



تحلیل تئوری و تجربی رفتار ربات‌های نرم پیوسته متشکل از عملگرهای تقویت شده با الیاف

صادق پورقاسمی هنزا^۱ و حامد غفاری راد^{۲*}^۱ کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران^۲ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۰۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۶/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۲۲

چکیده

در این مقاله به تحلیل شبه-استاتیک یک ربات نرم پیوسته متشکل از سه عملگر تقویت شده با الیاف پرداخته می‌شود. برای این منظور ابتدا با در نظر گرفتن این ربات به عنوان یک تیر کاسرات، معادلات سینماتیکی و دینامیکی آن استخراج و بصورت عددی حل شده‌است. معادلات حاصل از این مدل تابعی از طول انحنای تیر بوده و تنها قابلیت بررسی نیروها و کرنش‌ها در راستای طولی را دارد. در ادامه با توجه به عدم امکان پیاده‌سازی نیروها در راستای شعاعی در این مدل، با استفاده از معادلات الاستیسیته غیرخطی به مدل‌سازی یک تک‌عملگر تقویت شده پرداخته می‌شود. در نهایت با حل این معادلات، کرنش‌های حاصل از تنش‌های شعاعی محاسبه شده و با کرنش‌های حاصل از مدل تیر کاسرات ادغام می‌شود. در این پژوهش موقعیت نقطه انتهایی ربات با استفاده از روش‌های پردازش تصویر استخراج شده و با مدل‌های ارائه شده، مقایسه شده‌است. نتایج نشان می‌دهد، اعمال تاثیر فشارهای شعاعی در مدل کاسرات، خطای نسبی را به میزان ۱۳/۴۸ درصد بهبود می‌بخشد.

کلمات کلیدی: ربات نرم؛ عملگر تقویت شده با الیاف؛ تنش شعاعی؛ تئوری الاستیسیته غیرخطی؛ تیر کاسرات.

Theoretical and Experimental Behavior Analysis of Continuous Soft Robots Consisting of Fiber-Reinforced Actuators

S. Pourghasemi Hanza¹, H. Ghafarirad^{2*}¹ M.Sc., Mech. Eng., Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran² Assis. Prof., Mech. Eng., Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

Abstract

In this paper, quasi-static analysis of a continuous soft robot made up of three fiber-reinforced actuators is performed. For this purpose, the kinematic and dynamic equations of this robot are extracted and numerically solved by considering it as a Cosserat rod. The resultant equations are dependent on the length of the rod's curvature, and thus can only simulate forces and strains in the longitudinal direction. Due to the difficulties of applying radial forces in this model, the modeling of a single fiber-reinforced actuator using nonlinear elasticity equations is then presented. Finally, by solving these equations, the strains resulting from radial stresses are calculated and integrated with the strains obtained from Cosserat rod model. Experiments have been carried out to validate the proposed theory. For this purpose, the robot end effector position is extracted using image processing methods and compared with the presented models. The experimental results show that applying the effect of radial pressures to the Cosserat model improves the relative error by 13.48%.

Keywords: Soft Robot; Fiber-reinforced Actuator; Radial Pressure; Nonlinear Elasticity Theory; Cosserat Rod.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، ساخت ربات با قابلیت تعامل با انسان توجه محققین را به خود جلب نموده است. در همین راستا ربات‌هایی صلب با انواع مکانیزم‌های متنوع و پیچیده‌ای طراحی و ساخته شده‌اند. هرگونه خطای پیش‌بینی نشده در پیاده‌سازی و کنترل چنین ربات‌هایی، احتمال جراحات و هزینه جانی در پی دارد؛ بنابراین در پیاده‌سازی آن‌ها استفاده از الگوریتم‌های کنترلی پیچیده الزامی است. در مقابل، مکانیزم‌ها و سیستم‌های جابجایی بیولوژیکی با توجه به نرم‌بودن و دارا بودن قابلیت تعامل ذاتی، توجه بسیاری از دانشمندان و مهندسان رباتیک را در این حوزه به خود جلب کرده است [۱]. نتایج نوآورانه و خلاقانه از این تحقیقات زمینه جدیدی در رباتیک به نام ربات نرم ایجاد نموده است. در سال‌های اخیر محققان با الهام از طبیعت در ساخت ربات‌های نرم به نوآوری‌های بسیاری دست یافته‌اند. ربات‌های الهام‌گرفته از سمندر [۲]، بندپایان [۳] و کرم‌ها [۴] نمونه‌هایی از این نوآوری هستند. به طریق مشابه محققان با الهام از بدن انسان و رفتار حرکتی آن، ربات‌های انسان‌نما [۵-۷] ساخته‌اند.

از مزیت‌های ربات‌های نرم می‌توان به انعطاف‌پذیری بالا، وزن کم، قابلیت تعامل بالا، قابلیت ساخت در ابعاد متنوع و هزینه پایین اشاره نمود. ساختار پیوسته، آن‌ها را برای کاربردهای متنوعی چون فرایندهای اکتشاف، جراحی با حداقل آسیب و برداشتن اشیاء مناسب کرده است [۸-۱۰].

این ربات‌ها به شیوه‌های مختلفی تحریک می‌شوند. از این میان می‌توان به عملگرهای مشکل از پیژوالکتریک [۱۱] و آلیاژهای حافظه‌دار [۱۲] اشاره نمود. عملگر تقویت‌شده با الیاف نیز نمونه‌ای از ربات‌های نرم بوده که به دو روش نیوماتیکی و هیدرولیکی تحریک می‌شود. اعمال فشار در یک استوانه منعطف توخالی منجر به تغییرشکل هم‌زمان در راستای طولی و شعاعی می‌شود. استفاده از این ساختار در سیستم‌های رباتیک به عنوان عملگر، بهره‌وری قابل توجهی ندارد چراکه نسبت انرژی صرف‌شده توسط کمپرسور به کار انجام شده توسط عملگر پایین است. این نسبت با مقیدسازی این استوانه در راستای شعاعی با استفاده از پوششی از الیاف، قابل بهبود است. تحلیل دینامیکی یک لوله الاستیکی تقویت‌شده در [۱۳]

انجام شده است. با ترکیب این عملگرها می‌توان به ساختار یک ربات پیوسته دست‌یافت. کنترل این ربات‌ها که شامل مفاصل انعطاف‌پذیر می‌باشند، در [۱۴] انجام شده است.

اگرچه بسیاری از ربات‌های پیوسته بصورت سری طراحی شده و تنها با یک ساختار و یک انحنا مرکزی^۲ توصیف می‌شوند؛ در مقابل، طراحی‌های موازی با مزیت افزایش هم‌زمان دقت و سختی مورد تحقیق قرار گرفته‌اند. ربات‌های پیوسته موازی از چندین بخش الاستیکی متصل به هم با یک ساختار موازی ساخته شده‌اند [۱۵ و ۱۶]. آن‌ها علاوه بر قابلیت سازگاری و تعامل با انسان در مقیاس بزرگ، قابلیت جراحی‌هایی در مقیاس کوچک را نیز دارند [۱۷ و ۱۸]. از نمونه‌های ربات‌های پیوسته با ساختار موازی می‌توان به ربات‌های مار مانند سیمین و همکاران [۱۹ و ۲۰]، عملگر سه‌پایه بیونیک^۳ فستو [۲۱] و طرح‌های استوارت-گاف^۴ پیوسته [۲۲] اشاره کرد.

یکی از چالش‌های اساسی در ربات‌های نرم، مدل‌سازی ریاضی رفتار حرکتی آن‌ها است. این موضوع سبب شده تا محققان زیادی با نگرش‌های مختلف به مدل‌سازی رفتار آن‌ها بپردازند. البته با توجه به کاربردهای پزشکی اغلب ربات‌های نرم و در نتیجه عدم نیاز به عملکردهای ناگهانی و سریع، تعداد کارهای انجام‌شده در زمینه مدل‌سازی شبه‌استاتیکی به نسبت مدل‌سازی دینامیکی بیشتر است. از عمده روش‌های مورد استفاده جهت مدل‌سازی ربات‌های نرم را می‌توان به مدل‌سازی بر مبنای فرض تکه‌هایی با انحنا ثابت و تبدیل آن به یک ربات سری [۲۳]، مدل‌سازی بر مبنای روش‌های شناسایی سیستم [۲۴]، روش مبتنی بر حل المان محدود بلادرنگ اجزای سیستم [۲۵]، مدل‌سازی بر مبنای روش کار مجازی و روش انرژی به صورت پیوسته یا با گسسته‌سازی [۲۶] و روش‌های مبتنی بر تئوری تیرها از جمله تیر اوپلر-برنولی و کاسرات اشاره نمود [۲۷].

