرکتی و حرارتی τ_f و τ_g به صورت تجربی به گونه‌ای تخمین زده می شوند که فرایند حل را از واگرایی دور سازند. ولی یافتن این مقادیر تجربی کار بسیار مشکلی است. لذا در کار حاضر و به یک روش خلاقانه و البته آسان، این مشکل حل گردید؛ بگونه ای که مقدار ضرایب آسایش مطلوب در هر حالت فیزیکی مفروض از مساله حاضر، توسط خود برنامه کامپیوتری محاسبه و مورد استفاده قرار می گیرد. در این روش با توجه به تعریف عدد رینولدز $Re=U_0H/\upsilon$ می توان نوشت: $\upsilon=U_0H/Re$ و نیز طبق رابطه (15) داریم که: $\upsilon=\tau_f RT$، لذا اکنون مقدار ضریب آسایش حرکتی به شکل $\tau_f=(U_0H/Re)/RT$ قابل محاسبه می باشد.

در ادامه با دانستن مقدار ویسکوزیته سینماتیک از روش فوق و نیز تعریف عدد پرانتل، می توان مقدار ضریب نفوذ حرارتی را به شکل $\alpha=\upsilon/Pr$ محاسبه نمود. اکنون با معلوم بودن مقادیر τ_f و α می توان به کمک رابطه (15) مقدار ضریب آسایش حرارتی را نیز به شکل $\tau_g=\alpha/2RT$ تخمین زد. در کار حاضر مقادیر حاصل برای ضرایب آسایش حرکتی و حرارتی مثلا برای $Pr=0.7$، برابر هستند با: $\tau_f=0.0735$ و $\tau_g=0.0525$.

3-2- تاثیرات گرانش

معادله بولتزمن در حضور هر نیروی خارجی دلخواه F و بر اساس رابطه (9)، به شکل زیر نوشته می شود [37 و 38]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+c_{i\alpha}\frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha}=-\frac{f_i-f_i^e}{\tau_f}+F \qquad (16)$$

در مقاله حاضر از تقریب بوزینسک به صورت $\rho=\bar{\rho}\left[1-\beta(T-\bar{T})\right]$ استفاده می شود.

بنابراین نیروی شناوری بر واحد جرم به شکل $\boldsymbol{G}=\beta\boldsymbol{g}(T-\bar{T})$ تعریف شده و لذا نیروی خارجی ناشی از نیروی شناوری برابر خواهد بود با [22]: $F=\boldsymbol{G}.(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{u})f^e/RT$.

اکنون شکل باز شده معادله (16) را می توان نوشت:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+c_{i\alpha}\frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha}=-\frac{f_i-f_i^e}{\tau_f}+\frac{\boldsymbol{G}.(\boldsymbol{c}_i-\boldsymbol{u})}{RT}f_i^e \qquad (17)$$

چون در کار حاضر محفظه به صورت شیبدار است و نیز با توجه به جهت های انتخابی برای محور های مختصات (شکل 1 دیده شود)، لذا اثرات گرانش روی هر دو جهت x و y وارد می شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{G}=(G_x,G_y) \qquad (1\text{-}18)$$

$$G_x=\beta|g|(T-\bar{T})\sin\gamma=G\sin\gamma \qquad (2\text{-}18)$$

$$G_y=\beta|g|(T-\bar{T})\cos\gamma=G\cos\gamma \qquad (3\text{-}18)$$

با در نظرگیری همزمان معادلات (12)، (17) و (18) و با جایگزینی $\boldsymbol{u}=(u,v)$ و $\boldsymbol{c}_i=(c_{ix},c_{iy})$، معادله زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}&\tilde{f}_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c}_i\Delta t,t+\Delta t)-\tilde{f}_i(\boldsymbol{x},t)=\\&-\frac{\Delta t}{\tau_f+0.5\Delta t}\left[\tilde{f}_i(\boldsymbol{x},t)-f_i^e(\boldsymbol{x},t)\right]\\&+\left(\frac{\Delta t\tau_f}{\tau_f+0.5\Delta t}\frac{3G(c_{ix}-u)}{c^2}f_i^e\right)\sin\gamma\\&+\left(\frac{\Delta t\tau_f}{\tau_f+0.5\Delta t}\frac{3G(c_{iy}-v)}{c^2}f_i^e\right)\cos\gamma\end{aligned} \qquad (19)$$

در این حالت و با در نظرگیری اثر گرانش و زاویه شیب محفظه و نیز رابطه (14-3)، مقدار سرعت ماکروسکوپیک برابر است با:

$$u=(1/\rho)\sum_i\tilde{f}_i c_{ix}+\frac{\Delta t}{2}G\sin\gamma \qquad (1\text{-}20)$$

$$v=(1/\rho)\sum_i\tilde{f}_i c_{iy}+\frac{\Delta t}{2}G\cos\gamma \qquad (2\text{-}20)$$

در نهایت به طور خلاصه می توان گفت که به ترتیب معادلات (19) و (13) جهت شبیه سازی جریان و انتقال حرارت مورد استفاده قرار می گیرند.

دقت شود که رابطه (19) برای نخستین بار در کار حاضر ارائه شده و حاصل انجام اصلاحاتی روی معادله حرکتی

جریان (رابطه (12)) می باشد به گونه ای که اثرات همزمان گرانش و زاویه شیب محفظه را نیز در آن اعمال کند.

برای محاسبه خواص ماکروسکوپیک جریان نظیر چگالی، دما و شار حرارتی به ترتیب از معادلات (14-1)، (14-2) و (14-4) استفاده می شود. جهت تخمین مقدار مولفه های u و v سرعت ماکروسکوپیک باید از معادله (20) استفاده گردد تا اثر گرانش و زاویه شیب محفظه نیز درنظر گرفته شود.

3-3- شرایط مرزی هیدرودینامیکی

از مدل برگشتی غیرتعادلی که تضمین کننده دبی جرمی صفر در گره روی دیوار است، برای شبیه سازی شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره ها استفاده می‌شود. این مدل از دقت مرتبه دوم بوده و نسبت به مدل معمولی و تقریبا قدیمی برگشتی ساده (bounce back) که از مرتبه یک است، دقت بیشتری خواهد داشت. در مدل برگشتی غیرتعادلی برخورد روی گره هایی رخ می دهد که در مرزهای بین جامد و سیال قرار دارند. همچنین در این مدل توابع توزیع در مسیرهای مناسبی منعکس می‌شوند که شرایط تعادلی را ارضا کنند. جزییات بیشتر در مورد این روش در مرجع [39] قابل مشاهده می باشد. به عنوان مثال برای دیوار غربی محفظه این مدل به شکل زیر توابع توزیع نامعلوم روی دیوار را پیش بینی می‌کند:

$$\rho=\sum_i \tilde{f}_i \Rightarrow \tilde{f}_1+\tilde{f}_5+\tilde{f}_8= \rho_w-(\tilde{f}_0+\tilde{f}_2+\tilde{f}_3+\tilde{f}_4+\tilde{f}_6+\tilde{f}_7) \quad (21)$$

$$u=(1/\rho)\sum_i \tilde{f}_i c_{ix}+\frac{\Delta t}{2}G\sin\gamma \Rightarrow \tilde{f}_1+\tilde{f}_5+\tilde{f}_8=\rho_w U_w+(\tilde{f}_3+\tilde{f}_6+\tilde{f}_7) -\Delta t/2\,\rho_w G\sin\gamma \quad (22)$$

$$v=(1/\rho)\sum_i \tilde{f}_i c_{iy}+\frac{\Delta t}{2}G\cos\gamma \Rightarrow \tilde{f}_5-\tilde{f}_8=\rho_w V_w+(-\tilde{f}_2+\tilde{f}_4-\tilde{f}_6+\tilde{f}_7) -\Delta t/2\,\rho_w G\cos\gamma \quad (23)$$

اندیس w مربوط به میزان یک کمیت روی گره واقع بر دیوار است.

