مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۴۰۱/ دوره ۱۲/ شماره ۴/ صفحه ۱-۱۲

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOI: 10.22044/jsfm.2022.12002.3612

ارتعاشات میکروتیرهای چرخان با حرکت محوری در محیط‌های پیچیده

امید کوچکیان فرد[۱]، مجید ساده دل[۲،*]

[۱] کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۲۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۰۵

چکیده

در مقاله حاضر، ارتعاشات و پایداری وابسته به‌اندازه میکروتیرهای چرخان با حرکت محوری محاط شده در بستر ویسکوز با شرایط مرزی مختلف دوسربسته در محیط‌های رطوبتی–حرارتی–مغناطیسی تحت نیروهای گرانشی و محوری براساس تئوری تنش کوپل و مدل تیر رایلی مطالعه شده است. معادلات دینامیکی سیستم با به‌کارگیری اصل همیلتون استخراج شده‌اند. با به‌کارگیری روش گالرکین و حل مسئله مقدار ویژه، فرکانس‌های ارتعاشاتی پس‌رو و پیش‌رو سیستم و آستانه‌های ناپایداری سیستم به دست آمده‌اند. برای اعتبارسنجی نتایج پژوهش حاضر، مطالعات مقایسه‌ای انجام شده‌اند. اثر پارامترهای کلیدی مختلف مانند پارامتر اینرسی چرخشی، میرایی بستر، نسبت سفتی خمشی بر دینامیک سیستم آزموده شده‌اند. نتایج نشان دادند که برعکس محیط‌های رطوبتی، میدان‌های مغناطیسی موجب بهبود عملکرد سیستم می‌شوند؛ همچنین، هنگامی‌که حرکت محوری سیستم در خلاف جهت شتاب گرانشی باشد، نیروهای گرانشی موجب کاهش آستانه ناپایداری سیستم می‌شوند و می‌توانند سیر تکاملی پایداری سیستم را تغییر دهند. ضمناً نشان داده شد که افزایش پارامتر اینرسی چرخشی اثر کاهنده بر فرکانس‌های ارتعاشاتی و پایداری سیستم دارد. مدل‌سازی و نتایج پژوهش حاضر می‌توانند در طراحی بهینه میکروسوییچ‌ها مفید باشند.

کلمات کلیدی: سیستم‌های چرخان متحرک، محیط پیچیده، نیروهای گرانشی، بستر ویسکوز، شرایط مرزی.

Vibration of rotating microbeams with axial motion in complex environments

O. Koochakianfard[1], M. Sadedel[2,*]

[1] M.Sc., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

[2] Assistant. Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

Abstract

In the present paper, the size-dependent vibrations and stability of rotating microbeams with axial motion embedded in a viscous medium with different supported boundary conditions in humid-thermal-magnetic environments under gravitational and axial loads are studied based on the coupled stress theory and Rayleigh beam model. The dynamic equations of the system are derived using the Hamilton principle. Using the Galerkin method and solving the eigenvalue problem, the backward and forward vibrational frequencies and the instability thresholds of the system are obtained. Comparative studies are performed to validate the results of the present study. The effects of various key parameters such as rotary inertia factor, substrate damping, and flexural stiffness ratio on system dynamics are examined. The results showed that magnetic fields improve system performance in contrast to humid environments. Also, when the axial motion of the system is in the opposite direction of gravitational acceleration, gravitational forces reduce the instability threshold of the system and can change the system stability evolution. It is also shown that increasing the rotary inertia factor reduces vibrational frequencies and system stability. The modeling and the results of the present study can be useful in the optimal design of microswitches.

Keywords: Moving spinning systems, complex environment, gravitational loads, viscous foundation, boundary conditions.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۸۲۸۸۴۹۸۷-۰۲۱؛ فکس: ۸۲۸۸۴۹۸۷

آدرس پست الکترونیک: majid.sadedel@modares.ac.ir

۱- مقدمه

تیرهای چرخان به دلیل کاربردهای متداولی که در صنایع مهندسی گوناگون دارند، توسط محققین بی‌شماری مورد بررسی قرارگرفته‌اند [۱]؛ همچنین ازآنجاکه دینامیک سازه‌های متحرک محوری، موضوع مورد علاقه بسیاری از پژوهشگران در سال‌های گذشته بوده است، لذا مطالعات جامعی بر رفتار ارتعاشاتی و پایداری این سازه‌ها انجام شده است [۲]. تیرهای متحرک چرخان، یکی از المان‌های بحرانی در سیستم‌های مکانیکی به شمار می‌آیند. ازآنجاکه حرکات محوری و چرخشی در این سازه‌ها به صورت هم‌زمان رخ می‌-دهند، این سیستم‌های متحرک، رفتار دینامیکی پرباری در میان سیستم‌های دوار از خود نشان می‌دهند؛ همچنین، سازه‌هایی که به صورت هم‌زمان حرکات محوری و چرخشی را تجربه می‌کنند، قابلیت‌های تأثیرگذاری در سازه‌های مهندسی دارند. باوجود اهمیت بسزای این سازه‌های کلیدی، مطالعات محدودی به مدل‌سازی ریاضی و تحلیل دینامیکی آن‌ها پرداخته‌اند. در این عرصه، براساس مدل تیر اویلر-برنولی، پاسخ دینامیکی یک سیستم که هم‌زمان شامل حرکت‌های محوری و چرخان است، توسط یانگ و همکارانش [۳] مطالعه شد. آن‌ها آستانه‌های ناپایداری سیستم را به ازای تغییر در سرعت‌های محوری و دورانی به دست آوردند؛ همچنین، آن‌ها نشان دادند که فرکانس‌های فرد به حرکت‌های چرخشی پس‌رو مربوط هستند و فرکانس‌های زوج مربوط به حرکت‌های چرخشی پیش‌رو می‌باشند. ژو و چانگ [۴] پایداری تیرهای دارای حرکت‌های هم‌زمان چرخشی و محوری با تکیه‌گاه‌های مفصلی را براساس مدل تیر رایلی بررسی کردند. آن‌ها اثر پارامتر اینرسی چرخشی را بر مرزهای ناپایداری سیستم مطالعه کردند. لی و همکارانش [۵] ویژگی‌های ارتعاشی تیرهای جدار نازک کامپوزیتی چرخان متحرک محوری را بررسی کردند. آن‌ها فرکانس‌های طبیعی و مناطق پایداری را براساس مشخصات مادی سیستم محاسبه کردند؛ همچنین، آن‌ها اثرات ویژگی‌های هندسی نظیر نسبت‌های طول و ضخامت به شعاع و خواص ماده مانند زاویه‌ی جهت بندی الیاف را بر پاسخ دینامیکی سیستم بررسی کردند. در تحقیقی دیگر، رفتار ارتعاشات غیرخطی یک رشته حفاری تحت حرکت محوری متغیر با زمان در یک چاه اریب توسط صاحب‌کار و همکارانش [۶] مدل شد. آن‌ها اثرات جرم نامتوازن و نیروی غیرخطی سیال بر پاسخ دینامیکی سیستم را مطالعه کردند. آن‌ها به این نتیجه دست یافتند که افزایش دامنه نوسانات و اثرات غیرخطی در سیستم، افزایش فرکانس‌های غیرخطی ارتعاشی را به دنبال دارد. پایداری دینامیکی غیرخطی یک تیر چرخان متحرک محوری توسط قایش و همکارانش [۷] بررسی شد. آن‌ها با استفاده از روش مقیاس چندگانه، محدوده‌های پایداری پاسخ حالت ماندگار را به دست آوردند؛ همچنین، آن‌ها اثر ضریب ویسکوالاستیک، سرعت‌های چرخشی و محوری را بر روی فرکانس‌های خطی و غیرخطی مطالعه کردند. یوه و یانگ [۸] مدل‌سازی دینامیکی یک تیر چرخان متحرک محوری را به‌صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که نیروی اینرسی در تیرهای چرخان در سرعت‌های بالا تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای دارد. رفتارهای دینامیکی پیش پیچش تیر چرخان متحرک محوری یکسرگیردار بر اساس تئوری تیر اویلر-برنولی توسط لی [۹] مطالعه شده است. او نشان داد که جابه‌جایی نوک تیر به ازای حرکت‌های سریع طولی و چرخشی، نوسان کمتری دارد.

