



## بررسی اثرات نامتقارنی سطح مقطع بر رفتار ارتعاشی نانوتشدیدگر غیرخطی در شرایط تشدید داخلی

نرجس قائمی<sup>۱</sup>، امین نیکوبین<sup>۲\*</sup>، محمد رضا آشوری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۲۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۱۴

### چکیده

میکرو/نانوتشدیدگرها دستگاه‌هایی بسیار ظریف با ابعاد بسیار کوچک هستند. لذا هرگونه عیب و ایراد ناشی از فرآیند ساخت و اجرای آزمایشگاهی می‌تواند منجر به تغییرات اساسی در رفتارهای ارتعاشی آنها شود. در این مطالعه، معادلات کلی حاکم برای یک میکرو تیر (نانو لوله) دوسر گیردار با سطح مقطع نامتقارن که به صورت یک سطح مقطع بیضوی مدل شده است و تحت تحریک خارجی قرار گرفته است، استخراج می‌شود. سپس، با حذف نامتقارنی و فرض دایروی بودن سطح مقطع، معادلات فرکانسی لازم جهت تحلیل رفتارهای خطی و غیرخطی به روش مقیاس‌های زمانی چندگانه استخراج می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها تطابق خوبی با مراجع آزمایشگاهی موجود در ادبیات دارد. نهایتاً با اعمال نامتقارنی در سطح مقطع تشدیدگر، سیستم از یک مدل ایده‌آل به یک مدل واقعی‌تر سوق داده شده و اثر سطح مقطع نامتقارن در ایجاد، تعدیل و حذف تشدید داخلی مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد. در پایان مزایا و معایب ناشی از نامتقارنی‌ها تشریح می‌گردد و راه کارهایی جهت رسیدن به مدل‌های بدیع‌تر، کامل‌تر و با بازدهی بالاتر تبیین می‌گردد.

**کلمات کلیدی:** میکرو/نانوتشدیدگرهای مکانیکی؛ کوپلینگ مودال داخلی؛ تشدید داخلی؛ روش مقیاس‌های زمانی چندگانه؛ تشدیدگر نامتقارن.

## Investigating the effects of cross section asymmetry on the vibration behavior of the nonlinear nanoresonator under internal resonance conditions

N. Ghaemi<sup>1</sup>, A. Nikoobin<sup>2\*</sup>, M.R. Ashory<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Student, Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

### Abstract

Since resonant micro/nanoresonators are very delicate devices with very small dimensions, therefore, any defects and faults caused by the process of manufacturing and laboratory implementation can lead to fundamental changes in their vibration behaviors. Therefore, the effects of the mentioned disadvantages should be considered as much as possible to obtain more accurate sensors with higher efficiency. In this study, a general model of a doubly clamped microbeam (nanotube) with asymmetric cross-section with external excitation is considered. Then, linear and non-linear behaviors of an ideal nanotube with circular cross section are investigated. The results of the simulations indicate a good agreement with the experimental references available in the literature. Then, taking into account the asymmetry in the resonator cross-section, the system is moved away from an ideal model to a more real model, and the possible effects of the asymmetric cross-section in adjustment, reduction, and vanish of internal resonance are investigated and studied. Finally, the advantages and disadvantages caused by asymmetries and the optimal use of such an opportunity to obtain more innovative and complete models with higher efficiency are explained.

**Keywords:** Nonlinear micro/nano-mechanical resonators; intermodal coupling; internal resonance; Multiple Scales perturbation method; asymmetric resonator.

## ۱- مقدمه

در طی چند دهه‌ی گذشته، کوچکسازی دستگاه‌های مکانیکی، به ویژه تشدیدگرهای مکانیکی موجب پیشرفت‌های گسترده‌ای در زمینه نانوتکنولوژی در کاربردهای مهندسی و فیزیک بنیادین شده است. این ساختارهای مکانیکی کوچک و مدارهای میکروالکترونیکی‌شان که آنها را کنترل می‌کنند، تحت عنوان سیستم‌های میکرو/نانوالکترومکانیکی<sup>۱</sup> شناخته می‌شوند. در این میان، میکرو/نانوتشدیدگرها دستگاه‌هایی تشدیدگر<sup>۲</sup> هستند، که عنصر نانو مکانیکی در یکی از مودهای تشدید<sup>۳</sup> و در جهات متفاوتی نظیر خمشی<sup>۱۱</sup>، عرضی و یا پیچشی<sup>۲</sup> توسط سیگنال‌های ورودی ناشی از مبدل‌های الکترواستاتیک، الکترومغناطیس، ترموالاستیک و پیزوالکتریک تحریک می‌شود. پاسخ این ابزارهای مکانیکی کوچک به اختلالات خارجی و یا سیگنال‌های داخلی، از طریق خمش، کشش یا پیچش و به صورت تغییر در ویژگی‌های پاسخ فرکانسی (نظیر دامنه و فرکانس) نمایان می‌شود. ویژگی اصلی این حرکت نانو مکانیکی، فرکانس بالا و دامنه‌ی ارتعاشی بسیار کوچکشان است به طوری که حرکتشان عموماً در حوزه الکتریکی تحریک و شناسایی می‌شود.

تشدیدگرهای میکرو/نانومکانیکی، بسته به کاربردشان، از ساختارها و هندسه‌های مکانیکی پیوسته‌ای نظیر میله‌ها [۳-۷]، رشته‌ها [۸]، صفحه‌ها [۹]، غشاها [۱۰] و یا در شکل‌ها و هندسه‌های پیچیده‌تر و در ابعاد بسیار کوچک چند میکرون تا زیر یک میکرون ساخته می‌شوند. تشدیدگرها در این سایز بسیار کوچک می‌توانند با فرکانس‌های تشدید اساسی بیشتر از یک گیگا هرتز مرتعش شوند که متضمن ویژگی فرکانسی فوق العاده بالاست. علاوه بر این، فاکتورهای کیفیت قابل تنظیم در این دستگاه‌ها تا چندین میلیون قابل افزایش است. بدین ترتیب این نانوتشدیدگرهای قابل تنظیم می‌توانند به عنوان مراجع فرکانسی متغیر [۱۱] و فیلترهای متغیر [۱۲] در کاربردهای پردازش سیگنال مورد استفاده قرار بگیرند. بنابراین نانوتشدیدگرهای مکانیکی به دلایل زیادی از جمله جرم بسیار کم، سایز زیر میکرومتر، تنظیم پذیری فرکانسی [۱۳]، رفتار دینامیکی با فرکانس بسیار بالا و فاکتور کیفیت بالا [۱۴] طیف

وسعی از کاربردهای شیمیایی و بیولوژیکی تا کاربردهای عمومی را در بر گرفته‌اند.

با توجه به ویژگی‌های منحصر به فرد مذکور، آنها امکان حساسیت بی‌سابقه‌ای را برای تشخیص قابل اطمینان و دقیق کمیت‌های فیزیکی نظیر جابه‌جایی در مقیاس نانومتر [۱۵]، شتاب [۱۶]، دما [۱۷]، نرخ چرخش [۱۸]، فشار [۱۹]، ویسکوزیته [۲۰]، چگالی [۲۱]، جرم‌های مولکولی با وضوح اتوگرم یا حتی یوکتوگرم [۲۲] و نیز سنجش نیروهای بسیار ضعیف در حد اتونوتون و زیتونوتون در دمای اتاق [۲۳] فراهم می‌کنند. شناسایی دقیق محیط‌های گازی یا آبی، بخارات شیمیایی [۲۴] و مولکول‌های زیستی [۲۵] با استفاده از انواع مختلفی از این دستگاه‌ها انجام شده است، به طوری که در اثر اتصال (الحاق) ماده، دستخوش تغییراتی در فرکانس و یا دامنه تشدیدشان می‌شوند.

در ناحیه خطی، پاسخ تشدیدگر در یک فرکانس مشخص به طور خطی به نیروی اعمال شده وابسته است. میکرو/نانوتشدیدگرها در محدوده دینامیکی خطی برای کاربردهای متعددی مانند اهداف سنجشی و زمان‌سنجی<sup>۴</sup> مطلوب است [۲۶]. تاکنون تلاش‌های زیادی در راستای توسعه و بهبود عملکرد این نوع از دستگاه‌ها انجام شده است.

با این حال، اجرای دستگاه‌ها در ناحیه خطی مشکلات و محدودیت‌های جدی و اساسی نظیر عمل کردن در شرایط خلا را به دنبال دارد که به تحمیل هزینه‌های هنگفت و تجهیزات پیچیده می‌انجامد. از سوی دیگر، نانوتشدیدگرها به علت سایز کوچک و جرم بسیار کم به آسانی از محدوده دینامیکی خطی خارج شده و رفتارهای غیرخطی از خود بروز می‌دهند. پدیده‌های غیرخطی در حوزه نانوتشدیدگرها برای تبیین و توضیح نتایج آزمایشگاهی در کاربردهای عملی و فیزیک بنیادین مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته‌اند. با افزایش دامنه ارتعاشی، شناساگرهای جابه‌جایی دیگر نمی‌توانند نوسانات را در ناحیه خطی اندازه بگیرند و متعاقباً کار کردن در ناحیه غیرخطی و لزوم استفاده از پتانسیل‌های دینامیک غیرخطی اجتناب ناپذیر می‌شود. نانوتشدیدگرهای غیرخطی برای اهداف مختلفی نظیر کاربردهای سنجشی [۲۷]، افزایش ناحیه دینامیک خطی [۲۸]، مهندسی انرژی [۲۹] و پردازش سیگنال [۳۰] ساخته می‌شوند.

