



ارائه یک مدل تحلیلی مبتنی بر روش انرژی برای بررسی تغییرشکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای تحت بار انفجار مکرر با توزیع یکنواخت

مجتبی قمری‌زاده^{۱*}، حسین خدارحمی^۲ و توحید میرزابابای مستوفی^۳

^۱ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه افسری و تربیت پاسداری امام حسین(ع)، تهران، ایران

^۲ استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوان کی، ایوان کی، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۰۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۲۵

چکیده

ورق‌های مدور سازه‌های ساده‌ای هستند که تحت اثر انرژی انفجار دچار تغییرشکل می‌شوند. تغییرشکل پلاستیک ورق مهم‌ترین عامل جذب انرژی در ورق‌های مدور است. در این سازه‌ها که دارای هندسه و بارگذاری متقارن هستند، بیشترین مقدار تغییر شکل در مرکز ورق اتفاق می‌افتد. سازه‌هایی مانند ورق‌ها در کاربردهای نظامی و حتی در کاربردهای غیرنظامی ممکن است به طور مکرر در معرض بارگذاری انفجار قرار بگیرند. در این مقاله به یک روش تحلیلی نوین و مبتنی بر تعادل کار پلاستیک جذب شده و انرژی جنبشی اولیه، رفتار ورق تحت بارهای انفجار آزاد و متوالی مورد بررسی قرار گرفته است و با روش تجربی مقایسه می‌شود. در این روش به طور نظری امکان بررسی پاسخ سازه تحت هر تعداد بارگذاری انفجار آزاد وجود دارد. در این مقاله ورق طی دو مرحله متوالی تحت بارگذاری انفجار آزاد قرار گرفته است و پاسخ سازه به دست آمده است. بارگذاری‌ها در هر مرحله از انفجار، مشابه هم و با جرم خرج و فاصله انفجار مشابه انجام شده است. نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج تجربی مقایسه شده است که انطباق خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود.

کلمات کلیدی: پاسخ دینامیکی؛ ورق دایره‌ای؛ بار انفجار متوالی؛ روش انرژی؛ مدل‌سازی تحلیلی

Presenting an analytical model based on the energy method to study the plastic deformation of circular plates under uniformly repeated blast loading

M. Ghamarizadeh^{1,*}, H. Khodarahmi², T. Mirzababaie Mostofi³

¹ Assist. Prof., Mech. Eng., Imam Hossein University For Training Officers & Guards, Tehran, Iran.

² Prof., Mech. Eng., Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran.

³ Assist. Prof., Mech. Eng., Eyvanekey University, Eyvanekey, Iran.

Abstract

Circular plates are simple structures that deform under the action of blast energy. The plastic deformation of the plates is the most important factor of energy absorption in circular sheets. In these structures, which have symmetrical geometry and loading, the greatest amount of deformation occurs in the center of the sheet. Structures such as plates in military applications and even in civilian applications may be repeatedly exposed to explosive loads. In this paper, a new analytical method based on the balance of absorbed plastic work and initial kinetic energy, the behavior of the plate under free and uniformly repeated blast loading is investigated and compared with the experimental method. In this method, it is theoretically possible to investigate the response of the structure under any number of free explosion loads. Each plate is subjected to free blast loading in two consecutive stages. Loading at each stage of the explosion is the same and with the same charge mass and explosion distance. The results of the analytical solution are compared with the experimental results and there is a good agreement between the results.

Keywords: Dynamic response; Circular plate; Repeated blast load; Energy method; Analytical modeling.

۱- مقدمه

انفجارها پدیده‌هایی هستند که باعث افزایش سریع فشار و حرارت و آزاد شدن بسیار سریع انرژی به صورت نور، گرما، صوت و موج ضربه‌ای می‌شوند. هنگامی که انفجاری رخ می‌دهد، انرژی به صورت ناگهانی و در زمان بسیار کوتاهی (چند میکروثانیه) آزاد شده و اثر آن در محیط منتشر می‌شود و سازه‌ها و محیط پیرامون را تحت تاثیر قرار می‌دهند. در برخی کاربردها دفاعی و غیردفاعی برخی سازه‌ها مانند پوسته‌های ورق‌ها تحت بارگذاری چندباره انفجار قرار می‌گیرند [۱-۴].