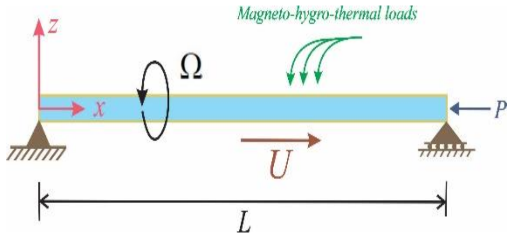
عملکرد تجهیزات صنعتی در تمام ابعاد، به شرایط محیطی تعبیه شده آن‌ها وابستگی فراوانی دارد. به‌عنوان‌مثال، با اعمال میدان‌های حرارتی، انبساط حرارتی و درنتیجه تنش‌های فشاری حرارتی در سیستم ایجاد می‌شوند که منجر به تغییر رفتار ارتعاشاتی سازه می‌شود؛ لذا بررسی شرایط محیطی بر عملکرد سازه‌های متحرک و یا چرخان، موضوعی جذاب برای پژوهشگران است. در این زمینه، شفیعی و همکارانش [۱۰] ارتعاشات عرضی یک نانوتیر مخروطی مدرج تابعی چرخان را در محیط‌های حرارتی بررسی کردند. آن‌ها فهمیدند که با کاهش شاخص توانی مواد مدرج، فرکانس‌های طبیعی سیستم افزایش می‌یابند. عظیمی و همکارانش [۱۱]، ارتعاشات نانوتیرهای تیموشنکو مدرج تابعی چرخان تحت میدان حرارتی غیرخطی را موردبررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش ضخامت، فرکانس و دمای بحرانی سیستم افزایش می‌یابد. قدیری و همکارانش [۱۲]، با به‌کارگیری روش سری‌های توانی، تحلیل دینامیکی نانوتیرهای چرخان در محیط‌های حرارتی را انجام دادند. آن‌ها نشان دادند که فرکانس‌های طبیعی با افزایش سرعت زاویه‌ای در سیستم، افزایش می‌یابند. نادری و همکارانش [۱۳]، دینامیک میکروتیرهای چرخان را در محیط‌های رطوبتی-مغناطیسی-

حرارتی را بررسی کردند. آن‌ها اثرات نیروهای محوری و پیرو را نیز بر ارتعاشات سیستم مطالعه کردند. همدانی و اسماعیلی [۱۴]، ارتعاشات غیرخطی تیرهای مدرج تابعی چرخان را براساس نظریه گرادیان کرنش مدل کردند. آن‌ها اثر اندازه، جنس، سرعت چرخش و پارامترهای اثر اندازه بر روی پاسخ ارتعاشی سیستم بررسی کردند. بای و همکارانش [۱۵]، براساس مدل تیر اویلر-برنولی و تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی، ارتعاشات و پایداری نانوتیرهای متحرک محوری چرخان را در محیط‌های رطوبتی-مغناطیسی-حرارتی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش پارامتر گرادیان کرنش/غیرمحلی، پایداری سیستم، افزایش/کاهش می‌یابد.

براساس اطلاعات نویسندگان، مطالعات محدودی بر روی ارتعاشات وابسته به‌اندازه تیرهای متحرک محوری چرخان در محیط‌های پیچیده تمرکز کرده‌اند. در مقاله حاضر، رفتار دینامیکی و پایداری میکروتیرهای چرخان با حرکت محوری محاط شده در بستر ویسکوز تحت اثر نیروهای گرانشی و محیط‌های رطوبتی-مغناطیسی-حرارتی به ازای شرایط مرزی مقید مختلف براساس تئوری تنش کوپل و مدل تیر رایلی مطالعه شده است. در ادامه، فرمولاسیون ریاضی مسئله توضیح داده خواهد شد و معادلات دینامیکی استخراج می‌شوند. سپس اثرات پارامترهای مختلف سیستم مانند پارامتر اینرسی چرخشی، میرایی بستر، شرایط محیطی بر فرکانس‌های ارتعاشاتی و مرزهای ناپایداری سیستم بررسی خواهند شد. نتایج این پژوهش در طراحی ربات‌های جراحی کوچک‌اندازه، ماشین‌های سوراخ‌کاری کوچک‌مقیاس، قطعات ریز الکترونیکی دوار و میکرولوله‌های حفاری می‌توانند مفید باشند؛ همچنین، با نتایج ارائه‌شده می‌توان شناخت دقیق‌تری از ابزار نانوتکنولوژی، نانومهندسی و نانوپزشکی که دارای حرکات محوری و دورانی هستند، مانند اجسام غوطه‌ور در سیال، داشت.

۲- فرمولاسیون ریاضی

در شکل ۱، شماتیک یک میکروتیر با سطح مقطع دایروی که تحت حرکت‌های چرخشی و محوری است، نمایش داده شده است که در یک محیط پیچیده یعنی تحت بارهای مغناطیسی-رطوبتی-حرارتی قرار دارد. طول میکروتیر L است و در یک بستر ویسکوز با ضریب میرایی c محاط شده است. سیستم با سرعت U در راستای طولی حرکت می‌کند. سیستم با سرعت دورانی Ω حول محور طولی خود دوران می‌کند. سیستم تحت اعمال نیروی فشاری محوری با اندازه P است. ممان اینرسی و مساحت سطح مقطع تیر با I و A، جابجایی‌های عرضی سیستم در راستای محورهای y و z به ترتیب با v و w نمایش داده می‌شوند.



شکل ۱- شماتیک یک میکروتیر با حرکت‌های چرخشی و محوری

ازآنجاکه جابجایی محوری در مقایسه با جابجایی عرضی ناچیز است [۲-۵]، با درنظر گیری جابجایی‌های کوچک و محدود برای سیستم و نادیده‌گیری اثرات غیرخطی در سیستم، براساس تئوری تنش کوپل می‌توان نوشت [۱۶, ۱۷]:

$$\varepsilon_{xx} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - y\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{(۱-الف)}$$

$$\chi_{xy} = \chi_{yx} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{(۱-ب)}$$

$$\chi_{xz} = \chi_{zx} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{(۱-پ)}$$

که ε_{xx} کرنش طولی و χ قسمت متقارن تنش انحنا است.

برای قسمت انحرافی تنش کوپل می‌توان نوشت [۱۷]:

$$m_{xy} = m_{yx} = -Gl^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{(۲-الف)}$$

$$m_{xz} = m_{zx} = -Gl^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{(۲-ب)}$$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \quad \text{(۲-پ)}$$

که l پارامتر مقیاس طولی ماده، E مدول یانگ، G مدول برشی و σ_{xx} تنش محوری است.