با استفاده از قانون تعادلی عمود بر روی مرز، خواهیم داشت:

$$\tilde{f}_1-\tilde{f}_1^e=\tilde{f}_3-\tilde{f}_3^e \Rightarrow \tilde{f}_1=\tilde{f}_3+\frac{2}{3}\rho_w U_w \quad (24)$$

با جایگزینی معادله (24) در معادله (22) و (23) و انجام یک سری عملیات جبری ساده:

$$\tilde{f}_8=\tilde{f}_6-\frac{\tilde{f}_4-\tilde{f}_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_w U_w -\frac{1}{2}\rho_w V_w+\frac{\Delta t}{4}\rho_w G(\cos\gamma-\sin\gamma) \quad (1\text{-}25)$$

$$\tilde{f}_5=\tilde{f}_7+\frac{\tilde{f}_4-\tilde{f}_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_w U_w +\frac{1}{2}\rho_w V_w-\frac{\Delta t}{4}\rho_w G(\cos\gamma+\sin\gamma) \quad (2\text{-}25)$$

معادلات (24) و (25) به منظور درنظرگیری تاثیرات گرانش و زاویه‌ی شیب بر شرایط مرز هیدرودینامیکی روی دیوار غربی ارائه می‌شوند؛ دیگر معادلات متناظر برای سایر دیوارها نیز به طور مشابه حاصل خواهند شد. به عنوان مثال برای دیوار متحرک بالایی شرط مرزی عدم لغزش به کمک مدل برگشتی غیر تعادلی در طی روندی مشابه آنچه در استنتاج معادله (25) انجام شد، نتیجه می دهد:

$$\tilde{f}_4=\tilde{f}_2-\frac{2}{3}\rho_w V_w \quad (1\text{-}26)$$

$$\tilde{f}_8=\tilde{f}_6-\frac{\tilde{f}_1-\tilde{f}_3}{2}-\frac{1}{6}\rho_w V_w+ \frac{1}{2}\rho_w U_w+\frac{\Delta t}{4}\rho_w G(\cos\gamma-\sin\gamma) \quad (2\text{-}26)$$

$$\tilde{f}_7=\tilde{f}_5-\frac{\tilde{f}_1-\tilde{f}_3}{2}-\frac{1}{6}\rho_w V_w- \frac{1}{2}\rho_w U_w+\frac{\Delta t}{4}\rho_w G(\cos\gamma+\sin\gamma) \quad (3\text{-}26)$$

ارائه مدلهای مذکور (مثلا معادلات (24) و (25) برای دیوار غربی و یا معادله (26) برای دیوار متحرک بالایی) جهت شبیه سازی شرط عدم لغزش روی دیوار، به گونه ای که قابلیت درنظرگیری همزمان اثرات گرانش و زاویه شیب محفظه را نیز داشته باشد از جمله دیگر دستاوردهای جدید مقاله حاضر است.

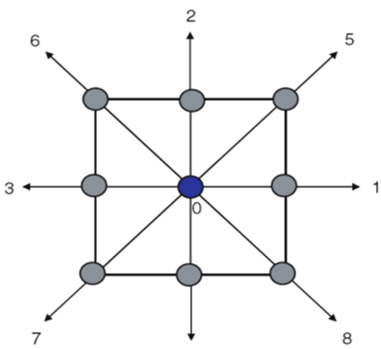
چون ماهیت روش شبکه بولتزمن یک روش مبنا ذره‌ای جهت شبیه سازی جریان گاز تراکم پذیر است لذا به کمک

معادله حالت P=ρRT می توان دامنه فشار را نیز بدست آورد. البته ابتدا بایستی به کمک رابطه (14-1) مقدار چگالی سیال محاسبه گشته و سپس از معادله حالت استفاده شود.

4-3- شرایط مرزی حرارتی

درپوش بالایی و دیوار پایینی در دماهای ثابت ولی متفاوت T_h و T_c نگه داشته می‌شوند. دیوارهای پهلویی نیز عایق کاری شده‌اند. مدل GPTBC برای اعمال شرایط مرزی حرارتی روی این دیوارها استفاده می‌شود. این مدل دارای دقت مرتبه دوم بوده و آنرا دوراتزیو[1] و همکارانش [40] با توسعه مدل شرط مرزی گرمایی هی[2] و همکارانش [22] ارائه نمودند؛ که البته این مدل اخیر، خود بر مبنای مدل شرط مرزی برگشتی غیرتعادلی ژو و هی[3][39] نوشته و ارائه شده است.

مزیت عمده این مدل پایداری مناسبتر آن نسبت به سایر مدلهای ارائه شده پیش از خود، می باشد. به عنوان مثال در این مدل برای درپوش داغ متحرک بالایی می‌توان نوشت:



شکل 2- شبکه D_2Q_9

$$\tilde{g}_{4,7,8} = \rho\left(e+e'\right)\times\left(g^{e}_{4,7,8} / \rho e\right) \qquad (27)$$

که $\rho e' = 2\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3K$ و K نیز مجموع شش تابع توزیع حرارتی معلوم در گره های مجاور دیوار را نشان می‌دهد. e نیز چگالی انرژی حرارتی روی دیوار است.

در این حالت توابع توزیع مجهول برای دیوار بالایی به شکل زیر تخمین زده می‌شوند:

$$\tilde{g}_7 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) [3.0 - 6U_0 + 3.0U_0^2]\frac{1}{36} \qquad (1\text{-}28)$$

$$\tilde{g}_4 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) [1.5 - 1.5U_0^2]\frac{1}{9} \qquad (2\text{-}28)$$

$$\tilde{g}_8 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) [3.0 - 6U_0 + 3.0U_0^2]\frac{1}{36} \qquad (3\text{-}28)$$

شیوه ای مشابه برای دیوار سرد پایین نیز اجرا می شود. لازم به ذکر است که برای اجرای شرط مرزی آدیاباتیک روی دیوارهای پهلویی، باید قید $q_x=0$ به جای q در معادله (14-4) جایگزین شود. به عنوان مثال برای دیوار غربی خواهیم داشت:

$$\sum_i c_{ix}\,\tilde{g}_i = 0.5\,\Delta t \sum_i c_{ix} f_i Z_i \qquad (29)$$

با استفاده از معادله های (27) و (29) برای i=1,5,8، توابع توزیع مجهول به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\rho e' = 3(\tilde{g}_6 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_7) + 1.5\Delta t \sum_i \frac{c_{ix}}{c} f_i Z_i - \rho e \qquad (30)$$

عدد نوسلت در طول دیوارهای بالا و پایین:

$$Nu_X = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)_{Y=0,1} \qquad (1\text{-}31)$$

$$Nu_m = \frac{1}{AR}\int_0^{AR} Nu_X \; dX \qquad (2\text{-}31)$$

4- نتایج

اثر تغییر γ و Pr بر خواص سیال درون محفظه‌ای مایل مطابق شکل 1، به ازای Re=200 در مقادیر مختلف عدد ریچاردسون با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی می-

---
[1] D'Orazio
[2] He
[3] Zou& He

شود. دیوارهای بالایی و پایینی به ترتیب در $Y=1$ و $Y=0$ بوده و دیوارهای پهلویی در $X=0$ و $X=3$ قرار گرفته‌اند. شایان ذکر است که اپراتور برخورد مدل BGK توانایی حل مسائل مختلف به کمک روش شبکه بولتزمن را در محدوده نزدیک تراکم ناپذیری دارد. ازاینرو در کلیه محاسبات همواره باید به این نکته توجه شود که مقدار سرعت مشخصه جریان در حدود 0.15 سرعت صوت درنظر گرفته شود تا فرض تراکم ناپذیری به مخاطره نیافتد. در کار حاضر نیز به این نکته توجه شده و عدد ماخ جریان برابر با 0.17 می باشد. تاثیر مقدار عدد ماخ جریان بر فرایند حل در روش شبکه بولتزمن بسیار مهم است، بطوریکه اگر نکات مذکور در این قسمت مورد توجه قرار نگیرد (ارضای شرط جریان در محدوده نزدیک تراکم ناپذیری)، فرایند حل بسیار مستعد واگرایی خواهد شد.