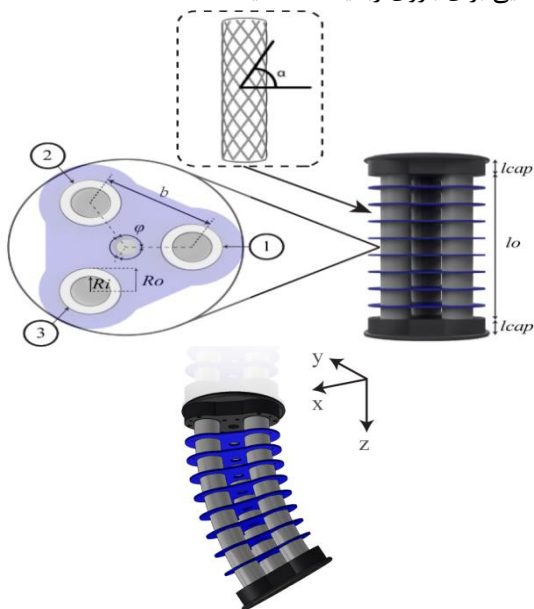
اخیراً روش کاسرات به عنوان پایه‌ای برای مدل‌سازی ماهیچه-های مصنوعی در نظر گرفته شده است. فن‌آوری‌های جدید مانند ربات نرم که ساختاری با تغییرشکل‌های زیاد داشته و در تعامل با شرایط مختلف محیطی کار می‌کنند، نیاز به روش‌هایی با قابلیت بررسی این کرنش‌های بزرگ در شرایط مرزی مختلف را افزایش داده است [۲۸]. به علاوه توانایی حل عددی

³ Bionic⁴ Stewart-Gough¹ Gripping² Central curve

دیواره داخلی تک‌عملگر تقویت‌شده، از طریق معادلات الاستیسیته غیرخطی محاسبه و سپس در معادلات تیر کاسرات برای مدل‌سازی رباتی متشکل از سه عملگر تقویت شده لحاظ شد. این موضوع برای اولین بار در این تحقیق انجام شده و خطا را به میزان قابل توجهی کاهش داده‌است. در نهایت مدل معرفی شده توسط نتایج تجربی مورد صحت‌گذاری قرار گرفت.

۲- معرفی ربات نرم پیوسته

ساختار کلی بازوی رباتیک نرم فضایی مطابق شکل ۱ معرفی شده‌است. این بازو دارای سه عملگر سیلیکونی تقویت‌شده با الیاف بوده که با زاویه 120° درجه بر روی یک پایه قرار گرفته‌اند. هر عملگر یک لوله سیلیکونی بوده که توسط دو نخ با زاویه مارپیچ $\alpha = \pm 3^\circ$ پوشیده شده‌است. الیاف مورد استفاده از جنس کولار^۱ بوده که در جدول ۱ خواص آن آورده شده‌است. تحریک این بازوی نرم از طریق فشار نیوماتیکی انجام می‌شود. ربات‌هایی که با فشار هوا کار می‌کنند توانایی بالایی در جذب ضربه و عدم آسیب به محیط اطراف خود را دارا می‌باشند که به همین منظور این نوع تحریک انتخاب شده‌است. با اعمال فشارهای مختلف به هر یک از عملگرها می‌توان به یک حرکت فضایی برای بازوی رباتیک دست یافت.



شکل ۱- بالا: ساختار کلی ربات و شماره‌گذاری عملگرها
پایین: حرکت فضایی ربات

دینامیک مستقیم [۲۹] و معکوس ربات‌های نرم، به عنوان وسیله‌ای جهت طراحی دقیق‌تر و کیفی‌تر آن‌ها مبدل شده‌است. روش میله کاسرات که پیشتر در مدل‌سازی رفتار دینامیکی غیرخطی تیرهای الاستیک مورد استفاده قرار گرفته بود، مانند [۳۰] اساس مناسبی جهت مدل‌سازی ربات‌های نرم بوده و در کارهای قابل توجهی، مورد استفاده قرار گرفته‌است. رندا و همکاران از روش تیر کاسرات در [۳۱] با استخراج معادلات نیرو و گشتاور حاصل از شناوری در محیط سیال، رفتار یک ربات اختاپوس با پاهای نرم را در محیط زیر آب شبیه‌سازی کرده‌اند.

حل معادلات استخراج‌شده از روش کاسرات به شکل معادلات دیفرانسیل جزئی بوده که به صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشد. تیل و همکاران در مراجع [۳۲ و ۳۳] مدل‌سازی یک میله انعطاف‌پذیر را با استفاده از روش کاسرات انجام داده و به خوبی روش‌های حل معادلات و نتایج آن‌ها را بررسی نموده‌است. در این مرجع با استفاده از روابط دیفرانسیل محدود، مشتقات زمانی تعیین و در معادلات جایگذاری شده و معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی وابسته به مکان تبدیل شده و سپس با روش‌های عددی معمول حل می‌گردد.

در این پژوهش با توجه به افزایش تعامل ربات‌ها با انسان و استفاده از ربات‌های نرم در کاربردهای صنعتی و پزشکی با الهام از خرطوم فیل که توانایی بالایی در انجام حرکت‌های مختلف و برداشتن اجسام دارد، یک بازوی رباتیک نرم با قابلیت حرکت فضایی ساخته و رفتار آن مورد بررسی قرار گرفته‌است. در این پژوهش ابتدا مشابه [۳۱-۳۳] از روش استاندارد تئوری تیر کاسرات برای مدل‌سازی شبه-استاتیک استفاده گردید. در این روش تمام طول ربات به عنوان یک انحنا فرض شده و با حل معادلات دینامیکی که توابعی از طول انحنا می‌باشند، کرنش‌های طولی استخراج می‌شوند. به دلیل مشاهده خطای رفتار مدل‌سازی، تلاش گردید منبع خطا شناسایی و مرتفع گردد. در این راستا اثر فشار شعاعی بر کرنش‌های طولی تک-عملگر تقویت‌شده با الیاف، با استفاده از معادلات الاستیسیته غیرخطی معرفی شده در [۳۴] بررسی شد. با توجه به عدم امکان پیاده‌سازی مستقیم نیروهای شعاعی در مدل طولی کاسرات، ابتدا کرنش‌های طولی ناشی از فشار شعاعی وارده بر

^۱ kevlar

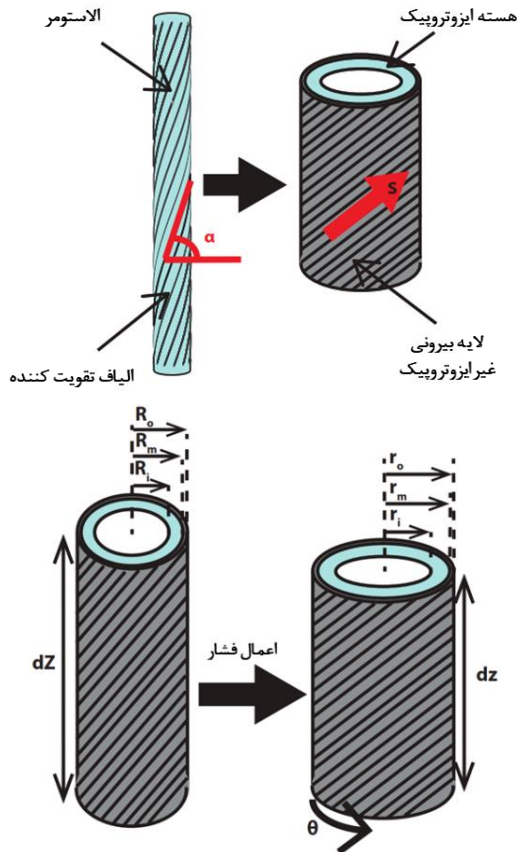
جدول ۱- مشخصات الیاف کولار

پارامتر	توصیف	مقدار	واحد
E	مدول الاستیسیته	۵۵	MPa
ν	نسبت پواسون	۰/۳۶	-
r_{fiber}	شعاع الیاف	۰/۰۸۸۹	mm

در جدول ۲ مقادیر پارامترهای هندسی ربات معرفی شده است.

