



کنترل تحمل‌پذیر عیب مود لغزشی مبتنی بر مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده یک سیستم صلب-انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات خارجی

میلاد عظیمی^۱* و مرضیه اقلیمی‌دژ^۲

^۱ استادیار، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

^۲ کارشناسی ارشد، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۰۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸

چکیده

در این مقاله به طراحی الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر مشاهده‌گر و الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات به صورت همزمان جهت پایداری وضعیت فضایی انعطاف‌پذیر (در قالب یک سیستم صلب-انعطاف‌پذیر) ناقص عملکرد که در معرض اغتشاشات خارجی قرار گرفته، پرداخته شده است. جهت تخمین خطای گشتاور ناشی از عیب عملکرد، یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده توسعه یافته است. یکی از ویژگی‌های اصلی این مشاهده‌گر عیب، لحاظ اغتشاشات خارجی در ساختار آن است. سپس، یک قانون کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی توسعه یافته مبتنی بر ساختار تناسبی-انتگرالی-مشتقی با بهره سوئیچینگ متغیر با زمان برای تولید سیگنال‌های کنترلی با عملکرد مطلوب طراحی شده است. در نهایت، جهت کاهش ارتعاشات باقی‌مانده حین و پس از مانور، الگوریتم کنترلی فیدبک نرخ کرنش به طور همزمان با الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر عیب فعال‌سازی می‌شود. تضمین پایداری کلی سیستم حلقه بسته با استفاده از تئوری لیاپانوف صورت پذیرفته است. شبیه‌سازی‌های عددی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای حاکی از آن است که سیستم توسعه یافته عملکرد مطلوبی نسبت به الگوریتم‌های رایجی مانند مود لغزشی انتگرالی در برابر خطای عملکرد، اغتشاشات خارجی و تحریک مدهای انعطاف‌پذیر سیستم‌های با دینامیک صلب-انعطاف‌پذیر دارد.

کلمات کلیدی: کنترل تحمل‌پذیر خطا؛ مود لغزشی؛ فیدبک نرخ کرنش؛ مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده.

Iterative Learning Observer-based Sliding Mode Fault Tolerant Control of a Rigid-Flexible System with External Disturbances

Milad Azimi^{1*}, Marzieh Eghlimi Dezh²

¹ Assist. Prof., Aerospace Research Institute (Ministry of science, research and technology), Tehran, Iran

² MSc., Aerospace Research Institute (Ministry of science, research and technology), Tehran, Iran

Abstract

The paper discusses the design of an observer-based fault-tolerant control algorithm and active vibration control for attitude stabilization of a flexible spacecraft (as a rigid-flexible system) subject to external disturbances. An iterative learning observer has been developed in order to estimate the torque deviation caused by actuator faults. One of the main features of the proposed observer is the consideration of external disturbances in its structure. Next, a fault-tolerant sliding mode control (SMC) law based on a proportional-integral-derivative (PID) structure with a time-varying switching gain is proposed in order to generate control signals with ideal performance. To minimize residual vibrations during and after the maneuver, the strain rate feedback (SRF) control algorithm is also activated simultaneously with fault-tolerant control. Using Lyapunov theory, the proposed control strategies guarantee global stability for the closed loop system. Numerical simulations as a comparative study have been used to demonstrate the effectiveness of the developed system compared to conventional algorithms, such as integral sliding mode control, when handling actuator failures, external disturbances, and flexible body excitations in rigid-flexible dynamic systems.

Keywords: fault tolerant control; sliding mode; strain rate feedback; iterative learning observer.

۱- مقدمه

پارامتر، و عدم حساسیت به اغتشاشات خارجی و داخلی را ارائه می‌کند [۱۴].

به طور کلی کنترل تحمل‌پذیر خطا را می‌توان به دو رویکرد فعال و غیرفعال تقسیم کرد. کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال تنها برای خطاهای از پیش تعریف شده معتبر است [۱۵، ۱۶]. لیانگ و همکاران^۵ کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی برای مجموعه‌ای از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم تحت خطای عملگر پیشنهاد داده‌اند که در آن پایداری مجانبی سیستم تضمین شده است [۱۷]. شن و همکاران^۶ کنترل مود لغزشی انتگرالی تطبیقی تحمل‌پذیر خطایی جهت مقابله با خطای عملگر از پیش تعیین شده‌ای برای فضای پیمای صلب پیشنهاد دادند [۱۸].

برخلاف کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال، کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال به جبران خطا به صورت آنلاین می‌پردازد و به مکانیزم تشخیص و جداسازی خطا نیازمند است؛ بنابراین، یک مساله کلیدی در طراحی کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال، تعیین اطلاعات خطاست که روش‌های متعددی از جمله فیلتر کالمن^۷ [۱۹]، مشاهده‌گر^۸ [۲۰] و فیلتر حداقل مربعات^۹ [۲۱] برای آن پیشنهاد شده است.

با توجه به مطالعات صورت گرفته، بطور کلی مشاهده‌گرها به دلیل سهولت در پیاده‌سازی به صورت گسترده‌ای به عنوان تخمین‌گر خطا و خرابی‌های سیستم‌های مختلف استفاده می‌شوند. وو و سیف^{۱۰} جهت تشخیص و جداسازی خطا در یک سیستم کنترل وضعیت فضاپیما از یک مشاهده‌گر PID تکرار شونده استفاده کرده‌اند [۲۲]؛ همچنین آنها یک مشاهده‌گر مود لغزشی جهت تشخیص خرابی عملگر توسعه دادند [۲۳]. پیشتر، یکی از رویکردهای مقاوم کنترلی، جهت کنترل خرابی عملگرهای وضعیت، معرفی شد. در سیستم‌های با دینامیک صلب-انعطاف‌پذیر، وجود ارتعاشات ناشی از وصله‌های انعطاف‌پذیر می‌تواند ماموریت‌های نیازمند دقت بالا را به مخاطره اندازد. از جمله روش‌های رایج در کنترل ارتعاشات می‌توان از روش PID [۲۴]، الگوریتم‌های بهینه‌سازی [۲۵]،

امروزه سامانه‌های کنترل وضعیت نقش مهمی در ماموریت‌های پیشرفته فضایی به ویژه در حضور اغتشاشات محیطی و انواع نامعینی‌ها ایفا می‌کنند. اکثر رویکردهای کنترلی موجود، بر فضاپیماهایی با عملگر سالم متمرکز هستند که هر یک پاسخ مطلوبی به سیگنال کنترلی می‌دهند. علاوه بر تلاش‌های متعدد جهت افزایش قابلیت اطمینان سامانه کنترل وضعیت فضاپیماها، نامعینی‌های متعددی در عملگرهای این زیرسیستم و در طول عمر عملیاتی آن‌ها رخ می‌دهد. حضور این نامعینی‌ها ممکن است، منجر به اختلال در عملکرد سیستم کنترل شود که به نوبه خود ممکن است، منجر به توقف مأموریت و در نتیجه مشکلات اقتصادی و ایمنی شود. از طرف دیگر، وجود بخش‌های انعطاف‌پذیر به عنوان یکی دیگر از انواع اغتشاشات و نامعینی‌های موجود، منجر به کاهش عملکرد سامانه‌های کنترل وضعیت خصوصاً در حضور خرابی عملگر می‌شود [۱].

در طول دهه‌های گذشته تکنیک‌های کنترل مختلفی از جمله کنترل تطبیقی^۱ [۵]، کنترل بازگشتی مقاوم^۲ [۶]، کنترل مود لغزشی^۳ [۷]، کنترل پیش‌بین^۴ [۸] و کنترل بهینه [۹] مورد بحث قرار گرفته است. در مقایسه با سایر رویکردهای کنترلی، کنترل مود لغزشی به دلیل سادگی، قوام بالا در مقابل اغتشاشات خارجی و حساسیت کم به تغییرات پارامترهای سیستم مورد توجه محققان قرار گرفته است [۱۰].

