



پاسخ نابالانسی یک لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک

رضا ابراهیمی*

استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۱۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۳/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸

چکیده

کاربردهای مهندسی زیادی از لوله‌ها در مقیاس‌های مختلف برای حمل سیال وجود دارد. در این مطالعه، مشخصات دینامیکی یک لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک، تحلیل شده است. بر اساس تئوری تیر اویلر - برنولی، با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حاکم بر حرکت سیستم استخراج شده‌اند. در این معادلات، کوپلینگ ژبروسکوپی، کوپلینگ الکترومکانیکی و اثرات گرانشی در نظر گرفته شده‌اند. روش گالرکین برای گسسته‌سازی معادلات حرکت، به کار گرفته شده است. نتایج عددی برای پیش‌بینی اثرات پارامترهای زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک، سرعت دورانی، طول لوله و سرعت جریان روی پاسخ نابالانسی سیستم بررسی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که بسته به مقدار فرکانس تحریک، دامنه ارتعاشات می‌تواند با افزایش زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک، کاهش یا افزایش یابد. نتایج این تحقیق می‌تواند در طراحی لوله پیزوالکتریک و پیش‌بینی‌های عملکردی برای کنترل ارتعاشات و کاربردهای برداشت‌کننده‌های انرژی در آینده استفاده شود.

کلمات کلیدی: لوله دوار؛ پیکربندی قائم؛ پیزوالکتریک، برهم‌کنش سیال-سازه؛ ارتعاشات؛ نابالانسی.

Unbalance response of a spinning pipe conveying fluid in vertical configuration equipped with piezoelectric patches

Reza Ebrahimi*

Assist. Prof., Mechanical Engineering Department, Yasouj University, Yasouj, Iran

Abstract

There are many engineering applications of pipes at different scales for conveying fluid. The dynamic characteristics of a spinning pipe conveying fluid in vertical configuration equipped with piezoelectric patches are analyzed in this study. Based on Euler-Bernoulli beam theory, the governing equations of the system are derived by applying Hamilton's variational principle. In this equations, the gyroscopic coupling, electromechanical coupling and gravitational effects are considered. The Galerkin's method is used to discretize the governing equations of motions. Numerical results are investigated to predict the influences of the piezoelectric layer spanning angle, spinning speed, pipe length and flow velocity, on the unbalance response of the system. The results indicate that, depending on excitation frequency, the vibration amplitude can be decreased or increased by increasing the piezoelectric layer spanning angle. The results of this research can be used to conduct piezoelectric pipe design and performance predictions for future pipe vibration control and energy harvesting applications.

Keywords: Spinning pipe; Vertical configuration; Piezoelectric; Fluid-structure interaction; Vibration; Unbalance response.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۷۴۳-۱۰۰-۵۰۰۰؛ فکس: ۰۷۴۳-۱۰۰-۹۵۵۵

آدرس پست الکترونیک: rebrahimi@yu.ac.ir

۱- مقدمه

لوله‌های حامل سیال، بخش مهمی از سازه‌های مهندسی محسوب می‌شوند که در موارد مختلفی از جمله کشاورزی، دارورسانی، مبدل‌های حرارتی، مته‌های حفاری و ... به کار گرفته می‌شوند [۱]. به خاطر جذب انرژی جنبشی جریان سیال، لوله‌های حامل سیال اغلب دچار ارتعاشات عرضی هستند. این ارتعاشات ناشی از برهم‌کنش سیال - سازه^۱ (FSI) می‌تواند مشکلاتی را برای سازه‌های مهندسی ایجاد نماید. بر این اساس، مطالعات زیادی روی رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال انجام شده است. تانگ و همکاران [۲] یک مدل تئوری را برای تحلیل ارتعاشات میکرولوله‌های منحنی شکل حامل سیال ارائه کرده‌اند. نتایج نشان داد که فرکانس‌های طبیعی پیشبینی شده با تئوری تنش کوپل اصلاح شده، از فرکانس‌های طبیعی پیشبینی شده با تئوری‌های کلاسیک تیر منحنی شکل، بزرگتر هستند. خیری و همکاران [۳] ناپایداری یک لوله حامل سیال با تکیه گاه‌های انعطاف پذیر در دو طرف را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که با کاهش سختی تکیه گاه‌ها، مقادیر سرعت بحرانی نیز کاهش می‌یابد. هوو و وانگ [۴] با به کارگیری تئوری تیر اویلر - برنولی و اصل همیلتون، مدلی را برای تحلیل رفتار دینامیکی یک لوله حامل سیال قائم دارای حرکت رفت و برگشتی ارائه نمودند. نتایج نشان داد که با افزایش سرعت جریان سیال در طی مرحله رفت، حرکت سیستم ابتدا پایدار و سپس ناپایدار خواهد شد؛ همچنین با افزایش سرعت جریان سیال در طی مرحله برگشت، حرکت سیستم ناپایدار، سپس پایدار و مجدداً ناپایدار خواهد شد. ژانگ و همکاران [۵ و ۶] به تحلیل دینامیک آشوبناک یک لوله حامل سیال تحت نیروی خارجی هارمونیک پرداختند. نتایج نشان دهنده پاسخ آشوبناک لوله به ازای مقادیر خاصی از سرعت جریان سیال است. پیسارسکی و همکاران [۷] مدل ریاضی را برای یک لوله حامل سیال مجهز به میراگر الکترومغناطیسی ارائه نمودند. نتایج حاکی از این است که اثر همزمان جرم‌های اضافه شده و نیروی الکترومغناطیسی می‌تواند پایداری دینامیکی سیستم را بهبود بخشد. لی و همکاران [۸] از یک استراتژی کنترل پیشخور برای کمینه کردن ارتعاشات انتهای لوله حامل سیال یک سر گیردار - یک سر

آزاد، تحت تحریک پریودیک استفاده نمودند. قانع و همکاران [۹] مدلی را برای ارتعاشات فلاتر^۲ یک نانولوله حامل سیال قرار گرفته در میدان مغناطیسی ارائه نمودند. نتایج حاکی از آن بود که میدان مغناطیسی، سیستم را پایدارتر می‌سازد؛ همچنین فرکانس طبیعی و سرعت‌های بحرانی با افزایش پارامتر غیرمحملی کاهش می‌یابند.