به طور نمونه، در سال ۲۰۲۲ [۱]، نصیری و همکاران یک تحقیق تجربی و عددی روی موثر بودن استفاده از روش انفجار مکرر در شکل‌دهی آزاد ورق تحت بارگذاری انفجاری زیر آب انجام دادند. در بخش تجربی، جهت بررسی اثر نحوه بارگذاری بر میزان بیشترین خیز دائمی و توزیع ضخامت ورق، از ورق‌های آهنی تحت انفجار ناشی از ۱۲ و ۴ گرم خرج انفجاری به ترتیب برای بارگذاری منفرد و بارگذاری مکرر سه مرحله‌ای استفاده شد؛ همچنین، به منظور بررسی اثر پارامترهای مؤثر بر فرآیند و بهینه‌سازی آن‌ها، ابتدا از روش کوپل اوپلری-لاگرانژی جهت شبیه‌سازی عددی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس بهره گرفته شد. سپس، در بخش بهینه‌سازی، پاسخ به منظور بررسی تأثیر هم‌زمان پارامترهای جرم خرج انفجاری در هر مرحله و فاصله استقرار روی بیشترین میزان تغییر شکل و ضخامت ورق، از نرم‌افزار طراحی آزمایش و روش سطح استفاده شد. ضیا شمایی و همکاران در سال ۲۰۲۰ و ۲۰۲۱ [۲ و ۳] در دو مقاله مختلف به بررسی اثر بارگذاری مکرر بر ورق‌های آلومینیومی چندلایه و تک‌لایه پرداختند. در مطالعه آن‌ها برای بررسی رفتار ورق تحت بارگذاری مکرر، بارگذاری هر آزمایش تا ۵ دفعه ادامه پیدا کرد. مشاهدات تجربی بیانگر تغییر شکل پلاستیک بزرگ سازه همراه با نازک‌شدگی نمونه‌های آزمایشی در مرزهای گیردار و همچنین پارگی برخی در همین ناحیه است. نتایج مشخص کرد که با افزایش تعداد دفعات انفجار و جرم خرج، خیز دائمی افزایش می‌یابد، ولی خیز پیش رونده ورق (اختلاف خیز در دو مرحله انفجار متوالی) به صورت نمایی کاهش می‌یابد؛ همچنین نتایج تجربی نشان داد که خیز مرکزی ورق‌های تک‌لایه و چندلایه

با افزایش تعداد انفجار و جرم خرج افزایش می‌یابد. علاوه بر آن، خیز جلو رونده نمونه، به علت آنکه نمونه بعد از هر دفعه انفجار کار سختی تحمل می‌کند، به صورت نمایی کاهش می‌یابد. نتایج همچنین نشان داد که ممکن است، ساختارهای سه‌لایه هم‌جنس در انفجار اول در ایمپالس پایین عملکرد انفجاری مناسبی در مقایسه با ساختارهای دولایه داشته باشند، اما با بالا رفتن تعداد انفجارها، مقاومت انفجاری آن‌ها کاهش می‌یابد.