جدول ۲- مقادیر هندسی ربات

پارامتر	توصیف	مقدار	واحد
b	فاصله عملگرها	۵۵	mm
R_i	شعاع داخلی	۹/۵	mm
R_o	شعاع خارجی	۱۴	mm
l_o	طول عملگرها	۱۷۰	mm
l_{cap}	طول قطعه صلب	۱۵	mm
ϕ	زاویه قرارگیری عملگرها	۱۲۰	°



شکل ۲- بالا: نحوه تعیین مواد برای مدل سازی پایین: معرفی پارامترها قبل و بعد از اعمال فشار

۳- مدل سازی تک عملگر تقویت شده با الیاف

در این بخش به مدل سازی تحلیلی یک تک عملگر تقویت شده با قابلیت افزایش طول، انبساط و پیچش پرداخته می شود. برای بررسی تغییر شکل عملگرهای تقویت شده در اثر اعمال فشار داخلی از الاستیسیته غیرخطی استفاده شده است [۳۴]. به این منظور به جای مدل سازی مستقل لوله سیلیکونی و الیاف تقویت کننده، تمام عملگر به عنوان ماده ای هموزن و غیرایزوتروپیک فرض می شود. در واقع چون الیاف تقویت کننده تنها در بخش خارجی لوله قرار دارند و در تمامی ضخامت آن پخش نشده اند، می توان عملگر را یک استوانه توخالی با یک ماده ای ایزوتروپیک تراکم ناپذیر هایپراالاستیک (مربوط به الاستومر) مدل کرد که توسط یک لایه نازک با ماده ای غیرایزوتروپیک (مربوط به الیاف تقویت کننده) احاطه شده است. مطابق شکل ۲ به علت پیوستگی تغییر شکل ها در طول عملگر می توان این دو ماده را به یکدیگر مرتبط نمود. در حالت اولیه، هسته مرکزی استوانه ای توخالی با شعاع داخلی R_i و شعاع خارجی R_m و لایه غیرایزوتروپیک خارجی شعاع خارجی R_o دارد. ماده غیر ایزوتروپیک جهت گیری مشخصی دارد که می توان آن را با بردار جهت گیری اولیه الیاف

۳-۱- انرژی کرنشی

برای هسته مرکزی ایزوتروپیک انرژی کرنشی $W^{(in)}$ و برای لایه خارجی انرژی کرنشی $W^{(out)}$ معرفی می شود. از مدل نتوهو کین تراکم ناپذیر برای هسته مرکزی رابطه زیر بدست می آید:

$$W^{(in)} = \frac{\mu}{2} (I_1 - 3) \quad (1)$$

در عبارت بالا μ مدول اولیه برشی و $I_1 = tr(\mathbf{FF}^T)$ که \mathbf{F} گرادیان تغییر شکل است.

برای لایه خارجی $W^{(out)}$ حاصل مجموع دو جزء ایزوتروپیک و غیرایزوتروپیک خواهد بود.

$$W^{(out)} = c_1 W^{(iso)} + c_2 W^{(aniso)} \quad (2)$$

$$W^{(aniso)} = \int_0^{L_f} \frac{1}{2} \epsilon^2 E \hat{a} dl = \frac{1}{2} \epsilon^2 E \hat{a} L_f \quad (6)$$

با تعریف $s.s = l_4$ به عنوان کشش الیاف، کرنش $\epsilon = \sqrt{l_4} - 1$ خواهد شد و با جایگذاری آن در معادله (۶) عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$W^{(aniso)} = \frac{(\sqrt{l_4} - 1)^2 E \hat{a} L_f}{2} \quad (7)$$

در نهایت با تقسیم عبارت فوق به حجم الیاف‌ها چگالی انرژی کرنشی بدست می‌آید.

$$w^{(aniso)} = \frac{(\sqrt{l_4} - 1)^2 E}{2} \quad (8)$$

۳-۲- مدل‌سازی افزایش طول، انبساط و پیچش تک-عملگر

در این بخش فرض می‌شود، مواد سازنده عملگر در تمامی مقاطع، سختی یکسانی داشته باشند؛ همچنین عملگر به هنگام اعمال فشار، شکل استوانه‌ای خود را حفظ نموده و مطابق شکل ۲ شعاع‌ها r_o ، r_m و r_i خواهند شد. با فرض تراکم‌ناپذیری مواد، رابطه تغییرشکل‌های ممکن برای افزایش طول، انبساط و پیچش به شکل زیر خواهد بود.

$$r^2 - r_o^2 = \lambda_z^{-1} (R^2 - R_o^2) \quad (9)$$

$$\theta = \Theta + \tau \lambda_z Z$$

$$z = \lambda_z Z$$

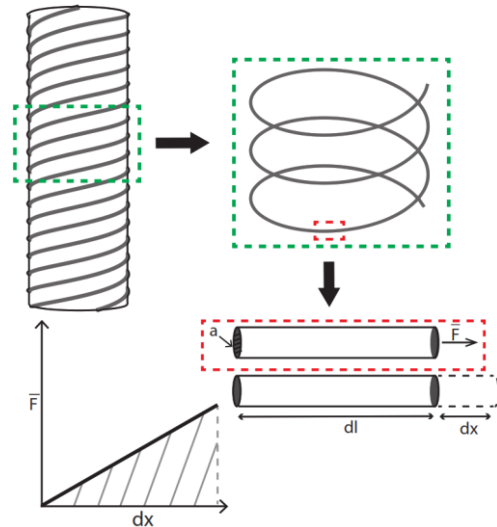
از روابط بالا می‌توان گرادیان تغییر شکل را محاسبه نمود.

$$F = \begin{bmatrix} \frac{R}{r \lambda_z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R}{r} & r \tau \lambda_z \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

که r, θ, z و R, Θ, Z موقعیت‌های مختصات استوانه‌ای، قبل و بعد از تغییرشکل هستند. به علاوه λ_z و τ به ترتیب کشش محوری و پیچش در طول واحد می‌باشند. از گرادیان تغییرشکل F در محاسبه تانسور چپ کوشی-گرین $B = FF^T$ و جهت‌گیری نهایی الیاف $s = FS$ استفاده می‌شود. در نهایت با داشتن معادلات چگالی انرژی کرنشی، تنش‌های کوشی قابل محاسبه خواهند بود.

$$\begin{aligned} \sigma^{(in)} &= 2W_1^{(in)} B - pI \\ \sigma^{(out)} &= 2W_1^{(out)} B + 2W_4^{(out)} s_1 \otimes s_1 \\ &\quad + 2W_6^{(out)} s_2 \otimes s_2 - pI \end{aligned} \quad (11)$$

که $w^{(iso)} = \mu/2(I_1 - 3)$ سهم بخش ایزوتروپیک مربوط به الاستومر در لایه خارجی و $w^{(aniso)}$ سهم الیاف و c_i نسبت حجمی این دو را نشان می‌دهد. برای استخراج عبارتی مناسب برای $w^{(aniso)}$ می‌توان الیاف‌ها را به شکل مارپیچی و با سطح مقطع a ، با جهت‌گیری اولیه S ، جهت‌گیری نهایی $s = FS$ تحت بار محوری \bar{F} در نظر گرفت (شکل ۳).