اخیراً به کارگیری مواد پیزوالکتریک برای لوله‌های حامل سیال، با هدف کنترل فعال ارتعاشات یا برداشت انرژی مورد توجه قرار گرفته است [۱۰-۱۲]. در ادامه، برخی مطالعات انجام شده روی مدل‌های الکترومکانیکی لوله‌های حامل سیال معرفی می‌شوند. الوین و الوین [۱۳] به مطالعه پایداری دینامیکی لوله یک سر گیردار - یک سر آزاد حامل سیال مجهز به میراگرهای پیزوالکتریک، پرداخته‌اند. نتایج حاکی از آن است که کوپلینگ الکترومغناطیسی ایجاد شده باعث افزایش سرعت بحرانی سیستم می‌شود. عباس نژاد و همکاران [۱۴] تأثیر لایه‌های پیزوالکتریک را روی پایداری میکرولوله‌های حامل سیال مطالعه نمودند. نتایج نشان داد که ولتاژ اعمالی به لایه‌ها می‌تواند ارتعاشات ناشی از جریان سیال را خنثی نموده و منجر به افزایش ناحیه پایداری سیستم شود. محمدی مهر و مهربانی [۱۵] به تحلیل ارتعاشات آزاد لوله‌های پیزوالکتریک حامل سیال، تحت بارگذاری الکتروترموکانیکل پرداخته‌اند. وانگ و شن [۱۶] مدل غیرخطی را برای لوله‌های غیردوار پیزوالکتریک حامل سیال ارائه نمودند. سرعت بحرانی به ازای سه مقدار زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک بررسی گردید. نتایج نشان داد که کمترین سرعت بحرانی، متناظر با شرایط امیدانسی کوپل شده به سیستم است.

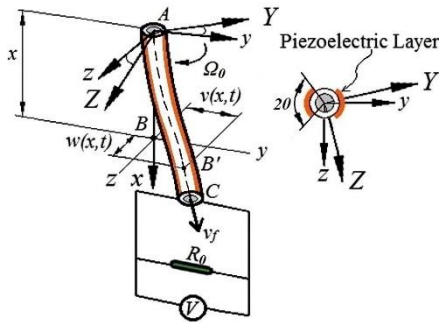
مطالعات بالا بر روی لوله‌های غیردوار حامل سیال انجام شده است. در حال که در برخی کاربردها، اثرات ژيروسکوپی^۳ ناشی از سرعت دورانی لوله، رفتار دینامیکی آن را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در ادامه به برخی مطالعات انجام شده در زمینه دینامیک لوله‌های دوار پرداخته می‌شود. خواجه پور و آزادی [۱۷] یک تکنیک کنترل تطبیقی را برای کاهش ارتعاشات لوله حامل سیال مجهز به لایه‌های پیزوالکتریک ارائه نمودند. در مدل آنها لوله به صورت یک سر گیردار - یک سر آزاد بوده و حول یک انتها دوران می‌کند. پی و همکاران [۱۸] ارتعاشات

³ Gyroscopic effects

¹ Fluid-Structure Interaction

² Flutter

طول لوله جریان دارد. لایه‌های پیزوالکتریک از $x=0$ تا $x=L$ بر روی لوله مونتاژ شده‌اند. برای بررسی رفتار سیستم، فرضیه‌های زیر در نظر گرفته شده است:



شکل ۱- مدل شماتیک لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک

- نابالانسی به طور یکنواخت در طول لوله توزیع شده است.
 - برای ساده‌سازی تحلیل، از شرایط مرزی کلاسیک استفاده شده است.
 - لوله دارای مقطع عرضی یکنواخت و از مواد همگن ساخته شده است.
 - سیال، تراکم‌ناپذیر است و جریان سیال داخل لوله دارای سرعت ثابت و پروفیل یکنواخت است.
 - وصله‌های پیزوالکتریک روی سطح خارجی لوله، در دو سمت محور z نصب شده‌اند.
 - مدار الکتریکی لایه‌های پیزوالکتریک، شامل یک مقاومت بار R_0 است.
 - بالا و پایین لایه‌های پیزوالکتریک، به صورت سری و با قطبیت یکسان به هم وصل شده‌اند.
- بردار جابجایی و سرعت یک نقطه دلخواه B' روی لوله، پس از تغییر شکل می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\vec{r}(x, t) = v(x, t)\hat{j} + w(x, t)\hat{k} \quad (1)$$

$$\vec{v}_p(x, t) = (\dot{v}(x, t) - \Omega_0 w(x, t))\hat{j} + (\dot{w}(x, t) + \Omega_0 v(x, t))\hat{k} \quad (2)$$

عرضی یک مته حفاری حامل گل و لای را مدل‌سازی نمودند. نتایج نشان می‌دهد که اثر گرانشی می‌تواند فرکانس طبیعی میرای سیستم را افزایش داده و پایداری سیستم را بهبود ببخشد. افتخاری و حسینی [۱۹] به تحلیل پایداری یک لوله مدرج تابعی^۱ دوار حامل سیال تحت بارگذاری ترمومکانیکال پرداخته‌اند. نتایج حاکی از آن است که با وجود سرعت دورانی و سرعت سیال، سیستم نمی‌تواند دچار ناپایداری از نوع دیورژانس^۲ شود. بهالدینی و سعیدی [۲۰] ناپایداری دیورژانس و فلاتر یک لوله دوار را در محیط حرارتی مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که سرعت بحرانی با افزایش دما و بار محوری کاهش می‌یابد. لیانگ و همکاران [۲۱-۲۳] ارتعاشات آزاد یک لوله دوار حامل سیال را مورد مطالعه قرار دادند. آنها گزارش کردند که نوع پایداری وابسته به اثرات برهم‌کنش سیال و سازه است؛ همچنین مقادیر فرکانس‌های طبیعی اثرپذیری زیادی نسبت به تغییرات سرعت دورانی دارند. عبداللهی و همکاران [۲۴] مدل دینامیکی را برای مته‌ها با در نظر گرفتن اثرات سیال داخلی و خارجی در نظر گرفتند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی، سرعت‌های دورانی بحرانی افزایش یافته و به یک مقدار مشخص همگرا می‌شود.