در سال ۲۰۲۱ [۵]، میرزابابای مستوفی و همکاران به منظور ارائه یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی لایه‌های جلویی و عقبی در ساختارهای مستطیلی دولایه تحت بارگذاری دفعی حاصل از انفجار مخلوط گازها [۶]، روند تحلیلی خود را که برای مدل‌سازی تحلیلی و تجربی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های مستطیلی تک‌لایه تحت هر دو بارگذاری دفعی یکنواخت [۷ و ۸] و دفعی حاصل از انفجار مخلوط گازها را ارائه داده بودند، توسعه دادند [۹ و ۱۰]. در سال ۲۰۱۵ تا ۲۰۲۰، محققان با استفاده از تحلیل ابعادی و معادلات پایه‌ای حاکم بر ورق توانستند، معادله بی‌بعد حاکم بر ورق چهارگوش مربعی با شرایط مرزی کاملاً گیردار را استخراج کنند که شامل، سه پارامتر مهم هندسه ساختار، نسبت بار به مقاومت ماده و مقاومت ماده در برابر بار دینامیکی می‌شد [۱۱-۱۴]. ژو و همکاران هم در سال ۲۰۱۸ به روش تحلیلی پاسخ دینامیکی ورق‌های تقویت شده را تحت بارگذاری مکرر مورد مطالعه قرار دادند و روابط نسبتاً ساده‌ای با فرض رفتار مواد کاملاً صلب و خمیری ارائه نمودند و نتایج خود را با نتایج تجربی و عددی مورد مقایسه قرار دادند. بر اساس این مطالعه نتیجه حاصل شد که در نظر گرفتن رفتار صلب و پلاستیک برای مواد منجر به تخمین خوبی از رفتار دینامیکی ورق‌های تقویت شده شود [۱۵]. ژو و همکاران هم در سال ۲۰۱۸ در تحقیق دیگری به روش تجربی رفتار دینامیکی سازه‌های ساندویچی با هسته فوم آلومینیومی را در برابر بارگذاری ضربه‌ای و مکرر ضربه‌زن در دمای -۶۰ درجه تا دمای +۲۰ درجه مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه نتیجه شد که در شرایط بارگذاری مشابه با کاهش دما تغییر شکل سازه کاهش می‌یابد [۱۶]. ترانگ و همکاران هم در سال ۲۰۱۷ به روش تحلیلی ورق‌های آلومینیومی را با استفاده ضربه زن تحت بارگذاری مکرر قرار

لحظه توقف کامل سازه پس از تغییر شکل نهایی کل سازه است. مزیت استقلال از مسیر، کمک شایانی به حل مسائل با هندسه و بارگذاری پیچیده‌ای می‌کند که حل آن‌ها با روش‌های تحلیلی دیگر با چالش‌هایی مواجه است. استقلال از مسیر در روش تحلیلی مبتنی بر روش انرژی، در همه مراحل بارگذاری صادق است و سازه پس از هر مرحله از بارگذاری مانند سازه جدیدی تحت بار انفجار بعدی عمل می‌کند. در این روش پاسخ سازه از تعادل انرژی جنبشی وارد به سازه با کار پلاستیک انجام‌شده به‌وسیله ورق در فرآیند تغییر شکل و در طی بارگذاری مکرر انفجاری به دست می‌آید. انرژی جنبشی در لحظه‌ای محاسبه می‌شود که هنوز تغییر شکلی در ورق ایجاد نشده است. کار پلاستیک ناشی از انفجار نیز برای لحظه‌ای محاسبه می‌شود که کل انرژی جنبشی وارد به ورق در اثر تغییر شکل‌های پلاستیک مستهلک‌شده است و تغییر مکان نهایی در سازه حاصل شده است. این فرآیند برای هر تعداد بارگذاری انفجاری قابل انجام است. در مراحل مختلف بارگذاری، شرایط مرزی و خواص مواد سازه بدون تغییر فرض می‌شود. تغییر شکل سازه در پایان هر مرحله از بارگذاری، مبنای بررسی رفتار سازه در مرحله بارگذاری بعدی خواهد بود. پاسخ نهایی سازه از بررسی پاسخ سازه در آخرین مرحله بارگذاری حاصل می‌شود که متاثر از همه مراحل بارگذاری قبلی نیز هست. عملکرد سازه پس از هر مرحله بارگذاری و تغییر شکل برای بررسی تحت بارگذاری بعدی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این مسئله ورق‌های مورد بررسی قرار می‌گیرد که بین دو نگهدارنده فولادی نصب شده است و تحت بارگذاری انفجاری متوالی و مجزای آزاد قرار دارد. ورق مدور دارای شعاع R و ضخامت H است. ورق پس از اولین مرحله بارگذاری انفجاری، دارای خیز بیشینه W_1 و پس از دومین مرحله بارگذاری انفجاری، دارای خیز بیشینه W_2 در مرکز آن می‌شود. در هر مرحله انرژی جنبشی که ناشی از انفجار در سازه به وجود می‌آید به‌وسیله کار پلاستیک انجام‌شده در ورق مستهلک می‌گردد. در شکل ۱ به طور شماتیک تغییر مکان ورق قبل و پس از بارگذاری مراحل اول و دوم نشان داده شده است.