برای انرژی پتانسیل می‌توان نوشت [۱۸]:

$$V = \frac{1}{2}\int_0^L(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + 2m_{xy}\chi_{xy} + 2m_{xz}\chi_{xz})A dx \quad \text{(۳)}$$

بردار موقعیت یک نقطه از سیستم این‌چنین بیان می‌شود [۴]:

$$\mathbf{r} = \left(x - y\frac{\partial v}{\partial x} - z\frac{\partial w}{\partial x}\right)\mathbf{i} + (y+v)\mathbf{j} + (z+w)\mathbf{k} \quad \text{(۴)}$$

که در آن $\mathbf{i}$، $\mathbf{j}$ و $\mathbf{k}$ به ترتیب بردارهای یکه در راستاهای x، y و z هستند. بردار سرعت نیز این‌چنین محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} + \Omega \times \mathbf{r} = \left(U - y\left(\frac{\partial^2 v}{\partial t\,\partial x} + \Omega\frac{\partial w}{\partial x} + U\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) - z\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t\,\partial x} - \Omega\frac{\partial v}{\partial x} + U\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x} - \Omega w\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x} + \Omega v\right)\mathbf{k} \tag{۵}$$

انرژی جنبشی سیستم ناشی از حرکت‌های دورانی و محوری نیز این‌چنین بیان می‌شود [۴]:

$$T = \frac{1}{2}\rho A\int_0^L\left[U^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\rho I\int_0^L\left[\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\,\partial t} + \Omega\frac{\partial w}{\partial x} + U\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial t} - \Omega\frac{\partial v}{\partial x} + U\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + 2\Omega^2\right]\mathrm{d}x \tag{۶}$$

که در آن ρ چگالی میکروتیر هستند. برای استخراج معادلات سیستم، از اصل همیلتون مطابق رابطه ذیل استفاده می‌شود:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T + W - V)\,\mathrm{d}t = 0 \tag{۷}$$

که W کار انجام‌شده نیروهای خارجی روی سیستم است که شامل کارهای انجام‌شده توسط بارهای محیطی و بستر (W_{e})، نیروی محوری فشاری (W_{P}) و نیروی گرانشی (W_{g}) است.

تغییرات کار انجام شده توسط بارهای مغناطیسی-رطوبتی-حرارتی و بستر ویسکوز این‌چنین بیان می‌شود [۱۵, ۱۹]:

$$\delta W_{\mathrm{e}} = \int_0^L\left(\frac{AB^2}{\mu} - EA\alpha_{\mathrm{H}}\Delta H - EA\alpha_{\mathrm{T}}\Delta T\right)\left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial w}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]\mathrm{d}x + c\int_0^L\left[\left(\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x}\right)\delta v + \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta w\right]\mathrm{d}x \tag{۸}$$

که μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی، B شدت میدان مغناطیسی، α_{H} ضریب انبساط رطوبتی، ΔH تغییرات رطوبتی، α_{T} ضریب انبساط حرارتی، ΔT تغییرات حرارت و c ضریب میرایی بستر است. تغییرات کار انجام شده توسط نیروی محوری فشاری این‌چنین محاسبه می‌شود [۲۰, ۲۱]:

$$\delta W_{\mathrm{P}} = P\int_0^L\left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial w}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]\mathrm{d}x \tag{۹}$$

تغییرات کار انجام شده گرانش این‌چنین بیان می‌شود [۲۲]:

$$\delta W_{\mathrm{g}} = -\rho Ag\int_0^L\left[\frac{\partial}{\partial x}\left((L-x)\frac{\partial v}{\partial x}\right)\delta v + \frac{\partial}{\partial x}\left((L-x)\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta w\right]\mathrm{d}x \tag{۱۰}$$

که در آن g شتاب گرانشی است. با جایگذاری روابط فوق در رابطه همیلتون، معادلات سیستم این‌چنین به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&(EI + GAl^2)v'''' + \rho A(\ddot{v} + 2U\dot{v}' + U^2 v'')\\&-\rho I(\ddot{v}'' + 2U\dot{v}''' + U^2 v'''' + 2\Omega\dot{w}'' - \Omega^2 v'' + 2U\Omega w''')\\&+(EA\alpha_{\mathrm{H}}\Delta H + EA\alpha_{\mathrm{T}}\Delta T - \mu AB^2 + P)v''\\&+\rho Ag\big((L-x)v'\big)' + c(\dot{v} + Uv') = 0\end{aligned} \tag{۱۱-الف}$$

$$\begin{aligned}&(EI + GAl^2)w'''' + \rho A(\ddot{w} + 2u\dot{w}' + u^2 w'')\\&-\rho I(\ddot{w}'' + 2U\dot{w}''' + U^2 w'''' - 2\Omega\dot{v}'' - \Omega^2 w'' - 2U\Omega v''')\\&+(EA\alpha_{\mathrm{H}}\Delta H + EA\alpha_{\mathrm{T}}\Delta T - \mu AB^2 + P)w''\\&+\rho Ag\big((L-x)w'\big)' + c(\dot{w} + Uw') = 0\end{aligned} \tag{۱۱-ب}$$

برای استخراج معادلات دینامیکی بی‌بعد، پارامترهای بی‌بعد، این‌چنین معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned}&x^* = \frac{x}{L}\,,\quad v^* = \frac{v}{L}\,,\quad w^* = \frac{w}{L}\,,\\&t^* = \frac{t}{L}\sqrt{\frac{P}{\rho A}}\,,\quad U^* = U\sqrt{\frac{\rho A}{P}}\,,\quad \Omega^* = \Omega L\sqrt{\frac{\rho A}{P}}\\&\delta_{\mathrm{T}} = \frac{E\alpha_{\mathrm{T}}A\Delta T}{P},\quad \delta_{\mathrm{M}} = \frac{AB^2}{P\mu},\quad \delta_{\mathrm{H}} = \frac{E\alpha_{\mathrm{H}}A\Delta H}{P}\\&\eta = \frac{I}{AL^2},\quad ,\quad c^* = \frac{cL}{\sqrt{\rho AP}}\,,\quad \gamma = \frac{\rho AgL}{P}\\&\beta = \frac{EI}{PL^2},\quad \theta = \frac{GAl^2}{PL^2}\end{aligned} \tag{۱۲}$$

که در آن، η پارامتر اینرسی چرخشی و γ پارامتر گرانش، θ نسبت سفتی خمشی و β صلبیت خمشی است.

با جایگذاری پارامترهای بی‌بعد در معادلات دینامیکی سیستم، معادلات بدون بعد زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned}&(\beta + \theta)v'''' + \ddot{v} + 2U\dot{v}' + (U^2 + 1)v''\\&-\eta(\ddot{v}'' + 2U\dot{v}''' + U^2 v'''' + 2\Omega\dot{w}'' - \Omega^2 v'' + 2U\Omega w''') +\\&\big(\delta_{\mathrm{M}} - \delta_{\mathrm{H}} - \delta_{\mathrm{T}} - \gamma(1-x)\big)v'' + \gamma v' + c(\dot{v} + Uv') = 0\end{aligned} \tag{۱۳-الف}$$

$$\begin{aligned}&(\beta + \theta)w'''' + \ddot{w} + 2U\dot{w}' + (U^2 + 1)w''\\&-\eta(\ddot{w}'' + 2U\dot{w}''' + U^2 w'''' - 2\Omega\dot{v}'' - \Omega^2 w'' - 2U\Omega v''') +\\&\big(\delta_{\mathrm{H}} + \delta_{\mathrm{T}} - \delta_{\mathrm{M}} - \gamma(1-x)\big)w'' + \gamma w' + c(\dot{w} + Uw') = 0\end{aligned} \tag{۱۳-ب}$$

همچنین، شرایط مرزی نیز مطابق روابط زیر به دست می‌آیند:

شرایط مرزی دوسرمفصل:

$$x = 0, L: v = v'' = w = w'' = 0 \tag{۱۴-الف}$$

شرایط مرزی دوسرگیردار:

$$x = 0, L: v = v' = w = w' = 0 \tag{۱۴-ب}$$

شرایط مرزی یکسرمفصل-یکسرگیردار:

$$x = 0:\ v = v'' = w = w'' = 0 \quad x = L: v = v' = w = w' = 0 \tag{۱۴-پ}$$

که باتوجه به شرایط هندسی و فیزیک سیستم و اتصال سازه به تکیه‌گاه انتخاب می‌شوند.