مرور تحقیقات بالا نشان می‌دهد که پاسخ دینامیکی یک لوله دوار حامل سیال با در نظر گرفتن همزمان اثرات سرعت دورانی، کوپلینگ ژبروسکوپی ارتعاشات غیرهم‌صفحه، کوپلینگ الکترومکانیکی و اثرات گرانشی ناشی از نصب قائم، بررسی نشده است؛ بنابراین هدف اصلی این مطالعه بررسی اثر پارامترهای مختلف روی پاسخ فرکانسی یک لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک است.

۲- فرمول‌بندی و تعریف مسئله

یک مدل الکترومکانیکی از لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک در شکل ۱ نشان داده شده است. مختصات دوار xyz به لوله چسبیده است و با سرعت زاویه‌ای ثابت Ω_0 نسبت به دستگاه ثابت XYZ ، حول محور $X=x$ دوران می‌کند. در شروع حرکت، محورهای دو دستگاه بر هم منطبق هستند. فرض می‌شود که یک سیال داخلی با سرعت U_0 در

² Divergence

¹ Functionally Graded

که $E_z, e_{31}, E_{pz}, \sigma_{pz}$ و D_3 و ϵ_{33}^s به ترتیب تنش در لایه پیزوالکتریک، مدول یانگ لایه پیزوالکتریک، ثابت پیزوالکتریک، میدان الکتریکی در لایه پیزوالکتریک، جابجایی الکتریکی و ضریب گذردهی الکتریکی پیزوالکتریک می‌باشند. میدان الکتریکی در لایه‌های پیزوالکتریک نصب شده در دو طرف لوله برابر است با [۲۶]:

$$E_z = \pm \frac{V(t)}{2h_p} \quad (9)$$

به طوریکه $V(t)$ ولتاژ اعمالی به هر دو لایه پیزوالکتریک و h_p ضخامت هر لایه پیزوالکتریک هستند. انرژی پتانسیل Π شامل انرژی الکتریکی ذخیره شده در لایه پیزوالکتریک، انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی کرنشی است؛ بنابراین انرژی پتانسیل Π عبارت است از [۲۷]:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{(E_p I_p + E_{pz} I_{pz})}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx - \frac{1}{2} C_p V^2(t) \\ & + \frac{e_{31} I_{pz} V(t)}{2} \int_0^L \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx \\ & + \frac{(m_p + m_f + m_{pz}) g_0}{2} \int_0^L \left[(L-x) \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right. \\ & \left. + (L-x) \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن [۲۸]:

$$I_p = \frac{\pi}{4} (r_o^4 - r_i^4) \quad (11)$$

$$I_{pz_1} = 4r_o^2 \sin \theta \quad (12)$$

$$I_{pz_2} = 2r_o^3 h_p (\theta + \sin \theta \cos \theta) \quad (13)$$

$$C_p = \frac{\epsilon_{33}^s L \theta r_o}{h_p} \quad (14)$$

در اینجا C_p ظرفیت الکتریکی کل، g_0 شتاب گرانشی، r_o شعاع خارجی لوله، r_i شعاع داخلی لوله و θ مقدار زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله (شکل ۱)، می‌باشند. کار

که x مختصات طولی، t زمان، $v(x, t)$ جابجایی در امتداد محور y و $w(x, t)$ جابجایی در امتداد محور z هستند. بردارهای یک‌ه متعامد در امتداد محورهای x, y و z نیز به ترتیب با \hat{i}, \hat{j} و \hat{k} نشان داده شده‌اند. سرعت سیال نیز می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۱]:

$$\begin{aligned} \vec{v}_f(x,t) = & U_0 \hat{i} \\ & + \left[\dot{v}(x,t) - \Omega_0 w(x,t) + U \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right] \hat{j} \\ & + \left[\dot{w}(x,t) + \Omega_0 v(x,t) + U \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right] \hat{k} \end{aligned} \quad (3)$$

انرژی جنبشی T سیستم، شامل انرژی جنبشی لوله، سیال و لایه پیزوالکتریک است؛ بنابراین انرژی جنبشی سیستم عبارت است از:

$$\begin{aligned} T = & \frac{(m_p + m_{pz})}{2} \int_0^L (\vec{v}_p(x,t) \cdot \vec{v}_p(x,t)) dx \\ & + \frac{m_f}{2} \int_0^L (\vec{v}_f(x,t) \cdot \vec{v}_f(x,t)) dx \end{aligned} \quad (4)$$

که m_p, m_f, m_{pz} و L به ترتیب جرم بر واحد طول لوله، جرم بر واحد طول سیال، جرم بر واحد طول لایه پیزوالکتریک و طول لوله می‌باشند. با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی کرنش محوری به فرم زیر بیان می‌شود:

$$\epsilon_x = -y \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (5)$$

تنش σ_p ایجاد شده در لوله عبارت است از:

$$\sigma_p = E_p \epsilon_x \quad (6)$$

در معادله بالا E_p مدول یانگ لوله است. معادلات الکترومکانیکال برای یک ماده پیزوالکتریک خطی عبارت‌اند از [۲۵]:

$$\sigma_{pz} = E_{pz} \epsilon_x - e_{31} E_z \quad (7)$$

$$D_3 = e_{31} \epsilon_p + \epsilon_{33}^s E_z \quad (8)$$

برای یک لوله یک سر گیردار - یک سر آزاد، شرایط مرزی ایجاب می کند که جابجایی و شیب در انتهای ثابت صفر شود. همچنین ممان خمشی و نیروی برشی در انتهای آزاد برابر صفر گردد. لذا:

$$v(0,t) = 0, \quad \frac{\partial v(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

$$w(0,t) = 0, \quad \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 v(L,t)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 v(L,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (21)$$