<sup>1</sup> Micro/Nano Electro Mechanical Systems

<sup>2</sup> Resonator

<sup>3</sup> Resonance

<sup>4</sup> Timing

فرکانس‌های تشدیدگر می‌شود [۳۴]. اخیراً، تاثیر پارامترهایی نظیر فاصله هوایی و ولتاژ dc در رفتار غیرخطی یک تیر دوسر گیردار با کوپلینگ ارتعاشات عرضی و طولی و تحت تحریک نیروی الکترواستاتیک مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در مقایسه با تغییرات فاصله هوایی، تغییرات ولتاژ dc بر فرکانس‌های طبیعی نانو تشدیدگر اثرات قابل ملاحظه‌تری را بر جا می‌گذارد. از این ویژگی می‌توان برای طراحی نانو تشدیدگرها با فرکانس‌های قابل تنظیم استفاده کرد [۳۸]. علاوه بر این، شرایط آشوبناک در یک میکرو تشدیدگر با کوپلینگ ارتعاشی بین دو مود طولی و عرضی مورد بررسی قرار گرفته است [۴۱]. در این مطالعه تاثیر پارامترهای مختلف سیستم مانند فرکانس تحریک، کوپلینگ عرضی- طولی، دامنه ولتاژ ac و صلبیت خمشی بر روی پاسخ میکرو تشدیدگر بررسی شده است. نتایج حاکی از آن است که در نظر گرفتن اثرات کوپلینگ طولی منجر به تفاوت اساسی در مسیرهای آشوبناک و پاسخ میکرو تشدیدگر شود. همچنین، اثر تشدید داخلی ۱:۳ در یک تشدیدگر گرافنی چند لایه مورد بررسی قرار گرفته است که منجر به رفتارهای ارتعاشی غیر منتظره‌ای هنگام میرا شدن پاسخ با قطع نیروی تحریک می‌شود [۴۲].

بنابراین کوپلینگ مودال غیرخطی و به ویژه تشدید داخلی می‌تواند به عنوان بستری مفید جهت سناریوهای مهندسی و برداشت انرژی در نانو تشدیدگرها مورد بهره‌برداری قرار گیرد. از سوی دیگر، معایب و نقایص ناشی از ساخت و اجرای نانو تشدیدگرها در ناحیه خطی همواره مورد بحث و مطالعه بوده و محققان همواره به دنبال راهکارهایی برای بهره‌برداری بهینه از چنین چالش‌هایی بوده‌اند. به عنوان مثال، با اندازه-گیری مودهای چندگانه سه بعدی در طیف ارتعاشی میکرو تیر یک سرگیردار می‌توان مقدار جرم اضافه شده به تشدیدگر را شناسایی کرد. در این مطالعه، ایجاد کوپلینگ پیچیده بین حرکات خمشی، پیچشی و عرضی به علت نقایص هندسی در تیر باعث می‌شود تا با تحریک عمودی پیروکریستال، دو مود پیچشی و عرضی هم تحریک شده و تیر همزمان در سه مود خمشی، عرضی و پیچشی مرتعش شود. این پدیده به وضوح با استفاده از تئوری انحناهای مودهای ویژه<sup>۳</sup> تبیین می‌شود. نتایج

یکی از پدیده‌های جالب توجه در ناحیه غیرخطی، کوپلینگ مودال غیرخطی می‌باشد. در این پدیده پاسخ مودال نانو تشدیدگر به شدت تحت تاثیر قرار می‌گیرد و منجر به تغییر فرکانس‌های تشدید و فاکتور کیفیت در آنها می‌شود. در این حالت جهت مطالعه رفتارها و پاسخ‌های تشدیدگرهای غیرخطی در نظر گرفتن نقش تعاملات مودال غیرخطی در توزیع انرژی ارتعاشی بین مودهای مختلف، امری ضروری می‌باشد. هنگامی که در سیستم‌های ارتعاشی چند درجه آزادی، یک یا چند مود ویژه فرکانس‌های طبیعی متناسب یا تقریباً متناسبی داشته باشند، تشدید داخلی<sup>۱</sup> ایجاد می‌شود. این شرایط منجر به تعاملات دینامیکی پیچیده بین مودهای تشدید می‌شود. مکانیزم تشدید داخلی منجر به کوپلینگ قوی‌تر و انتقال انرژی بیشتری بین مودهای درگیر می‌شود. تا کنون، تشدید داخلی در ساختارهای مختلفی نظیر تیرهای یک سرگیردار [۳۱، ۳۲]، تیرهای منحنی [۳۳، ۳۴]، غشاها [۳۵] و نانولوله‌های کربنی<sup>۲</sup> [۳۶-۳۸] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. اولین اجرای آزمایشگاهی تشدید داخلی با نسبت فرکانسی ۱:۳ بین مودهای خمشی و عرضی در یک میکروتیر دوسرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیک محقق شد که به عنوان یک مکانیزم تثبیت کننده (پایدار کننده) فرکانسی مورد استفاده قرار گرفته است [۳۹]. نشان داده شد که در شرایط تشدید داخلی، تخلیه انرژی از مود فرکانس بالا به مود فرکانس پایین منجر به کاهش و نهایتاً تثبیت دامنه در مود فرکانس پایین می‌شود. لذا با استفاده از مکانیزم تبادل انرژی بین مودهای درگیر، فرکانس خروجی نانو تشدیدگر در محدوده شرایط تشدید داخلی پایدار می‌شود. به طور مشابه در مطالعه دیگری نشان داده شد که علیرغم قطع نیروی تحریک و از طریق تبادل انرژی در شرایط تشدید داخلی ۱:۳ بین مود خمشی و پیچشی در همان میکرو تشدیدگر، دامنه ارتعاشات خمشی برای مدتی معین ثابت مانده و سپس شروع به اتلاف می‌کند [۴۰]. با استفاده از تنظیم الکترو حرارتی و تحریک الکترواستاتیک، انواع مختلفی از تعاملات غیرخطی بین مودهای ارتعاشی خمشی در میله‌های کم انحنای دوسرگیردار ایجاد شده است. در واقع عبور جریان الکتریکی ناشی از ولتاژ ثابت DC از میان تشدیدگر منجر به گرمایش و ایجاد تنش محوری و نهایتاً تنظیم نسبت

<sup>3</sup> Eigenvalue veering

<sup>1</sup> Internal resonance (IR)

<sup>2</sup> Carbon Nano Tube

سطح مقطع بیضوی با دو محور اینرسی اصلی مدل می‌شود تحت نیروی تحریک الکترواستاتیکی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. پاسخ فرکانسی نانوتشدیدگر به ویژه در ناحیه تشدید داخلی با انجام شبیه سازی های لازم تحلیل و بررسی می‌شود و نهایتاً مزایا و معایب چنین نامتقارنی‌هایی به تفصیل مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرند.

در این راستا ابتدا معادلات حرکت کلی برای یک نانوتشدیدگر با سطح مقطع نامتقارن (که به صورت مقطع بیضوی مدل شده است) بازنویسی می‌شود. سپس معادلات حرکت پیوسته مذکور از طریق روش گلرکین به معادلات مرتبه-کاهش یافته‌ی غیرخطی با دو درجه آزادی تبدیل می‌شود.

در ادامه معادلات غیرخطی حاصل با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی، ابتدا برای یک نانوتشدیدگر ایده‌آل با مقطع دایروی حل می‌شوند. نتایج حاصل نشان می‌دهند که علیرغم تحریک تشدیدگر در یک بُعد، با افزایش ولتاژ تحریک متناظر با نیروی تحریک، نوسانات تک بُعدی تشدیدگر تحت تاثیر پدیده تشدید داخلی به نوسانات در دو بُعد منجر می‌شوند. نهایتاً با احتساب اثرات نامتقارنی ناشی از سطح مقطع به توصیف و تحلیل پاسخ فرکانسی نانوتشدیدگر پرداخته می‌شود.

## ۲- استخراج معادلات و تحلیل حرکت ارتعاشی یک

### تشدیدگر نانولوله

شکل (۱) طرحواره‌ای از یک نانوتشدیدگر مرتعش به طول  $L$ ، به قطر  $d$ ، مدول الاستیسیته  $E$ ، گشتاور سطح  $I$  و سطح مقطع  $A$  را نشان می‌دهد. تشدیدگر در بالای یک شیار به ارتفاع  $h$  معلق شده و در معرض نیروی الکترواستاتیک قرار گرفته است.