به عنوان مثال، ساختار الگوریتم کنترل مود لغزشی انتگرالی به گونه‌ای طراحی شده است که در آن فاز رسیدن به سطح لغزش از همان ابتدای مانور حذف شده و قوام سیستم تضمین می‌شود [۱۱]. از طرف دیگر، الگوریتم‌های کنترل مود لغزشی کلاسیک می‌توانند در برابر نامعینی‌های دینامیکی، مؤثر باشند [۱۲، ۱۳].

با توجه به مطالعات صورت گرفته، کنترل‌رهای مود لغزشی مبتنی بر الگوریتم‌های تناسبی-مشتقی-انتگرالی (PID) علاوه بر قابلیت‌های الگوریتم‌های مود لغزشی کلاسیک، مزایایی از جمله زمان پاسخ‌دهی سریع، کاهش حساسیت به تغییرات

⁷ Kalman filter

⁸ Observer

⁹ Least square filter

¹⁰ Wu and Saif

¹ Adaptive control

² Robust backstepping control

³ Sliding mode control (SMC)

⁴ Model predictive control

⁵ Liang et al.

⁶ Shen et al.

بررسی‌های صورت گرفته، غالب مشاهده‌گرها برای سیستم‌های با دینامیک صلب مورد استفاده قرار گرفته است [۳۷].

- با توجه به توانایی محدود محاسباتی پردازشگرهای فضاییم، استفاده از این مشاهده‌گر پیشنهادی، امکان تخمین خطای متغیر با زمان و خطای ثابت فراهم می‌شود.

مقاله در ادامه به این صورت تدوین شده است که در بخش دوم مدل‌سازی دینامیکی فضاییمای انعطاف‌پذیر مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک در مانور وضعیت چند محوره ارائه شده است. بخش سوم به طراحی کنترلر نامی و کنترلر مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا به همراه یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده در حضور اغتشاشات خارجی پرداخته است. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی و نهایتاً نتیجه‌گیری در بخش پنجم ارائه شده است.

۲- مدل‌سازی دینامیکی

معادله دینامیک غیرخطی وضعیت فضاییمای انعطاف‌پذیر متشکل از یک هاب صلب و دو پنل انعطاف‌پذیر مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک متصل به آن عبارتست از [۳۸]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{M}_{RF} \\ \mathbf{M}_{FR} & \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R & \mathbf{C}_{RF} \\ \mathbf{C}_{FR} & \mathbf{C}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ -\mathbf{P}^T \mathbf{g} \mathbf{A}_p^a \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_p^a = \mathbf{g} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\eta}_p^s$$

که در آن $\mathbf{u}_c \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{d}_e \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ اغتشاشات خارجی وارد بر هاب، $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ بردار سرعت‌های زاویه‌ای فضاییم، \mathbf{g} ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، \mathbf{a} و \mathbf{s} به ترتیب عملگر و حسگر پیزوالکتریک، $\boldsymbol{\Phi}$ و $\boldsymbol{\eta}_k$ به ترتیب معرف زوایای دوران جسم صلب و مختصات تعمیم یافته پنل‌های انعطاف‌پذیر می‌باشند. ماتریس‌های \mathbf{M} ، \mathbf{C} و \mathbf{K} به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی می‌باشند؛ همچنین اندیس‌های \mathbf{R} و \mathbf{F} به ترتیب

الگوریتم‌های فازی-عصبی [۲۶]، رویکرد جانمایی قطب‌ها^۱ [۲۷]، رویکرد H_∞ [۲۸]، مود لغزشی [۲۹]، فیدبک موقعیت مثبت^۲ [۳۰] و فیدبک نرخ کرنش^۳ [۳۱] نام برد. به طور کلی، الگوریتم‌های بهینه‌سازی، فازی-عصبی و مود لغزشی ساختار پیچیده و حجم محاسباتی بالایی نسبت به دو روش فیدبک موقعیت مثبت و فیدبک نرخ کرنش دارند.

روش فیدبک موقعیت مثبت، برای کاربردهای کنترل چندین مود پیشنهاد نمی‌شود [۳۲، ۳۳]. در حالیکه از میان روش‌های معرفی شده، روش کنترل فیدبک نرخ کرنش نسبت به سایر روش‌های کنترل ارتعاشات فعال مزایای بیشتری مانند دامنه وسیع میرایی، پایداری بیش از یک مود با داشتن پهنای باند مناسب و پیاده‌سازی آسان برخوردار است [۳۴].

از جمله نکات بدیع در نظر گرفته شده در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره داشت:

- ارائه رویکرد کنترلی با ترکیب الگوریتم کنترل نامی مود لغزشی PID و الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای توسعه یافته با لحاظ بهره سوئیچینگ متغیر با زمان همزمان با الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات.
- پیاده‌سازی الگوریتم‌های کنترلی بر سیستمی با دینامیک غیر خطی کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر بدون ساده‌سازی‌های رایج در نظر گرفته شده در دینامیک [۳۵، ۳۶] از جمله جداسازی دینامیک بخش صلب و بخش انعطاف‌پذیر و در نظر گرفتن ارتعاشات در قالب اغتشاشات خارجی.
- طراحی مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده شامل تابع علامت و اغتشاشات خارجی، جهت تخمین خطای عملگر. مشاهده‌گر پیشنهادی، اختلاف گشتاور ناشی از خطای عملگر را تخمین می‌زند و تضمین می‌کند، خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و خطای تخمینی اختلاف گشتاور به یک مجموعه کوچک همگرا می‌شود؛ همچنین این مشاهده‌گر، بهبود تحمل‌پذیری خطا در قالب کاهش اثربخشی عملگرها در حضور اغتشاشات خارجی را نسبت به رویکردهای کلاسیک و رایج دارا است [۲].
- توسعه مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده برای سیستم‌های با دینامیک صلب-انعطاف‌پذیر. به طور کلی با توجه به

³ Strain Rate Feedback (SRF)

¹ Pole Placement

² Positive Position Feedback (PPF)

فرضیه ۱: اغتشاشات خارجی با مقدار اشباع d_{max} محدود در نظر گرفته شده است $\|\mathbf{d}_e\| \leq d_M$.

فرضیه ۲: عیب عملگر با ثابت مثبت e_m محدود در نظر گرفته شده است $0 \leq \max\{e_1, e_2, e_3\} \leq e_m$.

فرضیه ۳: ماتریس \mathbf{M}_R مثبت معین است.

فرضیه ۴: حرکت بخش‌های انعطاف‌پذیر $\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\|$ و $\|\boldsymbol{\eta}_k\|$ محدود در نظر گرفته شده است.

فرضیه ۵: اختلاف گشتاور ناشی از عیب عملگر \mathbf{u}_f محدود و رابطه $\|\mathbf{u}_f(t) - \mathbf{K}_1 \mathbf{u}_f(t - \tau)\| \leq k_v$ برای آن برقرار است ($k_v > 0$ و $\mathbf{K}_1 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ماتریس بهره مثبت معین).

فرضیه ۶: تابع غیرخطی $\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}$ را می‌توان به ازای $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^3$ با ثابت لیبشیتز ϕ محدود فرض کرد:

$$\|\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_R \hat{\boldsymbol{\omega}}\| \leq \phi \|\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}\| \quad (4)$$

که در آن $(\hat{\cdot})$ بیانگر تخمین پارامتر است.