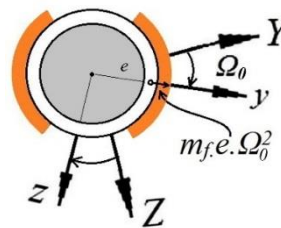
با قرار دادن معادلات (۲)، (۳)، (۴)، (۱۰) و (۱۵) در معادله (۱۶)، به کارگیری اصل تغییرات و معرفی پارامترهای بدون بعد داده شده در جدول ۱، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای الکترومکانیکال به صورت روابط (۲۲) تا (۲۴) حاصل می‌شوند. لازم به ذکر است که $\delta(\cdot)$ در معادلات (۲۲) تا (۲۴) معرف تابع دلتای دیراک است. نیروی نابالانسی F در دستگاه دورانی xyz مانند یک تابع ثابت (پله‌ای) ظاهر شده است. جمله چهارم در معادلات (۲۲) و (۲۳)، اثرات کوریولیس ایجاد شده ناشی از برهمکنش سیال و سازه را نشان می‌دهد. جمله پنجم، مربوط به نیروهای گریز از مرکز ناشی از جریان سیال در لوله منحنی شکل است. جمله‌های ششم و هفتم نیز منعکس‌کننده اثرات ژيروسکوپی ناشی از حرکت دورانی لوله می‌باشند.

مجازی δW انجام شده توسط نیروهای خارجی و میدان الکتریکی عبارت است از:

$$\delta W = \int_0^L \left[-c \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \delta v(x,t) + \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \delta w(x,t) \right) + m_p e \Omega_0^2 \delta v(x,t) \right] dx - Q(t) dV(t) \quad (15)$$

که در آن δ اپراتور تغییرات، c ضریب میرایی ویسکوز، e شعاع نابالانسی و $Q(t)$ شارژ الکتریکی عبوری از لایه پیزوالکتریک است. در شکل ۲ دستگاه مختصات ثابت XYZ ، دستگاه دورانی xyz و نیروی نابالانسی ایجاد شده در مقطع عرضی لوله نشان داده شده است.

اصل همپلتون برای یک لوله یک سر گیردار - یک سر آزاد حامل سیال به صورت زیر بیان می‌شود [۱ و ۲۹]:



شکل ۲- مدل نیروی نابالانسی ایجاد شده در مقطع عرضی لوله دوار

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta \Pi + \delta W) dt - \int_{t_1}^{t_2} m_f U_0 \vec{v}_f(x,t) \cdot \delta \vec{r}(L,t) dt = 0 \quad (16)$$

انتگرال دوم در معادله (۱۶) ناشی از تخلیه سیال است. لایه پیزوالکتریک به عنوان یک منبع جریان الکتریکی، به مقاومت الکتریکی R_0 متصل می‌شود؛ بنابراین قانون اهم می‌تواند به صورت زیر به کار گرفته شود [۲۶ و ۳۰]:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{V(t)}{R_0} \quad (17)$$

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^2 \varphi_k(x) q_{wk}(t) \quad (26)$$

$$= [\Phi(x)]^T [q_w(t)]$$

در معادلات بالا $q_{wk}(t)$ و $q_{vk}(t)$ مختصات تعمیم یافته هستند. توابع ویژه $\varphi_k(x)$ برای یک لوله یک سر گیردار - یک سر آزاد عبارت‌اند از [۳۱]:

$$\varphi_k(x) = \left[\begin{array}{c} \cosh(\beta_k x) - \cos(\beta_k x) \\ \sin(\beta_k x) - \sinh(\beta_k x) \end{array} \right] \quad (27)$$

به طوری‌که:

$$\sigma_k = \frac{\sinh(\beta_k) - \sin(\beta_k)}{\cosh(\beta_k) + \cos(\beta_k)} \quad (28)$$

در اینجا β_k از حل معادله مشخصه‌ای که به صورت زیر تعریف می‌شود، به دست می‌آید:

$$\cosh \beta \cos \beta + 1 = 0 \quad (29)$$

جایگذاری معادلات (۲۵) و (۲۶) در معادلات (۲۲)-(۲۴)، ضرب طرفین در $[\Phi]$ و انتگرال‌گیری در بازه (0, 1)، معادلات دیفرانسیل معمولی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$[\ddot{q}_v(t)] + [\Gamma_1][\dot{q}_v(t)] - [\Gamma_2][\dot{q}_w(t)] - [\Gamma_3][q_w(t)] + [\Gamma_4][q_v(t)] + [\Gamma_5]V(t) = 0 \quad (30)$$

$$[\ddot{q}_w(t)] + [\Gamma_1][\dot{q}_w(t)] + [\Gamma_2][\dot{q}_v(t)] + [\Gamma_3][q_v(t)] + [\Gamma_4][q_w(t)] = 0 \quad (31)$$

$$\eta \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R} - [\Gamma_5]^T [\dot{q}_v(t)] = 0 \quad (32)$$

معادلات بالا، توصیف‌کننده رفتار لوله دوار حامل سیال قائم، با وصله‌های پیزوالکتریک هستند. ماتریس‌های ضرایب $[\Gamma_1]$ ، $[\Gamma_2]$ تا $[\Gamma_5]$ در پیوست ضمیمه شده‌اند. برای حل عددی، بهتر است که معادلات بالا به فرم فضای حالت زیر نوشته شوند:

$$[\dot{q}(t)] = [A][q(t)] + [B]u \quad (33)$$

$$[Y(t)] = [C][q(t)] + [D]u \quad (34)$$

$$\frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + 2mU \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t \partial x} + mU^2 \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} - 2mU \omega \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - 2\omega \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} - \omega^2 v(x, t) + g \left(\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} - (1-x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right) + V(t)(\delta'(x) - \delta'(x-1)) + mU \left(\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} - \omega w(x, t) + U \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right) \delta(x-1) - F = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + 2mU \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t \partial x} + mU^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + 2mU \omega \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + 2\omega \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} - \omega^2 w(x, t) + g \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - (1-x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) + mU \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \omega v(x, t) + U \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \delta(x-1) = 0 \quad (23)$$

$$\eta \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R} - \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t \partial x} \delta(x-1) = 0 \quad (24)$$