حاکمی از آنست که تغییر فرکانسی و فاکتور کیفیت حاصل شده در اولین مود پیچشی و اولین مود خمشی عرضی به طور قابل توجهی بیشتر از مقادیر مذکور در مود خمشی اساسی است و به این ترتیب این مودها توانایی شناسایی جرمی بهتری را ارائه می‌دهند [۴۳]. همچنین استفاده از کوپلینگ بین مودهای مختلف و ناشی از معایب و نامتقارنی‌های هندسی در یک میکروسکوپ نیروی اتمی<sup>۱</sup> منجر به بهبود کیفیت تصویربرداری در این نوع تشدیدگرها شده است. به طوری که با طراحی و ایجاد عمدی نامتقارنی در نوک میکروسکوپ نیروی اتمی (طراحی نوک T شکل) و متعاقباً تحریک و بهره‌برداری از ارتعاشات پیچشی جهت اندازه‌گیری هرچه دقیق‌تر نیروهای نوک-نمونه، محدودیت و نقطه ضعف میکروسکوپ‌های نیروی اتمی معمولی در اندازه‌گیری نیروهای متغیر با زمان مرتفع گردید. چرا که ارتعاشات پیچشی نسبت به ارتعاشات خمشی اساسی، پاسخ بزرگتر (حساسیت) و پهنای باند گسترده‌تری را فراهم می‌کنند که به نوبه خود منجر به بهبود کیفیت تصویر در نمونه می‌شود [۴۴]. علاوه بر این، وجود نامتقارنی اولیه در یک آرایه تشدیدگر کوپل شده منجر به یک روش منحصر به فرد برای شناسایی هم‌زمان چندین ماده شده است که از محلی سازی ارتعاشات و تغییر فرکانسی به عنوان سیگنال خروجی بهره برده است [۴۵].

اخیراً یک بررسی و دسته بندی جامعی از نانوتشدیدگرهای مکانیکی و کاربردهایشان از منظر مهندسی به چاپ رسیده است [۴۶]. در این مقاله نانودستگاه‌های مکانیکی بر اساس نانوتشدیدگرهای خطی و غیرخطی، تشدیدگر تکی و آرایه‌ای، تشدیدگرهای مبتنی بر تغییر فرکانس و تشدیدگرهای مبتنی بر تغییر دامنه تقسیم بندی شده‌اند و مزایا و معایب هر دسته به فراخور کاربردشان تبیین و تشریح گردید. بر اساس دسته بندی و بررسی جامعی که در مرجع [۴۶] انجام گرفته است، می‌توان گفت که بررسی معایب و نقایص ناشی از ساخت و اجرای آزمایشگاهی در نانوتشدیدگرهای غیرخطی و اثرات احتمالی نامتقارنی‌های مترتب بر پاسخ ارتعاشی آنها به ویژه در ناحیه تشدید داخلی کمتر مورد توجه قرار گرفته است و اعمال نامتقارنی در سطح مقطع نانو تشدیدگر تا کنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. لذا در این مطالعه حرکت ارتعاشی خطی و غیرخطی یک نانولوله با نامتقارنی در سطح مقطع که به صورت

<sup>۱</sup> Atomic Force Microscope

برای یک تشدیدگر با سطح مقطع نامتقارن، می‌توان معادلات حاکم را به صورت معادلات (۱) بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned}
 & W_{,\tau\tau} + \frac{1}{Q} W_{,\tau} + \frac{1}{\beta^4} W_{,XXXX} \\
 & - \frac{1}{2K_1^2 \beta^4} W_{,XX} \int_0^1 [W_{,X}^2 + V_{,X}^2] dX \\
 & = F(X, \tau) \\
 & V_{,\tau\tau} + \frac{1}{Q} V_{,\tau} + \frac{1}{\beta^4} V_{,XXXX} \\
 & - \frac{1}{2K_2^2 \beta^4} V_{,XX} \int_0^1 [W_{,X}^2 + V_{,X}^2] dX \\
 & = 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

که پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر هستند،

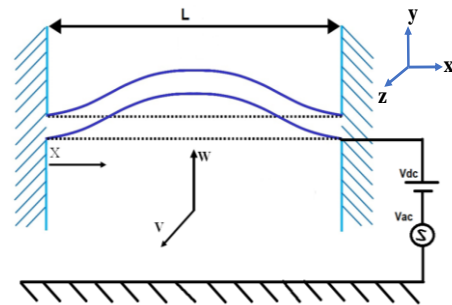
$$\begin{aligned}
 W &= \frac{w}{h} & V &= \frac{v}{h} \\
 D &= \frac{2R_2}{h} & X &= \frac{x}{L} \\
 K_1^2 &= \frac{I_{zz}}{Ah^2} \\
 K_2^2 &= \frac{I_{yy}}{Ah^2} \\
 \tau &= \omega_0 t
 \end{aligned} \quad (2)$$

$W$  ارتعاشات عمودی و  $V$  ارتعاشات در بعد عرضی را نشان می‌دهند. نیروی الکترواستاتیک بی‌بعد نیز بدین صورت به دست می‌آید [۴۸]:

$$F(X, \tau) = - \frac{2S\pi\epsilon_0(V_{dc}V_0/h^2) \cos \Omega\tau}{[\ln 4/D]^2} \quad (3)$$

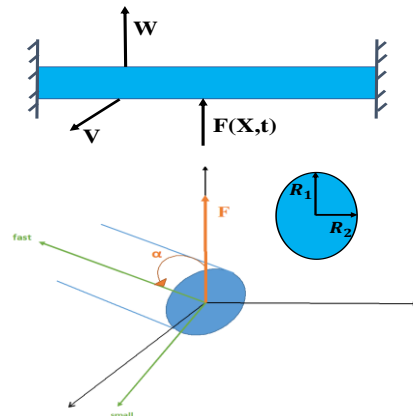
که در آن  $V_{dc}$  ولتاژ dc اعمال شده به گیت و  $V_0$  دامنه ولتاژ ac اعمال شده به گیت است،  $\epsilon_0$  ضریب گذردهی خلا و  $S = L^4/EI_{zz}\beta^4$  است.

پایه و اساس بیشتر معادلات ارتعاشی غیرخطی تیرها از معادله (۱) تبعیت می‌کند که نمایانگر یک معادله دافینگ است به طوری که جمله غیرخطی درجه سه ناشی از کشش صفحه میانی است. هنگامی که تشدیدگر نزدیک به فرکانس تشدید



شکل ۱- طرحواره‌ای از یک تشدیدگر نانولوله کربنی در معرض نیروی الکترواستاتیک

سطح مقطع نامتقارن، یکی از معایب و نقایص رایج و محتمل ناشی از ساخت و اجرای آزمایشگاهی در نانو تشدیدگرهاست. همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، یک نامتقارنی کوچک در سطح مقطع نانولوله منجر به دو محور اصلی اینرسی می‌شود. این نامتقارنی را می‌توان به صورت سطح مقطع بیضوی مدل کرد که در دو محور آهسته و سریع نوسان می‌کند. این دو محور اینرسی اصلی ممکن است نسبت به محور اعمال نیرو دارای زاویه  $\alpha$  باشند. با این حال، در این مطالعه، بررسی تاثیر نامتقارنی بر ایجاد و حذف تشدید داخلی و متعاقباً اثر تشدید داخلی بر پاسخ ارتعاشی در بعد عرضی مد نظر است. بنابراین فرض می‌شود که محور اعمال نیرو با یکی از محورهای اینرسی اصلی منطبق باشد.



شکل ۲- سطح مقطع نامتقارن با مقطع بیضوی

با اقتباس از معادلات دیفرانسیل جزئی کوپل شده بدون بعد حاکم بر تشدیدگر متقارن در مرجع [۴۷] و تعمیم آن

۲-۱- تشدیدگر نانولوله ایده آل با سطح مقطع متقارن در یک تشدیدگر متقارن با سطح مقطع دایروی، گشتاورهای سطح ( $I_1 = I_2$ )، معادلات حاکم، فرکانس‌های تشدید ( $\omega_1 = \omega_2 = 5.02 \text{ MHz}$ ) و ضرایب غیرخطی ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) در دو بعد یکسانند و همین امر شرایط ایجاد کوپلینگ مودها را در حد تشدید داخلی IR=1:1 فراهم می‌کند.

معادلات (۵) و (۶) را می‌توان به روش‌های مختلفی از جمله هارمونیک بالانس، میانگین‌گیری، مقیاس‌های زمانی و غیره حل نمود. در این قسمت با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی، یک دستگاه از معادلات زمان-وابسته به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} T_0 &= t, & T_1 &= \varepsilon t, \\ T_2 &= \varepsilon^2 t & D_n &= \frac{\partial}{\partial T_n} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \varepsilon u_{11}(T_0, T_2) + \varepsilon^3 u_{13}(T_0, T_2) + \dots \\ u_2 &= \varepsilon u_{21}(T_0, T_2) + \varepsilon^3 u_{23}(T_0, T_2) + \dots \end{aligned}$$

با جایگذاری معادلات (۹) در معادلات (۵) و (۶) و معادل قرار دادن ضرایب توان‌های مشابه  $\varepsilon$ ، معادلات زیر حاصل می‌شود.