برای استخراج فرکانس‌های ارتعاشاتی، ابتدا با کمک روش گسسته سازی گالرکین، معادلات دینامیکی سیستم در فضای زمان و مکان تفکیک می‌شوند. به همین منظور، جابجایی‌های عرضی سیستم با سری‌های ذیل تقریب زده می‌شوند [۳]:

$$v(x,t) = \sum_{i=1}^{N} p_i(t)\psi_i(x) \tag{۱۵-الف}$$

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{N} q_i(t)\psi_i(x) \tag{۱۵-ب}$$

که در آن p و q مختصات تعمیم‌یافته سیستم در راستاهای عرضی هستند. ضمناً ψ شکل مود ارتعاشاتی با توجه به شرایط مرزی است؛ همچنین، N تعداد مودهای ارتعاشاتی درنظرگرفته شده است. شکل مودهای ارتعاشاتی برای شرایط مرزی دوسرمفصل (P-P)، یکسرمفصل-یکسرگیردار (C-P) و دوسرگیردار (C-C)، به ترتیب این‌چنین بیان می‌شوند [۲۳]:

$$\psi_i(x) = \sin(i\pi x) \tag{۱۶}$$

$$\psi_i(x) = \cosh(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x) - \frac{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}{\cos(\lambda_i) + \cosh(\lambda_i)}(\sinh(\lambda_i x) - \sin(\lambda_i x)) \tag{۱۷}$$

$$\psi_i(x) = \cosh(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x) - \frac{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}{\cos(\lambda_i) - \cosh(\lambda_i)}(\sinh(\lambda_i x) - \sin(\lambda_i x)) \tag{۱۸}$$

لازم به ذکر است که در شکل مودهای تیرهای یکسرمفصل-یکسرگیردار و دوسرگیردار، مقدار λ از روابط مشخصه فرکانسی $\tanh(\lambda_i) = \tan(\lambda_i)$ و $\cosh(\lambda_i) - \cos(\lambda_i) = 1$ به دست می‌آیند. با جایگذاری معادلات (۱۵) در معادلات دینامیکی سیستم و استفاده از خواص تعامد مودها، معادلات سیستم در قالب ماتریسی ذیل به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \\ -\mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ -\mathbf{K}_2 & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \tag{۱۹}$$

که در آن

$$\mathbf{P} = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_N(t)]^{\mathrm{T}} \tag{۲۰-الف}$$

$$\mathbf{Q} = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)]^{\mathrm{T}} \tag{۲۰-ب}$$

$$(\mathbf{M}_1)_{sr} = \int_0^1 \psi_s(x)\psi_r(x)\mathrm{d}x - \eta\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r''(x)\mathrm{d}x \tag{۲۰-پ}$$

$$(\mathbf{G}_1)_{sr} = 2U\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r'(x)\mathrm{d}x - 2\eta U\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r'''(x)\mathrm{d}x + c\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r(x)\mathrm{d}x \tag{۲۰-ت}$$

$$(\mathbf{G}_2)_{sr} = -2\eta\Omega\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r''(x)\mathrm{d}x \tag{۲۰-ث}$$

$$(\mathbf{K}_1)_{sr} = (\beta + \theta - \eta U^2)\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r''''(x)\mathrm{d}x + (U^2 + 1 + \eta\Omega^2 + \delta_{\mathrm{H}} + \delta_{\mathrm{T}} - \delta_{\mathrm{M}} - \gamma)\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r''(x)\mathrm{d}x + \gamma\int_0^1 x\psi_s(x)\psi_r''(x)\mathrm{d}x + (\gamma + cU)\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r'(x)\mathrm{d}x \tag{۲۰-ج}$$

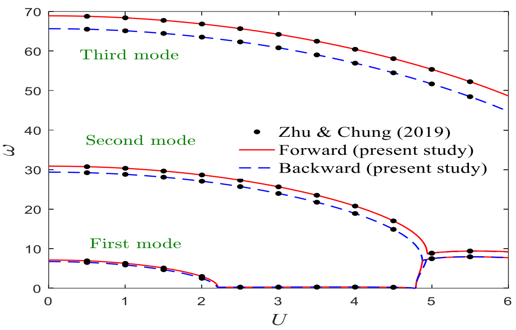
$$(\mathbf{K}_2)_{sr} = -2\gamma U\Omega\int_0^1 \psi_s(x)\psi_r'''(x)\mathrm{d}x \tag{۲۰-چ}$$

با حل مسئله مقدار ویژه معادله (۱۹)، مقادیر ویژه سیستم به دست می‌آیند. به این صورت که مقادیر ویژه ماتریس‌های ارائه‌شده در معادله (۲۰) در نرم‌افزار MATLAB برحسب پارامترهای کلیدی محاسبه می‌شوند. روابط قسمت موهومی مقادیر ویژه همان فرکانس‌های طبیعی سیستم (ω) هستند؛ همچنین، قسمت موهومی مقادیر ویژه سیستم (σ) به میرایی و نرخ تغییرات انرژی سیستم مربوط می‌شود. هنگامی‌که یکی از فرکانس‌های سیستم صفر شود، درحالی‌که مقدار موهومی آن غیرصفر باشد (یعنی فرکانس ارتعاشاتی سیستم صفر شده باشد)، سیستم مانند یک ستون که متحمل کمانش شده باشد، دیگر ارتعاش نمی‌کند و متحمل ناپایداری استاتیکی می‌شود؛ همچنین، هنگامی‌که مقدار موهومی مقدار ویژه سیستم مثبت باشد، درحالی‌که فرکانس ارتعاشاتی مربوطه غیرصفر باشد، قسمت حقیقی مقدار ویژه به صورت نمایی بزرگ می‌شود و سیستم دامنه ارتعاشاتی سیستم با گذر زمان تقویت می‌شود و ناپایداری دینامیکی رخ خواهد داد. به سرعت‌های محوری و چرخشی که ناپایداری استاتیکی در سیستم رخ می‌دهد، سرعت محوری ناپایداری استاتیکی (U_{d}) و سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی (Ω_{d}) گفته می‌شود [۲۴].

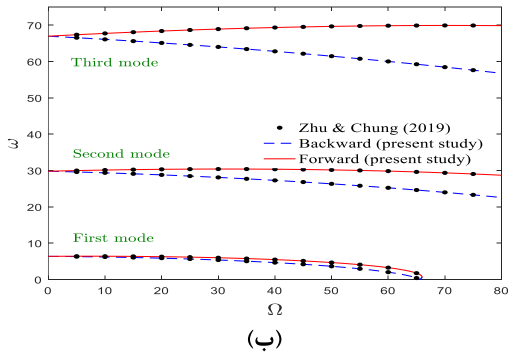
۳- نتایج و بحث

ابتدا برای اعتبارسنجی، مطالعه مقایسه‌ای با نتایج موجود در ادبیات انجام می‌شود. سپس، اثر پارامترهای مختلف بر دینامیک و پایداری سیستم سنجیده می‌شود. در شکل ۲ و ۳، فرکانس‌های ارتعاشاتی پس‌رو (فرد) و پیش‌رو (زوج) برای سه مود اول یک تیر چرخان که دارای حرکت محوری است، به ترتیب برحسب سرعت محوری و سرعت چرخشی نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج پژوهش حاضر با آنچه در مرجع [۴] گزارش شده است، تطابق دارد.