۲-۱- بارگذاری

بارگذاری انفجاری در این مسئله به طور متوالی و با فاصله زمانی به طوری انجام خواهد شد که سازه تحت اثر انفجار

دادند و معادلات ساده‌ای را به شکل بسته برای تخمین تغییر شکل دائمی ورق ارائه نمودند [۱۷]. در سال ۲۰۱۸، جوو و همکاران به صورت تجربی تغییر شکل و آسیب پوسته های فولادی استوانه‌ای شکل را تحت بار انفجار دومرحله‌ای مورد مطالعه قرار دادند و نتایج با بار انفجار یک مرحله‌ای مورد مقایسه قرار گرفت. در این مقاله توزیع انرژی در حالت های مختلف شکست، تاثیر دومرحله‌ای شدن خرج، تاثیر فاصله خرج تا سازه و تاثیر ضخامت پوسته مورد بررسی قرار گرفته است [۱۸]. در سال ۲۰۱۴ هنشیه و همکاران به روش‌های تجربی و عددی به بررسی تاثیر بارگذاری مکرر بر روی ورق‌های فولادی به ضخامت‌های ۲ و ۳ میلی‌متر پرداختند. آن‌ها در هر تست ورق را تا ۵ مرتبه تحت بار انفجار با ایمپالس‌های تقریباً برابر قرار دادند. آن‌ها تست‌ها را با جرم‌های مختلف تا زمانی که ورق از نواحی تکیه‌گاهی دچار پارگی شود، ادامه دادند. از بررسی آن‌ها این نتیجه مهم حاصل شد که با افزایش دفعات بارگذاری روی یک ورق افزایش خیز هر مرحله از بارگذاری نسبت مرحله قبلی به طور محسوسی کاهش می‌یابد و بیشترین تغییر شکل ورق در مرحله اول بارگذاری اتفاق می‌افتد [۱۹].

با مرور مطالعات پیشین این نتیجه حاصل شد که مطالعه تحلیلی برای پاسخ دینامیکی ورق‌های مدور تحت بار انفجار متوالی وجود ندارد و تحقیقات کمی در مورد پاسخ دینامیکی ورق‌های مدور به روش تجربی و عددی انجام شده‌است. در این مقاله ورق مدور فلزی تحت بار متوالی انفجار آزاد مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مهم‌ترین نوآوری تحقیق حاضر، معرفی روشی تحلیلی برای بررسی رفتار ورق‌های مدور است.

۲- روش تحلیلی

در این مقاله از روش انرژی برای حل تحلیلی پاسخ دینامیکی ورق مدور فلزی تحت بارهای انفجاری مکرر استفاده شده است. مهم‌ترین مزیت استفاده از روش انرژی در مباحث مهندسی مکانیک، استقلال روش از مسیر است. در این روش مقدار انرژی در ایستگاه‌های مورد نیاز محاسبه می‌شود و مسیر طی شده بین ایستگاه‌ها برای حل مسائل اهمیتی پیدا نمی‌کند. دو ایستگاه محاسباتی در ورق تحت بارگذاری انفجاری لحظه سرعت گرفتن سازه قبل از تغییر شکل و