$\varepsilon^1$ :

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{11} + \omega_0^2 u_{11} &= 0 \\ u_{11} &= A_1(T_2) e^{i\omega_0 T_0} + CC \\ D_0^2 u_{21} + \omega_0^2 u_{21} &= 0 \\ u_{21} &= A_2(T_2) e^{i\omega_0 T_0} + CC \end{aligned} \quad (10)$$

$\varepsilon^3$ :

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{13} + \omega_0^2 u_{13} &= -\frac{1}{Q} D_0 u_{11} \\ &\quad - 2D_0 D_2 u_{11} \\ &\quad - 8\alpha u_{11}^3 \\ &\quad - 8\alpha u_{11} u_{21}^2 \\ &\quad - 2f_0 \cos \Omega T_0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{23} + \omega_0^2 u_{23} &= -\frac{1}{Q} D_0 u_{21} \\ &\quad - 2D_0 D_2 u_{21} \\ &\quad - 8\alpha u_{21}^3 \\ &\quad - 8\alpha u_{21} u_{11}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

• شرایط ایجاد تشدید داخلی

اولین مود خمشی تحریک می‌شود با اقتباس از روش گلرکین، فرض می‌شود:

$$\begin{aligned} W(X, \tau) &= u_1(\tau) \varphi(X) \\ V(X, \tau) &= u_2(\tau) \varphi(X) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $\varphi(X)$  اولین مود ویژه در یک تیر اولر-برنولی با شرایط مرزی دوسر گیردار است و به صورتی نرمالایز شده که  $\int_0^1 \varphi^2(X) dX = 1$  باشد و پارامتر بی بعد  $\beta = 4.73$  است. با جایگذاری حل‌های مفروض (۴) در معادلات (۱) و انتگرالگیری در طول تشدیدگر، مدل دو درجه آزادی تشدیدگر به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + \omega_1^2 u_1 &= \frac{-1}{Q} \dot{u}_1 - 8\alpha_1 u_1^3 \\ &\quad - 8\alpha_1 u_1 u_2^2 \\ &\quad - 2F_0 \cos \Omega t \\ \ddot{u}_2 + \omega_2^2 u_2 &= \frac{-1}{Q} \dot{u}_2 - 8\alpha_2 u_2^3 \\ &\quad - 8\alpha_2 u_2 u_1^2 \end{aligned} \quad (5)$$

که  $u_1$  دینامیک نوسانگر در صفحه اعمال نیرو و  $u_2$  پاسخ برون-صفحه نوسانگر را نشان می‌دهند.  $Q$  فاکتور کیفیت،  $\alpha$  پارامتر غیرخطی و  $F_0$  دامنه نیروی تحریک می‌باشند که از روابط (۷) و (۸) محاسبه می‌شوند.

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{16K_{1,2}^2 \beta^4} \left( \int_0^1 \varphi'^2 dX \right)^2 \quad (7)$$

$$F_0 = \frac{S\pi\varepsilon_0(V_{dc}V_0/h^2)}{[\ln 4/D]^2} \int_0^1 \varphi dX \quad (8)$$

همانطوریکه از معادله (۵) و (۶) مشهود است، غیرخطی کششی مسبب کوپلینگ دینامیک صفحه‌ای و غیر-صفحه‌ای است.

$$a_1 \dot{\beta}_1 = \frac{1}{\omega_1} [3\alpha a_1^3 + \alpha a_1 a_2^2 [2 + \cos(2(\beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 T_2))] + F_0 \cos(\beta_1 - \sigma_2 T_2)]$$

$$\dot{a}_2 = \frac{1}{\omega_2} \left[ -\omega_2 \frac{1}{2Q} a_2 - \alpha a_2 a_1^2 \sin(2(\beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 T_2)) \right]$$

$$a_2 \dot{\beta}_2 = \frac{1}{\omega_2} [3\alpha a_2^3 + \alpha a_2 a_1^2 [2 + \cos(2(\beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 T_2))] + F_0 \cos(\beta_1 - \sigma_2 T_2)]$$

در ادامه معادلات فرکانسی به صورت تابع غیر صریح زمان بازنویسی می‌شوند:

$$\dot{a}_1 = \frac{1}{\omega_1} \left[ -\omega_1 \frac{1}{2Q} a_1 + \alpha a_1 a_2^2 \sin(2\gamma_1) + F_0 \sin \gamma_2 \right] \quad (۱۷)$$

$$\dot{\gamma}_2 = \frac{1}{a_1 \omega_1} [3\alpha a_1^3 + \alpha a_1 a_2^2 [2 + \cos(2\gamma_1)] + F_0 \cos \gamma_2] - \sigma_2 \quad (۱۸)$$

$$\dot{a}_2 = \frac{1}{\omega_2} \left[ -\omega_2 \frac{1}{2Q} a_2 - \alpha a_2 a_1^2 \sin(2\gamma_1) \right] \quad (۱۹)$$

$$\dot{\gamma}_1 = \frac{1}{a_1 \omega_1} [3\alpha a_1^3 + \alpha a_1 a_2^2 [2 + \cos(2\gamma_1)] + F_0 \cos \gamma_2] - \frac{1}{a_2 \omega_2} [3\alpha a_2^3 + \alpha a_2 a_1^2 [2 + \cos(2\gamma_1)]] - \sigma_1 \quad (۲۰)$$

با تعریف  $\beta_2 = \gamma_2 - \gamma_1 + \sigma_2 - \sigma_1$  معادله (۲۰) را به صورت زیر نیز می‌توان بازنویسی نمود.

در اینجا پارامترهای تنظیم  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  در شرایط تشدید داخلی به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$IR = 1:1 \rightarrow \omega_2 \cong \omega_1 \rightarrow \omega_2 = \omega_1 + \varepsilon^2 \sigma_1 \quad (۱۳)$$

$$\Omega \cong \omega_1 \rightarrow \Omega = \omega_1 + \varepsilon^2 \sigma_2$$

با حذف ترم‌های سکولار از (۱۱) و (۱۲)، یعنی با صفر قرار دادن ضرایب  $e^{i\omega_2 T_0}$  و  $e^{i\omega_1 T_0}$  داریم:

$$-i\omega_1 \left( \frac{1}{Q} A_1 + 2 \frac{\partial}{\partial T_2} A_1(T_2) - 8\alpha(3A_1^2 \bar{A}_1) - 8\alpha(2A_2 \bar{A}_2 A_1 + \bar{A}_1 A_2^2 e^{2i\sigma_1 T_2}) - F_0 e^{i\sigma_2 T_2} \right) = 0$$

$$-i\omega_2 \left( \frac{1}{Q} A_2 + 2 \frac{\partial}{\partial T_2} A_2(T_2) - 8\alpha(3A_2^2 \bar{A}_2) - 8\alpha(2A_1 \bar{A}_1 A_2 + \bar{A}_2 A_1^2 e^{-2i\sigma_1 T_2}) - F_0 e^{i\sigma_2 T_2} \right) = 0 \quad (۱۴)$$

با نوشتن معادلات مذکور در فرم قطبی:

$$A_1(T_2) = \frac{1}{2} a_1 e^{i\beta_1};$$

$$a_1 = a_1(T_2), \quad \beta_1 = \beta_1(T_2) \quad (۱۵)$$

$$A_2(T_2) = \frac{1}{2} a_2 e^{i\beta_2};$$

$$a_2 = a_2(T_2), \quad \beta_2 = \beta_2(T_2)$$

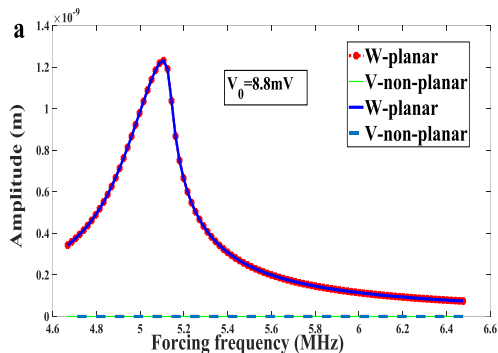
نهایتاً معادلات به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\dot{a}_1 = \frac{1}{\omega_1} \left[ -\omega_1 \frac{1}{2Q} a_1 + \alpha a_1 a_2^2 \sin(2(\beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 T_2)) + F_0 \sin(\beta_1 - \sigma_2 T_2) \right] \quad (۱۶)$$

جدول ۱- مقادیر مشخصات یک تشدیدگر نانولوله [۴۹]

$d = 2.5nm$	قطر
$h = 500nm$	ارتفاع شیار (فاصله هوایی)
$E = 5.86 \times 10^{10}$	مدول یانگ
$L = 1.75\mu m$	طول
$V_{dc} = 9mV$	ولتاژ dc گیت