شکل ۳- مدل‌سازی الیاف تقویت‌کننده به عنوان تیری با رفتار الاستیک خطی

مطابق شکل برای یک المان کوچک از الیاف مارپیچی به طول dl ، با تغییر طول dx و با فرض وجود رابطه‌ای خطی میان نیرو \bar{F} و افزایش طول dx ، انرژی کرنشی $dW^{(aniso)}$ محاسبه می‌شود.

$$dW^{(aniso)} = \frac{1}{2} \bar{F} dx \quad (3)$$

با فرض الاستیک خطی برای الیاف، نیروی \bar{F} مطابق زیر بدست می‌آید:

$$\bar{F} = E \epsilon \hat{a} \quad (4)$$

که $\epsilon = dx/dl$ کرنش محوری و E مدول یانگ می‌باشند. با جایگذاری معادله (۴) در معادله (۳) بدست می‌آید:

$$dW^{(aniso)} = \frac{1}{2} \epsilon E \hat{a} dx = \frac{1}{2} \epsilon^2 E \hat{a} dl \quad (5)$$

پس از انتگرال‌گیری، انرژی کرنشی برای تمامی الیاف مارپیچی محاسبه می‌شود:

¹ Left Cauchy-Green

برای بررسی اثر فشار تنها در راستای شعاعی، با برابر قرار دادن فشار P با تنش‌های شعاعی و صفر قرار دادن نیروهای محوری $N = 0$ و ممان پیچشی $M = 0$ مقادیر کرنش‌ها استخراج می‌شود. برای این منظور از تابع `fsolve` نرم‌افزار MATLAB استفاده شده‌است. در ادامه این کرنش‌ها در معادلات استخراج شده برای ربات پیوسته قابل استفاده می‌باشند.

۴- مدل سازی ربات نرم پیوسته

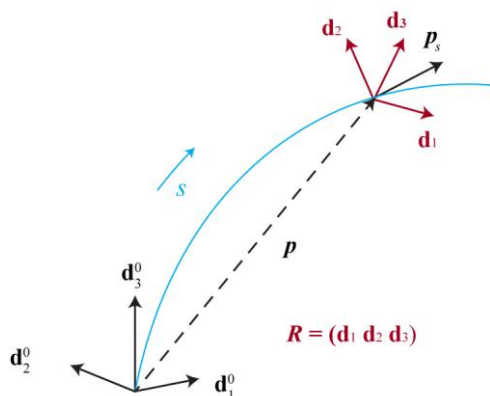
در مدل سازی به روش کاسرات مشابه کتاب انتمن [۳۶]، زمان t و طول انحنا s متغیرهای اصلی هستند. در هر سطح مقطع و در محور مرکزی تیر دو بردار یکه متعامد \mathbf{d}_1 و \mathbf{d}_2 مماس بر سطح و بردار یکه \mathbf{d}_3 عمود بر سطح مقطع تعریف می‌گردند و طبق رابطه (۱۸) در مجموع یک دستگاه متعامد راستگرد ایجاد می‌کنند.

$$\mathbf{d}_3 = \mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2 \quad (18)$$

موقعیت هر سطح مقطع از عملگر با استفاده از دو متغیر زمان و طول انحنا و با نماد $\mathbf{p}(s, t)$ در دستگاه مختصات کارترین مرجع به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\mathbf{p}(s, t) = x(s, t)\mathbf{i} + y(s, t)\mathbf{j} + z(s, t)\mathbf{k} \quad (19)$$

محور مرکزی $\mathbf{p}(s) \in \mathbb{R}^3$ جهت مماس بر تیر است. این تیر قابلیت دریافت ممان حول این محور را دارا می‌باشد، بنابراین زوایای دوران و پیچش هم قابل بررسی خواهد بود؛ در نتیجه مطابق شکل ۴ جهت‌گیری تیر با ماتریس دوران $\mathbf{R}(s) \in SO(3)$ قابل بیان خواهد بود.



شکل ۴- نمایشی از تیر کاسرات و بردارهای مرتبط با آن

متغیر \mathbf{v} به عنوان مشتق اول مکان در مختصات محلی تعریف شده و $\mathbf{v} := \mathbf{R}^T \mathbf{p}_s$ است. متغیر \mathbf{u} نیز به عنوان انحنا در

که $\mathbf{I} \cdot W_i = \frac{\partial W}{\partial I_i}$ ماتریس واحد و p فشار هیدرواستاتیک می‌باشند. از معادلات تعادل کوشی ($\text{div}(\sigma) = 0$) بدست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} = \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{r} \quad (12)$$

پس از جایگذاری و انتگرال‌گیری مقادیر تنش، رابطه (۱۳) برای تنش شعاعی بدست می‌آید.

$$P = \int_{r_i}^{r_m} \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(in)} - \sigma_{rr}^{(in)}}{r} dr + \int_{r_m}^{r_o} \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(out)} - \sigma_{rr}^{(out)}}{r} dr \quad (13)$$

در صورتی که هیچ‌گونه نیرو و ممان خارجی بر لوله وارد نشود، بار محوری N مطابق زیر خواهد بود.

$$N = 2\pi \int_{r_i}^{r_m} \sigma_{zz}^{(in)} r dr + 2\pi \int_{r_m}^{r_o} \sigma_{zz}^{(out)} r dr \quad (14)$$

به طور مشابه ممان پیچشی M نیز قابل محاسبه می‌باشد.

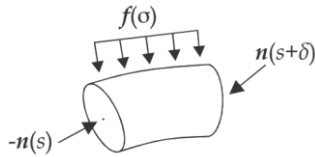
$$M = 2\pi \int_{r_i}^{r_m} \sigma_{\theta z}^{(in)} r^2 dr + 2\pi \int_{r_m}^{r_o} \sigma_{\theta z}^{(out)} r^2 dr \quad (15)$$

با معرفی $\lambda_\theta = \frac{r}{R}$ و $\gamma = r\tau$ طبق [۳۵] تساوی (۱۶) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} &= \lambda_\theta \frac{\partial W}{\partial \lambda_\theta} + \gamma \frac{\partial W}{\partial \gamma} \\ \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz} - 2\sigma_{rr} &= \lambda_\theta \frac{\partial W}{\partial \lambda_\theta} + \lambda_z \frac{\partial W}{\partial \lambda_z} \\ \sigma_{\theta z} &= \frac{\partial W}{\partial \gamma} \end{aligned} \quad (16)$$

سرانجام معادلات تعادل برحسب ترم‌های انرژی کرنشی استخراج می‌شوند.

$$\begin{aligned} P &= \int_{r_i}^{r_m} \lambda_z \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \lambda_z} + \gamma \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \gamma} \frac{dr}{r} \\ &+ \int_{r_m}^{r_o} \lambda_z \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \lambda_z} + \gamma \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \gamma} \frac{dr}{r} \\ N &= \pi \int_{r_i}^{r_m} 2\lambda_z \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \lambda_z} - \lambda_\theta \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \lambda_\theta} \\ &- 3\gamma \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \gamma} r dr \\ &+ \pi \int_{r_m}^{r_o} 2\lambda_z \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \lambda_z} - 3 \\ &- \lambda_\theta \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \lambda_\theta} - 3\gamma \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \gamma} r dr \\ M &= 2\pi \int_{r_i}^{r_m} \frac{\partial W^{(in)}}{\partial \gamma} r^2 dr \\ &+ 2\pi \int_{r_m}^{r_o} \frac{\partial W^{(out)}}{\partial \gamma} r^2 dr \end{aligned} \quad (17)$$



شکل ۶- بررسی تعادل نیروها در المانی از تیر

با رعایت قاعده علامت‌گذاری مطرح شده، معادله تعادل استاتیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$n(s + \delta) - n(s) + \int_s^{s+\delta} f(\sigma) d\sigma = 0 \quad (20)$$

با مشتق‌گیری از معادله حاصل خواهیم داشت:

$$n_s = -f \quad (21)$$

روند یافتن معادله دیفرانسیل برای m_s نیز مشابه همین روند بوده، اما به گام‌های بیش‌تری نیاز دارد. معادله تعادل استاتیکی ممان‌ها برای یک المان از تیر عبارت است از:

$$m(s + \delta) - m(s) + p(s + \delta) \times n(s + \delta) - p(s) \times n(s) + \int_s^{s+\delta} [l(\sigma) + p(\sigma) \times f(\sigma)] d\sigma = 0 \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۲۲) رابطه (۲۳) بدست می‌آید.