4-1- بررسی استقلال شبکه و اعتبار سنجی

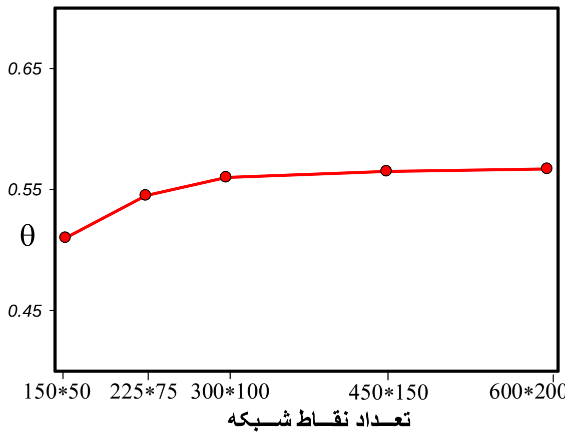
جهت بررسی استقلال شبکه، محاسبات برای محفظه در حالت افقی انجام شد. مقدار Nu_m درپوش و نیز مقادیر بدون بعد سرعت افقی و عمودی (U و V) و دمای بی بعد θدر $X=1.5$ و $Y=0.5$ (مرکز محفظه) برای سه شبکه 300×100 و 450×150 و 600×200 محاسبه گردید. نتایج حاصل در جدول 1 برای $Ri=0.1$، $Re=200$ و $Pr=0.7$ گزارش شده است. به علت تفاوت اندک بین داده‌های حاصل، شبکه 150×450 برای ادامه محاسبات، مناسب شناخته شد.

در جهت نمایش بهتر بررسی استقلال شبکه، در شکل 3 این فرایند به صورت نموداری و به ازای دمای نقطه‌ای مرکز محفظه، θ(1.5,0.5)، نمایش داده می‌شود. برای اعتبار سنجی کد کامپیوتری مورد استفاده نیز سه مساله متفاوت بررسی گردید. اولین مورد شبیه‌سازی جریان آزاد در یک محفظه مربعی با دیوارهای جانبی دما ثابت و دیوارهای افقی عایق است که توسط دیویس[1] [41] گزارش شده است. مقدار بیشینه سرعت افقی (به همراه محل وقوع آن) و نیز عدد نوسلت متوسط برای Ra های مختلف از 10^4 تا 10^6 و $Pr=0.7$ در جدول 2 ارائه شده و خطای بسیار کمی نیز بین نتایج مشاهده می‌شود.

مورد دوم جهت اعتبار سنجی، مسئله‌ی جابجایی توامی است که ایواتسو[2] و همکارانش[42] آن را بررسی کرده‌اند و شامل محفظه‌ای مربعی است که از دیواره‌ای گرم و متحرک در بالا و دیوارهای سرد و ساکن در پایین تشکیل می‌شود. مقایسه پروفیلهای U و T در طول خط مرکزی عمودی به ازای $Gr=10^4$و $Re=400$ در شکل 4 نشان داده می‌شود.

جدول 1- بررسی استقلال شبکه به ازای $Ri=0.1$ و $Re=200$ و $Pr=0.7$ در $X=1.5$ و $Y=0.5$

	تعداد نقاط شبکه		
	600×200	450×150	300×100
U	-0.194	-0.195	-0.197
V	0.067	0.066	0.063
θ	0.567	0.564	0.560
Nu_m	2.382	2.367	2.331



شکل 3- استقلال شبکه برای دمای بی بعد در مرکز محفظه به ازای $Ri=0.1$ و $Re=200$ و $Pr=0.7$

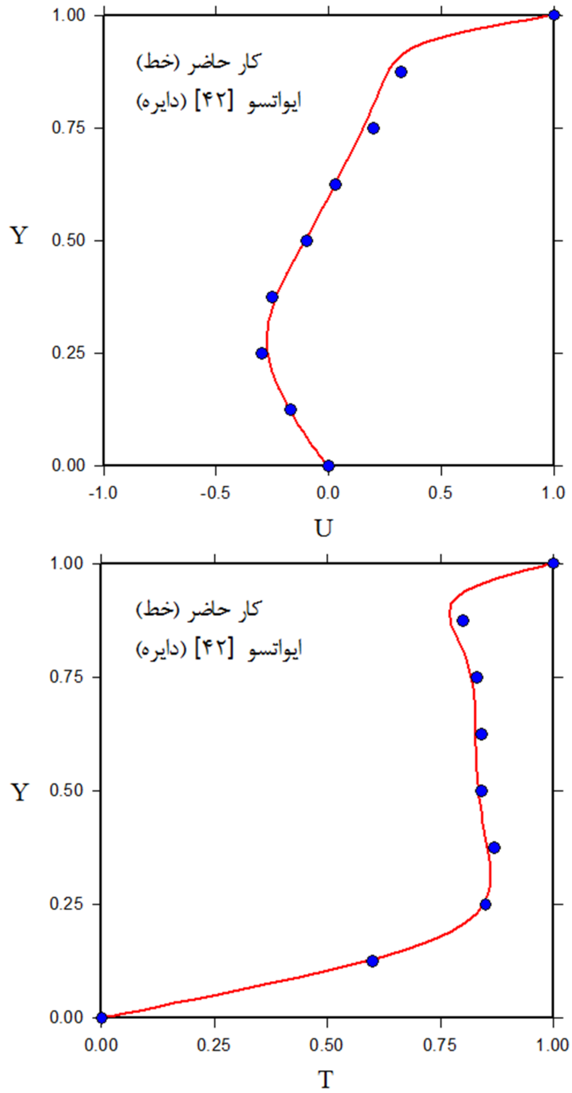
آخرین مورد برای اعتبار سنجی، شبیه سازی جابجایی توام جریان سیال در کانالی عمودی (جهت x) است که هابچی و آچاریا[3] [43] ارائه داده‌اند. دیواره‌ی گرم سمت راست دارای دمای T_hدر $y=0$ بوده و دیواره‌ی سمت چپ در $y=1$، آدیاباتیک فرض می‌شود. یک مانع گرم به طول L نیز، به دیوار سمت راست چسبیده است. دمای سیال سرد ورودی

[1] Davis

[2] Iwatsu

[3] Habchi&Acharya

برابر T_c می‌باشد. پروفیل دمای بی بعـد $\theta=(T-T_0)/(T_h-T_0)$ به ازای 5 , $Gr/Re^2=0.1$ در مقطع کانال برابر $x/L=0.77$ و مقدار $Pr=0.7$، $Ra=10^5$ در شکل 5 ارائه شده و توافق خوبی هم بین داده‌ها مشاهده می‌شود.