در ادامه برای استخراج نتایج عددی، مشخصات هندسی و فیزیکی سیستم در جدول ۱ ارائه‌شده‌اند. لازم به ذکر است که $\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{L}}$ و $\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{H}}$ ضرایب انبساط حرارتی سیستم در شرایط محیطی دما-بالا و دما-پایین هستند. طبق مطالعات آزمایشگاهی، در دمای اتاق و شرایط دما-بالا، مشخصه‌های حرارتی سیستم‌های کوچک‌مقیاس باهم متفاوت هستند [۲۵]. ضمناً در ادامه پژوهش حاضر، نتایج برای سیستم دوسرمفصل به ازای β=0.64 و η=0.001 ارائه خواهند شد، مگر اینکه غیرازاین بیان شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲- فرکانس‌های ارتعاشاتی برحسب (الف) سرعت محوری هنگامی‌که Ω=20 و (ب) سرعت چرخشی هنگامی‌که U=1، بدون اثرات اندازه، بستر، نیروهای محیطی و گرانشی

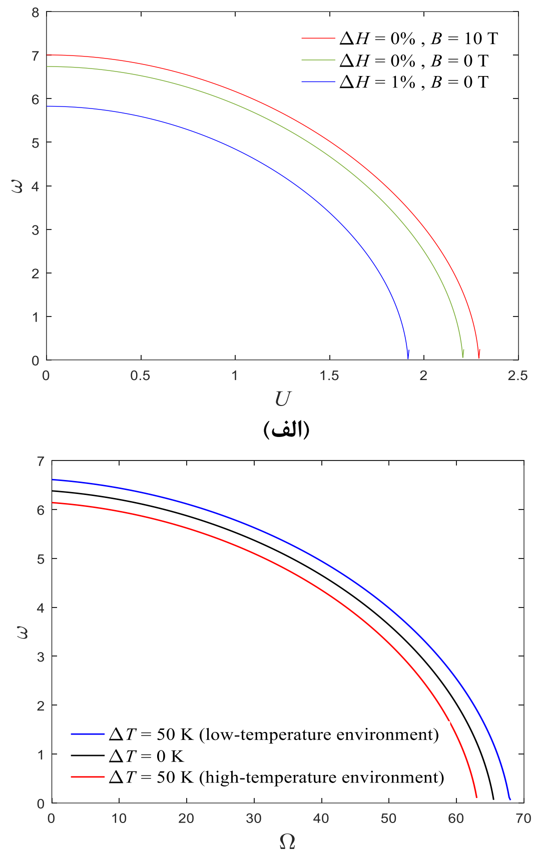
جدول ۱- مشخصات هندسی و فیزیکی سیستم [۱۵, ۲۵]

پارامتر	مقدار
E	70 Gpa
ρ	2707 kg/m^3
$\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{L}}$	-1/6 × 10^{-6} K^{-1}
$\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{H}}$	1/1 × 10^{-6} K^{-1}
α_{H}	0/44 (wt% H2O)$^{-1}$
μ	1/02 × 10^{-6} s/m
R	0/5 × 10^{-6} m
L	10 × 10^{-6} m

در شکل‌های ۳ (الف و ب)، اثرات شرایط محیطی بر اولین فرکانس پس‌روی سیستم نمایش داده شده است. با افزایش سرعت محوری، نیروی گریز از مرکز در سیستم افزایش می‌یابد و سفتی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد؛ درنتیجه فرکانس ارتعاشاتی سیستم نیز کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۳ (الف) مشخص است، فرکانس ارتعاشاتی سازه با افزایش رطوبت کاهش می‌یابد. دلیل رخداد این پدیده در رفتار ارتعاشاتی سیستم را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که با افزایش رطوبت در سیستم و جذب مولکول‌های آب توسط سازه، شرایط تخریب در سیستم پدید می‌آید و سفتی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس ارتعاشاتی سیستم افزایش می‌یابد. رخداد این پدیده را نیز می‌توان به اثرات سخت‌شوندگی سیستم در حضور میدان مغناطیسی نسبت داد [۱۹]. مطابق شکل ۳ (ب)، با افزایش سرعت چرخش در سیستم فرکانس ارتعاشاتی سیستم کاهش می‌یابد [۱۵]. در شرایط دما-بالا، با افزایش دمای محیط، در سازه تنش‌های حرارتی به وجود می‌آید که می‌تواند منجر به تغییر شکل و همچنین اثرات مخرب بر پایداری سازه شود. درنتیجه با افزایش دما در محیط دما-بالا، سفتی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد که منجر به یک سیستم نرم‌تر می‌شود و درنتیجه فرکانس سیستم کاهش می‌یابد. ازآنجاکه علامت ضریب انبساط حرارتی سیستم‌های کوچک اندازه در محیط‌های دما-بالا و دما-پایین (دمای اتاق) باهم متفاوت هست، می‌توان گفت که در محیط دما-پایین، فرکانس سیستم با افزایش دما روند افزایشی خواهد داشت. در شکل ۴، اثر پارامتر اینرسی چرخشی بر رفتار ارتعاشاتی سیستم مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، با افزایش پارامتر اینرسی چرخشی، اولین فرکانس ارتعاشاتی پس‌روی سیستم کاهش می‌یابد. دلیل این کاهش را می‌توان به اثرات افزودگی جرم پارامتر اینرسی چرخشی نسبت داد [۴]. مشاهده می‌شود که

سرعت دورانی مربوط به ناپایداری استاتیکی هم در سیستم با افزایش پارامتر اینرسی دورانی کاهش می‌یابد.

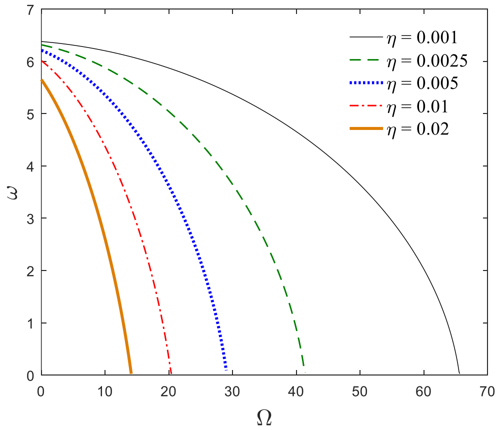
در شکل ۵، اثر ضریب میرایی بستر ویسکوز بر ارتعاشات سیستم نشان داده شده است و قسمت حقیقی مقدار ویژه برحسب سرعت محوری در حضور بستر ویسکوز نشان داده شده است. در حالتی که سیستم بر روی بستر ویسکوز قرار دارد، شاخه‌های مقدار ویژه تقارن خود را نسبت محور افقی از دست می‌دهند. در این حالت، چون سیستم ناپایستار است، شاخه‌های مقدار ویژه به سمت ناحیه چهارم محور مختصات جابه‌جا می‌شوند. ازآنجاکه میرایی بستر در ماتریس‌های جرم و سفتی نقش ندارد، لذا تغییرات میرایی بستر ویسکوز تأثیری بر آستانه ناپایداری استاتیکی سیستم نیز ندارد.



(الف)

(ب)

شکل ۳- اولین فرکانس پس‌روی ارتعاشاتی برحسب (الف) سرعت محوری هنگامی‌که Ω=20 و (ب) سرعت چرخشی هنگامی‌که U=1، بدون درنظرگیری اثرات اندازه، بستر و نیروهای گرانشی

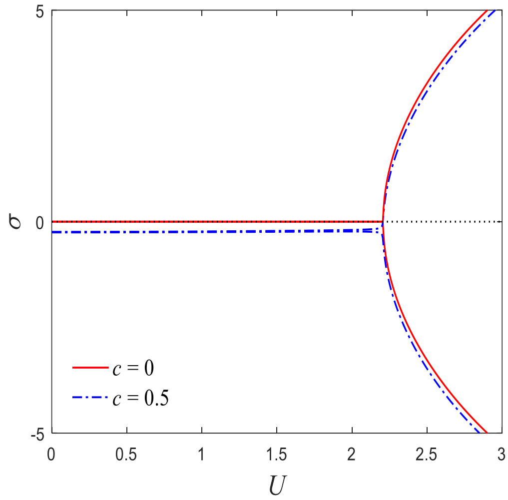


شکل ۴- اولین فرکانس پس‌روی ارتعاشاتی برحسب سرعت چرخشی هنگامی‌که U=1، بدون درنظرگیری اثرات اندازه، بستر و نیروهای محیطی و گرانشی