$$m_s = -l - p \times f - \frac{\partial}{\partial s} (p \times n) \quad (23)$$

با مشتق‌گیری از عبارت (۲۳) و ساده‌سازی آن بدست می‌آید:

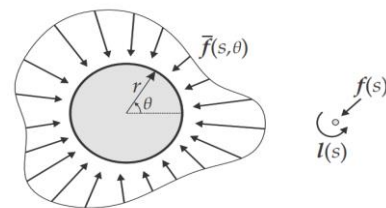
$$\begin{aligned} m_s &= -l - p \times f - p_s \times n - p \times n_s \\ &= -l - p \times f - p_s \times n + p \times f \\ &= -l - p_s \times n \end{aligned} \quad (24)$$

برای مقید نمودن کامل معادلات دیفرانسیل معمولی^۱ حاضر به تعدادی معادله ساختاری نیاز است که نیروهای داخلی را به کرنش‌ها مربوط کند. در این پژوهش از رابطه الاستیک خطی استفاده شده‌است.

$$\begin{aligned} n &= RK_{se}(v - v^*) \\ m &= RK_{bt}(u - u^*) \end{aligned} \quad (25)$$

متغیرهای v^* و u^* شکل تیر را در شرایط بدون تنش بیان می‌کنند. برای یک تیر معمولی با فرض مستقیم بودن و فارغ از هرگونه نیروی خارجی $v^* = e_3$ و $u^* = 0$ خواهد بود.

مختصات محلی برابر با $u := (R^T R_s)^v$ است. نماد $\langle \cdot \rangle^v$ به معنای ایجاد بردار دوگان از ماتریس پادمتقارن است. این نکته ممکن است، مفید باشد که این عبارت مشابه فرمول سرعت زاویه‌ای در مختصات محلی است $\omega := (R^T R_t)^v$. نیروی داخلی تیر با $n(s)$ و ممان داخلی با $m(s)$ توصیف می‌شود. قاعده علامت‌گذاری بردارها به این نحو تعریف می‌شود که برای یک فاصله کوتاه δ ، نیروی $n(s)$ نیرویی است که ماده در $s + \delta$ به ماده در $s - \delta$ وارد می‌کند. به طور مشابه این علامت‌گذاری برای ممان‌ها نیز تعریف می‌شود. هرگونه نیروی گسترده وارد بر تیر نسبت به سطح مقطع انتگرال گرفته شده و به عنوان نیرویی گسترده و یک‌بعدی بر محور مرکزی تیر تعریف می‌شود. نیروهای گسترده $f(s)$ و ممان‌های گسترده $l(s)$ در شکل ۵ مشخص شده‌اند. برای ربات مورد بررسی در حالت تحریک و عدم وجود نیروهای خارجی با معرفی ρ به عنوان چگالی طولی، نیروی گسترده برابر با $f(s) = \rho Ag$ فرض می‌شود؛ همچنین با توجه به کوتاه بودن بازوی گشتاور از ممان‌های گسترده صرف نظر شده و $l(s) = 0$ است.



$$f(s) = \int_0^{2\pi} \bar{f}(s, \theta) d\theta$$

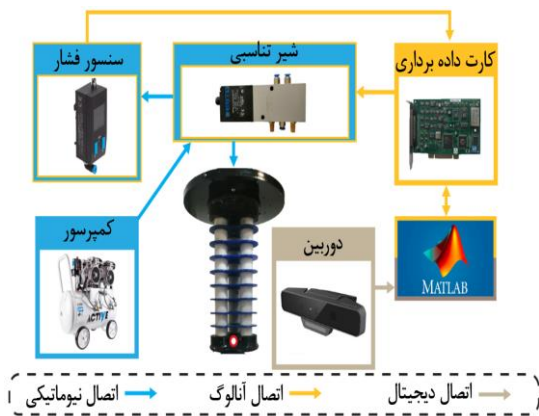
$$l(s) = \int_0^{2\pi} \bar{f}(s, \theta) \times R^T(s) r \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta$$

شکل ۵- می‌توان نیروی گسترده شعاعی $\bar{f}(s, \theta)$ را با

نیروی گسترده یک‌بعدی $f(s)$ و ممان گسترده $l(s)$ معادل در نظر گرفت.

با بیان معادلات تعادل برای یک المان تیر از s تا $s + \delta$ می‌توان به یک معادله دیفرانسیل برای $n_s := \partial n / \partial s$ رسید. این موضوع در شکل ۶ نشان داده شده‌است.

^۱ Ordinary differential equation (ODE)



شکل ۷- تجهیزات آزمایشگاهی به کار رفته و نحوه ارتباط با یکدیگر

از ربات برای دو حالت تحت فشار و تحت نیروی خارجی داده- برداری شده‌است. بدین منظور فشارهای یکسانی در بازه ۰/۱۵ تا ۰/۶۵ با گام ۰/۰۵ بار به هر سه عملگر اعمال گردیده‌است. نیروی خارجی نیز با قرار دادن وزنه‌هایی ۱۰۰ تا ۱۲۰۰ گرمی در انتهای ربات اعمال شده‌است. با توجه به وابستگی کرنش‌ها به نیرو و فشار، در صورتی که عملگرها فاقد فشار و تنها تحت اثر نیروهای خارجی بررسی شوند، می‌توان به رابطه ای مستقل از نیروهای فشاری دست یافت. در این حالت کرنش‌های حاصل عبارتند از:

$$\begin{aligned} v &= v(P = 0, n(P = 0, F)) , \\ u &= u(P = 0, m(P = 0, M)) \end{aligned} \quad (28)$$

برای استخراج رابطه‌ای بین نیرو و کرنش برای هر تک‌عملگر نیرویی متمرکز بدون اعمال فشار سیال و با نرخ ثابت به انتهای آن وارد شده و نمودار نیرو-جابجایی آن بدست می‌آید. بنابراین در رابطه (۲۸) $F = Fe_3$ و $M = 0$ است. سپس با تقسیم طول ثانویه بر طول اولیه L_0 ، کرنش‌ها بدست می‌آیند. شکل ۸ رابطه کرنش-نیرو را نمایش می‌دهد.

اگرچه در تیری که در شرایط فارغ از تنش نیز دارای انحنا باشد، این متغیرها متفاوت خواهند بود. نماد "se" و "bt" ماتریس‌های سختی به ترتیب مربوط به "shear-extension" و "bending-torsion" است. برای تیرهای با ساختار همگن، سختی‌ها طبق عبارت زیر معرفی می‌شوند. [

$$\begin{aligned} K_{se} &= \begin{bmatrix} GA & 0 & 0 \\ 0 & GA & 0 \\ 0 & 0 & EA \end{bmatrix}, \\ K_{bt} &= \begin{bmatrix} EI_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & EI_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & GI_{zz} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

در نهایت سیستم ایجاد شده از معادلات (۲۱)، (۲۴) و (۲۵) به یک مجموعه از معادلات غیرخطی ODE با تنها یک بُعد طول انحنا s منتهی می‌شود.

$$\begin{aligned} v &= v^* + K_{se}^{-1} R^T n \\ u &= u^* + K_{bt}^{-1} R^T m \\ p_s &= Rv \\ R_s &= R\hat{u} \\ n_s &= -f \\ m_s &= -l - p_s \times n \end{aligned} \quad (27)$$

این دستگاه معادلات، مشابه [۳۳] با در نظر گرفتن فشارهای نیوماتیکی وارده بر انتهای ربات به عنوان شرایط مرزی و استفاده از روش تیراندازی^۱ با حل مکرر معادلات دیفرانسیل به روش عددی رانگ-کوتا مرتبه ۴^۲، حل می‌شود. این موضوع با تابع bvp4c نرم‌افزار MATLAB پیاده شده‌است.