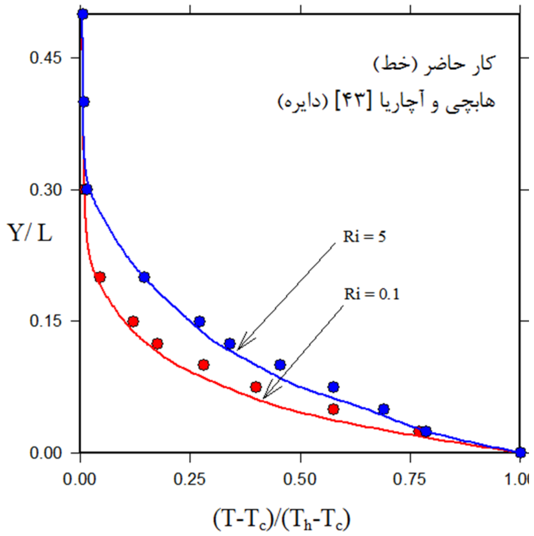
شکل 4- مقایسه پروفیلهای U و T در طول خط مرکزی عمودی به ازای $Gr=10^4$ و $Re=400$ با نتایج ایواتسو و همکاران [42]

4-2- تاثیر زاویه شیب محفظه

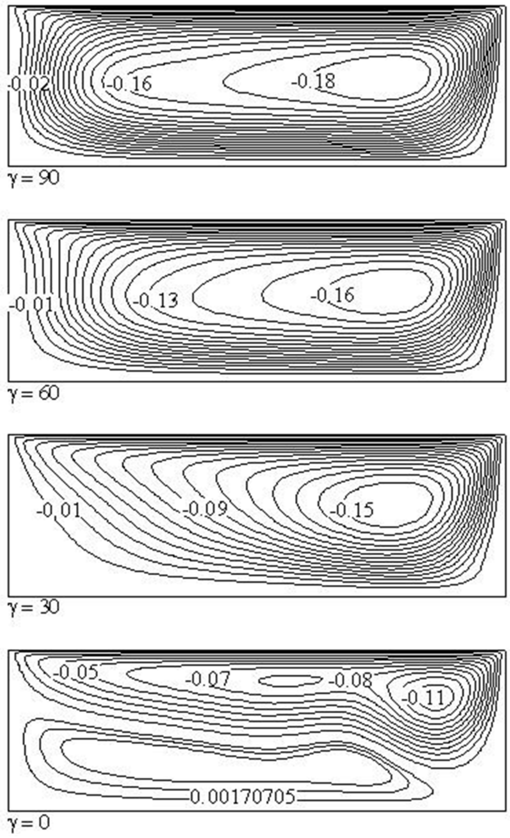
برای نشان دادن اثر γ بر میدان جریان و انتقال گرما، در شکل 6 خطوط جریان و خطوط همدما به ازای $\gamma=0,30,60,90^o$ برای حالت $Ri=1$ و $Pr=0.7$ ترسیم شده است. به علت تنش برشی وارده از درپوش متحرک، یک سلول چرخشی ساعتگرد در جریان سیال تولید می‌شود که سیال داغ را به بخش های پایین تر فضای محفظه منتقل می‌کند. این امر خود منجر به تولید گرادیان فشار مطلوب عمودی و در نتیجه تولید نیروهای شناوری گشته که این بار سیال داغ را به بخش های بالاتر می‌راند. ترکیب همزمان این دو مکانیزم انتقال گرما ناشی از حرکت درپوش و نیروهای شناوری، منجر به تولید حرکتهای جابجایی توام می‌شود.

جدول 2- مقایسه نتایج مربوط به جابجایی آزاد در محفظه با نتایج دیویس [41] در $Pr=0.7$ و Raهای متفاوت. U_{max}/V^* بیانگر سرعت افقی ماکزیمم در $x/L=0.5$. موقعیت مکانی هر یک (y/H)، در پرانتز

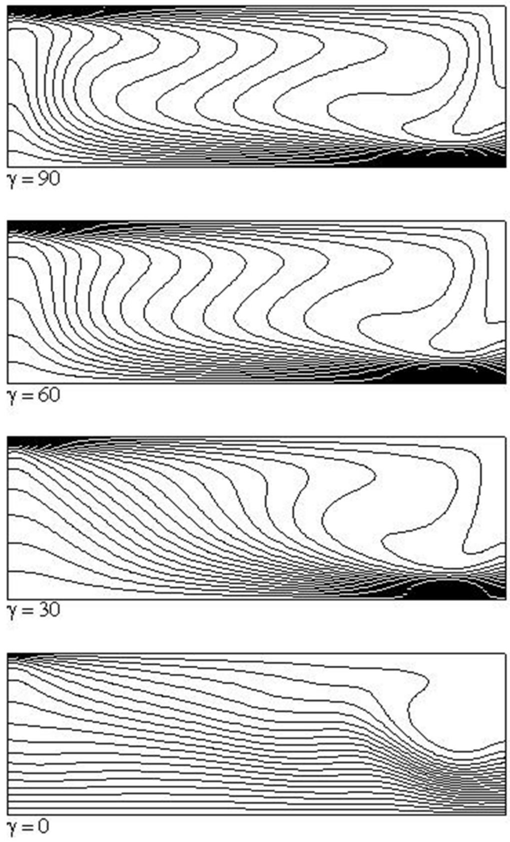
Ra	Nu_m دیویس [41]	Nu_m کارحاضر	U_{max}/V^* (y/H) دیویس [41]	U_{max}/V^* (y/H) کار حاضر
10^4	2.243	2.210	16.178 (0.823)	15.951 (0.817)
10^5	4.519	4.456	34.730 (0.855)	34.239 (0.851)
10^6	8.800	8.756	64.630 (0.850)	64.088 (0.846)



شکل 5- مقایسه دمای بی بعد با نتایج هابچی و آچاریا [43] در مقطع $X/L=0.77$ به ازای $Pr=0.7$ و $Ra=10^5$.



شکل 6- الف- خطوط جریان به ازای γ=0,30,60,90° برای Ri=1 و Pr=0.7



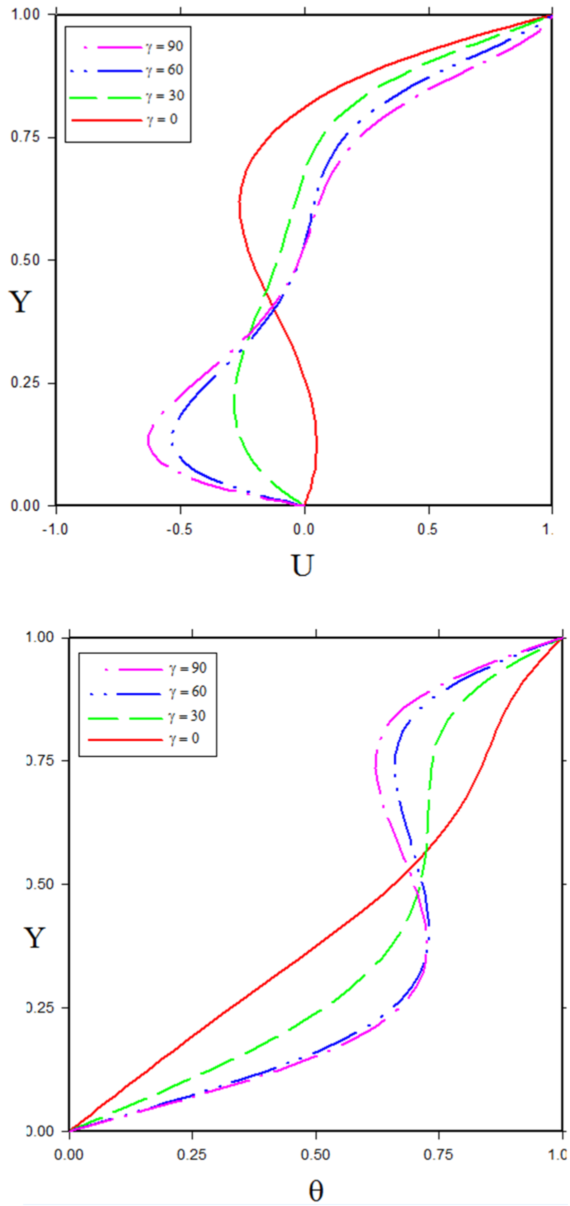
شکل 6-ب- خطوط همدما به ازای γ=0,30,60,90° برای Ri=1 و Pr=0.7

در حالت حاکمیت جابجایی اجباری (Ri=0.1) تنها یک سلول قدرتمند وجود دارد که تقریبا تمامی فضای محفظه را پوشش می‌دهد؛ با افزایش γ قدرت این سلول به آرامی افزایش یافته و تاثیرات مهم دیگری مشاهده نمی‌شود. ولی در شکل 6 دیده می‌شود که در حالت حاکمیت جابجایی توام (Ri=1)، دو سلول مجزا فضای محفظه را تحت تاثیر قرار می‌دهند.