شکل (۳b) پاسخ فرکانسی آزمایشگاهی نانوتشدیدگر خطی در مرجع [۴۹] را به ازای ولتاژ تحریک ( $V_0 = 8.8mV$ ) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که دامنه تشدید در هر دو شکل در فرکانس مشابهی در  $\omega = 5.1 MHz$  حاصل می‌شود. همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است با افزایش ولتاژ تحریک به مقدار  $V_0 = 20 mV$ ، ضمن افزایش دامنه ارتعاشی یک جفت دوشاخگی نقطه-زینی<sup>۱</sup> ایجاد می‌شود که منجر به رفتار پرشی در پاسخ فرکانسی می‌شود.



$$a_2 \left( \dot{\gamma}_2 - \dot{\gamma}_1 + \sigma_2 - \sigma_1 - \frac{1}{\omega_2} [3\alpha a_2^2 + \alpha a_1^2 [2 + \cos(2\gamma_1)]] \right) = 0 \quad (21)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 T_2; \\ \dot{\gamma}_1 &= \frac{\partial \gamma_1}{\partial T_2} = \beta_1 - \beta_2 - \sigma_1 \\ \gamma_2 &= \beta_1 - \sigma_2 T_2; \\ \dot{\gamma}_2 &= \frac{\partial \gamma_2}{\partial T_2} = \beta_1 - \sigma_2 \end{aligned} \quad (22)$$

که در حالت پایا داریم:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 = \dot{a}_2 = \dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_2 = 0 \\ \beta_1 = \sigma_2, \quad \beta_2 = \sigma_2 - \sigma_1 \end{aligned} \quad (23)$$

به این ترتیب معادلات (۱۷) تا (۲۰) به صورت عددی و با استفاده از ورودی‌ها و مقادیر معلوم  $\omega_1, \omega_2, Q, F_0, \alpha$  در یک طیف فرکانسی معین از نیروی تحریک  $\Omega$  جهت تعیین دامنه‌های  $a_1$  و  $a_2$  با استفاده از ode 45 در نرم افزار MATLAB حل می‌شود.

### • دینامیک صفحه‌ای خطی و غیرخطی تشدیدگر

مقادیر پارامترهای یک تشدیدگر نانولوله آزمایشگاهی با اقتباس از مرجع [۴۹] در جدول (۱) آورده شده است. همانطوری که در شکل (۳a) مشاهده می‌شود، به ازای نیروهای تحریک کوچک و متناظر با ولتاژهای پایین ( $V_0 = 8.8mV$ ) که به الکتروگیت اعمال می‌شود، تشدیدگر دینامیک خطی را به نمایش می‌گذارد به طوری که دامنه ارتعاشات برون-صفحه‌ای  $a_2$  برابر صفر است.

<sup>۱</sup> Saddle-node bifurcation



$$a_1^2 \left[ \left( \frac{\omega_1}{2Q} \right)^2 + (\sigma_2 \omega_1 - 3\alpha a_1^2)^2 \right] = F_0^2, \quad (24)$$

$$\frac{\Omega}{\omega_1} = 1 + \frac{3\alpha \varepsilon^2}{\omega_1^2} a_1^2 \mp \sqrt{\left( \frac{F_0 \varepsilon^2}{a_1 \omega_1^2} \right)^2 - \left( \frac{\varepsilon^2}{2Q \omega_1} \right)^2}$$

• **دینامیک برون-صفحه‌ای تشدیدگر**

همانطور که از شکل (Δa) مشاهده می‌شود با افزایش بیشتر ولتاژ تحریک تا  $V_0 = 40 \text{ mV}$ ، شاخه دیگری از حرکت نانو تشدیدگر ظاهر می‌شود که حرکت دافینگ مانند تشدیدگر در صفحه تحریک را تحت شعاع قرار می‌دهد و منجر به کاهش دامنه ارتعاشی در محدوده تشدید داخلی می‌شود.

یک مقایسه بین فرکانس‌های نقاط دوشاخگی در شکل (Δa) در شبیه سازی و (Δb) از مرجع [۴۹] صورت گرفته است. همانطور که ملاحظه می‌شود، توافق خوبی بین نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی وجود دارد. به عبارت دیگر در نمودار رفت، فرکانس دوشاخگی در هر دو نمودار  $\omega = 5.75 \text{ MHz}$  است و در نمودار برگشت، فرکانس دوشاخگی در هر دو نمودار  $\omega = 5.5 \text{ MHz}$  می‌باشد.

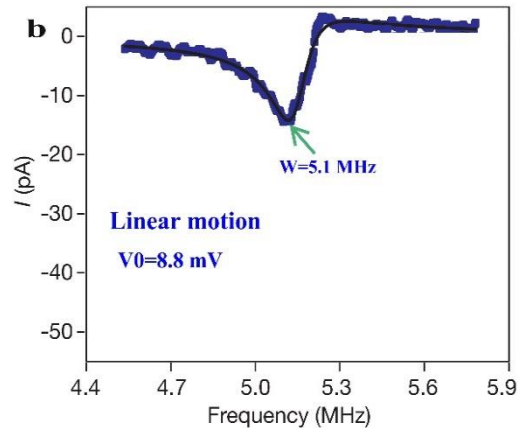
در حرکت برون-صفحه‌ای ( $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$ ) و در حالت پایا با استفاده از معادلات (۱۷) تا (۲۰)، معادلات حالت تعادل هنگام فعال شدن تشدید داخلی به صورت زیر حاصل می‌شوند.

$$\sin 2\gamma_1 = -\frac{\omega_1}{2Q\alpha a_1^2} \quad (25)$$

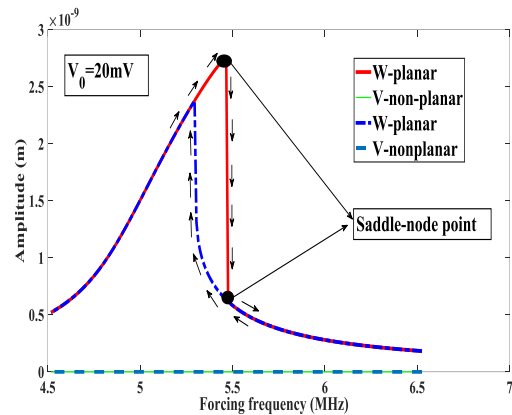
$$a_2^2 = a_1^2 + \frac{F_0}{a_1 \alpha (1 - \cos 2\gamma_1)} \cos \gamma_2$$

$$\sin \gamma_2 = \frac{1}{2Q a_1 F_0} \left( a_1^2 + \frac{\omega_1}{\omega_2} a_2^2 \right),$$

$$\sigma_2 = \frac{\alpha a_1^2}{\omega_2} (5 + \cos 2\gamma_1) + \frac{3F_0}{a_1 \omega_2} \frac{\cos \gamma_2}{(1 - \cos 2\gamma_1)}$$



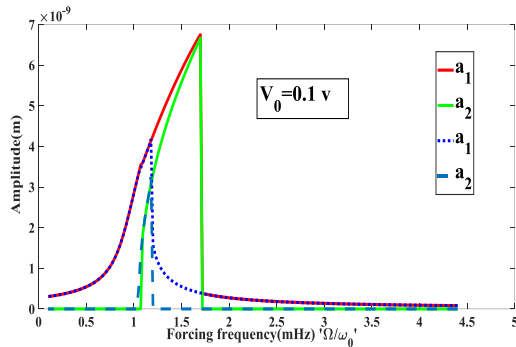
شکل ۳- پاسخ فرکانسی تشدیدگر در ناحیه خطی به ازای فرکانس تحریک. a. پاسخ حاصل از شبیه سازی: خطوط قرمز ستاره دار (W) و سبز (V) مربوط به فرکانس رفت و خطوط آبی ممتد (W) و آبی خط چین (V) مربوط به فرکانس برگشت است. b. پاسخ فرکانسی آزمایشگاهی تشدیدگر که محور عمودی تنظیم جریان را نشان می‌دهد [۴۹].



شکل ۴- پاسخ فرکانسی تشدیدگر در ناحیه غیر خطی صفحه‌ای به ازای فرکانس تحریک Ω. خطوط قرمز (W) و سبز (V) مربوط به فرکانس رفت و خطوط آبی خط-نقطه (W) و آبی خط چین (V) مربوط به فرکانس برگشت است.

در حرکت صفحه‌ای  $a_2 = 0, a_1 \neq 0$  است که در حالت حرکت پایا  $\dot{\gamma}_2 = 0 = \dot{\alpha}_1$  است و از معادلات (۱۷) و (۱۸) معادلات حالت تعادل به صورت زیر حاصل می‌شود.