۳-۱- مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده

در این بخش، مشاهده‌گر تخمین عیب عملگر طراحی شده است؛ بنابراین لازم است، دینامیک طوری بازنویسی شود که اختلاف گشتاور ناشی از خرابی عملگر در معادلات ظاهر شود. بدین منظور با بازنویسی سطر اول معادله (۱) داریم:

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_f + \mathbf{d}_e \quad (5)$$

مشاهده‌گر تخمین عیب طراحی شده به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_R \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} &= -\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \hat{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_h \\ &+ \hat{\mathbf{u}}_f(t) + \lambda_1 (\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) + \lambda_2 \text{sgn}(\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) \\ \hat{\mathbf{u}}_f(t) &= \mathbf{K}_1 \hat{\mathbf{u}}_f(t - \tau) + \mathbf{K}_2 \text{sgn}(\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) \end{aligned} \quad (6)$$

به‌طوری‌که $\hat{\mathbf{u}}_f(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ و $\hat{\boldsymbol{\omega}} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ به ترتیب نشان‌دهنده سرعت زاویه‌ای تخمینی و اختلاف گشتاور تخمینی، τ معرف بازه زمانی به‌روزرسانی الگوریتم، λ_1 ثابت مثبت و $\lambda_2 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ماتریس مثبت معین است که مقدار آن وابسته به حد بالای اغتشاشات سیستم است؛ همچنین $\mathbf{K}_2 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ماتریس بهره مثبت معین است. جهت بررسی عملکرد مشاهده‌گر لازم است،

نشان‌دهنده بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر فضاپیما، ترم‌های \mathbf{A} ، \mathbf{P} و \mathbf{N} مشخصات سازه‌های پیزوالکتریک می‌باشند.

برای نمایش پارامترهای وضعیت از کواترنیون‌ها $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_0 \quad \mathbf{q}_{1:3}] \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ استفاده شده است بطوریکه:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega} \\ (\mathbf{q}_0 \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}) \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} \quad (2)$$

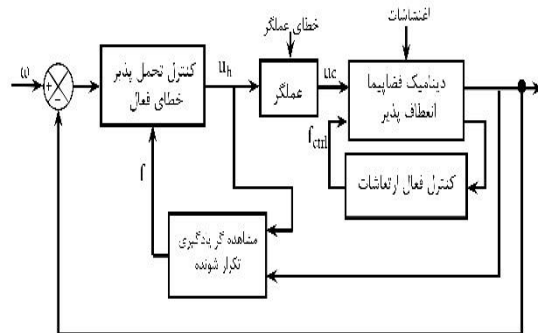
که در آن $(X)^{\times}$ بیانگر ماتریس پاد متقارن است [۳۹]. جهت مدلسازی عیب عملگر داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_c &= \mathbf{E}(t) \mathbf{u}_h = \mathbf{u}_h + (\mathbf{E}(t) - \mathbf{I}_{3 \times 3}) \mathbf{u}_h \\ &= \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_f \end{aligned} \quad (3)$$

بطوریکه در آن $\mathbf{E}(t) = \text{diag}\{e_1, e_2, e_3\}$ با فرض آنکه $0 \leq e_i \leq 1, (i = 1, 2, 3)$ ماتریس کاهش اثربخشی عملگرهای فضاپیما، \mathbf{u}_h و \mathbf{u}_f به ترتیب گشتاور دلخواه کنترلی و اختلاف گشتاور ناشی از عیب عملگرها است.

۳- طراحی کنترلر و مشاهده‌گر

در ابتدای این بخش به طراحی کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی مبتنی بر PID به همراه یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده پرداخته شده و در انتها، الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات جهت کاهش ارتعاشات به سیستم اضافه می‌شود. بلوک دیاگرام طراحی کنترلرهای وضعیت و ارتعاشات و مشاهده‌گر پیشنهادی در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱- بلوک دیاگرام کنترلر و مشاهده‌گر

پیش از طراحی کنترلر فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned}
 & -2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & \leq \gamma_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & + \frac{1}{\gamma_1}\text{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))
 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 & 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{v}(t) \\
 & \leq \gamma_2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) + \frac{1}{\gamma_2}\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 & -2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{v}(t) \\
 & \leq \gamma_3\text{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + \frac{1}{\gamma_3}\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن مقادیر $\gamma_i (i=1,2,3)$ ثابت‌های مثبت و به این ترتیب $\alpha_3 = 1 + (1/\gamma_1)$, $\alpha_1 = 1 + \gamma_1 + (1/\gamma_2)$ و $\alpha_2 = 1 + \gamma_2 + \gamma_3$ می‌باشند. با جایگذاری نامساوی‌های (۱۲) - (۱۴) در معادله (۱۱) داریم:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \\
 & \leq \alpha_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & + \alpha_2\text{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (15)$$

پایان اثبات لم ۱.

قضیه ۱: سیستم دینامیکی (۵) و مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده (۶) را در نظر بگیرید. می‌توان نشان داد، عیب تخمینی $\tilde{\mathbf{u}}_f(t)$ و $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)$ به یک مجموعه کوچک همگرا خواهد شد. بنابراین لازم است بهره‌های مشاهده‌گر مطابق زیر انتخاب شود:

$$\begin{aligned}
 & -\phi + \lambda_1 - \gamma_4 > 0 \\
 & 1 - (1 + (1/\gamma_4) + \delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2 \geq 0 \\
 & \lambda_{2,m} - d_M \geq 0
 \end{aligned} \quad (16)$$

بطوریکه در آن γ_4 و δ ثابت‌های مثبت و $\lambda_{2,m}$ کمینه مقدار ویژه ماتریس λ_2 هستند.

اثبات: تابع لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\omega}}^T\mathbf{M}_R\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \int_{t-\tau}^t \tilde{\mathbf{u}}_f^T(r)\tilde{\mathbf{u}}_f(r)dr \quad (17)$$

همچنین، مطابق با نامساوی یانگ داریم:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \leq \gamma_4\tilde{\boldsymbol{\omega}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) + \frac{1}{\gamma_4}\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \quad (18)$$

دو متغیر جدید به عنوان عیب تخمینی سرعت زاویه‌ای و عیب تخمینی اختلاف گشتاور به صورت زیر تعریف شود:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) &= \boldsymbol{\omega}(t) - \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \\
 \tilde{\mathbf{u}}_f(t) &= \mathbf{u}_f(t) - \hat{\mathbf{u}}_f(t)
 \end{aligned} \quad (7)$$

از طرف دیگر، با جایگذاری $\boldsymbol{\omega}(t)$ و $\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)$ در بخش اول معادله (۷) داریم:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_R\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}(t) &= \mathbf{C}_R\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) + \tilde{\mathbf{u}}_f(t) + \lambda_1(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + \lambda_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \mathbf{d}_e
 \end{aligned} \quad (8)$$

لم ۱: اگر مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده مطابق رابطه (۶) تعریف شده باشد، لازم است نامساوی زیر برقرار شود:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \\
 & \leq \alpha_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & + \alpha_2\text{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (9)$$

به‌طوریکه $\mathbf{v}(t) = \mathbf{u}_f(t) - \mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau)$ و $\alpha_i (i=1,2,3)$ ثابت‌های مثبتی هستند که در ادامه اثبات لم ۱ تعریف می‌شوند.

اثبات: عیب تخمینی اختلاف گشتاور کنترلی به صورت بخش دوم معادله (۷) تعریف می‌شود؛ بنابراین می‌توان عیب تخمینی اختلاف گشتاور را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{u}}_f(t) &= \mathbf{v}(t) + \mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau) - \hat{\mathbf{u}}_f(t) \\
 &= \mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) - \mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + \mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (10)$$

اثبات می‌شود که:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \\
 &= \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & - 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & + 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{v}(t) \\
 & + \text{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\
 & - 2\text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{v}(t) + \mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned} \quad (11)$$

بنابراین باتوجه به نامساوی یانگ [۴۰]، می‌توان نامساوی‌های زیر را بر اساس معادله (۱۱) تضمین نمود:

۳-۲- کنترل‌مود لغزشی مبتنی بر PID

سطح لغزش را می‌توان بر اساس سرعت‌های زاویه‌ای و کواترنیون‌ها به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega} + k\mathbf{q}_{1:3} \quad (۲۳)$$

بطوریکه k یک ثابت مثبت است. با توجه به رابطه (۲۳)، لم زیر را در نظر بگیرید:

لم ۲: اگر سیگنال کنترلی به گونه‌ای طراحی شود که شرط لغزش $\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} < 0$ را برآورده کند، \mathbf{S} به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود؛ در نتیجه، وضعیت و سرعت زاویه‌ای نیز به صورت مجانبی به صفر همگرا خواهند شد ($q_0 \rightarrow 1, \mathbf{q}_{1:3} \rightarrow \mathbf{0}$ و $\boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{0}$ به واسطه $t \rightarrow \infty$) [۴۲].