البته قدرت سلول بالایی بسیار بیشتر است و با افزایش زاویه شیب، کم کم این دو سلول با یکدیگر ترکیب می‌گردند. در ادامه در شکل 7 پروفیل سرعت افقی بدون بعد U و پروفیل دمای بدون بعد θ در طول خط مرکزی عمودی محفظه در x/H=1.5 برای Ri=1 و Pr=0.7 در زاویه‌های متفاوت، نشان داده می‌شود. مشاهده می‌شود که در Y=0، مقدار U صفر است و در Y=1، پروفیل U به سمت سرعت درپوش میل می‌کند. افزایش γ منجر به افزایش مقدار مطلق U در محدوده 0<Y<0.3 خواهد شد. به ازای γ=0 پروفیل دما تقریباً به صورت خطی از صفر (برابر با درجه حرارت بی بعد دیواره سرد در Y=0) به درجه حرارت دیواره گرم در Y=1 میل می‌کند. زاویه شیب بزرگتر به اختلاف دمای کمتری در منطقه مرکزی محفظه (هسته سلول چرخشی) منجر می‌شود.

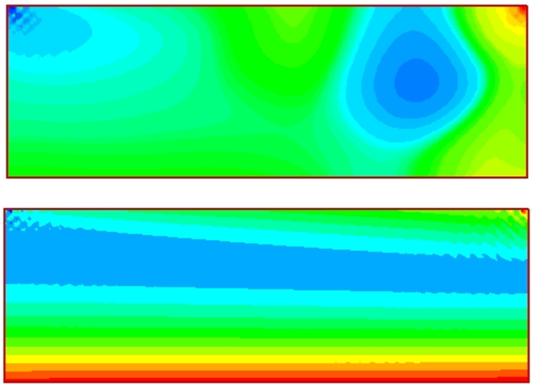
لایه‌های مرزی حرارتی نازک در طول دیواره‌های بالایی و پایینی نیز می‌تواند به علت تغییرات زیاد دما در نزدیکی این دیوارها باشد. به ازای γ=60 و γ=90 مقادیر دما در Y=0.3 بالاتر از مقادیر متناظر آن در Y=0.75 است، با وجود اینکه دیواره‌ی سرد پایینی به محدوده Y=0.3 نزدیکتر است. این پدیده فیزیکی گرادیان مطلوب حرارتی را برای تولید نیروهای شناوری در این مناطق به تصویر می‌کشد. در Riهای بالاتر، γ

بزرگتر مقدار مطلق U همجوار با دیوارهای بالایی و پایینی را افزایش می‌دهد؛ بطوریکه به ازای Ri=10 و γ=90 مقدار U_{max} در این نواحی از مقدار سرعت حرکت درپوش نیز بیشتر خواهد شد.



شکل 7- پروفیل سرعت افقی بدون بعد U و دمای بدون بعد θ در طول خط مرکزی عمودی محفظه در x/H=1.5 برای Pr=0.7 و Ri=1

در ادامه در شکل 8 کانتورهای فشار به ازای Ri=0.1 (بالا) و Ri=10 (پایین) و برای حالت Pr=0.7 و γ=0 نشان داده می شود.

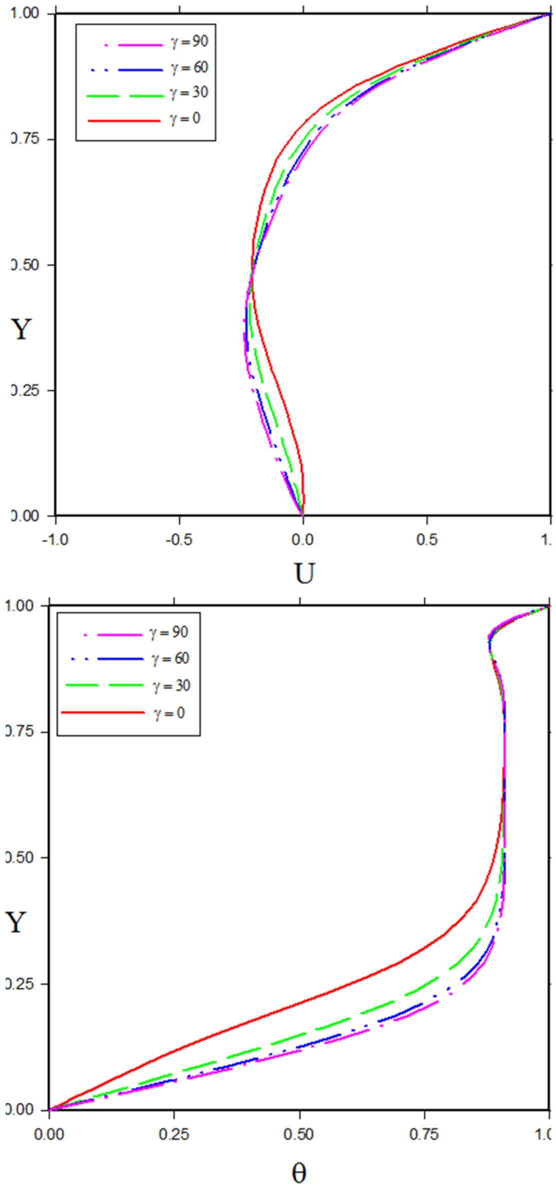


شکل 8- کانتورهای فشار به ازای Ri=0.1 (بالا) و Ri=10 (پایین) و برای حالت Pr=0.7 و γ=0.