شکل ۵- پاسخ فرکانسی غیر هم صفحه‌ای تشدیدگر ایده آل در دو بعد **a**. شبیه سازی پاسخ فرکانسی نانوتشدیدگر در صفحه نیرو **b**. پاسخ فرکانسی آزمایشگاهی نانوتشدیدگر در صفحه نیرو [۴۹]. **c**. شبیه سازی پاسخ فرکانسی برون-صفحه‌ای نانوتشدیدگر و ناشی از تشدید داخلی



شکل ۶- پاسخ فرکانسی غیر هم صفحه‌ای تشدیدگر متقارن در دو بعد به ازای ولتاژهای تحریک بالاتر

## ۲-۲- بررسی پاسخی تشدیدگر با احتساب نامتقارنی در سطح مقطع

در یک تشدیدگر با سطح مقطع نامتقارن بیضوی، با توجه به معادلات (۵)، (۶) و (۲۶)، بسته به مقدار نامتقارنی  $\frac{R_1}{R_2}$  فرکانس‌های تشدید در دو محور اینرسی اصلی می‌توانند بسیار متمایز شوند. این افزایش اختلاف در فرکانس تشدید می‌تواند نهایتاً منجر به حذف تشدید داخلی در نانوتشدیدگر شود. همچنین نامتقارنی، ضرایب غیرخطی در معادلات (۱) و (۷) را تحت تأثیر قرار می‌دهد. علاوه بر این، مقدار نیرو نیز در معادله (۳) به علت تغییر در گشتاور سطح  $I_1$  در نامتقارنی‌های مختلف دستخوش تغییراتی می‌شود.

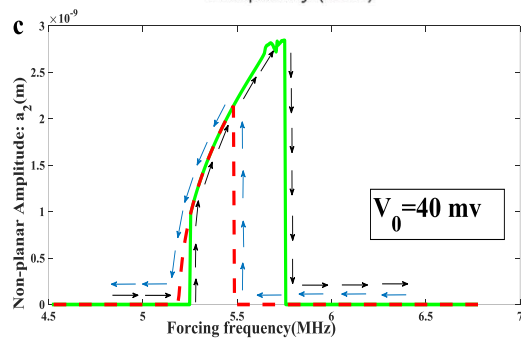
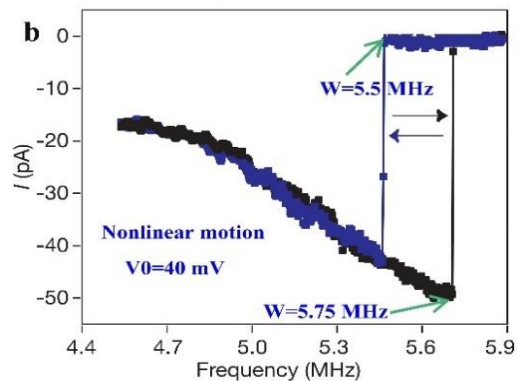
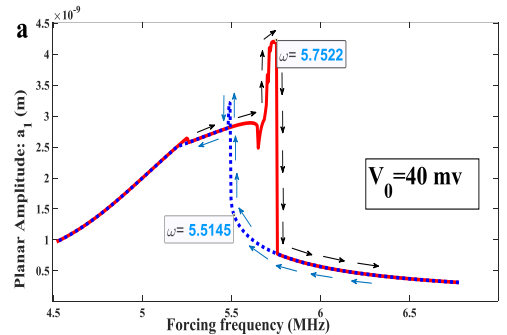
لازم به ذکر است که در این حالت پاسخ ارتعاشی در شبیه‌سازی‌ها به ازای مقادیر مختلفی از  $\sigma_1 \neq 0$  حاصل می‌شود.

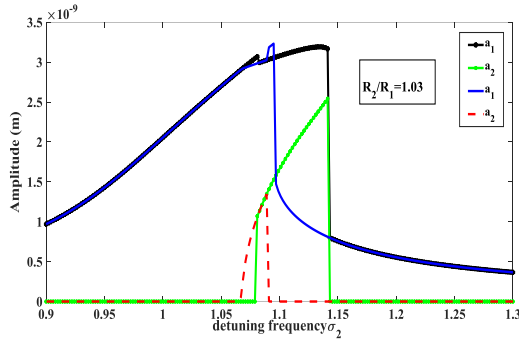
$$\omega_1 = \beta^2 \sqrt{\frac{EI_f}{\rho A}} = \beta^2 \sqrt{\frac{EI_{max}}{\rho A}} \quad (26)$$

$$= \beta^2 \sqrt{\frac{E}{\rho A} \left( \frac{1}{4} \pi R_2 R_1^3 \right)}$$

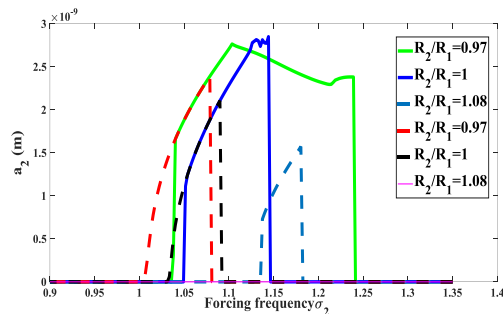
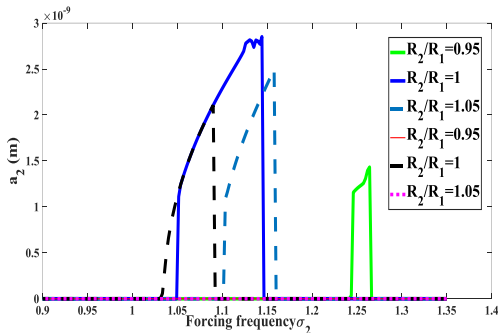
بنابراین با افزایش بیشتر ولتاژ تحریک شدت افزایش دامنه در مود برون-صفحه‌ای بیشتر از افزایش دامنه در مود هم صفحه نیرو است به طوری که در ولتاژ تحریک  $V_0 = 0.1 V$ ، دامنه مود برون صفحه‌ای به اندازه‌ی دامنه مود هم صفحه نیرو می‌شود شکل (۶).

همانطور که انتظار می‌رفت در مود برون صفحه‌ای، دو شاخگی حاصل شده از نوع دو شاخگی چنگالی است، چرا که فرض اولیه بر مبنای یک نانوتشدیدگر بسیار متقارن و ایده‌آل بوده و دو شاخگی چنگالی همواره نتیجه تقارن بسیار زیاد در سیستم‌های دینامیکی است. در ادامه تشدیدگر را از حالت بسیار ایده‌آل خارج کرده و تشدیدگرهای واقعی‌تر را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

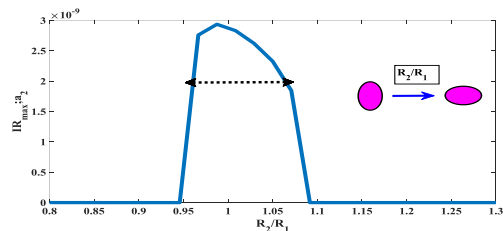




شکل ۷- پاسخ فرکانسى صفحه‌اى و برون-صفحه‌اى به ازای نامتقارنى‌هاى مختلف سطح مقطع



شکل ۸- تغییرات پاسخ فرکانسى در صفحه‌اى بدون نیرو و ناشى از تشدید داخلى به ازای نامتقارنى‌هاى مختلف در سطح مقطع



شکل ۹- حداقل و حداکثر پاسخ ایجاد شده در مود برون-صفحه‌اى به ازای مقادیر مختلف نامتقارنى در سطح مقطع

$$\omega_2 = \beta^2 \sqrt{\frac{EI_s}{\rho A}} = \beta^2 \sqrt{\frac{EI_{min}}{\rho A}}$$

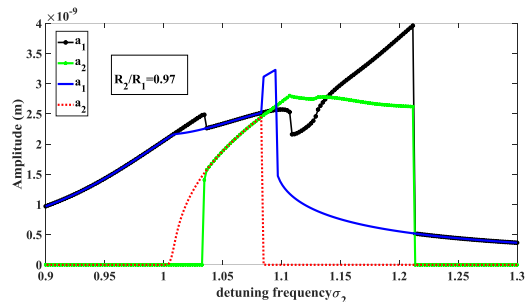
$$= \beta^2 \sqrt{\frac{E}{\rho A} \left(\frac{1}{4} \pi R_1 R_2^3\right)}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_{fast}}{\omega_{slow}} = \frac{R_1}{R_2}$$

همانطور که از شکل‌هاى (۷) تا (۸) مشهود است، ایجاد یک نامتقارنى کوچک در سطح مقطع می‌تواند منجر به تغییرات محسوسى در رفتار ارتعاشى خطى و غیرخطى این نوع از نانو-تشدیدگرها شود. با توجه به شکل‌هاى مذکور، با ایجاد و کنترل نامتقارنى در سطح مقطع می‌توان عملکرد تشدید داخلى و نهایتاً پاسخ ارتعاشى تشدیدگر را جهت کاربردهاى مطلوب کنترل نمود.