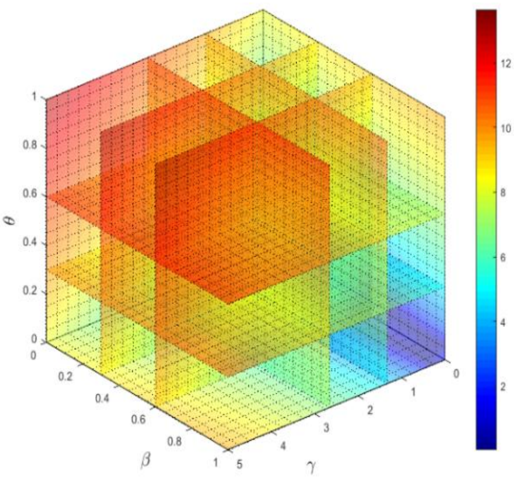
در شکل ۶، اثر پارامترهای گرانش، نسبت سفتی خمشی و صلبیت خمشی بر اولین فرکانس پس‌روی سیستم نمایش داده شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، با افزایش پارامتر گرانش، نسبت سفتی خمشی و صلبیت خمشی، فرکانس ارتعاشاتی سیستم افزایش می‌یابد. اثرات افزایشی این پارامترها را می‌توان به اثرات سخت‌شوندگی آن‌ها نسبت داد. همان‌طور که در ادبیات فنی گزارش شده است [۱۶]، براساس تئوری تنش کوپل، هرچه پارامتر مقیاس طولی ماده بیشتر باشد، نسبت سفتی خمشی سیستم و درنتیجه سفتی مؤثر سیستم بیشتر خواهد شد؛ درنتیجه فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم و پایداری آن بهبود می‌یابد؛ همچنین همان‌طور که ژو و چانگ [۴] نشان داده‌اند افزایش صلبیت خمشی منجر به یک سیستم سفت‌تر می‌شود و فرکانس ارتعاشات و آستانه ناپایداری سیستم نیز افزایش می‌یابد. ضمناً مطابق با مراجع [۲۲، ۲۶]، با افزایش پارامتر گرانش در سیستم، فرکانس ارتعاشاتی و مقاومت سیستم نسبت به ناپایداری، بهبود می‌یابند.

در شکل ۷، مرزهای ناپایداری استاتیکی در صفحه θ-U_d برای شرایط مرزی مختلف دوسربسته ترسیم شده‌اند. همان‌طور که انتظار می‌رود، هرچه نسبت سفتی خمشی سیستم بیشتر باشد، مقاومت سیستم نسبت به رخداد ناپایداری در سیستم بیشتر می‌شود؛ همچنین، این موضوع شناخته شده است که هرچه قید تکیه‌گاه‌های سیستم بیشتر باشد، سفتی مؤثر سیستم نیز افزایش می‌یابد؛ درنتیجه شرایط مرزی دوسرگیردار و

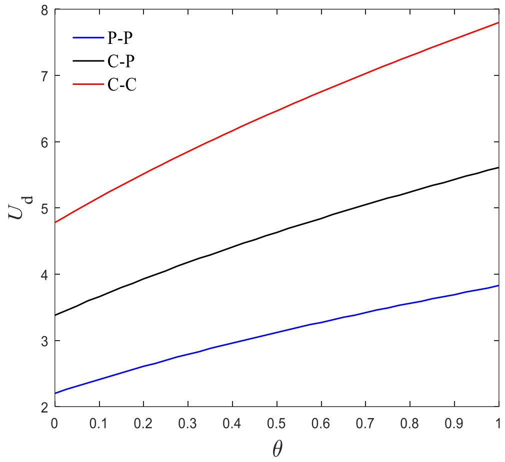
دوسرمفصل به ترتیب بیشترین و کمترین سرعت ناپایداری استاتیکی را در میان شرایط مرزی دوسربسته دارند.



شکل ۵- قسمت حقیقی دو مقدار ویژه اول سیستم برحسب سرعت محوری هنگامی‌که Ω=20، بدون درنظرگیری اثرات اندازه، نیروهای محیطی و گرانشی

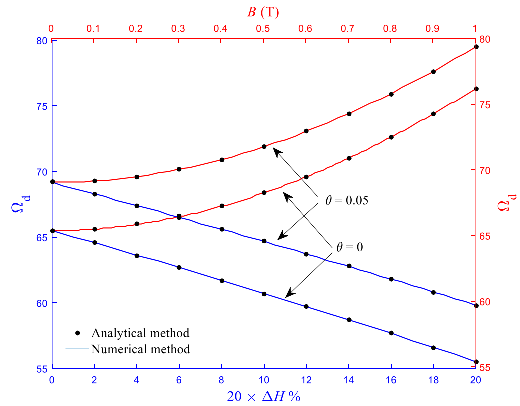


شکل ۶- اثر گرانش، نسبت سفتی خمشی و صلبیت خمشی بر اولین فرکانس پس‌رو ارتعاشاتی هنگامی‌که U=1 و Ω=20، بدون درنظرگیری بستر و شرایط محیطی

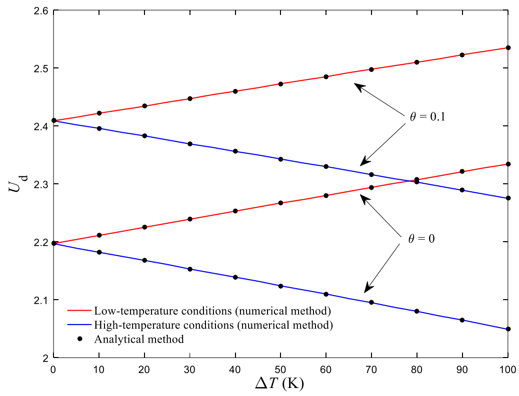


شکل ۷- سرعت محوری ناپایداری استاتیکی برحسب نسبت سفتی خمشی هنگامی‌که Ω=20، بدون درنظرگیری بستر، نیروهای محیطی و گرانشی

در شکل‌های ۸ و ۹، اثرات شرایط محیطی بر مرزهای ناپایداری استاتیکی سیستم نمایش داده شده‌اند. مطابق شکل ۸، با افزایش رطوبت در سیستم، پایداری سیستم کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، با افزایش شدت میدان مغناطیسی، سیستم سفت‌تر می‌شود و مناطق پایدار سیستم منبسط می‌شوند. به‌بیان‌دیگر، میدان‌های رطوبتی و مغناطیسی اثرات معکوس بر محدوده‌های پایداری سیستم دارند. براساس شکل ۹، در شرایط دما-بالا، با افزایش دما، بارهای حرارتی در سازه ایجاد می‌شوند که توسط تکیه‌گاه‌ها مهار می‌شوند که درنهایت تنش‌های فشاری سبب ایجاد ناپایداری در سیستم می‌شوند؛ درنتیجه افزایش دما منجر به کاهش سرعت محوری مربوط به ناپایداری استاتیکی سیستم می‌شود. از طرف دیگر، به دلیل تغییر علامت ضریب انبساط حرارتی در شرایط دما-پایین، با افزایش دما این روند معکوس می‌شود. مطابق شکل‌های ۸ و ۹، هرچه نسبت سفتی خمشی در سیستم افزایش یابد، پایداری سیستم بهبود می‌یابد. ضمناً، نتایج عددی حاضر، با نتایج روش تحلیلی ارائه‌شده در پیوست تطابق قابل قبولی دارند.