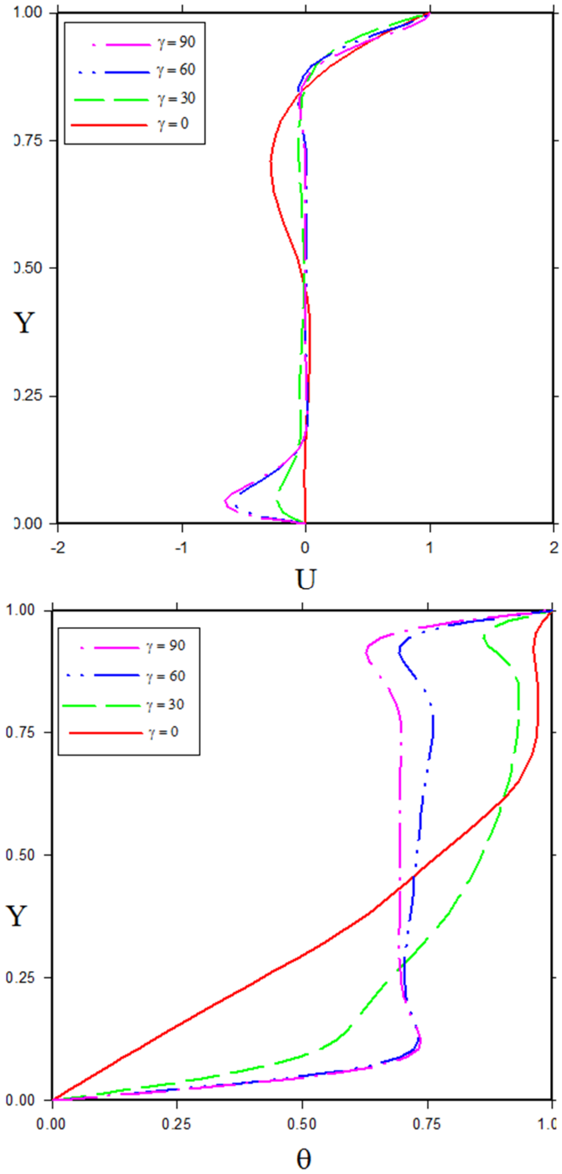
3-4- تاثیر عدد پرانتل

در بخش 4-2 مقدار عدد پرانتل برابر با Pr=0.7 در نظر گرفته شده است. ولی در این بخش، اثر تغییر عدد پرانتل به شرح Pr=0.07 و Pr=7 مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل 9 مقادیر پروفیل‌های U و θ را به ازای Ri=0.1 و Pr=7 نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که بیشترین تغییرات دما در بخش-های پایین‌تر محفظه (Y<0.25) رخ می‌دهد، که نسبت به نتایج مربوط به بخش قبلی متفاوت است. این منطقه از درپوش بالایی دور است، بنابراین ویژگی های آن بیشتر به نیروهای شناوری وابسته است تا حرکت‌های درپوش. افزایش γ نیز منجر به اعمال تاثیرات بیشتری بر روی پروفیل دما در این منطقه می‌شود.

در شکل 10 پروفیل U و θ به ازای Ri=10 و Pr=7 ارائه می‌گردد. به خوبی دیده می‌شود که مقدار بیشتر Pr منجر به U_{max} بزرگتر در حالت حاکمیت جابجایی آزاد خواهد شد. در شکل 11 نیز مقدار عدد نوسلت متوسط، Nu_m، بر حسب γ و به ازای Ri=0.1,1,10 و Pr=0.07,0.7,7 ترسیم شده است. در حالت γ=0 مقدار عدد نوسلت با افزایش Ri کاهش می-یابد، که ناشی از نقش ضعیف جابجایی آزاد در انتقال حرارت در محفظه افقی است.



شکل 9- پروفیل‌های U و θ در طول خط مرکزی عمودی محفظه در x/H=1.5 برای Ri=0.1 و Pr=7



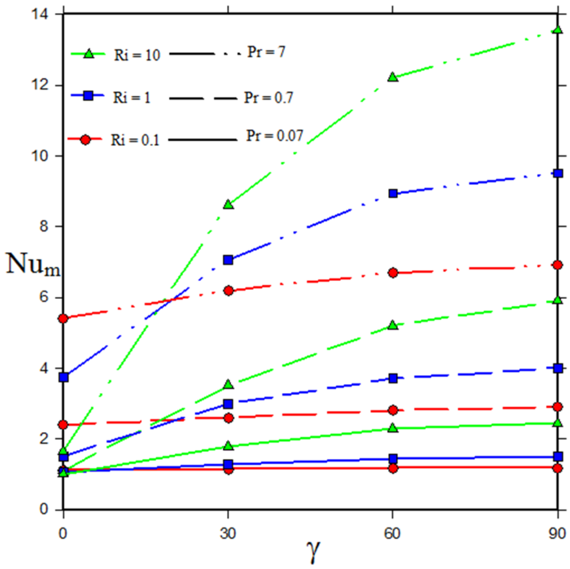
شکل 10- پروفیل‌های U و θ در طول خط مرکزی عمودی محفظه در x/H=1.5 برای Ri=10 و Pr=7

در سایر مقادیر زاویه شیب، $\gamma=30,60,90$، به ازای Ri=0.1، مقدار Nu_m با γ به طور ملایمی افزایش می‌یابد؛ البته به ازای Ri>1، این افزایش با نرخ بیشتری روی خواهد داد. همچنین مقدار بیشتر Pr، مخصوصاً در مقادیر بالاتر Ri و γ، منجر به مقدار بزرگتری برای Nu_m خواهد شد؛ بطوریکه مقدار عدد نوسلت متوسط به ازای Pr=7 و Ri=10 و γ=90 (بیشترین مقادیر مفروض برای این 3 کمیت در کار حاضر) تقریبا 7 برابر افزایش خواهد داشت.

در انتها بر اساس نتایج حاصل از کار حاضر، رابطه زیر جهت تخمین مقدار عدد نوسلت متوسط محفظه بر حسب Ri، Pr و γ پیشنهاد می‌گردد؛ شایان ذکر است که این رابطه

به صورت تجربی و بر اساس برازش کامپیوتری داده های موجود در شکل 11 حاصل شده است.

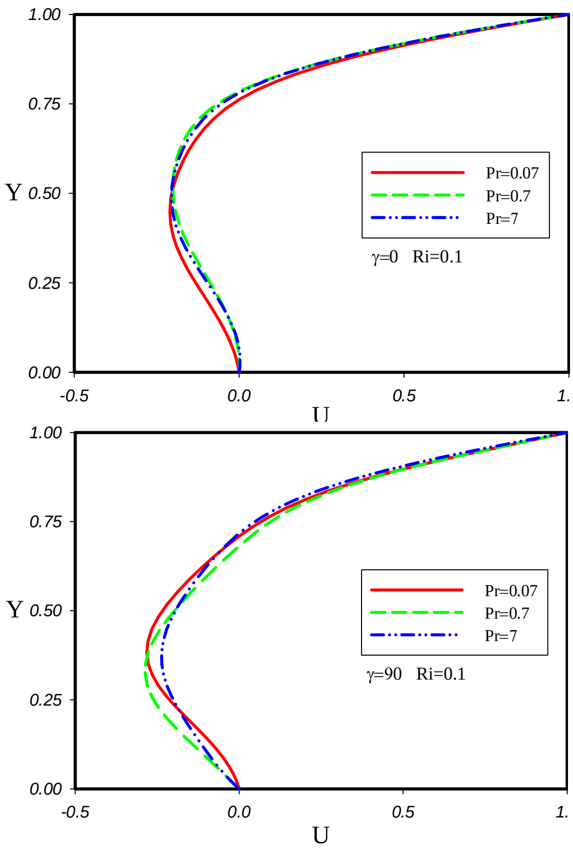
$$Nu_m = 0.2364 + 2.957\,Ri^{0.2522}\,Pr^{0.3277}\,\gamma^{0.5074} + 1.637\,Ri^{-0.1629}\,Pr^{0.3344} - 0.8402\,\gamma^{0.4872} \qquad (32)$$



شکل11- Nu_m بر حسب γ، Ri و Pr

رابطه فوق در محدوده $0^o<\gamma<90^o$ و $0.07<Pr<7$ و $0.1<Ri<10$ و به ازای Re=200 و AR=3 دارای دقت بسیار مطلوبی بوده و نتایج آن با داده‌های شکل 11 نیز تطابق بسیار مطلوبی دارد. در ادامه و جهت بررسی اثر عدد پرانتل بر پروفیل سرعت، مقدار U بر حسب Pr به ازای Ri=0.1، Ri=10 و نیز $\gamma=0$ و $\gamma=90$ در شکل‌های 12 و 13 نشان داده می شود.