با مشتق‌گیری زمانی از سطح لغزش و جایگذاری معادله (۵) در آن داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}} &= \dot{\boldsymbol{\omega}} + k\dot{\mathbf{q}}_{1:3} \\ &= \mathbf{M}_R^{-1}(-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_c \\ &\quad + \mathbf{d}_e) + 0.5k(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^*\boldsymbol{\omega}) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

با توجه به $\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{0}$ ، کنترل تناسبی عبارتست از:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{eq} &= \mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ &\quad - 0.5k\mathbf{M}_R(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^*\boldsymbol{\omega}) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

همچنین کنترل نامی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{nom} &= \mathbf{u}_{eq} - K_p\mathbf{q}_{1:3} - K_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \\ &\quad - K_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt \end{aligned} \quad (۲۶)$$

بطوریکه K_p, K_d و K_i ثابت‌های مثبت و p^2 یک اسکالر غیر صفر است؛ بنابراین تابع $V_3 = \frac{1}{2}\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ را به عنوان تابع پیشنهادی لیاپانوف در نظر بگیرید. با جایگذاری معادله (۲۴) در مشتق زمانی V_3 داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} \\ &= \mathbf{S}^T(\mathbf{M}_R^{-1}(-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ &\quad + \mathbf{u}_c + \mathbf{d}_e) + 0.5k(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^*\boldsymbol{\omega})) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

با مشتق‌گیری زمانی V_1 و جایگذاری معادله (۸) و (۱۸) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\boldsymbol{\omega}}^T[\mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_R\dot{\boldsymbol{\omega}} + \ddot{\mathbf{u}}_f(t) + \lambda_1(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\ &\quad + \lambda_2 \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \mathbf{d}_e] + \ddot{\mathbf{u}}_f^T(t)\dot{\mathbf{u}}_f(t) \\ &\quad - \ddot{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\ &\leq (\phi - \lambda_1 + \gamma_4)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 \\ &\quad + (1 + (1/\gamma_4))\ddot{\mathbf{u}}_f^T(t)\dot{\mathbf{u}}_f(t) \\ &\quad - \ddot{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau) - (\lambda_{2,m} - d_m)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 \end{aligned} \quad (۱۹)$$

اگر $\lambda_{2,m} \geq d_m$ به گونه‌ای انتخاب شود که نامساوی $\lambda_{2,m} \geq d_m$ برقرار باشد و با توجه به نتیجه لم ۱ معادله (۱۵) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq (\phi - \lambda_1 + \gamma_4)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\ddot{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 \\ &\quad + (1 + (1/\gamma_4))\left(\alpha_1\ddot{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \right. \\ &\quad + \alpha_2 \text{sgn}^T(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2 \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\ &\quad + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)) - \ddot{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\ &\quad - (\lambda_{2,m} - d_m)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 \\ &\leq (\phi - \lambda_1 + \gamma_4)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\ddot{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 \\ &\quad + (1 + (1/\gamma_4))\left(\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2\|\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau)\|^2 \right. \\ &\quad + \alpha_2 \text{sgn}^T(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2 \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)) \\ &\quad + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)) - \|\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau)\|^2 \\ &\leq -(-\phi + \lambda_1 - \gamma_4)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\ddot{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 \\ &\quad - [1 - (1 + (1/\gamma_4)) \\ &\quad + \delta]\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2\|\dot{\mathbf{u}}_f(t-\tau)\|^2 \\ &\quad + (1 + (1/\gamma_4) + \delta)[\alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t) + \alpha_1\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1] \end{aligned} \quad (۲۰)$$

با فرض $1 - (1 + (1/\gamma_4) + \delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2 \geq 0$ معادله (۲۰) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{V}_1 \leq -(-\phi + \lambda_1 - \gamma_4)\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\ddot{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 + \sigma \quad (۲۱)$$

که در آن $\sigma = (1 + (1/\gamma_4) + \delta)[\alpha_3k_v + \alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2]$ است. می‌توان نشان داد که خطای مشاهده‌گر معادله (۷) محدود است؛ بنابراین خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و عیب عملگر به صورت زیر محدود شده و $\dot{V}_1 \leq 0$ اثبات می‌شود؛ بنابراین V_1 کاهش پیدا می‌کند [۴۱]:

$$\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\| \leq \sqrt{\frac{\sigma}{-\phi + \lambda_1 - \gamma_4}} \cdot \|\ddot{\mathbf{u}}_f(t)\| \leq \sqrt{\frac{\sigma}{\delta}} \quad (۲۲)$$

تذکر: ترم $\lambda_2 \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\omega}}(t))$ در مشاهده‌گر معادله (۶) منجر به افزایش قوام سیستم در مقابل اغتشاشات خارجی می‌شود.

که در آن $\mathbf{K}_s \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ و \mathbf{D} ماتریس‌های مثبت معین می‌باشند. در این رابطه، تابع $\beta(t)$ بهره سوئیچینگ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta(t) = \frac{\sqrt{3}e_m \|\mathbf{u}_{nom}\|_\infty + d_M + \varepsilon}{1 - e_m} \quad (32)$$

بطوریکه ε ثابت مثبت و محدود است.

تذکر: در معادله (۳۱)، بهره \mathbf{K}_s سرعت همگرایی سیستم را مشخص می‌کند. باید به این نکته توجه داشت که میان سرعت همگرایی و مقدار (دامنه) گشتاور کنترلی ارتباطی وجود دارد. به این ترتیب که جهت افزایش سرعت همگرایی لازم است، مقدار بیشتری برای \mathbf{K}_s در نظر گرفته شود که به تبع آن باعث افزایش دامنه گشتاور کنترلی خواهد شد؛ بنابراین برای انتخاب مقدار مناسب برای \mathbf{K}_s در پروسه طراحی لازم است، سرعت همگرایی و مقدار گشتاور کنترلی به طور همزمان در نظر گرفته شوند.

قضیه ۲: فرض کنید دینامیک وضعیت با عیب عملگر و فرضیات ۱ تا ۳ معتبر است. پس می‌توان رسیدن به سطح لغزش را با جایگذاری معادلات (۲۶) و (۳۱) در قانون کنترلی معادله (۳۰) حفظ نمود.

اثبات: تابع لیاپانوف $V_4 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S}$ پیشنهاد شده است. با مشتق‌گیری زمانی از تابع لیاپانوف بازا $\mathbf{S} \neq 0$ و با جایگذاری قانون کنترلی تحمل‌پذیر عیب در \dot{V}_4 داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} \\ &= \mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1} ((-\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \\ &\quad + \mathbf{u}_{nom} + \mathbf{u}_{FTC} + \mathbf{d}_e) \\ &\quad + 0.5k(q_0 \boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3} \boldsymbol{\omega})) \\ &= \mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1} (-K_P \mathbf{q}_{1:3} \\ &\quad - K_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) - K_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt - \mathbf{K}_s \mathbf{S} \\ &\quad - \beta(t) \frac{(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1})^T}{\|(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1})^T\|} + \mathbf{d}_e) \end{aligned} \quad (33)$$

با در نظر گرفتن حدود بالای هر پارامتر و $K > d_M$ داریم:

$$\dot{V}_4 \leq -\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{K}_s \mathbf{S} - \|\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1}\| (K + \beta(t) - d_M) < 0 \quad (34)$$

با جایگذاری کنترلی نامی در شرط لغزش، معادله (۲۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1} (-K_P \mathbf{q}_{1:3} - K_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \\ &\quad - K_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt) < 0 \end{aligned} \quad (28)$$

با در نظر گرفتن فرضیه ۳، حد بالای پارامترهای داخل پرانتز رابطه (۲۸) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &\|K_P \mathbf{q}_{1:3}\| + \left\| K_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \right\| \\ &+ \left\| K_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt \right\| \\ &\leq K_P + K_d + K_i \leq K \end{aligned} \quad (29)$$

مطابق لم ۲ و فرضیات ۱-۵، هدف کنترلی برای پارامترهای $q_0 \rightarrow 1$ ، $\mathbf{q}_{1:3} \rightarrow 0$ و $\boldsymbol{\omega} \rightarrow 0$ ، به واسطه $t \rightarrow \infty$ برآورده می‌شود.