۵- اعتبارسنجی به کمک نتایج آزمایش

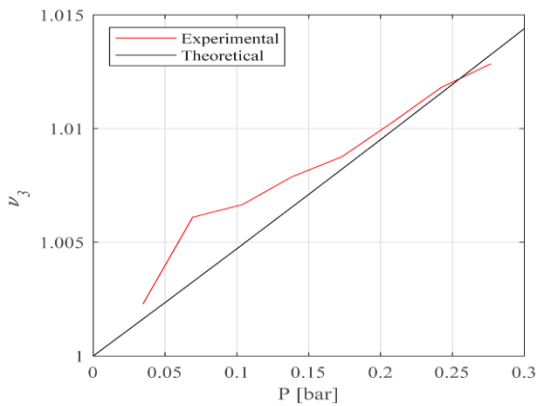
در این پژوهش از یک کمپرسور هوای ۱۶ بار برای تامین فشار هوای ورودی ربات، یک شیر تناسبی ۳/۵ طرفه Festo که با سیگنال کنترلی ۱۰ ولت کار می‌کند، برای کنترل جهت هوای ورودی و سه سنسور فشار دیجیتال Festo SDE1 با دقت ۰/۰۱ بار برای اندازه‌گیری فشار ورودی عملگرها استفاده شده‌است. جهت جمع‌آوری اطلاعات سنسورها از کارت داده‌برداری Advantech PCI-1716HG و برای استخراج موقعیت ربات از یک دوربین دیجیتال Intel RealSense-SR300 استفاده شده- است؛ همچنین برای استخراج جابجایی تک عملگر و بررسی اثر فشار شعاعی از یک سنسور اندازه‌گیری جابجایی خطی^۳ استفاده شده‌است. در شکل ۷ تجهیزات آزمایشگاهی به کار رفته و نحوه ارتباطشان با یکدیگر نشان داده شده‌است.

³ Linear Variable Differential Transformer (LVDT)

¹ Shooting method

² runge kutta 4th order (RKT4)

در شکل ۱۰ نمودار کرنش به فشارهای شعاعی بدست آمده از داده‌های تجربی رسم شده و با نتایج حاصل از روش تئوری مقایسه شده‌است. با توجه به کماتش عملگر در فشارهای بیش-تر از ۰/۳ بار، داده‌برداری تجربی تنها تا این فشار استخراج شده‌است. برای این منظور با قرار دادن وزنه‌های ۱۰۰ تا ۸۰۰ گرمی در بالای عملگر و اعمال فشاری معادل، جابجایی‌ها بوسیله سنسور استخراج شده‌است.



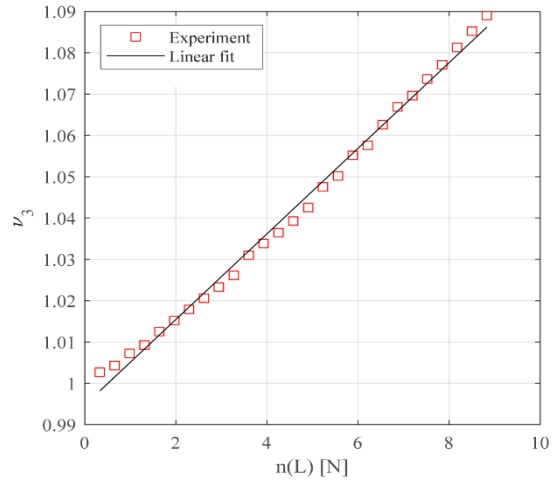
شکل ۱۰- کرنش محوری ناشی از فشارهای شعاعی مختلف

با تقریب نمودار حاصل با یک چندجمله‌ای درجه ۱، رابطه‌ای برای کرنش‌های محوری بر حسب فشار شعاعی برای تک‌عملگر تقویت‌شده بدست می‌آید.

$$v_3 = a_1 P + 1 \quad (29)$$

برای حل معادلات برای ربات سه‌عملگری به علت اعمال این کرنش‌ها بر محل عملگرها که خارج از محور مرکزی تیر قرار دارند نیاز به رویکرد متفاوتی است.

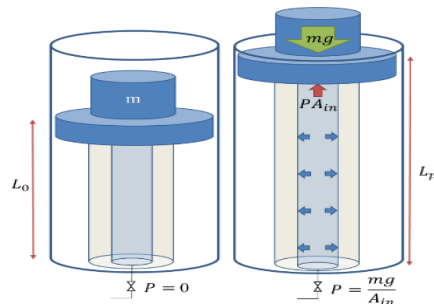
در این رویکرد از فرض صفحه ماندن سطح مقطع بعد از تغییرشکل، کرنش‌ها در هر نقطه از سطح مقطع از رابطه تغییرشکل، کرنش‌های کاسرات برای کرنش محوری به شکل $v_3(x, y) = \varepsilon + x\kappa_x + y\kappa_y$ بدست می‌آیند که بر حسب $v_3^{NC} + xu_1 + yu_2$ می‌شود. در این رابطه x و y موقعیت هر عملگر نسبت به محور مرکزی است؛ بنابراین کرنش‌های ناشی از فشار شعاعی وارد بر هر عملگر، کرنش $v_3^{NC} = v_3(x, y) - xu_1 - yu_2$ را به محور مرکزی اعمال می‌کند. در پایان با اضافه نمودن این کرنش به کرنش‌های کاسرات معادله (۲۷) می‌توان اثر تنش‌های شعاعی را بر مدل ربات پیوسته اعمال کرد.



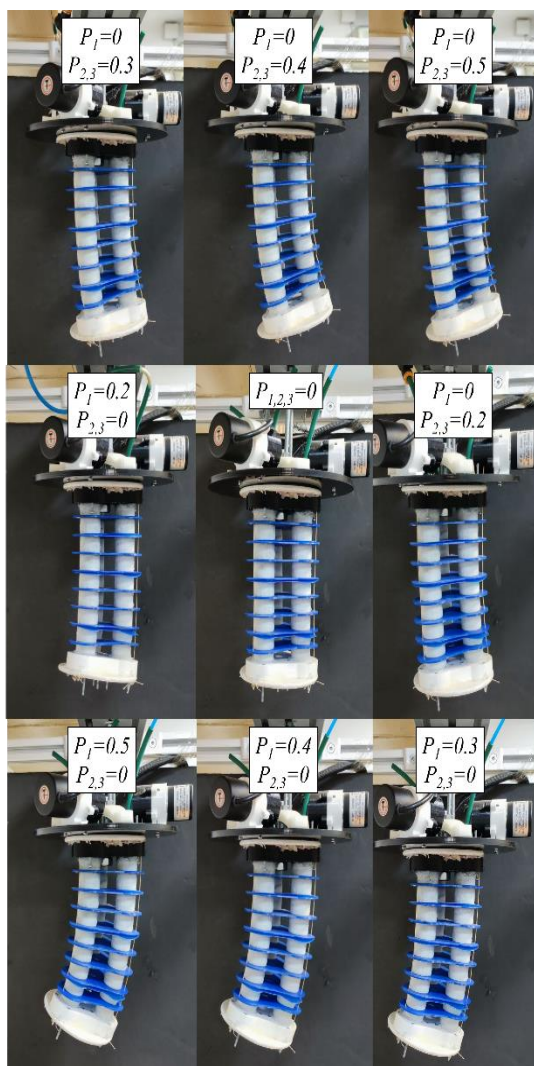
شکل ۸- نمودار کرنش-نیروی خارجی متمرکز به تک-عملگر بدون اعمال فشار

اگر نمودار حاصل خطی در نظر گرفته شود، در این صورت با معرفی m به عنوان شیب نمودار، مدول یانگ از رابطه $E = 3\pi(r_o^2 - r_i^2)/m$ بدست می‌آید. در این حالت مدول یانگ $E = 289142.05 \text{ pa}$ بدست می‌آید.

در بخش ۳ به تاثیر فشارهای شعاعی در تغییرشکل عملگرها اشاره شد. با اعمال فشار در راستای شعاع عملگر، جابجایی‌های محوری آن استخراج می‌شود. برای پیاده‌سازی این موضوع بصورت تجربی می‌توان مطابق شکل ۹ با قرار دادن وزنه‌ای بر انتهای ربات و اعمال نیرویی محوری بر خلاف جهت حرکت عملگر، تاثیر فشار محوری را حذف کرده و تاثیر فشار شعاعی را بر جابجایی محوری بدست آورد ($PA_{in} = mg$). در این روش نیاز است، عملگر کاملاً متقارن بوده نیروی وزن دقیقاً بر محور تقارن وارد شود، در غیر این صورت عملگر دچار کماتش می‌شود.