در شکل (۹) دستیابى به حداقل و حداکثر پاسخ ارتعاشى در مود عرضى (مود برون-صفحه‌اى) و ناشى از تشدید داخلى به ازای مقادیر مختلف نامتقارنى در سطح مقطع نشان داده شده است. همانطور که در شکل نشان داده شده به ازای نامتقارنى‌هاى  $\frac{R_2}{R_1} \geq 1.1$  و  $\frac{R_2}{R_1} \leq 0.93$ ، عملکرد تشدید داخلى غیرفعال شده و از بین می‌رود. بنابراین در مواردی که عملاً فعال شدن تشدید داخلى فقط منتج به اتلاف و برون-رفت انرژی از تشدیدگر شده و متعاقباً منجر به کاهش فاکتور کیفیت تشدیدگر گرافنى و نانولوله‌هاى کربنى می‌شود، می‌توان با افزایش نامتقارنى (به عنوان مثال رسوب دادن جرم در محوره‌اى اینرسی اصلى) از ایجاد تشدید داخلى و تبادل انرژی بین مودها جلوگیری به عمل آورد.

علاوه بر این، با ایجاد عمدى نامتقارنى در سطح مقطع می‌توان ناحیه فرکانسى که در آن تشدید داخلى فعال می‌شود را به فراخور کاربرد تغییر داد.



## ۳- نتیجه گیری و تحلیل نتایج

در این مطالعه با بررسی رفتارهای خطی و غیرخطی یک نانوتشدیدگر تحت شرایط تشدید داخلی با انواع دو شاخگی‌ها نظیر چنگالی و نقطه-زینی، تلاش‌هایی در راستای دستیابی به بینشی غنی‌تر و چشم اندازی وسیع‌تر جهت طراحی و بهینه‌سازی عملکرد تشدیدگرهای میکرو/نانو مقیاس با کاربردهای مهندسی اعم از برنامه‌های سنجشی، مراجع فرکانسی و مهندسی اتلاف انجام شد. نشان داده شد که ایجاد نامتقارنی‌های ناشی از معایب فرآیند ساخت و اجرای آزمایشگاهی که عموماً بر نانوتشدیدگر تحمیل می‌شود و باعث تغییرات شدیدی در پاسخ فرکانسی و در محدوده‌ی تشدید داخلی می‌شود، نه تنها منجر به کاهش عملکرد آن نمی‌شود بلکه با بررسی دقیق و مدیریت بهینه می‌تواند منجر به بهبود و تقویت گستره‌ی عملکردی نانوتشدیدگر شود.

در این بررسی طراحی مناسب نانو تشدیدگر نامتقارن از دو منظر قابل توجه است. اولین مورد که در آن طراحی یک نانوتشدیدگر، با ایجاد عمدی شرایط تشدید داخلی با دامنه‌های بزرگ ارتعاشی در مود فرعی (مود غیرصفحه‌ای) مد نظر است. که می‌تواند به عنوان یک مکانیزم حفاظت از اضافه بار عمل کند و هنگامی که نیرو از یک مقدار بحرانی فراتر می‌رود، با شروع ارتعاش در مود فرعی، تنظیم جریان را کاهش دهد. به علاوه، حرکت غیر-صفحه ای می‌تواند به عنوان یک مکانیزم کاهنده دامنه در نوسانگرهای الکترومکانیکی خود-تشدید<sup>۱</sup> مورد بهره برداری قرار گیرد. در این راستا و با توجه به نتایج حاصل از این مطالعه نشان داده شد که دستیابی به این نوع از طراحی می‌تواند به ازای محدوده‌ی امنی از نامتقارنی‌های  $0.96 \leq \frac{R_2}{R_1} \leq 1.06$  که در آن حرکت برون-صفحه‌ای با دامنه‌ی قابل توجهی ( $a_2 \geq 2 \times 10^{-9}$ ) فعال می‌شود (که در شکل (۹) در محدوده‌ی بالای خط چین نشان داده شده است)، حاصل شود.

از سوی دیگر، مواردی هستند که طراحی یک نانوتشدیدگر با چشم انداز مهندسی اتلاف هدف گذاری می‌شود. برای مثال، در کاربردهایی که تشدیدگرهای گرافنی و نانولوله با فاکتورهای کیفیت بالا مطلوب است، فعال شدن تشدید داخلی در این سیستم‌ها یکی از علل مهم انتقال و اتلاف انرژی از مود اصلی

و مورد بهره برداری به مودهای ناخواسته (فرعی) محسوب می‌شود. این تبادل انرژی بین مودها باعث کاهش فاکتور کیفیت در این دست از نانوتشدیدگرها می‌شود. در مواردی از این قبیل، با ایجاد عمدی نامتقارنی در نانوتشدیدگر و حذف تشدید داخلی، می‌توان مشکلات ناشی از تعامل ناخواسته‌ی انرژی بین مودها را مرتفع نموده و نهایتاً نانوتشدیدگرهایی با فاکتورهای کیفیت بالاتر حاصل کرد. در راستای دستیابی به این هدف و با توجه به نتایج حاصل در این مطالعه نشان داده شد که محدوده‌ی امن طراحی بهینه در این مورد می‌تواند به ازای نامتقارنی‌های  $\frac{R_2}{R_1} \leq 0.9$  و  $\frac{R_2}{R_1} \geq 1.15$  حاصل شود که در آن عملکرد تشدید داخلی غیرفعال شده و از بین می‌رود. علاوه بر این، در شکل (۷) نشان داده شد که به ازای درصد نامتقارنی‌های یکسان (یعنی ۳٪)، تشدیدگرهای نامتقارنی که در آن مستقیماً مود صلب‌تر (یعنی  $\frac{R_2}{R_1} < 1$ ) تحریک می‌شود، تشدید داخلی پهنای بزرگتری از فرکانس‌ها را پوشش می‌دهد. از سوی دیگر، تحریک مستقیم تشدیدگر نامتقارن در مود منعطف‌تر ( $\frac{R_2}{R_1} > 1$ ) باعث می‌شود تا تشدید داخلی در طیف فراخور کاربرد در طراحی بهینه یک نانوتشدیدگر با قابلیت تنظیم فرکانسی مد نظر قرار داده شود.

## مراجع

- [1] M. Li, E.B. Myers, H.X. Tang, S.J. Aldridge, H.C. McCaig, J.J. Whiting, R.J. Simonson, N.S. Lewis, M.L. Roukes, (2010) Nanoelectromechanical resonator arrays for ultrafast, gas-phase chromatographic chemical analysis, *Nano Lett.* 10: 3899–3903.
- [2] S. Schmid, M. Kurek, A. Boisen, (2013) Towards airborne nanoparticle mass spectrometry with nanomechanical string resonators, in: *Micro-and Nanotechnol. Sensors, Syst. Appl.* V, 2013: p. 872525.
- [3] B. Qiu, Y. Zhang, K. Akahane, N. Nagai, K. Hirakawa, (2020) Effect of beam deflection on the thermal responsivity of GaAs-based doubly clamped microelectromechanical beam resonators, *Appl. Phys. Lett.* 117: 203503.
- [4] A. Gharekhani, E. Abbaspour-Sani, (2018) Study of Static Deflection and Instability Voltage of Phase Shifter Micro-Switches Using a Nonlinear Beam