۳-۳- کنترل تحمل‌پذیر عیب مود لغزشی

جهت جبران خرابی عملگر و اغتشاشات خارجی، قانون کنترلی باید به گونه‌ای ترکیب شود که دسترسی به سطح لغزش تضمین شود. کنترلی تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر مود لغزشی پیشنهادی به صورت زیر ارائه شده است:

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_{nom} + \mathbf{u}_{FTC} \quad (30)$$

که در آن \mathbf{u}_{nom} محدود به سطح لغزش و \mathbf{u}_{FTC} یک مولفه کنترلی ناپیوسته که اثرات احتمالی عیب عملگر را روی سیستم جبران می‌کند و باعث می‌شود، سیستم به سمت سطح لغزشی حرکت کند. فرض می‌شود، مولفه‌های ذکر شده در فرضیات ۱ و ۲ برای طراح مشخص است؛ بنابراین قانون کنترلی \mathbf{u}_{FTC} به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\mathbf{u}_{FTC} = \begin{cases} -\mathbf{K}_s \mathbf{S} - \beta(t) \frac{(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1})^T}{\|(\mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1})^T\|} & \text{if } \mathbf{S} \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

۴- بحث و نتایج شبیه‌سازی

در این بخش جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های الگوریتم مود لغزشی پیشنهادی با حضور کنترل تحمل‌پذیر عیب‌مندی بر مشاهده‌گر خرابی و بدون آن، شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما ارائه شده است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی و پنل‌ها و وصله‌های پیزوالکتریک مطابق جدول ۱ و ۲ است. قابل ذکر است، در شبیه‌سازی‌ها از وصله‌های پیزوالکتریک A5 استفاده شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها به صورت پاسخ‌های زمانی گشتاورهای کنترلی، کواترنیون‌ها، سرعت‌های زاویه‌ای، مودهای ارتعاشی و ولتاژ عملگرهای پیزوالکتریک در شکل‌های ۲ الی ۹ نمایش داده شده است. شبیه‌سازی معادلات کاملاً غیرخطی با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی نیومارک-بتا^۲ در محیط MATLAB/Simulink صورت پذیرفته است.

پارامترهای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی تحمل‌پذیر عیب و مشاهده‌گر به همراه شرایط اولیه در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۱- بدنه اصلی و پنل‌ها

پارامترها	مقدار
چگالی پنل‌ها	$\rho_A = 2 \text{ (kg/m)}$
سفتی خمشی	$EI_y = 35 \text{ (Gpa)}$
طول پنل‌ها	$L_m = 2 \text{ (m)}$
عرض پنل‌ها	$w = 0/3 \text{ (m)}$
شعاع هاب	$a = 0/3 \text{ (m)}$
ممان اینرسی	$I_x = 7/31 \text{ (kg. m}^2\text{)}$ $I_y = 13/44 \text{ (kg. m}^2\text{)}$ $I_z = 11/72 \text{ (kg. m}^2\text{)}$

مطابق لم باربالات^۱ [۴۳]، متغیرهای سیستم می‌توانند با وجود عیب عملگر و اغتشاشات خارجی به سمت سطح حرکت کند، $\lim_{t \rightarrow \infty} S = 0$ قابل ذکر است، زمانیکه متغیرهای سیستم به سطح لغزش برسند، سیستم دینامیکی معادل قانون کنترل نامی (۲۶) می‌شود؛ همچنین معادله (۳۴) نشان می‌دهد که حرکت لغزشی می‌تواند در برابر کاهش عملکرد عملگر و تابع عیب متغیر با زمان و اغتشاشات خارجی ثابت باقی بماند؛ بنابراین قضیه ۲ اثبات می‌شود.

۳-۴- کنترل فعال ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک نرخ کرنش پنل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند:

$$V_s(t) = G_C i(t) = G_C e_{31} \left(\frac{h_b}{2} + h_p \right) z_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi^k(x) \dot{\eta}_k(t) dx \quad (35)$$

که در آن G_C بهره تنظیم‌کننده سیگنال، $i(t)$ جریان مدار، $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک و $\Psi^k(x)$ تابع شکل است؛ همچنین z_p ، h_p و L_p به ترتیب عرض، ضخامت و طول وصله‌های پیزوالکتریک می‌باشند. ولتاژ ورودی عملگرهای پیزوالکتریک V_a به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_a = K_{pzt} V_s(t) \quad (36)$$

بطوریکه در آن K_{pzt} بهره کنترلی است. نیروی کنترل f_c تولید شده توسط عملگر که روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر استخراج می‌شود [۴۴]:

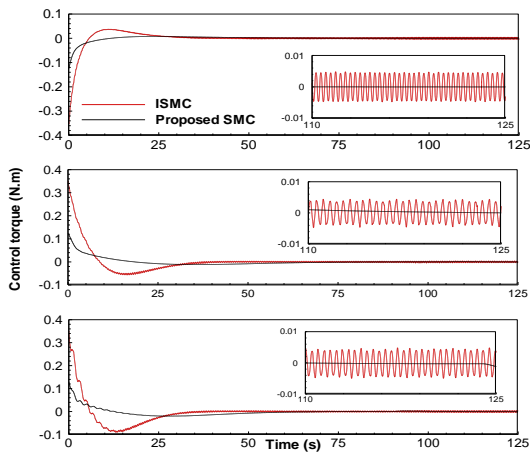
$$f_c = E_p d_{31} z_p \left(\frac{h_b + h_p}{2} \right) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \Psi^k(x) dx V_a(t) \quad (37)$$

که در آن E_p مدول یانگ و d_{31} ثابت کرنش وصله‌های پیزوالکتریک است.

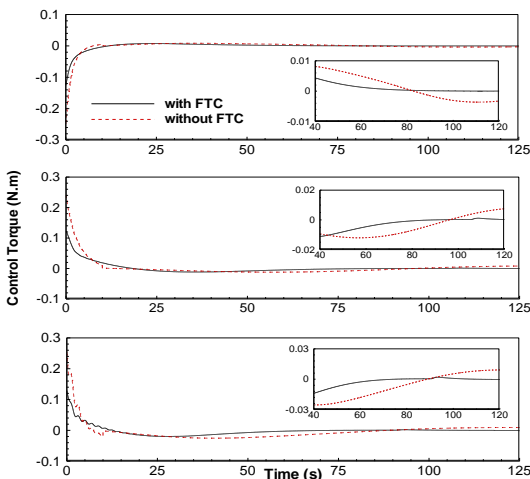
² Newmark-β

¹ barballat

مانور فعال‌سازی شده است. جهت مقایسه عملکرد قانون کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی، الگوریتم مد لغزشی انتگرالی توسعه داده شده در مرجع [۴۵] نیز ارائه شده است. شبیه‌سازی‌ها در حضور اغتشاشات خارجی و سناریوی عیب یکسان برای هر دو الگوریتم در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل ۲ می‌توان مشاهده کرد، تلاش کنترلی الگوریتم پیشنهادی نسبت به کنترل مد لغزشی انتگرالی به مراتب کمتر است؛ همچنین الگوریتم کنترل پیشنهادی به خوبی قادر به کاهش ارتعاشات سیستم حین و پس از مانور شده است.