شکل ۹- نحوه بررسی تاثیر اعمال فشار شعاعی بصورت تجربی



شکل ۱۱- تغییر شکل ربات در فشارهای مختلف

در این پژوهش برای اعتبارسنجی ربات از موقعیت نهایی ربات استفاده شده‌است. به این منظور تنها با تحریک عملگر ۱ یا تحریک هم‌زمان عملگرهای ۲ و ۳ (شماره عملگرها در شکل ۱ مشخص شده‌است)، حرکت صفحه‌ای ربات حاصل شده و موقعیت ربات با دقت بالایی از پردازش تصویر استخراج می‌شود. در شکل ۱۱ تغییر شکل ربات تحت فشارها مختلف مشاهده می‌شود.

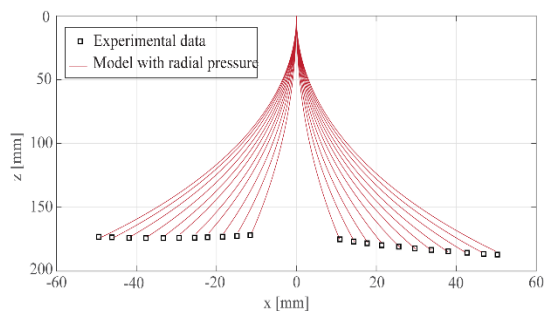
در جدول ۳ مقدار میانگین خطای شبیه‌سازی شده موقعیت انتهایی ربات برای دو حالت وجود یا عدم وجود تاثیر فشار شعاعی نسبت به داده‌های تجربی مقایسه شده است.

جدول ۳- میانگین درصد خطای نسبی

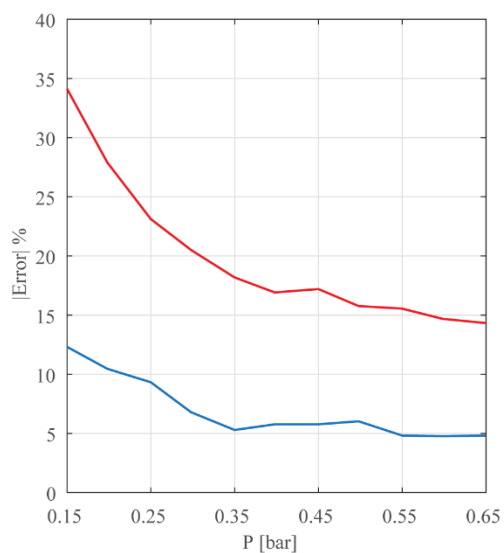
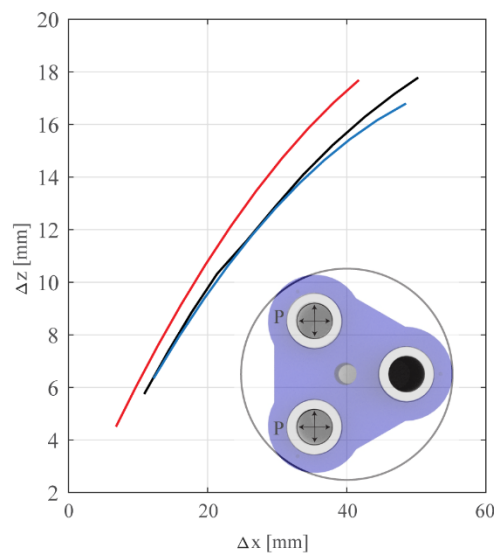
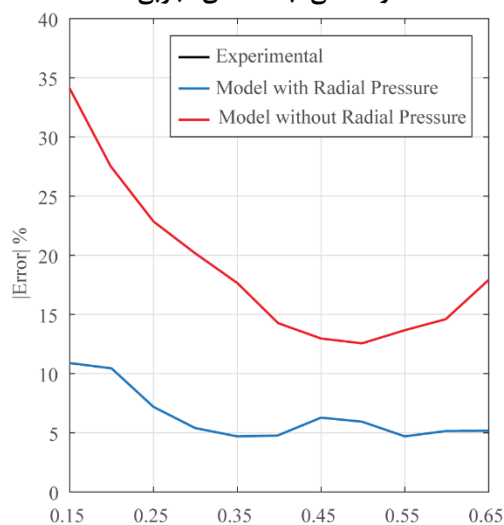
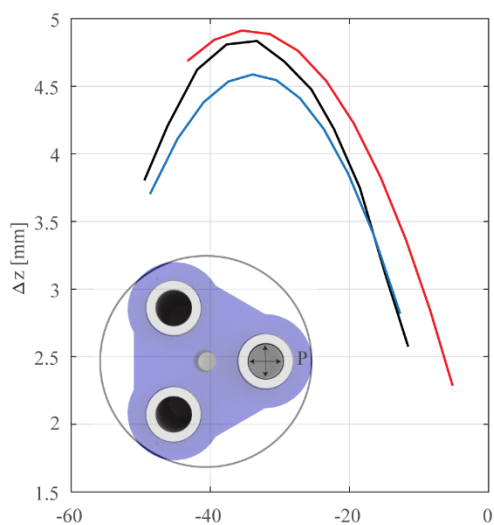
موقعیت انتهایی ربات	
تاثیر فشار شعاعی	درصد خطای نسبی
×	۲۲/۱۶
✓	۸/۶۸

با اعمال فشار ۰/۱۵ تا ۰/۶۵ بار با گام ۰/۰۵ بار به عملگر ۱ و بار دیگر به دو عملگر ۲ و ۳، موقعیت نهایی ربات استخراج و با داده‌های حاصل از مدل کاسرات با احتساب فشارهای شعاعی در شکل ۱۲ مقایسه شده‌است. در این شکل تمام طول ربات در حالت تحریک مشاهده می‌شود که از حل معادلات بدست آمده‌است.

در این پژوهش برای اعتبارسنجی معادلات مطابق شکل ۱۳، مشابه آزمایش قبل، با اعمال فشار ۰/۱۵ تا ۰/۶۵ با گام ۰/۰۵ بار به یک عملگر (نمودارهای بالا) و دو عملگر (نمودارهای پایین)، موقعیت نهایی ربات استخراج شده و با مدل کاسرات با و بدون اثر فشار شعاعی مقایسه شده است.



شکل ۱۲- مقایسه مدل ارائه شده (تیر کاسرات+تأثیر فشار شعاعی) با داده‌های تجربی



شکل ۱۳- چپ: موقعیت نقطه انتهایی بازو در فشارهای مختلف راست: درصد خطای نسبی موقعیت نقطه انتهایی بازو در فشارهای مختلف

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش، مدل‌سازی استاتیکی یک ربات نرم فضایی متشکل از سه عملگر تقویت‌شده با الیاف بررسی گردید. در ابتدا با استفاده از روابط الاستیسیته غیرخطی معادلات مربوط به تک عملگر تقویت‌شده استخراج و مشاهده شد که فشارهای شعاعی وارده به دیواره داخلی منجر به افزایش طول تک‌عملگر می‌شود. سپس با معرفی تئوری تیر کاسرات به مدل‌سازی ربات نرم پیوسته متشکل از سه عملگر پرداخته شد. با استخراج موقعیت نهایی ربات از روش‌های پردازش تصویر و مقایسه آن با داده‌های شبیه‌سازی شده تنها با مدل کاسرات، مقدار ۲۲/۱۶ درصد خطا مشاهده شد. جهت کاهش این خطا، با توجه به خطی‌بودن کرنش‌ها در سطح مقطع، روشی جهت انتقال کرنش‌های طولی حاصل از فشارهای شعاعی که از روابط الاستیسیته غیرخطی بدست آمده بودند، به محور اصلی تیر کاسرات ارائه شد. با ادغام این کرنش‌ها با کرنش‌های محاسبه شده از حل معادلات دیفرانسیل مربوط به روش کاسرات، خطای حاصل به میزان ۱۳/۴۸ درصد کاهش یافت.