۳- گسسته‌سازی معادلات با روش گالرکین

برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی و تبدیل آنها به معادلات دیفرانسیل معمولی، از روش گالرکین استفاده شده است؛ لذا تغییر شکل لوله در راستای y و z با سری‌های زیر تقریب زده می‌شوند:

$$v(x, t) = \sum_{k=1}^2 \varphi_k(x) q_{vk}(t) \quad (25)$$

$$= [\Phi(x)]^T [q_v(t)]$$

جدول ۱- پارامترهای بدون بعد

$x = \frac{x}{L}$	$v(x, t) = \frac{v(x, t)}{L}$
$w(x, t) = \frac{w(x, t)}{L}$	$V(t) = \frac{e_{31} L I_{pz_1} V(t)}{2(E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2})}$
$t = \frac{t}{L^2} \left(\frac{E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}}{m_p + m_f + m_{pz}} \right)^{\frac{1}{2}}$	$R = \frac{R_0 (e_{31} I_{pz_1})^2}{4L \left((E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}) (m_p + m_f + m_{pz}) \right)^{\frac{1}{2}}}$
$U = U_0 L \left(\frac{m_p + m_f + m_{pz}}{E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}} \right)^{\frac{1}{2}}$	$m = \frac{m_f}{m_p + m_f + m_{pz}}$
$\omega = \Omega_0 L^2 \left(\frac{m_p + m_f + m_{pz}}{E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}} \right)^{\frac{1}{2}}$	$g = \frac{g_0 L^3 (m_p + m_f + m_{pz})}{E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}}$
$\eta = \frac{4C_p (E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2})}{L (e_{31} I_{pz_1})^2}$	$R = \frac{R_0 (e_{31} I_{pz_1})^2}{4L \left((E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2}) (m_p + m_f + m_{pz}) \right)^{\frac{1}{2}}}$
$F = \frac{m_p L^3 e \Omega^2}{(E_p I_p + E_{pz} I_{pz_2})}$	

جدول ۲- پارامترهای فیزیکی لوله مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک

لوله	پیزوالکتریک	پارامتر
Rubber	PZT-5 H	مواد
1200	7500	چگالی (kg/m ³)
50	50	طول (mm)
3/2	1	ضخامت (mm)
12/7	--	قطر داخل (mm)
0/4	60/6	مدول یانگ (GPa)
--	-16/6	ثابت پیزوالکتریک (C/m ²)
--	25/55	ضریب گذردهی الکتریکی (nF/m)
--	$\pi/2$	زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک (rad)
9/81	9/81	شتاب گرانشی (m/s ²)

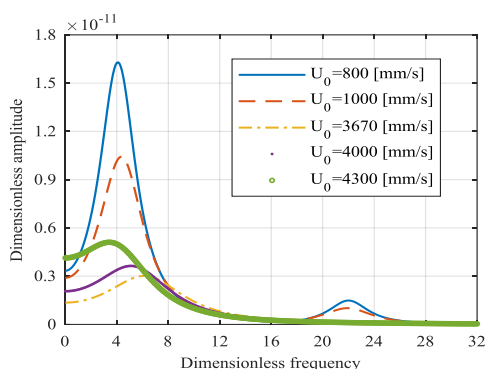
برای تحلیل پایداری، ابتدا باید مقادیر ویژه ماتریس حالت [A] محاسبه شود. در صورتی که قسمت حقیقی این مقادیر ویژه مثبت باشد، سیستم دارای رفتار ناپایدار است. برای این منظور در شکل ۳، قسمت حقیقی دو مقدار ویژه اول مربوط به

بردار حالت [q(t)] و ماتریس‌های [A]، [B]، [C] و [D] در پیوست ضمیمه شده‌اند.

۴- نتایج و بحث

در این قسمت پس از تحلیل پایداری سیستم، اثر فاکتورهای مختلف روی پاسخ فرکانسی لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک و همچنین ولتاژ تولید شده در لایه-های پیزوالکتریک مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌ها به کمک کدهای نوشته شده در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. سیال داخل لوله، آب با چگالی 1000 kg/m³ و سرعت جریان 1000 mm/s در نظر گرفته شده است؛ همچنین مقدار مقاومت متصل شده به لایه‌های پیزوالکتریک، معادل 400 Ω فرض شده است. مقادیر پارامترهای فیزیکی لوله و وصله‌های پیزوالکتریک استفاده شده در این مطالعه، در جدول ۲ ارائه گردیده‌اند.

شکل ۵ منحنی‌های پاسخ فرکانسی بدون بعد سیستم را به ازای پنج سرعت مختلف جریان سیال $U_0=800$ mm/s، $U_0=1000$ mm/s، $U_0=3670$ mm/s، $U_0=4000$ mm/s و $U_0=4300$ mm/s نشان می‌دهد. دو پیک رزونانسی در پاسخ فرکانسی سیستم مشاهده می‌شود. سرعت جریان، در فرکانس‌های پایین، اثر قابل ملاحظه‌ای بر رفتار ارتعاشی سیستم دارد. این در حالیست که بین دو ناحیه رزونانسی و فرکانس‌های بالا، تأثیر سرعت جریان بر رفتار ارتعاشی سیستم ناچیز است.

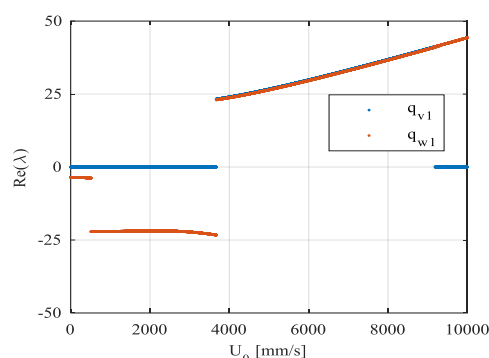


شکل ۵- پاسخ فرکانسی بدون بعد لوله دوار حامل سیال قائم مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک با تغییر سرعت جریان داخل لوله به ازای $\theta=\pi/2$ rad و $L=50$ mm و $\Omega_0=100$ rpm

چنانچه سرعت جریان کمتر از سرعت جریان بحرانی سیستم ($U_0=3670$ mm/s) باشد، با افزایش سرعت جریان، دامنه ارتعاشات کاهش و فرکانس طبیعی اول سیستم افزایش می‌یابد (تغییر موقعیت اولین پیک فرکانسی به سمت راست). در صورتی که سرعت جریان بیشتر از سرعت جریان بحرانی سیستم ($U_0=3670$ mm/s) باشد، با افزایش سرعت جریان، دامنه ارتعاشات افزایش و فرکانس طبیعی اول سیستم کاهش می‌یابد (تغییر موقعیت اولین پیک فرکانسی به سمت چپ).