شکل ۲- گشتاور کنترلی الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم مد لغزشی انتگرالی



شکل ۳- گشتاور کنترلی الگوریتم پیشنهادی

در ادامه، عملکرد الگوریتم توسعه داده شده تحمل‌پذیر عیب مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که می‌توان در شکل ۳

جدول ۲- پارامترهای وصله‌های پیژوالکتریک

پارامترها	مقدار
ثابت کرنش	$d_{31} = 1/8 \times 10^{-10} \text{ (m/V)}$
ثابت شارژ	$e_{31} = -11/3 \times 10^{-4} \text{ (Vm/N)}$
چگالی	$\rho_p = 0/096 \text{ (kg/m)}$
طول	$L_p = 0/0635 \text{ (m)}$
عرض	$z_p = 0/0635 \text{ (m)}$
ضخامت	$h_p = 1/905 \times 10^{-4} \text{ (m)}$
ضریب گذردهی	$\epsilon_3^T = 1/5 \times 10^{-8} \text{ (F/m)}$

جدول ۳- پارامترها و شرایط اولیه شبیه‌سازی

پارامترها	مقدار
شرایط اولیه کوآرنیون‌ها	$q(t_0) = [0/5; 0/5; -0/5; -0/5]$
شرایط اولیه مشاهده‌گر	$\hat{u}_r(0) = [0; 0; 0], \hat{\omega}(0) = \omega(0)$
بهره‌های مشاهده‌گر	$\lambda_1 = 20$ $\lambda_2 = \text{diag}\{0/0001, 0/002, 0/004\}$ $K_1 = \text{diag}\{0/001, 0/001, 0/001\}$ $K_2 = \text{diag}\{0/01, 0/01, 0/01\}$
پارامترهای کنترلی	$K_p = K_d = 0.5, K_i = 0/0001$ $k = -0/1, p^2 = 0.1, \epsilon = 0/001$ $K_s = 0/0001, D = I_{3 \times 3}, \beta = 0/0001$
پارامترهای کنترل ارتعاشات	$G_c = 127, K_{p2T} = [32/27.19/7]$

اغتشاشات خارجی وارد شده بر بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب به صورت زیر می‌باشد:

$$\tau_e = 0.02(\sin(0.02t))$$

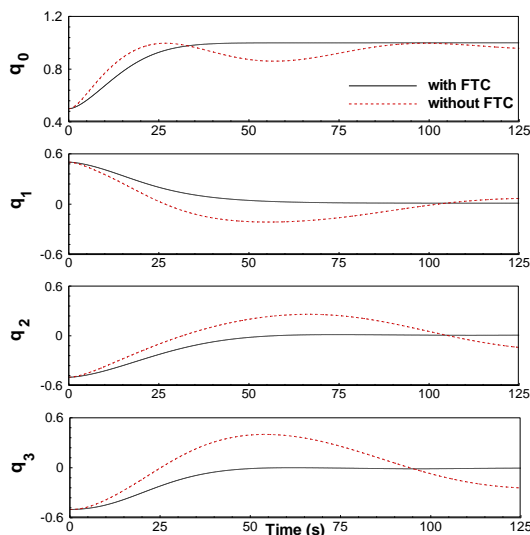
$$d_e = 0.00075\sin(10t)$$

جهت شبیه‌سازی عیب، سناریویی در نظر گرفته شده است که از همان ابتدای مانور هر عملگر دچار کاهش اثربخشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

$$e_i = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0/8 \sin(0/02t) & t \geq 0 \end{cases} \quad (38)$$

شکل‌های ۲-۹ عملکرد قانون‌های کنترلی و مشاهده‌گر پیشنهادی را نمایش می‌دهد. باید به این نکته اشاره داشت که در این نمودارها کنترل ارتعاشات به طور همزمان با کنترل

لازم به ذکر است، الگوریتم کنترلی تحمل‌پذیر عیب و مشاهده‌گر پیشنهادی، قابلیت بهبود نوسان اولیه را از همان ابتدا داراست. این مسئله در پارامترهای وضعیت و به طور خاص سرعت زاویه (شکل ۵) نشان می‌دهد که نوسان اولیه درست پیش از وقوع عیب، حدود ۳۰ درصد کاهش پیدا کرده است.

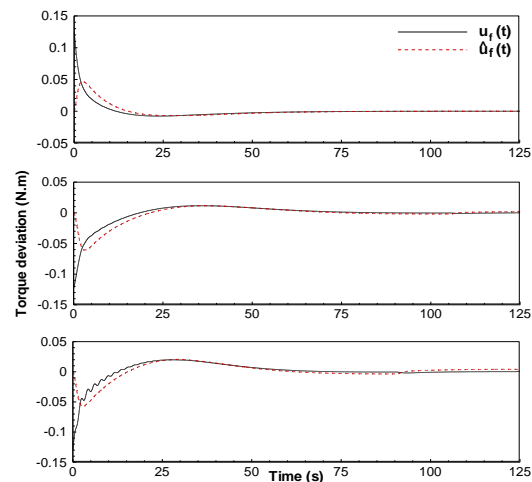


شکل ۵- زوایای مانور (کوآترنیون‌ها)

در شکل‌های ۷ و ۸ پاسخ زمانی ارتعاشات پنل‌های انعطاف‌پذیر برای سه‌مود اول ارتعاشی نشان داده شده است. باید به این نکته توجه داشت که با کاهش اثربخشی عملگرهای وضعیت، مودهای انعطاف‌پذیر تحریک خواهند شد. این رفتار به دلیل مدلسازی دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر به وضوح در شکل ۷ نمایش داده شده است. شکل ۷ سه‌مود اول ارتعاشی را با و بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا به همراه کنترل فعال ارتعاشات را مورد بررسی قرار می‌دهد. همانطور که در این نمودارها می‌توان مشاهده کرد، نوسان اولیه در غیاب کنترل تحمل‌پذیر عیب و مشاهده‌گر، حدود ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است. خرابی عملگر منجر به افزایش نوسانات سه‌مود اول ارتعاشی می‌شود و الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات در کنار کنترل تحمل‌پذیر عیب، توانایی رفع نوسانات ایجاد شده را تا حدی دارا است.

مشاهده کرد، گشتاور کنترلی الگوریتم کنترل مود لغزشی بدون قابلیت تحمل‌پذیری عیب، در حضور اغتشاشات خارجی و کاهش اثربخشی عملگر، علاوه بر تلاش کنترلی بیشتر، نیاز به دامنه بزرگتر در ابتدای مانور نیز دارد.

همچنین در ادامه مسیر، نوساناتی را به سیستم تحمیل می‌کند. این در حالیست که با اعمال الگوریتم تحمل‌پذیر عیب، گشتاور کنترلی مورد نیاز اولیه کمتر و سیگنال‌های کنترلی هموارتری تولید شده است. این موضوع نشان می‌دهد که علاوه بر قابلیت‌های الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی، مشاهده‌گر نیز در همان ابتدای مانور (که عملگر دچار کاهش اثربخشی می‌شود)، توانایی تخمین دقیق عیب را دارد.

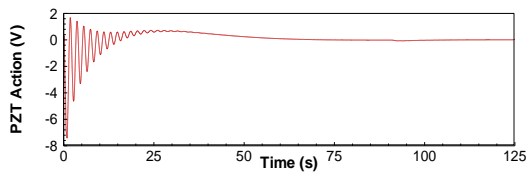


شکل ۴- اختلاف گشتاور کنترلی ناشی از عیب عملگر

شکل ۴ اختلاف گشتاور کنترلی حاصل از عیب عملگر و عملکرد مطلوب مشاهده‌گر پیشنهادی را به نمایش می‌گذارد. در ۵ ثانیه اول مانور، مشاهده‌گر، گشتاوری را شناسایی می‌کند که سیستم به واسطه عیب عملگر از دست می‌دهد و بعد از ۲۵ ثانیه همگرایی آن مشاهده می‌شود.