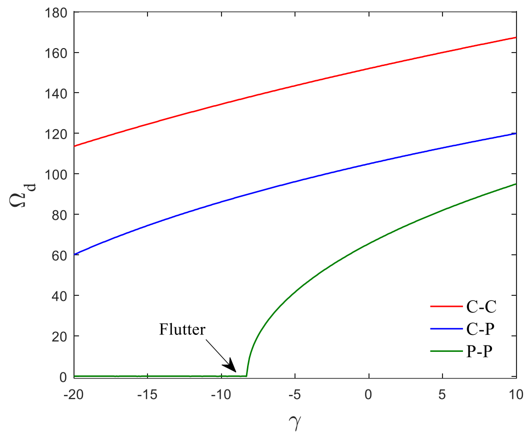


شکل ۸- سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی برحسب تغییرات رطوبت و شدت میدان مغناطیسی هنگامی‌که U=1، بدون اثرات بستر و نیروهای گرانشی

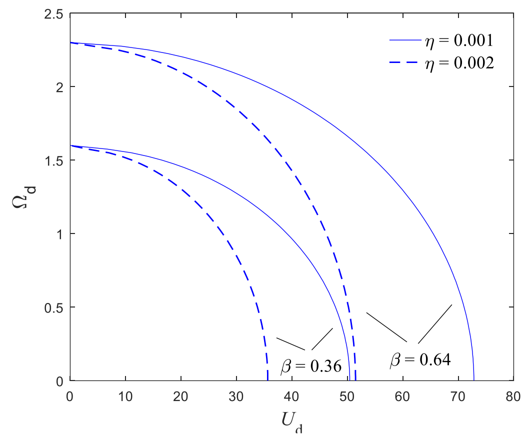


شکل ۹- سرعت محوری ناپایداری استاتیکی برحسب تغییرات دما هنگامی‌که Ω=20، بدون درنظرگیری اثرات بستر و نیروهای گرانشی

در شکل ۱۰، مرزهای ناپایداری استاتیکی سیستم در صفحه γ-Ω_d به ازای شرایط مرزی مختلف مشخص شده‌اند. هنگامی‌که پارامتر گرانش سیستم منفی است، سیستم در خلاف جهت شتاب گرانشی حرکت می‌کند و برعکس. به‌بیان‌دیگر، هنگامی‌که پارامتر گرانش سیستم منفی است، نیروهای گرانشی مانند نیروهای فشاری در سیستم عمل می‌کنند؛ بنابراین، هنگامی‌که سیستم در جهت شتاب گرانشی، حرکت محوری دارد، نسبت به حالتی که در خلاف جهت شتاب گرانشی حرکت می‌کند پایدارتر است. درمجموع با افزایش پارامتر گرانش، محدوده پایداری سیستم گسترش می‌یابد. یک نکته مهم دیگر در شکل ۱۰ این است، زمانی‌که سرعت چرخشی مربوط به ناپایداری استاتیکی در سازه صفر شود، در سیستم به‌جای رخداد ناپایداری استاتیکی، ناپایداری دینامیکی رخ می‌دهد و سیر تکاملی پایداری سیستم تغییر می‌کند [۳]؛ همچنین، طبق انتظار با افزایش قید تکیه‌گاه‌ها، پایداری سیستم بهبود می‌یابد.



شکل ۱۰- سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی برحسب پارامتر گرانش هنگامی‌که U=1، بدون اثرات اندازه، بستر و شرایط محیطی

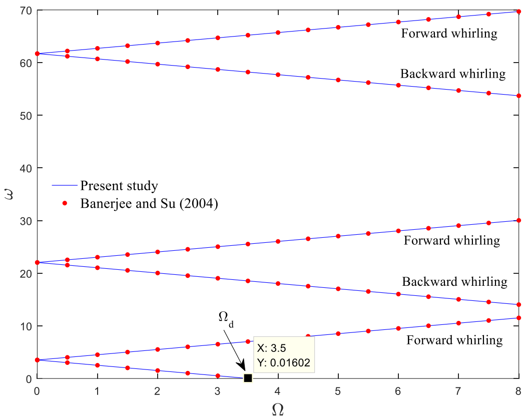


شکل ۱۱- مرزهای ناپایداری استاتیکی برحسب سرعت‌های محوری و چرخشی بدون درنظرگیری اثرات اندازه، بستر و نیروهای گرانشی

در شکل ۱۱، مرزهای ناپایداری استاتیکی سیستم به ازای سرعت‌های محوری و چرخشی برای مقادیر مختلف پارامترهای اینرسی چرخشی و صلبیت خمشی در شکل ۱۱ رسم شده‌اند. مطابق شکل، این دو پارامتر اثرات معکوس بر پایداری سیستم

دارند. به‌نحوی‌که با افزایش پارامتر اینرسی چرخشی/صلبیت خمشی پایداری سیستم کاهش/افزایش می‌یابد؛ همچنین براساس تئوری پایداری خطی سیستم‌های چرخان [۲۷] و روش تحلیلی ارائه‌شده در مرجع [۴] می‌توان فهمید هنگامی‌که سیستم حرکت محوری ندارد، مرزهای ناپایداری سیستم حساسیت خود را نسبت به تغییرات پارامتر اینرسی چرخشی از دست می‌دهند.

درشکه ۱۲، فرکانس‌های ارتعاشاتی یک تیر یکسرگیردار چرخان براساس مدل تیر اویلر-برنولی، برحسب سرعت چرخشی نمایش داده شده است و با نتایج مرجع [۲۸] که با به‌کارگیری روش سفتی دینامیکی به دست آمده‌اند، مقایسه شده‌اند. باوجود تفاوت در مدل ریاضی و روش حل، نتایج پژوهش حاضر مطابقت خوبی با آنچه توسط بانرجی و سو [۲۸] ارائه کرده‌اند، دارند.



شکل ۱۲: فرکانس‌های ارتعاشاتی یک تیر یکسرگیردار برحسب سرعت چرخشی بدون درنظرگیری اثرات اندازه، سرعت محوری، بستر و نیروهای محیطی و گرانشی

۴- نتیجه‌گیری

رفتار دینامیکی وابسته به اندازه تیرهای رایلی چرخان متحرک محوری در محیط‌های پیچیده براساس تئوری تنش کوپل مدل شده‌اند. فرکانس‌های ارتعاشاتی و محدوده‌های پایداری سیستم به صورت عددی استخراج شده‌اند. برای اطمینان از صحت روش حل، نتایج پژوهش حاضر با گزارش‌های علمی موجود در ادبیات فنی مقایسه شده‌اند. اثر پارامترهای سیستم بر دینامیک سیستم مطالعه شده است. نتایج نشان داده‌اند که برعکس پارامتر اینرسی چرخشی، افزایش پارامتر گرانش، نسبت سفتی خمشی و صلبیت خمشی منجر به افزایش فرکانس‌های ارتعاشاتی و بهبود عملکرد سیستم می‌شوند. فهمیده شده است که افزایش دما در محیط‌های دما-پایین، موجب کاهش پایداری سیستم می‌شود؛ همچنین، میدان‌های مغناطیسی و محیط‌های مرطوب اثرات معکوس بر مرزهای ناپایداری سیستم دارند، به‌طوری‌که افزایش رطوبت/شدت میدان مغناطیسی باعث کوچک/بزرگ شدن نواحی پایداری سیستم می‌شود. فهمیده شده است که بستر ویسکوز اثری بر پایداری استاتیکی و فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم ندارد، اما باعث جابجایی شاخه‌های مقادیر ویژه به سمت ناحیه چهارم محور مختصات می‌شود. نشان داده شده است که هنگامی‌که جهت حرکت محوری و شتاب گرانشی مخالف یکدیگر باشند، سیر تکاملی پایداری سیستم می‌تواند تغییر کند و به‌جای ناپایداری استاتیکی، ناپایداری دینامیکی در سیستم رخ دهد.

پیوست

هنگامی‌که سیستم با سرعت محوری یا چرخشی مربوط به ناپایداری دینامیکی حرکت می‌کند، کمترین فرکانس طبیعی سیستم یعنی فرکانس پس‌رو سیستم صفر می‌شود. این بدان معنی است که سیستم سفتی خود را به ازای مود اصلی از دست می‌دهد؛ درنتیجه، به‌منظور استخراج سرعت بحرانی مربوط به مود اول، معادله (۱۷) با در نظر گرفتن یک مود (r=s=1)، به معادله زیر کاهش می‌یابد:

$$Z_{11}=\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ -k_{12} & k_{11}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_{11} & g_{12}\\ -g_{12} & g_{11}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}m_{11} & 0\\ 0 & m_{11}\end{bmatrix} \quad \text{(الف-۱)}$$

که در آن:

$$k_{11}=\pi^4(\beta+\theta-\eta U^2) -\pi^2(U^2+1+\eta\Omega^2+\delta_{\mathrm{H}}+\delta_{\mathrm{T}}-\delta_{\mathrm{M}} -1.5\gamma) \quad \text{(الف-۲)}$$

$$k_{12}=0 \quad \text{(الف-۳)}$$

بر طبق تئوری پایداری سیستم‌های خطی چرخان [۲۷, ۲۹-۳۴]، هنگامی‌که مقادیر ویژه سیستم صفر شود، دترمینان ماتریس سفتی صفر می‌شود.