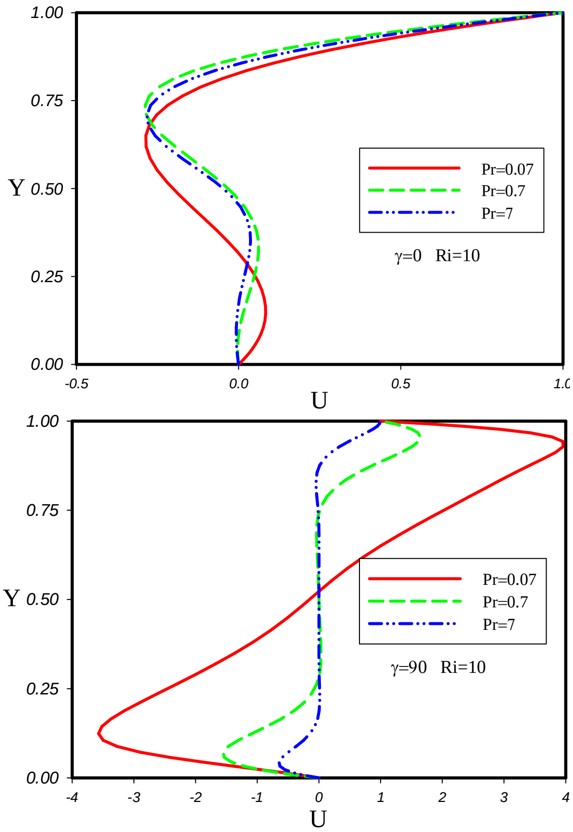
شکل 12 به خوبی دلالت بر عدم اثر مهم عدد پرانتل بر پروفیل سرعت در حالت حاکمیت جابجایی اجباری (Ri=0.1) دارد. به این معنی که نمودارهای حاصل به ازای Pr=0.07, Pr=0.7, Pr=7 تا حد زیادی به یکدیگر شبیه می باشند؛ همچنین در این حالت، تغییر زاویه شیب محفظه γ نیز تاثیر چندان مهمی بر مقدار U ندارد. در حالیکه شکل 13 به طور محسوسی بیانگر تاثیر مهم عدد پرانتل بر مقدار سرعت در حالت حاکمیت جابجایی آزاد (Ri=10) است. بطوریکه به ازای Pr=0.07، مقدار دامنه سرعت در مجاورت دیوارهای بالا و پایین تا حدود چهار برابر سرعت درپوش نیز خواهد رسید.



شکل12- پروفیل سرعت U بر حسب Pr به ازای Ri=0.1

5- نتیجه گیری

به کمک روش شبکه بولتزمن گرمایی، جابجایی توام سیال در محفظه مایل بررسی شد. گرانش و زاویه‌ی شیب محفظه، مولفه های سرعت را دستخوش تغییر کرده و لذا برای استفاده از روش شبکه بولتزمن، جمله برخورد معادله بولتزمن، فرآیند محاسبه خواص ماکروسکوپیک جریان و مدل شرایط مرزی هیدرودینامیکی اصلاح شدند تا اثرات نیروهای شناوری، زاویه‌ی شیب و حرکتهای اجباری به طور همزمان مد نظر قرار گیرند. در ادامه همچنین رابطه‌ای نیز جهت محاسبه عدد نوسلت متوسط به عنوان تابعی از Ri، Pr و γ ارائه گردید. مشاهده شد که به ازای Pr=0.7، با افزایش γ پارامترهای حرکتی و حرارتی جریان تغییرات بیشتری خواهند داشت.



شکل13- پروفیل سرعت U بر حسب Pr به ازای Ri=10

همچنین به ازای 90 , γ=60 و Ri=10، مقدار مطلق U در مجاورت دیواره های بالایی و پایینی، می‌تواند بالاتر از مقدار سرعت درپوش (U_0)، نیز باشد.

به ازای Ri=10 (حاکمیت جابجایی آزاد) مقدار عدد پرانتل تاثیر بسیار مهمی بر پروفیل سرعت U دارد بطوریکه به ازای Pr=0.07، مقدار دامنه سرعت در مجاورت دیوارهای بالا و پایین تا حدود چهار برابر سرعت درپوش نیز خواهد رسید. البته به ازای Ri=10 می توان از اثر تغییر Pr و γ بر شکل پروفیل سرعت U، صرفنظر نمود. در حالت حاکمیت جابجایی آزاد، تغییر γ بر خواص جریان و انتقال گرما اثر زیادتری می‌گذارد. به ازای γ=0 بیشینه‌ی مقدار Nu_m در Ri=0.1 حاصل شد، ولی در زاویه‌های انحراف بزرگتر، این بیشینه مقدار در Ri=10 رخ می‌دهد.

مقدار Nu_m با افزایش Pr، افزایش می‌یابد، مخصوصاً در مقادیر بالاتر Ri. در نهایت می‌توان ادعا نمود برای دستیابی به بیشترین نرخ انتقال حرارت در حالت γ=0 (محفظه افقی) و یا به ازای $\gamma>30^o$ (محفظه شیبدار)، مکانیزم غالب انتقال گرما به ترتیب باید جابجایی اجباری و جابجایی آزاد باشد.

6- ضمایم

الف- اثبات رابطه (12):

اپراتور برخورد BGK برای مراحل برخورد و پخش به صورت زیر تعریف شده است [36]:

$$\Omega(f_i) = -\frac{f_i(x,t)-f_i^e(x,t)}{\tau_f} = -\frac{\Delta t}{2\tau_f}[f_i(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)- f_i^e(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)] - \frac{\Delta t}{2\tau_f}[f_i(x,t)-f_i^e(x,t)] \tag{33}$$

با جایگذاری معادله (33) در معادله بولتزمن (9) و با درنظرگیری مراحل برخورد و پخش در زمان مفروض t خواهیم داشت:

$$f_i(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)-f_i(x,t) = -\frac{\Delta t}{2\tau_f}[f_i(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)- f_i^e(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)] - \frac{\Delta t}{2\tau_f}\left[f_i(x,t)-f_i^e(x,t)\right] \tag{34}$$

با یک عملیات جبری ساده از معادله (11) خواهیم داشت:

$$f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5\Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5\Delta t} \tag{35}$$

جایگزینی رابطه فوق در معادله (34) و سپس ساده و مرتب سازی آن:

$$\tilde{f}_i(x+c_i\Delta t,t+\Delta t)-\tilde{f}_i(x,t) = -\frac{\Delta t}{\tau_f+0.5\,\Delta t}\left[\tilde{f}_i(x,t)-f_i^e(x,t)\right] \tag{36}$$

ب- اثبات رابطه (19):

تابع توزیع $\tilde{f}_i$ در حضور نیروی خارجی F به شکل زیر نوشته می شود [22]:

$$\tilde{f}_i = f_i + \frac{\Delta t}{2\tau_f}(f_i - f_i^e) - \frac{\Delta t}{2}F \tag{37}$$

گفته شد که در تقریب بوزینسک نیروی خارجی F به شکل $F=\boldsymbol{G}.(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{u})f^e/RT$ نوشته می‌شود که بیانگر نیروی شناوری است [22]. با جایگزینی F در معادله (37) و سپس مرتب سازی معادله حاصل برای f_i، خواهیم داشت:

$$f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5\Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5\Delta t} + \frac{0.5\Delta t\,\tau_f}{\tau_f + 0.5\Delta t}\frac{\mathbf{G}.(\mathbf{c_i}-\mathbf{u})}{RT} f_i^e \qquad (38)$$

از شکل باز شده رابطه فوق در جهات x و y می توان نوشت:

$$f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5\,\Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5\,\Delta t} + \left(\frac{0.5\,\Delta t\,\tau_f}{\tau_f + 0.5\,\Delta t}\frac{G(c_{ix}-u)}{RT} f_i^e\right)\sin\gamma + \left(\frac{0.5\,\Delta t\,\tau_f}{\tau_f + 0.5\,\Delta t}\frac{G(c_{iy}-v)}{RT} f_i^e\right)\cos\gamma \qquad (39)$$

قراردادن معادله فوق در رابطه (34) و سپس ساده و مرتب سازی آن نتیجه می دهد:

$$\tilde{f}_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c}_i\Delta t, t+\Delta t) - \tilde{f}_i(\boldsymbol{x},t) = -\frac{\Delta t}{\tau_f + 0.5\Delta t}\left[\tilde{f}_i(\boldsymbol{x},t) - f_i^e(\boldsymbol{x},t)\right] + \left(\frac{\Delta t\,\tau_f}{\tau_f + 0.5\Delta t}\frac{3G(c_{ix}-u)}{c^2} f_i^e\right)\sin\gamma + \left(\frac{\Delta t\,\tau_f}{\tau_f + 0.5\Delta t}\frac{3G(c_{iy}-v)}{c^2} f_i^e\right)\cos\gamma \qquad (40)$$

مراجع

[1] Grucelski A, Pozorski J (2012) Lattice Boltzmann simulation of fluid flow in porous media of temperature-affected geometry. Jof Theoretical and Applied Mech50: 193–214.