شکل ۵ و ۶ پارامترهای مانور وضعیت را به ترتیب در قالب کوآترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای نمایش می‌دهد. همانطور که می‌توان مشاهده کرد، کوآترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای در الگوریتم تحمل‌پذیر عیب پس از حدود ۵۰ ثانیه به شرایط تعادل می‌رسد. این در حالی است که در الگوریتم بدون وجود قابلیت تحمل‌پذیری عیب، سیستم حتی بعد از ۱۲۵ ثانیه حول نقطه تعادل نوسانات شدیدی دارد.

جهت نمایش قابلیت الگوریتم فیدبک نرخ کرنش در کنترل ارتعاشات سیستم حین و پس از مانور، در کنار کنترل تحمل‌پذیر عیب و مشاهده‌گر، مقایسه‌ای میان سیستم با و بدون کنترل فعال ارتعاشات صورت پذیرفته است (شکل ۸). همانطور که می‌توان مشاهده کرد، این الگوریتم در ابتدای مانور وضعیت با کاهش دامنه نوسانات (کاهش تقریبی دو برابر در دامنه نوسانات) و در نهایت حذف ارتعاشات باقی مانده، باعث بهبود عملکرد سیستم کنترل وضعیت شده است.

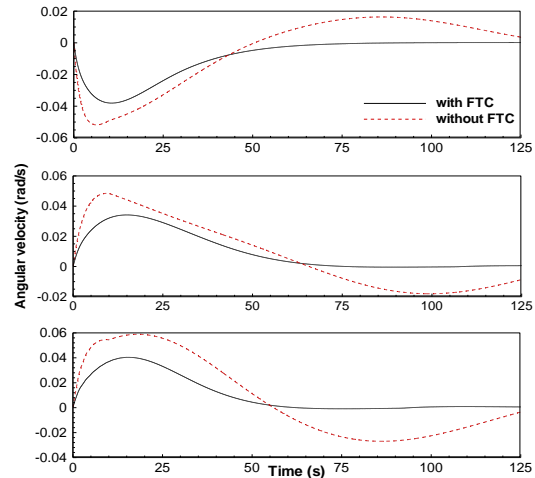


شکل ۹- سیگنال عملگرهای پیزوالکتریک

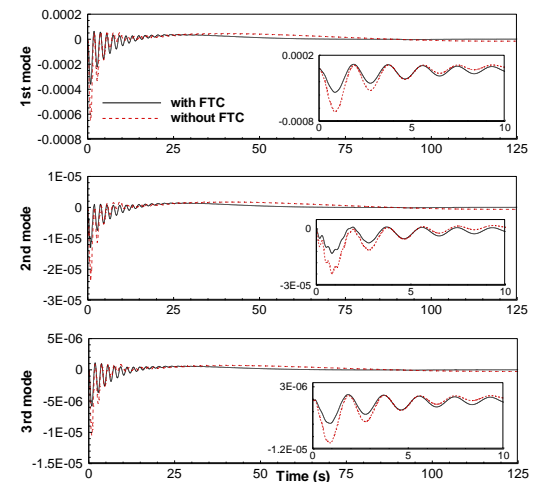
نکته قابل توجه آن است که کاهش ارتعاشات پنل‌های انعطاف‌پذیر باعث کاهش توان مورد نیاز و تلاش کنترلی عملگرهای وضعیت و ارتعاشات تواما خواهد شد. از طرف دیگر باعث تولید سیگنال‌های هموارتر و افزایش عملکرد کنترل وضعیت می‌شود. شکل ۹ نیز ولتاژ تولید شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک را نمایش می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

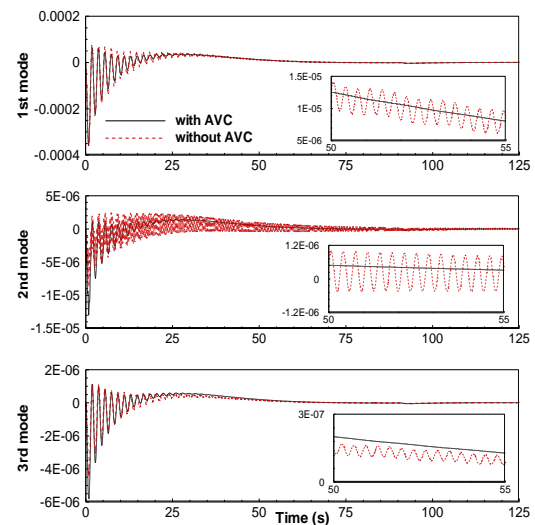
این مقاله به مسئله کنترل همزمان ارتعاشات و مانور سه محوره یک فضاپیماي انعطاف‌پذیر با استفاده از الگوریتم فیدبک نرخ کرنش و الگوریتم تحمل‌پذیر عیب مود لغزشی مبتنی بر الگوریتم PID می‌پردازد. اغتشاشات خارجی و یک عیب عملگر متغیر با زمان به طور همزمان بر سیستم اعمال شده است. الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی جهت کاهش بار محاسباتی، یک تابع سوئیچینگ معرفی می‌نماید که بهره‌های آن متناسب با بیشینه مقدار عیب و اغتشاشات انتخاب شده‌اند. یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده نیز جهت تخمین اختلاف گشتاور ناشی از عیب عملگر ارائه شده است که با دقت بالا همگرایی سریع خطاهای تخمینی را تضمین می‌کند. هنگامیکه عملگر دچار خرابی می‌شود، مشاهده‌گر از همان ابتدای مانور به تخمین و جبران این عیب می‌پردازد. علی‌رغم طرح‌های ارائه شده پیشین، کنترلر و مشاهده‌گر پیشنهادی براساس مدل با