مراجع

[1] Esmailpour Hamedani S, Hosseini M (2020) Nonlinear Vibration Analysis of Micro Rotating

[13] Naderi A, Rostami M, Farajollahi A, and Marashi SM (2022) Size-dependent vibration of rotating rayleigh microbeams with variable cross-section in complex environments. JSFM 11(1):159-171 (In Persian).

[14] Hamedani S E, Hosseini M (2020) Nonlinear Vibration Analysis of Micro Rotating Euler-Bernoulli Beams Subjected to Loading Based on the Strain Gradient Theory. JSFM 10(1):181-193 (In Persian).

[15] Bai Y, Suhatril M, Cao Y, Forooghi A, Assilzadeh H (2021) Hygro–thermo–magnetically induced vibration of nanobeams with simultaneous axial and spinning motions based on nonlocal strain gradient theory. Eng Comput. 38(3):2509-2526.

[16] Dehrouyeh-Semnani A M, Mostafaei H, Nikkhah-Bahrami M (2016) Free flexural vibration of geometrically imperfect functionally graded microbeams. Int. J. Eng. Sci. 105(2):56-79.

[17] Liang F, Yang X D, Qian Y J, Zhang W (2018) Transverse free vibration and stability analysis of spinning pipes conveying fluid. IJMS 137(1):195-204.

[18] Dehrouyeh-Semnani A M, Nikkhah-Bahrami M, Yazdi M R H (2017) On nonlinear stability of fluid-conveying imperfect micropipes. Int. J. Eng. Sci. 120(2):254-271.

[19] Xu W, Pan G, Khadimallah M A, Koochakianfard O (2021) Nonlocal vibration analysis of spinning nanotubes conveying fluid in complex environments. Waves Random Complex Media 1-33. Doi: 10.1080/17455030.2021.1970283.

[20] Mamaghani A E, Khadem S E, Bab S (2016) Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink. Nonlinear Dyn., 86(3):1761-1795

[21] Ebrahimi-Mamaghani A, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R, Mostoufi N (2019) Dynamics of two-phase flow in vertical pipes. J Fluids Struct. 87(1):150-173.

[22] Ebrahimi-Mamaghani A, Mostoufi N, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R (2022) Vibrational analysis of pipes based on the drift-flux two-phase flow model. Ocean Eng. 249(1):139-165.

[23] Ebrahimi-Mamaghani A, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R, Mostoufi N (2020) Thermo-mechanical stability of axially graded Rayleigh pipes. Mech. Based Des. Struct. Mach. 50(2):412-441.

[24] Ebrahimi-Mamaghani A, Forooghi A, Sarparast H, Alibeigloo A, Friswell M I (2021) Vibration of viscoelastic axially graded beams with simultaneous Euler-Bernoulli Beams Subjected to Loading Based on the Strain Gradient Theory. JSFM 10(3):181-193 (In Persian).

[2] Sarparast H, Ebrahimi-Mamaghani A, Safarpour M, Ouakad H M, Dimitri R, Tornabene F (2020) Nonlocal study of the vibration and stability response of small-scale axially moving supported beams on viscoelastic-Pasternak foundation in a hygro-thermal environment. Math. Methods Appl. Sci. Doi: 10.1002/mma.6859.

[3] Yang X D, Yang J H, Qian Y J, Zhang W, Melnik R V (2018) Dynamics of a beam with both axial moving and spinning motion: An example of bi-gyroscopic continua. Eur J Mech A Solids 69(2):231-237.

[4] Zhu K, Chung J (2019) Vibration and stability analysis of a simply-supported Rayleigh beam with spinning and axial motions. Appl. Math. Model. 66(4):362-382.

[5] Li X, Qin Y, Li Y H, Zhao X (2018) The coupled vibration characteristics of a spinning and axially moving composite thin-walled beam. Mech. Adv. Mater. Struct. 25(9):722-731.

[6] Sahebkar S M, Ghazavi M R, Khadem S E, Ghayesh M (2011) Nonlinear vibration analysis of an axially moving drillstring system with time dependent axial load and axial velocity in inclined well. Mech. Mach. 46(5):743-760.

[7] Ghayesh M H, Ghazavi M R, Khadem S E (2010) Non-linear vibration and stability analysis of an axially moving rotor in sub-critical transporting speed range. Struct. Eng. Mech. 34(4):507-523.

[8] Yuh J, Young T (1991) Dynamic modeling of an axially moving beam in rotation: simulation and experiment 20(3):34-40.

[9] Lee H P (1994) Vibration of a pretwisted spinning and axially moving beam. Comput Struct. 52(3):595-601.

[10] Shafiei N, Ghadiri M, Mahinzare M (2019) Flapwise bending vibration analysis of rotary tapered functionally graded nanobeam in thermal environment. Mech. Adv. Mater. Struct. 26(2):139-155.

[11] Azimi M, Mirjavadi S S, Shafiei N, Hamouda A M S, Davari E (2018) Vibration of rotating functionally graded Timoshenko nano-beams with nonlinear thermal distribution. Mech. Adv. Mater. Struct. 25(6):467-480.

[12] Ghadiri M, Hosseini S H S, Shafiei N (2016) A power series for vibration of a rotating nanobeam with considering thermal effect. Mech. Adv. Mater. Struct. 23(12):1414-1420.

axial and spinning motions under an axial load. Appl. Math. Model. 90(2):131-150.

[25] Afkhami Z, Farid M (2016) Thermo-mechanical vibration and instability of carbon nanocones conveying fluid using nonlocal Timoshenko beam model. JVC 22(2):604-618.

[26] Elaikh T E, Abed N M, Ebrahimi-Mamaghani A (2020) Free vibration and flutter stability of interconnected double graded micro pipes system conveying fluid. Mater. Sci. Eng. 928(2):122-128.

[27] Lancaster P (2013) Stability of linear gyroscopic systems: A review. Linear Algebra Its Appl. 439(3):686-706.

[28] Banerjee JR, Su H (2004) Development of a dynamic stiffness matrix for free vibration analysis of spinning beams. Comput Struct. 82(5): 2189–2197.

[29] Sarparast H, Alibeigloo A, Borjalilou V, & Koochakianfard O (2022). Forced and free vibrational analysis of viscoelastic nanotubes conveying fluid subjected to moving load in hygro-thermo-magnetic environments with surface effects. Arch. Civ. Mech. Eng., 22(4), 1-28.

[30] Lingling L, Ruonan M, & Koochakianfard O (2022). Size-dependent vibrational behavior of embedded spinning tubes under gravitational load in hygro-thermo-magnetic fields. Proc Inst Mech Eng C J Mech Eng Sci, 09544062211068730.

[31] Zhou Z X, & Koochakianfard O (2022). Dynamics of spinning functionally graded Rayleigh tubes subjected to axial and follower forces in varying environmental conditions. EPJ Plus, 137(1), 1-35.

[32] Koochakianfard O, & Alibeigloo A (2022) Nonlocal vibration of nanobeam embedded in viscoelastic Pasternak foundation with longitudinal and rotational motions with surface effects, doi: 10.22060/MEJ.2022.21234.7407.

[33] Ebrahimi Mamaghani A, & sarparast H (2018). Target energy transfer from a doubly clamped beam subjected to the harmonic external load using nonlinear energy sink. JSFM, 8(4), 165-177. doi: 10.22044/jsfm.2018.6771.2571 (In Persian).

[34] Ebrahimi Mamaghani A, Hosseini R, Shahgholi M, & Sarparast H (2018). Free lateral vibration analysis of inhomogeneous beams under various boundary conditions. JSFM, 8(3), 123-135. doi: 10.22044/jsfm.2018.6350.2497 (In Persian).