[2] Kefayati G, Hosseinizadeh S, Gorji M, Sajjadi H (2011) Lattice Boltzmann simulation of natural convection in tall enclosures using water/SiO2 nanofluid. Int Communications in Heat and Mass Transfer 38: 798–805.

[3] Peng Y, Shu C, Chew YT (2003) Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows. Physical Review E 68: 026701-1-8.

[4] Yang YT, Lai FH (2011) Numerical study of flow and heat transfer characteristics of alumina-water nanofluids in a microchannel using the lattice Boltzmann method. Int Communications in Heat and Mass Transfer 38: 607–614.

[5]Kandlikar SG, Garimella S, Li D, Colin S, King M (2006) Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels. First ed., Britain: Elsevier.

[6] Karimipour A, HosseinNezhad A, D'Orazio A, Shirani E (2012) Investigation of the gravity effects on the mixed convection heat transfer in a microchannel using lattice Boltzmann method. Int Journal of Thermal Sciences 54: 142–152.

[7] Niu XD, Shu C, Chew YT (2007) A thermal lattice Boltzmann model with diffuse scattering boundary condition for micro thermal flows. Comput Fluids 36: 273–281.

[8] Tian Z, Chen S, Zheng CG (2010) Lattice Boltzmann simulation of gaseous finite-Knudsen microflows. Int J Mod Phys 21: 769–783.

[9] Chen H, Chen S, Mathaaeus WM (1992) Recovery of the Navier-Stokes equations using a lattice-gas Boltzmann method. Physical Review A 45: 5339–5342.

[10] Chen S, Doolen G (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. Annual Rev Fluid Mech 30: 329–364.

[11] Oran ES, Oh CK, Cybyk BZ (1998) Direct Simulation Monte Carlo: Recent Advances and Applications. Ann Rev Fluid Mech 30: 403–441.

[12] نظری م، شکری ح (1392) جابه‌جائی آزاد در محفظه‌های نیم بیضی با نسبت شعاعی متغیر به روش بولتزمن شبکه‌ای، مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس 13(10): 1-13.

[13] Mohamad AA (2011) Lattice Boltzmann Method Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes.Springer, Canada.

[14] He X, Luo LS (1997) Lattice Boltzmann Model for the Incompressible Navier-Stokes Equation. J of Statistical Phy 88: 927–944.

[15] Buick JM, Greated CA (2000) Gravity in a lattice Boltzmann model. Phys Review E 61: 5307–5319.

[16] نظری م، کیهانی م ح، انارکی حاجی باقری آ (1392) مقایسه انتقال حرارت در یک محفظه بسته دارای لایه متخلخل عمودی و افقی به روش شبکه بولتزمن، مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس 13(8): 93-107.

[17] نظری م، کیهانی م ح، شکری ح (1392) روش بولتزمن‌شبکه‌ای برای مدلسازی محفظه‌های با مرز مایل و متحرک، مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس 13(5): 117-129.

[18] Kao PH, Yang RJ (2008) An investigation into curved and moving boundary treatments in the

lattice Boltzmann method. Journal of Computational Physics 227: 5671–5690.

[19] Peng G, Xi H, Duncan C, Chou SH (1999) Finite volume scheme for the lattice Boltzmann method on unstructured meshes. Phys Rev E 59: 4675–4682.

[20] Cheng M, Hung KC (2002) Lattice Boltzmann method on nonuniform mesh. Recent Advances In Computational Science And Engineering: 196–199.

[21] Ubertini S, Succi S (2008) A Generalised Lattice Boltzmann Equation on Unstructured Grids.Communications in Computational Physics 3: 342–356.

[22] He X, Chen S, Doolen G (1998) A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit. J of Comp Phys 146: 282–300.

[23] Guo Z, Zheng C, Shi B, Zhao TS (2007) Thermal lattice Boltzmann equation for low Mach number flows: Decoupling model. Phys Rev E 75: 1–15.

[24] Mezrhab A, Jami M, Abid C, Bouzidi M, Lallemand P (2006) Lattice-Boltzmann modelling of natural convection in an inclined square enclosure with partitions attached to its cold wall. Int J of Heat and Fluid Flow 27: 456–465.

[25] Jafari M, Naysari A, Bodaghi K (2011) Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Open Ended Cavity. World Academy of Science Engineering and Technology 78: 493–498.

[26] Sharif MAR (2007) Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom. Applied Thermal Engineering 27: 1036–1042.

[27] Basak T, Roy S, Sharma PK, Pop I (2009) Analysis of mixed convection flows within a square cavity with linearly heated side wall(s). Int J of Heat and Mass Transfer 52: 2224–2242.

[28] Sivasankaran S, Sivakumar V, Prakash P (2010) Numerical study on mixed convection in a lid-driven cavity with non-uniform heating on both sidewalls. Int J of Heat and Mass Transfer 53: 4304–4315.

[29] Kao PH, Yang RJ (2007) Simulating oscillatory flows in Rayleigh–Bénard convection using the lattice Boltzmann method. Int J of Heat and Mass Transfer 50: 3315–3328.

[30] Parmigiani A, Huber C, Chopard B, Latt J, Bachmann O (2009) Application of the multi distribution function lattice Boltzmann approach to thermal flows. EurPhys J Special Topics 171: 37–43.

[31] Guo Y, Bennacer R, Shen S, Ameziani D, Bouzidi M (2010) Simulation of mixed convection in slender rectangular cavity with lattice Boltzmann method. Int J of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 20: 130–148.

[32] Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K (2011) Lattice Boltzmann simulation of mixed convection heat transfer in eccentric annulus. Int Communications in Heat and Mass Transfer 38: 1135–1141.

[33] Du HY, Chai ZH, Shi BC (2011) Lattice Boltzmann study of mixed convection in a cubic cavity. CommunTheorPhys 56: 144–150.

[34] Rosdzimin ARM, Zuhairi SM, Azwadi CSN (2010) Simulation of mixed convective heat transfer using lattice Boltzmann method.Int J of Automotive and Mechanical Engineering 2: 130–143.

[35] Qian Y, Humières D, Lallemand P (1992) Lattice BGK models for Navier–Stokes equation. EurophysLett 17: 479–484.

[36] Bhatnagar PL, Gross EP, Krook M (1954) A model for collision process in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component system. Phys Rev 94: 511–1954.

[37] Kuznik F, Vareilles J, Rusaouen G, Krauss G (2007) A double-population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity. International Journal of Heat and Fluid Flow 28: 862–870.

[38] D’Orazio A, Corcione M, Celata G (2004) Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition. Int J of Thermal Science 43: 575–586.

[39] Zou Q, He X (1997) On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. Phys Fluids 9: 1591–1598.

[40] D’Orazio A, Succi S, Arrighetti C (2003) Lattice Boltzmann simulation of open flows with heat transfer. Phys of Fluids 15: 2778-2780.

[41] Davis GV (1983) Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. Int J Numer Methods Fluids 3: 249–264.

[42] Iwatsu R, Hyun JM, Kuwahara K (1993) Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient. Int J Heat Mass Transfer 36: 1601–1608.

[43] Habchi S, Acharya S (1986) Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel. Int J Heat Mass Transfer 29: 1711–1722.