<sup>۱</sup> Self-resonating electromechanical oscillator

- microleverage mechanisms fabricated by SOI-MEMS technology, *IEEE Sens. J.* 5: 1214–1222.
- [17] R. Katti, H.S. Arora, O. Saira, K. Schwab, M. Roukes, S. Nadj-Perge, Resonant Temperature Readout of Monolayer Graphene, *Bull. Am. Phys. Soc.* (2021).
- [18] M. Kline, Frequency modulated gyroscopes, UC Berkeley, 2013.
- [19] P.K. Pattnaik, B. Vijayaaditya, T. Srinivas, A. Selvarajan, (2005) Optical MEMS pressure and vibration sensors using integrated optical ring resonators, in: *SENSORS, 2005 IEEE*: pp. 4--pp.
- [20] E. Benes, R. Thalhammer, M. Groschl, H. Nowotny, S. Jary, (2003) Viscosity sensor based on a symmetric dual quartz thickness shear resonator, in: *IEEE Int. Freq. Control Symp. PDA Exhib. Jointly with 17th Eur. Freq. Time Forum, 2003. Proc. 2003*: pp. 1048–1054.
- [21] L. Matsiev, 3I-2 measurements of liquid density and viscosity with flexural resonators using noise as an excitation source, in: *2006 IEEE Ultrason. Symp., 2006*: pp. 884–887.
- [22] J. Chaste, A. Eichler, J. Moser, G. Ceballos, R. Rurali, A. Bachtold, (2012) A nanomechanical mass sensor with yoctogram resolution, *Nat. Nanotechnol.* 7: 301–304
- [23] F.R. Braakman, M. Poggio, Force sensing with nanowire cantilevers, *ArXiv.* 30 (2019) 332001.
- [24] N. Jaber, S. Ilyas, O. Shekhah, M. Eddaoudi, M.I. Younis, (2018) Multimode MEMS resonator for simultaneous sensing of vapor concentration and temperature, *IEEE Sens. J.* 18: 10145–10153
- [25] P. Stupar, O. Opota, G. Longo, G. Prod'hom, G. Dietler, G. Greub, S. Kasas, (2017) Nanomechanical sensor applied to blood culture pellets: a fast approach to determine the antibiotic susceptibility against agents of bloodstream infections, *Clin. Microbiol. Infect.* 23: 400–405.
- [26] G. Wu, J. Xu, E.J. Ng, W. Chen, (2020) MEMS Resonators for Frequency Reference and Timing Applications, *J. Microelectromechanical Syst.* 29: 1137–1166.
- [27] H. Askari, H. Jamshidifar, B. Fidan, (2017) High resolution mass identification using nonlinear vibrations of nanoplates, *Meas. J. Int. Meas. Confed.* 101: 166–174.
- [28] N. Kacem, J. Arcamone, F. Perez-Murano, S. Hentz, (2010) Dynamic range enhancement of nonlinear nanomechanical resonant cantilevers for highly sensitive NEMS gas/mass sensor applications, *J. Micromechanics Microengineering.* 20.
- [29] C. Lan, W. Qin, W. Deng, (2015) Energy harvesting by dynamic instability and internal resonance for piezoelectric beam, *Appl. Phys. Lett.* 107.
- Model and Non-localized elasticity theory, *Modares Mech. Eng.* 17: 93–100.
- [5] R.A. Khalkhali, A. Norouzzadeh, R. Gholami, (2015) Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory, *Mme.* 15: 27–34.
- [۶] همدانی س.، حسینی م. (۱۳۹۹)، تحلیل ارتعاشات غیرخطی میکروتیرهای اویلر-برنولی چرخان تحت بار با استفاده از نظریه گرادیان کرنش، مکانیک سازه ها و شاره ها، ۱۰ (۳) صفحه ۱۹۳–۱۸۱.
- [۷] مامندی ا.، مهرابی ع. (۱۴۰۰)، بررسی دینامیکی میکروتیر حاوی جریان سیال بر روی بستر ویسکوالاستیک-پسترناک و تحت بار محوری با استفاده از نظریه تنش کوپل اصلاح شده، مکانیک سازه ها و شاره ها، ۱۱ (۱) صفحه ۲۷۳–۲۵۷.
- [8] P. Sadeghi, A. Demir, L.G. Villanueva, H. Kähler, (2020) S. Schmid, Frequency fluctuations in nanomechanical silicon nitride string resonators, *Phys. Rev. B.* 102: 214106.
- [۹] شیخلو م.، دلبری ع.، صباحی ع.، عبدالملکی ا. (۱۴۰۱)، تحلیل ارتعاشات نانوصفحه‌های دایره‌ای تحت تحریک الکترواستاتیک غیرخطی با لحاظ اثرات سطح و اندازه مکانیک سازه ها و شاره ها، ۱۲ (۵) صفحه ۱۴۶–۱۳۳.
- [10] A.M. Eriksson, D. Midtvedt, A. Croy, A. Isacson, (2013) Frequency tuning, nonlinearities and mode coupling in circular mechanical graphene resonators, *Nanotechnology.* 24.
- [11] J.L. Lopez, J. Verd, A. Uranga, G. Murillo, J. Giner, E. Marigó, F. Torres, G. Abadal, N. Barniol, (2009) VHF band-pass filter based on a single CMOS-MEMS double-ended tuning fork resonator, *Procedia Chem.* 1: 1131–1134.
- [12] C.T.-C. Nguyen, (2007) MEMS technology for timing and frequency control, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 54: 251–270.
- [13] M. Zalalutdinov, B. Ilic, D. Czaplowski, A. Zehnder, H.G. Craighead, J.M. Parpia, (2000) Frequency-tunable micromechanical oscillator, *Appl. Phys. Lett.* 77: 3287–3289.
- [14] A.K. Huttel, G.A. Steele, B. Witkamp, M. Poot, L.P. Kouwenhoven, H.S.J. van der Zant, (2009) Carbon nanotubes as ultrahigh quality factor mechanical resonators, *Nano Lett.* 9: 2547–2552.
- [15] S.L. De Bonis, C. Urgell, W. Yang, C. Samanta, A. Noury, J. Vergara-Cruz, Q. Dong, Y. Jin, A. Bachtold, (2018) Ultrasensitive Displacement Noise Measurement of Carbon Nanotube Mechanical Resonators, *Nano Lett.* 18: 5324–5328.
- [16] S.X.P. Su, H.S. Yang, A.M. Agogino, (2005) A resonant accelerometer with two-stage

- [40] C. Chen, D.H. Zanette, D.A. Czaplewski, S. Shaw, D. López, (2017) Direct observation of coherent energy transfer in nonlinear micromechanical oscillators, *Nat. Commun.* 8: 1–7.
- [41] R. Ebrahimi, (2022) Chaos in coupled lateral-longitudinal vibration of electrostatically actuated microresonators, *Chaos, Solitons & Fractals.* 156: 111828.
- [42] J. Güttinger, A. Noury, P. Weber, A.M. Eriksson, C. Lagoin, J. Moser, C. Eichler, A. Wallraff, A. Isacsson, A. Bachtold, (2017) Energy-dependent path of dissipation in nanomechanical resonators, *Nat. Nanotechnol.* 12: 631–636.
- [43] L.B. Sharos, A. Raman, S. Crittenden, R. Reifenberger, (2004) Enhanced mass sensing using torsional and lateral resonances in microcantilevers, *Appl. Phys. Lett.* 84: 4638–4640.
- [44] O. Sahin, S. Magonov, C. Su, C.F. Quate, O. Solgaard, (2007) An atomic force microscope tip designed to measure time-varying nanomechanical forces, *Nat. Nanotechnol.* 2: 507–514.
- [45] B.E. DeMartini, J.F. Rhoads, M.A. Zielke, K.G. Owen, S.W. Shaw, K.L. Turner, (2008) A single input-single output coupled microresonator array for the detection and identification of multiple analytes, *Appl. Phys. Lett.* 93: 1–4.
- [46] N. Ghaemi, A. Nikoobin, M.R. Ashory, (2022) A comprehensive categorization of micro/nanomechanical resonators and their practical applications from an engineering perspective: a review, *Adv. Electron. Mater.* 8: 2200229.
- [47] C.H. Ho, R.A. Scott, J.G. Easley, (1975) Non-planar, non-linear oscillations of a beam-I. Forced motions, *Int. J. Non. Linear. Mech.* 10: 113–127.
- [48] S. Schmid, L.G. Villanueva, M.L. Roukes, (2016) *Fundamentals of nanomechanical resonators.*
- [49] V. Sazonova, Y. Yaish, H. Üstünel, D. Roundy, T.A. Arias, P.L. McEuen, (2004) A tunable carbon nanotube electromechanical oscillator, *Nature.* 431: 284–287.
- [30] J.F. Rhoads, S.W. Shaw, K.L. Turner, R. Baskaran, (2005) Tunable microelectromechanical filters that exploit parametric resonance, *J. Vib. Acoust. Trans. ASME.* 127: 423–430.
- [31] R. Potekin, S. Dharmasena, H. Keum, X. Jiang, J. Lee, S. Kim, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, H. Cho, (2018) Multi-frequency atomic force microscopy based on enhanced internal resonance of an inner-paddled cantilever, *Sensors Actuators A Phys.* 273: 206–220.
- [32] R. Potekin, S. Dharmasena, D.M. McFarland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, H. Cho, (2017) Cantilever dynamics in higher-harmonic atomic force microscopy for enhanced material characterization, *Int. J. Solids Struct.* 110: 332–339.
- [33] H.M. Ouakad, H.M. Sedighi, M.I. Younis, (2017) One-to-One and Three-to-One Internal Resonances in MEMS Shallow Arches, *J. Comput. Nonlinear Dyn.* 12.
- [34] A.H. Ramini, A.Z. Hajjaj, M.I. Younis, (2016) Tunable resonators for nonlinear modal interactions, *Sci. Rep.* 6: 1–9.
- [35] C. Samanta, P.R. Yasasvi Gangavarapu, A.K. Naik, (2015) Nonlinear mode coupling and internal resonances in MoS<sub>2</sub> nanoelectromechanical system, *Appl. Phys. Lett.* 107.
- [36] A. Eichler, M. Del Álamo Ruiz, J.A. Plaza, A. Bachtold, (2012) Strong coupling between mechanical modes in a nanotube resonator, *Phys. Rev. Lett.* 109: 1–5.
- [37] W.G. Conley, A. Raman, C.M. Krousgrill, S. Mohammadi, (2008) Nonlinear and nonplanar dynamics of suspended nanotube and nanowire resonators, *Nano Lett.* 8: 1590–1595.
- [38] ابراهیمی ر. (۱۴۰۱) تحلیل غیرخطی ارتعاشات کوپل شده عرضی-طولی در نانو تشدیدگرها تحت نیروی الکترواستاتیک، مدل سازی در مهندسی. ۲۰ (۷۰) صفحه ۶۰-۵۱.
- [39] D. Antonio, D.H. Zanette, D. López, (2012) Frequency stabilization in nonlinear micromechanical oscillators, *Nat. Commun.* 3.