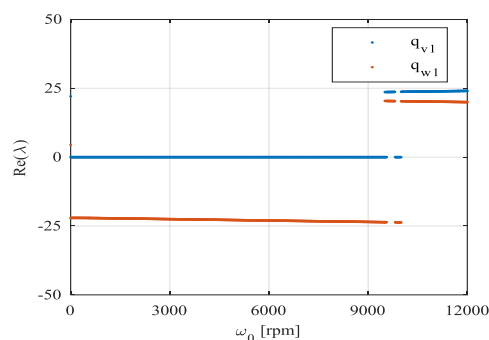
شکل ۶ منحنی‌های پاسخ فرکانسی بدون بعد سیستم را به ازای سه زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک $\theta=\pi/6$ Rad، $\theta=\pi/3$ Rad و $\theta=\pi/2$ Rad نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که افزایش زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌گردد. ضمن اینکه در فرکانس‌های پایین، افزایش زاویه قرارگیری منجر به کاهش دامنه ارتعاشات سیستم می‌شود، در صورتی که در

نوسانات در دو راستای عرضی لوله، تابعی از سرعت جریان داخل لوله ترسیم شده است. نتایج حاکی از آن است که با افزایش سرعت جریان داخل لوله، قسمت حقیقی مقادیر ویژه در $U_0=3670$ mm/s مثبت می‌شود؛ بنابراین $U_0=3670$ mm/s یک مقدار سرعت جریان بحرانی برای سیستم محسوب می‌شود چون که سیستم به ازای مقادیر سرعت جریان بزرگتر از آن دارای رفتار ناپایدار خواهد شد.



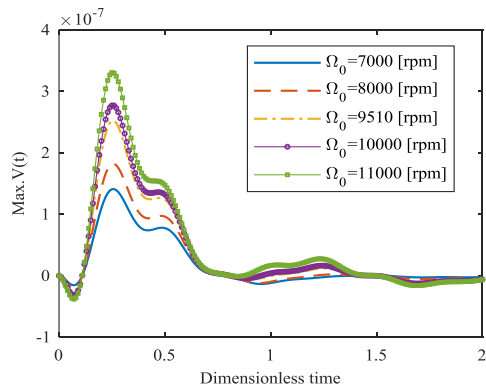
شکل ۳- قسمت حقیقی دو مقدار ویژه اول مربوط به نوسانات در دو راستای عرضی لوله با تغییر سرعت جریان به ازای $\Omega_0=100$ rpm و $L=50$ mm، $\theta=\pi/2$ rad

در شکل ۴، قسمت حقیقی دو مقدار ویژه اول مربوط به نوسانات در دو راستای عرضی لوله، تابعی از سرعت دورانی ترسیم شده است. نتایج حاکی از آن است که با افزایش سرعت دورانی، قسمت حقیقی مقادیر ویژه در $\Omega_0=9510$ rpm مثبت می‌شود. به این ترتیب، رفتار سیستم به ازای مقادیر سرعت دورانی بزرگتر از سرعت دورانی بحرانی $\Omega_0=9510$ rpm ناپایدار خواهد شد.



شکل ۴- قسمت حقیقی دو مقدار ویژه اول مربوط به نوسانات در دو راستای عرضی لوله با تغییر سرعت دورانی به ازای $U_0=1000$ rpm و $L=50$ mm، $\theta=\pi/2$ rad

شکل ۸ مقدار ولتاژ بدون بعد تولید شده در لایه‌های پیزوالکتریک را تابعی از زمان بدون بعد، به ازای سرعت‌های دورانی مختلف لوله نشان می‌دهد.



شکل ۸- ولتاژ بدون بعد ایجاد شده در وصله‌های پیزوالکتریک برای سرعت‌های دورانی مختلف به ازای $U_0=1000 \text{ mm/s}$ و $L=50 \text{ mm}$, $\theta=\pi/2 \text{ rad}$

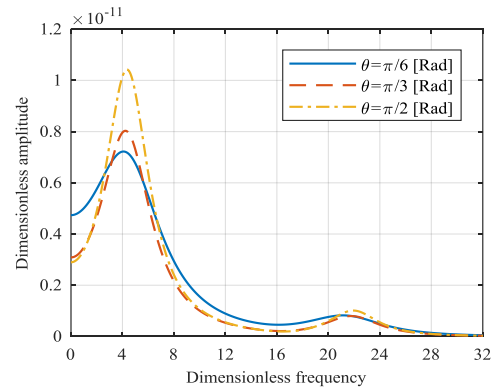
همان‌طور که ملاحظه می‌شود، سطح ولتاژ بدون بعد تولید شده در لایه‌های پیزوالکتریک با کاهش سرعت دورانی لوله، کاهش می‌یابد. اگرچه تعداد نوسانات ولتاژ در واحد زمان، با تغییر سرعت دورانی، ثابت است؛ همچنین پس از رسیدن پاسخ سیستم به حالت پایدار، مقدار ولتاژ تولید شده در لایه پیزوالکتریک، برابر صفر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل دینامیکی برای یک لوله دوار حامل سیال قائم‌مجهز با وصله‌های پیزوالکتریک ارائه شد. در این مدل، رفتار ارتعاشی لوله، در دو صفحه طولی عمود بر هم در نظر گرفته شد. برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم بر سیستم، از روش گالرکین استفاده گردید. اثر پارامترهای طراحی مختلف از جمله، زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله، طول لوله، سرعت جریان داخل لوله و سرعت دورانی لوله روی رفتار دینامیکی سیستم مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج به دست آمده، موارد زیر قابل استنباط می‌باشند:

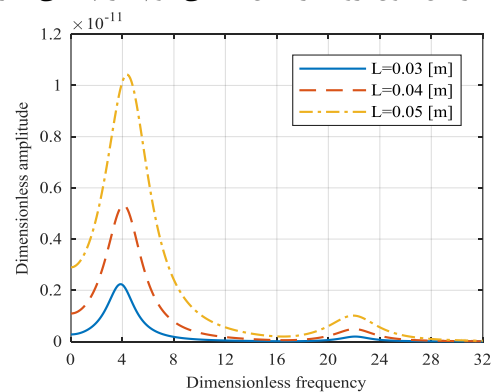
- فرکانس طبیعی اول سیستم را می‌توان با افزایش زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله افزایش داد.

نواحی رزونانسی، افزایش زاویه قرارگیری، افزایش دامنه ارتعاشات سیستم را به دنبال خواهد داشت؛ همچنین این افزایش دامنه، در فرکانس اول بیشتر است.



شکل ۶- پاسخ فرکانسی بدون بعد لوله دوار حامل سیال قائم‌مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک با تغییر زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله به ازای $L=50 \text{ mm}$, $\Omega_0=100 \text{ rpm}$ و $U_0=1000 \text{ mm/s}$

در شکل ۷ منحنی‌های پاسخ فرکانسی بدون بعد سیستم، به ازای طول‌های لوله $L=0.05 \text{ m}$ ، $L=0.04 \text{ m}$ و $L=0.03 \text{ m}$ ارائه شده است. همان‌گونه که از نمودارها پیداست، در کل محدوده فرکانسی، افزایش طول لوله منجر به افزایش دامنه ارتعاشات سیستم می‌شود؛ همچنین با افزایش طول لوله، فرکانس طبیعی اول سیستم افزایش یافته است، در حالی که این افزایش طول، روی فرکانس طبیعی دوم، اثر چندانی ندارد.



شکل ۷- پاسخ فرکانسی بدون بعد لوله دوار حامل سیال قائم‌مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک با تغییر طول لوله به ازای $\Omega_0=100 \text{ rpm}$ و $U_0=1000 \text{ mm/s}$, $\theta=\pi/2 \text{ rad}$

- افزایش طول لوله، در کل محدوده فرکانسی، افزایش دامنه سیستم را به همراه دارد.
 - افزایش زاویه قرارگیری لایه پیزوالکتریک روی لوله، بسته به میزان فرکانس تحریک، می‌تواند باعث افزایش دامنه (در نواحی رزونانسی) یا کاهش دامنه ارتعاشات سیستم (در فرکانس‌های پایین) شود.
 - افزایش سرعت جریان سیال داخل لوله، بسته به اینکه کمتر یا بیشتر از سرعت جریان بحرانی سیستم باشد می‌تواند فرکانس طبیعی اول سیستم را افزایش یا کاهش دهد.
 - در فرکانس‌های بالاتر از فرکانس طبیعی اول سیستم، اثر سرعت جریان داخل لوله روی دامنه ارتعاشات سیستم ناچیز است.
- نتایج این مطالعه می‌تواند زمینه‌هایی را برای تحقیقات آینده جهت کنترل فعال ارتعاشات یا کاربردهای برداشت انرژی فراهم نماید.

۶- ضمایم

ماتریس‌های استفاده شده در معادلات (۳۰) تا (۳۴) عبارت‌اند از:

$$[\Gamma_1] = C[I] + 2mU \int_0^1 [\Phi(x)][\Phi'(x)]^T dx + mU[\Phi(1)][\Phi(1)]^T \quad (35)$$

$$[\Gamma_2] = 2\omega[I] \quad (36)$$

$$[\Gamma_3] = mU\omega \left(2 \int_0^1 [\Phi(x)][\Phi'(x)]^T dx + [\Phi(1)][\Phi(1)]^T \right) \quad (37)$$

$$[\Gamma_4] = \int_0^1 [\Phi(x)][\Phi'''(x)]^T dx + mU^2 \int_0^1 [\Phi(x)][\Phi''(x)]^T dx - \omega^2[I] + g \int_0^1 ([\Phi(x)][\Phi'(x)]^T - (1-x)[\Phi(x)][\Phi''(x)]^T) dx + mU^2[\Phi(1)][\Phi'(1)]^T \quad (38)$$

$$[\Gamma_5] = [\Phi'(1)] \quad (39)$$

$$[\Gamma_6] = \int_0^1 [\Phi(x)] dx \quad (40)$$

$$[\Gamma_7] = [\Phi(1)] \quad (41)$$

$$[q(t)] = \begin{bmatrix} [q_v(t)] \\ [q_w(t)] \\ \mathbf{V}(t) \\ [\dot{q}_v(t)] \\ [\dot{q}_w(t)] \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$[Y(t)] = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(1, t) \\ \mathbf{w}(1, t) \\ \mathbf{V}(t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0]_{2 \times 2} & [0]_{2 \times 2} & [0]_{2 \times 1} & [I]_{2 \times 2} & [0]_{2 \times 2} \\ [0]_{2 \times 2} & [0]_{2 \times 2} & [0]_{2 \times 1} & [0]_{2 \times 2} & [I]_{2 \times 2} \\ [0]_{1 \times 2} & [0]_{1 \times 2} & -\frac{1}{\eta R} & \frac{[\Gamma_5]^T}{\eta} & [0]_{1 \times 2} \\ -[\Gamma_4] & [\Gamma_3] & -[\Gamma_5] & -[\Gamma_1] & [\Gamma_2] \\ -[\Gamma_3] & -[\Gamma_4] & [0]_{2 \times 1} & -[\Gamma_2] & -[\Gamma_1] \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0]_{2 \times 1} \\ [0]_{2 \times 1} \\ 0 \\ [\Gamma_6] \\ [0]_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} [\Gamma_7]^T & [0]_{1 \times 2} & 0 & [0]_{1 \times 2} & [0]_{1 \times 2} \\ [0]_{1 \times 2} & [\Gamma_7]^T & 0 & [0]_{1 \times 2} & [0]_{1 \times 2} \\ [0]_{1 \times 2} & [0]_{1 \times 2} & 1 & [0]_{1 \times 2} & [0]_{1 \times 2} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$[D] = [0]_{3 \times 1} \quad (47)$$

[10] Chopra I, Sirohi J (2013) Smart structures theory. Cambridge University Press, Cambridge.