شکل ۶- سرعت‌های زاویه‌ای



شکل ۷- مود اول تا سوم ارتعاشی با کنترل فعال ارتعاشات



شکل ۸- مود اول تا سوم ارتعاشی با کنترل تحمل‌پذیر عیب

- control for rigid spacecraft with actuator saturation and faults. *Acta Astronaut.* 178: 824-834.
- [10] Šabanovic A. (2011) Variable structure systems with sliding modes in motion control—A survey. *IEEE T. Ind. Inform.* 7(2): 212-223.
- [11] Yu X.-N. and Hao L.-Y. (2022) Integral sliding mode fault tolerant control for unmanned surface vessels with quantization: Less iterations. *Ocean Eng.* 260: 111820.
- [12] Cong B., Chen Z., and Liu X. (2014) On adaptive sliding mode control without switching gain overestimation. *Int. J. Robust Nonlin.* 24(3): 515-531.
- [13] Liu C., Wen G., Zhao Z., and Sedaghati R. (2020) Neural-network-based sliding-mode control of an uncertain robot using dynamic model approximated switching gain. *IEEE T. Cybernetics* 51(5): 2339-2346.
- [14] Duc M. N., Trong T. N., and Xuan Y. S. (2015) The quadrotor MAV system using PID control. in 2015 IEEE Int. Conference on Mechatronics and Automation (ICMA): IEEE, 506-510.
- [15] Hu Q., Xiao B., and Friswell M. (2011) Robust fault-tolerant control for spacecraft attitude stabilisation subject to input saturation. *IET Control Theory A.* 5(2): 271-278.
- [16] Yin S., Xiao B., Ding S. X., and Zhou D. (2016) A review on recent development of spacecraft attitude fault tolerant control system. *IEEE T. Ind. Electron* 63(5): 3311-3320.
- [17] Liang Y.-W., Xu S.-D., and Tsai C.-L. (2007) Study of VSC reliable designs with application to spacecraft attitude stabilization. *IEEE T. Contr. Syst. T.* 15(2): 332-338.
- [18] Shen Q., Wang D., Zhu S., and Poh E. K. (2014) Integral-type sliding mode fault-tolerant control for attitude stabilization of spacecraft. *IEEE T. Contr. Syst. T.* 23(3): 1131-1138.
- [19] Cassinis L. P. et al. (2023) Leveraging neural network uncertainty in adaptive unscented Kalman Filter for spacecraft pose estimation. *Adv. Space Res.* 71(12): 5061-5082.
- [20] Bernardi E. and Adam E. J. (2020) Observer-based fault detection and diagnosis strategy for industrial processes. *J. Frankl. Inst.* 357(14): 10054-10081.
- [21] He X., Wang Z., Liu Y., and Zhou D.-H. (2013) Least-squares fault detection and diagnosis for networked sensing systems using a direct state estimation approach. *IEEE T. Ind. Inform.* 9(3): 1670-1679.
- [22] Wu Q. and Saif M. (2006) Robust fault diagnosis for a satellite large angle attitude system using an
- دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر بدون گسسته‌سازی دینامیکی طراحی شده است. پایداری گلوبال سیستم در حضور اغتشاشات خارجی و عیب عملگر متغیر با زمان که به طور همزمان به سیستم اعمال شده، با استفاده از قضیه لیاپانوف اثبات شده است. قابل ذکر است، الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی قابلیت جبران اغتشاشات خارجی، عیب‌های ناشی از خرابی عملگر و اثرات ناشی از ارتعاشات بخش‌های انعطاف‌پذیر را نمایش داده و مشاهده‌گر پیشنهادی توانایی جبران نامعینی‌های ناشی از عیب عملگر و مدل را در رویکردهای کنترلی مختلفی دارا است.
- مراجع**
- [1] Wang Z. and Wu Z. (2015) Nonlinear attitude control scheme with disturbance observer for flexible spacecrafts. *Nonlinear Dynam.* 81(1): 257-264.
- [2] Liu C., Vukovich G., Sun Z., and Shi K. (2018) Observer-based fault-tolerant attitude control for spacecraft with input delay. *J. Guid. Control Dynam.* 41(9): 2041-2053.
- [3] Li H. and Lin X. (2022) Robust finite-time fault-tolerant control for dynamic positioning of ships via nonsingular fast integral terminal sliding mode control. *Appl. Ocean Res.* 122: 103126.
- [4] Van M., Mavrovouniotis M., and Ge S. S. (2018) An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators. *IEEE T. Syst. Man. Cyb.: Systems* 49(7): 1448-1458.
- [5] Khoshnood A. M., Sheibani A., Roshanian J., and Moradi-Maryamnegari H. (2016) L1 adaptive controller design of a space system considering structural flexibility. *J. of Solid and Fluid Mech.* 6(2): 17-27.
- [6] Ma C., He X., Xie B., Sun W., Zhao D., and Liao W. (2022) Backstepping sliding mode fault-tolerant control for the wind turbine system with disturbance observer. *P. I. Mech. Eng.* 236(9): 1667-1678.
- [7] Zhang X. and Huang W. (2022) Adaptive sliding mode fault tolerant control for interval Type-2 fuzzy singular fractional-order systems. *J. Vib. Control* 28(3-4): 465-475.
- [8] Chai R., Tsourdos A., Gao H., Xia Y., and Chai S. (2021) Dual-loop tube-based robust model predictive attitude tracking control for spacecraft with system constraints and additive disturbances. *IEEE T. Ind. Electron* 69(4): 4022-4033.
- [9] Wu X., Luo S., Wei C., and Liao Y. (2021) Observer-based fault-tolerant attitude tracking

- [34] Shahravi M. and Azimi M. (2016) A hybrid scheme of synthesized sliding mode/strain rate feedback control design for flexible spacecraft attitude maneuver using time scale decomposition. *INT. J. Struct. Stab. DY.* 16(02): 1450101.
- [35] Zhang C., Ma G., Sun Y., and Li C. (2019) Observer-based prescribed performance attitude control for flexible spacecraft with actuator saturation. *ISA T.* 89: 84-95.
- [36] Yan R. and Wu Z. (2019) Super-twisting disturbance observer-based finite-time attitude stabilization of flexible spacecraft subject to complex disturbances. *J. Vib. Control* 25(5): 1008-1018.
- [37] Cao T., Gong H., Cheng P., and Xue Y. (2022) A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft. *Aerosp. Sci. Technol.* 128: 107751.
- [38] Shahravi M. and Azimi M. (2015) A comparative study for collocated and non-collocated sensor/actuator placement in vibration control of a maneuvering flexible satellite. *P. I. Mech. Eng. C-J Mec.* 229(8): 1415-1424.
- [39] Sidi M. J., *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach.* Cambridge university press, 1997.
- [40] Zhang L., Hua C., and Guan X. (2016) Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of non-linear multi-agent systems with unknown disturbances. *IET Control Theory A.* 10(8): 877-883.
- [41] Corless M. and Leitmann G. (1981) Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE T. Automat. Contr.* 26(5): 1139-1144.
- [42] Hu Q. (2009) Robust adaptive sliding mode attitude maneuvering and vibration damping of three-axis-stabilized flexible spacecraft with actuator saturation limits. *Nonlinear Dynam.* 55(4): 301-321.
- [43] Rahn C. D. and Rahn C., *Mechatronic control of distributed noise and vibration.* Springer, 2001.
- [44] Azimi M. and Sharifi G. (2018) A hybrid control scheme for attitude and vibration suppression of a flexible spacecraft using energy-based actuators switching mechanism. *Aerosp. Sci. Technol.* 82: 140-148.
- [45] Wenjie D., Dayi W., and Chengrui L. (2017) Integral sliding mode fault-tolerant control for spacecraft with uncertainties and saturation. *Asian J. Control.* 19(1): 372-381.
- iterative neuron PID (INPID) observer. in 2006 MER. Contr. Conf.: IEEE, 6 pp.
- [23] Wu Q. and Saif M. (2007) An overview of robust model-based fault diagnosis for satellite systems using sliding mode and learning approaches. in 2007 IEEE SysMan. Cybern.: IEEE, 3159-3164.
- [24] Koç M. A. (2022) A new expert system for active vibration control (AVC) for high-speed train moving on a flexible structure and PID optimization using MOGA and NSGA-II algorithms. *J. Braz. Soc. Mech. Sci.* 44(4): 151.
- [25] Nguyen V., Johnson J., and Melkote S. (2020) Active vibration suppression in robotic milling using optimal control. *INT. J. Mach. Tool. Manu.* 152: 103541.
- [26] Qiu Z.-c. and Wang T.-x. (2019) Fuzzy neural network vibration control on a piezoelectric flexible hinged plate using stereo vision detection. *J. Intel. Mat. Syst. Str.*: 1045389X18818766.
- [27] Richiedei D., Tamellin I., and Trevisani A. (2022) Pole-zero assignment by the receptance method: Multi-input active vibration control. *Mech. Syst. Signal. PR.* 172: 108976.
- [28] Feng H.-N., Zhang B.-L., Zhao Y.-D., Ma H., Su H., and Li J. (2022) Vibration control of network-based offshore structures subject to earthquakes. *T. I. Meas. Control* 44(4): 861-870.
- [29] Qiu Z.-c., Wang T.-x., and Zhang X.-m. (2021) Sliding mode predictive vibration control of a piezoelectric flexible plate. *J. Intel. Mat. Syst. Str.* 32(1): 65-81.
- [30] Lou J.-q., Wei Y.-d., Yang Y.-l., and Xie F.-r. (2015) Hybrid PD and effective multi-mode positive position feedback control for slewing and vibration suppression of a smart flexible manipulator. *Smart Mater. Struct.* 24(3): 035007.
- [31] Azimi M. and Moradi S. (2021) Robust optimal solution for a smart rigid-flexible system control during multimode operational mission via actuators in combination. *Multybody Syst. Dyn.* 52(3): 313-337.
- [32] Ma G., Hu Q., and Liu Y. (2004) Active vibration control for flexible spacecraft during large angle maneuver using piezoelectric ceramic elements. in The 7th International Symposium on Instrumentation Science and Technology, 1: Xi'an, China, 593-610.
- [33] Shin H.-C. and Choi S.-B. (2001) Position control of a two-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuators and sensors. *Mechatronics* 11(6): 707-729.