مراجع

- level stiffness control of tendon-driven multijoint robot. 2011 IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics, 2229–2234.
- [7] Ott C, Henze B, Lee D (2013) Kinesthetic teaching of humanoid motion based on whole-body compliance control with interaction-aware balancing. 2013 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst., 4615–4621.
- [8] Robinson G, Davies JBC (1999) Continuum robots-a state of the art. Proceedings Proc. 1999 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.99CH36288C), vol.4, 2849–2854.
- [9] Webster RJ, Jones BA (2010) Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: A review. Int. J. Rob. Res., 29(13): 1661–1683.
- [10] Burgner-Kahrs J, Rucker DC, Choset H (2015) Continuum Robots for Medical Applications: A Survey. IEEE Trans. Robot., 31(6): 1261–1280.
- [۱۱] امیدرضا احمدزاده، حامد غفاری راد، محمد زارعی نژاد (۱۳۹۸) تعیین جرم با استفاده از تحلیل تئوری و تجربی پاسخ فرکانسی عملگرهای پیژوالکتریک خمشی. مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها، ۳۹-۲۷ (۴): ۹.
- [۱۲] رضا خرم آبادی، جلیل رضایی پزند (۱۳۹۹) بررسی تجربی و عددی ارتعاشات ورق کامپوزیتی کمانش یافته تقویت شده با سیم الیاف حافظه‌دار تحت عملیات حرارتی. مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها، ۱۰۶-۹۳ (۱): ۱۰.
- [۱۳] محمدصادق فایض، علی داور، جعفر اسکندری جم، محسن حیدری بنی (۱۳۹۹) تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول. مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها، ۹۶-۷۷ (۴): ۱۰.
- [۱۴] محمد مهدی فاتح، مهدی سوزنجی کاشانی، علی اصغر عرب (۱۳۹۳) کنترل مود لغزشی- فازی ربات با مفاصل انعطاف پذیر. مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها، ۳۲-۲۲ (۴): ۳.
- [15] Black CB, Till J, Rucker DC (2018) Parallel Continuum Robots: Modeling, Analysis, and Actuation-Based Force Sensing. IEEE Trans. Robot., 34(1): 29–47.
- [16] Black C (2017) Modeling, Analysis, Force Sensing and Control of Continuum Robots for Minimally Invasive Surgery. PhD thesis, The University of Tennessee, Knoxville.
- [17] Orekhov AL, Bryson CE, Till J, Chung S, Rucker DC (2015) A surgical parallel continuum manipulator with a cable-driven grasper. Proc. Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. EMBS, 5264–5267.
- [18] Orekhov AL, Black CB, Till J, Chung S, Rucker DC (2016) Analysis and Validation of a Teleoperated Surgical Parallel Continuum
- [1] Hülse M, Wischmann S, Pasemann F (2005) The role of non-linearity for evolved multifunctional robot behavior. In Moreno JM, Madrenas J, Cosp J (eds) Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics): vol. 3637 LNCS, 108–118. Springer Berlin Heidelberg.
- [2] Ijspeert AJ, Crespi A, Cabelguen JM (2005) Simulation and robotics studies of salamander locomotion. Neuroinformatics, 3(3): 171–195.
- [3] Schilling M, Paskarbit J, Hoinville T, Hüffmeier A, Schneider A, Schmitz J, Cruse H (2013) A hexapod walker using a heterarchical architecture for action selection. Front. Comput. Neurosci. vol 7.
- [4] Seok S, Onal CD, Cho KJ, Wood RJ, Rus D, Kim S (2013) Meshworm: A Peristaltic Soft Robot With Antagonistic Nickel Titanium Coil Actuators. IEEE/ASME Trans Mechatronics, 18(5): 1485–1497.
- [5] Marques HG, Jäntschi M, Wittmeier S, Holland O, Alessandro C, Diamond A, Lungarella M, Knight, R (2010) ECCE1: The first of a series of anthropomorphic musculoskeletal upper torsos. 2010 10th IEEE-RAS Int. Conf. Humanoid Robot., 391–396.
- [6] Shirai T, Urata J, Nakanishi Y, Okada K, Inaba M (2011) Whole body adapting behavior with muscle

- IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst., 24(4): 1497–1502
- [27] Largillière F, Coevoet E, Sanz-Lopez M, Grisoni L, Duriez C (2016) Stiffness rendering on soft tangible devices controlled through inverse FEM simulation. 2016 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst. (IROS), 5224–5229.
- [28] Shapiro Y, Gabor K, Wolf A (2015) Modeling a Hyperflexible Planar Bending Actuator as an Inextensible Euler–Bernoulli Beam for Use in Flexible Robots. *Soft Robot.*, 2(2): 71–79.
- [29] Kim S, Laschi C, Trimmer B (2013) Soft robotics: A bioinspired evolution in robotics. *Trends Biotechnol.*, 31(5): 287–294.
- [30] Cao DQ, Tucker RW (2008) Nonlinear dynamics of elastic rods using the Cosserat theory: Modelling and simulation. *Int. J. Solids Struct.*, 45(2): 460–477.
- [31] Renda F, Giorgio-Serchi F, Boyer F, Laschi C, Dias J, Seneviratne L (2018) A unified multi-soft-body dynamic model for underwater soft robots. *Int. J. Rob. Res.*, 37(6): 648–666.
- [32] Till J, Rucker DC (2017) Elastic rod dynamics: Validation of a real-time implicit approach. 2017 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst. (IROS), 3013–3019.
- [33] Till J, Aloï V, Rucker C (2019) Real-time dynamics of soft and continuum robots based on Cosserat rod models. *Int. J. Rob. Res.*, 38(6): 723–746.
- [34] Connolly F, Walsh CJ, Bertoldi K (2017) Automatic design of fiber-reinforced soft actuators for trajectory matching. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.*, 114(1): 51–56.
- [35] Kassianidis F (2010) Boundary-value problems for transversely isotropic hyperelastic solids. PhD thesis, University of Glasgow.
- [36] Antman SS (2005) *Nonlinear Problems of Elasticity*. 2nd edn. Springer-Verlag, New York.
- Manipulator. *IEEE Robot. Autom. Lett.*, 1(2): 828–835.
- [19] Ding J, Goldman RE, Xu K, Allen PK, Fowler DL, Simaan N (2013) Design and Coordination Kinematics of an Insertable Robotic Effectors Platform for Single-Port Access Surgery. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 18(5): 1612–1624.
- [20] Simaan N, Xu K, Wei W, Kapoor A, Kazanzides P, Taylor R, Flint P (2009) Design and Integration of a Telerobotic System for Minimally Invasive Surgery of the Throat. *Int. J. Rob. Res.*, 28(9): 1134–1153.
- [21] Mahl T, Hildebrandt A, Sawodny O (2014) A Variable Curvature Continuum Kinematics for Kinematic Control of the Bionic Handling Assistant. *IEEE Trans. Robot.*, 30(4): 935–949.
- [22] Orekhov AL, Aloï VA, Rucker DC (2017) Modeling parallel continuum robots with general intermediate constraints. 2017 IEEE Int. Conf. Robot. Autom., 6142–6149.
- [23] Falkenhahn V, Mahl T, Hildebrandt A, Neumann R, Sawodny O (2015) Dynamic Modeling of Bellows-Actuated Continuum Robots Using the Euler-Lagrange Formalism. *IEEE Trans. Robot.*, 31(6): 1483–1496.
- [24] Godage IS, Guglielmino E, Branson DT, Medrano-Cerda GA, Caldwell DG (2011) Novel modal approach for kinematics of multisection continuum arms. 2011 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst., 1093–1098.
- [25] Zhang Z, Dequidt J, Kruszewski A, Largillière F, Duriez C (2016) Kinematic modeling and observer based control of soft robot using real-time finite element method. *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, 5509–5514.
- [26] Trivedi D, Lotfi A, Rahn CD (2007) Geometrically exact dynamic models for soft robotic manipulators.