[11] Lin YH, Chu CL (1996) Active flutter control of a cantilever tube conveying fluid using piezoelectric actuators. *J. Sound Vib* 196: 97-105.

[12] Lyu X, Chen F, Ren Q, Tang Y, Ding Q, Yang T (2020) Ultra-thin piezoelectric lattice for vibration suppression in pipe conveying fluid. *Acta Mech Solida Sin* 33: 770-780.

[13] Elvin NG, Elvin AA (2009) The flutter response of a piezoelectrically damped cantilever pipe. *J Intel Mat Syst Str* 20: 2017-2026.

[14] Abbasnejad B, Shabani R, Rezazadeh G (2015) Stability analysis of a piezoelectrically actuated micro-pipe conveying fluid. *Microfluid Nanofluid* 19: 577-584.

[15] Mohammadimehr M, Mehrabi M (2018) Electro-thermo-mechanical vibration and stability analyses of double-bonded micro composite sandwich piezoelectric tubes conveying fluid flow. *Appl Math Model* 60: 255-272.

[16] Wang G, Shen J (2019) Flutter instabilities of cantilevered piezoelectric pipe conveying fluid. *J Intel Mat Syst Str* 30: 606-6017.

[17] Khajepour S, Azadi V (2015) Vibration suppression of a rotating flexible cantilever pipe conveying fluid using piezoelectric layers. *Lat Am J Solids Stru* 12: 1042-1060.

[18] Pei YC, Sun YH, Wang JX (2013) Dynamics of rotating conveying mud drill string subjected to torque and longitudinal thrust. *Meccanica* 48: 2189-2201.

[19] Eftekhari M, Hosseini M (2016) On the stability of spinning functionally graded cantilevered pipes subjected to fluid-thermomechanical loading. *Int J Struct Stab Dy* 16: 1550062.

[20] Bahaadini R, Saidi AR (2018) Stability analysis of thin-walled spinning reinforced pipes conveying

مراجع

[1] Païdoussis MP (2014) Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow. Academic Press, London.

[2] Tang M, Ni Q, Wang L, Luo Y, Wang Y (2014) Nonlinear modeling and size-dependent vibration analysis of curved microtubes conveying fluid based on modified couple stress theory. *Int J Eng Sci* 84: 1-10.

[3] Kheiri M, Païdoussis MP, Costa Del Pozo G, Amabili M (2014) Dynamics of a pipe conveying fluid flexibly restrained at the ends. *J Fluid Struct* 49: 360-385.

[4] Huo Y, Wang Z (2016) Dynamic analysis of a vertically deploying/retracting cantilevered pipe conveying fluid. *J. Sound Vib* 360: 224-238.

[5] Zhang YF, Yao MH, Zhang W, Wen BC (2017) Dynamical modeling and multi-pulse chaotic dynamics of cantilevered pipe conveying pulsating fluid in parametric resonance. *Aerosp Sci Technol* 68: 441-453.

[6] Zhang YF, Liu T, Zhang W (2020) Nonlinear resonant responses, mode interactions, and multitime periodic and chaotic oscillations of a cantilevered pipe conveying pulsating fluid under external harmonic force. *Complexity* 2020: 1-26.

[7] Pisarski D, Konowrocki R, Szmids T (2018) Dynamics and optimal control of an electromagnetically actuated cantilever pipe conveying fluid. *J. Sound Vib* 432: 420-436.

[8] Li J, Deng H, Jiang W (2019) Dynamic response and vibration suppression of a cantilevered pipe conveying fluid under periodic excitation. *J Vib Control* 25: 1695-1705.

[9] Ghane M, Saidi AR, Bahaadini R (2020) Vibration of fluid-conveying nanotubes subjected to magnetic field based on the thin-walled Timoshenko beam theory. *Appl Math Model* 80: 65-83.

- [26] Erturk A, Inman DJ (2008) A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. *J Vib Acoust* 130: 041002.
- [27] Stanton SC, McGehee CC, Mann BP (2010) Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator. *Physica D* 239: 640-653.
- [28] Timoshenko S, Young DH (1968) *Elements of Strength of Materials*. Van Nostrand Reinhold, New York.
- [29] Benjamin TB (1961) Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. I. Theory. *Proc R Soc Lon Ser-A* 261: 457-486.
- [30] Wang G (2012) Analysis of bimorph piezoelectric beam energy harvesters using Timoshenko and Euler-Bernoulli beam theory. *J Intel Mat Syst Str* 24: 226-239.
- [31] Meirovitch L (1997) *Principles and techniques of vibrations*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J.
- fluid in thermal environment. *Eur J Mech A-Solid* 72: 298-309.
- [21] Liang F, Yang XD, Qian YJ, Zhang W (2018) Transverse free vibration and stability analysis of spinning pipes conveying fluid. *Int J Mech Sci* 137: 195-204.
- [22] Liang F, Yang XD, Zhang W, Qian YJ (2018) Dynamical modeling and free vibration analysis of spinning pipes conveying fluid with axial deployment. *J. Sound Vib* 417: 65-79.
- [23] Liang F, Yang XD, Zhang W, Qian YJ (2019) Vibrations in 3D space of a spinning supported pipe exposed to internal and external annular flows. *J Fluid Struct* 87: 247-262.
- [24] Abdollahi R, Firouz-abadi RD, Rahmanian M (2020) On the stability of rotating pipes conveying fluid in annular liquid medium. *J. Sound Vib* 494: 115891.
- [25] Erturk A, Inman DJ (2011) *Piezoelectric Energy Harvesting*. John Wiley & Sons, Hoboken, N.J.