خیلی کوچک است، لذا با تقریب بسیار خوبی می‌توان توابع شکل در تغییرمکان مرحله اول و دوم را مشابه هم در نظر گرفت. برای تعیین کار پلاستیک در هر مرحله از بارگذاری، لازم است کرنش‌های ورق در آن مرحله محاسبه شود. به دلیل تاثیر کم سایر پارامترهای کرنش و افزایش پیچیدگی معادلات حاصل، دو کرنش شعاعی ε_r و کرنش محیطی ε_θ برای محاسبه کار پلاستیک در نظر گرفته می‌شود و از سایر مولفه‌های کرنش مانند کرنش‌های در جهت ضخامت چشم‌پوشی شده است. رابطه کرنش شعاعی ε_r و کرنش محیطی ε_θ با تغییرمکان، به ترتیب عبارتست از [۲۱].

$$\varepsilon_{r_n} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_n}{\partial r} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2} - \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon_{r_i} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{\theta_n} = -z \frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial r} - \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon_{\theta_i}$$

با انتگرال‌گیری از حاصل ضرب مؤلفه‌های کرنش هر مرحله از بارگذاری در تنش دینامیکی روی حجم، کار پلاستیک ورق در آن مرحله از بارگذاری به صورت رابطه (۳) به دست می‌آید [۲۱-۲۳].

$$W_{p_i} = \int_V \sigma_d (\varepsilon_{r_i} + \varepsilon_{\theta_i}) dV \quad (3)$$

برای بررسی پاسخ سازه از قانون بقا انرژی استفاده می‌شود؛ لذا از تعادل انرژی جنبشی سازه قبل از تغییر شکل با کار پلاستیک انجام شده توسط سازه پس از تغییر شکل نهایی سازه، معادله حاکم بر پاسخ سازه به دست می‌آید. برای این منظور مقدار انرژی جنبشی عبارت است از:

$$E_K = \frac{1}{2} m V_0^2 \quad (4)$$

بر اساس قانون بقا اندازه حرکت، سرعت اولیه ناشی از انفجار برای محاسبه انرژی جنبشی سازه عبارت است از:

$$V_0 = \frac{I}{m} \quad (5)$$

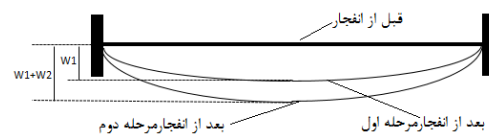
در روابط فوق m جرم ورق و I شدت انفجار یا ایمپالس وارد بر سازه است. نهایتاً، با استفاده از روابط (۴) و (۵) در هر مرحله از انفجار، انرژی جنبشی ناشی از انفجار در آن مرحله عبارت است از:

$$E_{K_n} = \frac{1}{2} (I_n)^2 (m)^{-1} \quad (6)$$

که n مبین دفعه بارگذاری است.

مرحله قبل، به شرایط پایدار جدیدی رسیده باشد. هر مرحله بارگذاری از نوع انفجار آزاد است و فاصله انفجار تا ورق مقداری است که بتوان فشار ناشی از انفجار وارد بر ورق را یکنواخت در نظر گرفت. ماده منفجره مورد استفاده برای انفجار از نوع C4 است. در این روش امکان تغییر شدت بارگذاری یا ایمپالس وارد بر ورق در مراحل مختلف بارگذاری وجود دارد.

انفجار



شکل ۱- تغییرمکان ورق پس از بارگذاری مراحل اول و دوم

۲-۲- ارزیابی پاسخ ورق

برای ارزیابی پاسخ ورق و محاسبه کار پلاستیک آن در هر مرحله از بارگذاری، تابعی برای تغییر مکان ناشی از بار انفجار در آن مرحله، پیشنهاد می‌شود که به واقعیت و فیزیک مسئله نزدیک باشد و بتواند شرایط مرزی و تکیه‌گاهی مسئله را ارضا نماید و اکسترمم‌های تابع در مرکز و تکیه‌گاه‌ها با فیزیک مسئله هم انطباق داشته باشد. این تابع با رابطه (۱) پیشنهاد شده است. این تابع حاصل ضرب مجموع خیزهای بیشینه مراحل مختلف بارگذاری انفجاری و تابع شکل ورق است.

$$w_n(r) = \left(\sum_{i=1}^n W_1 \right) \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{a_n} \right), \quad 0 \leq r \leq R \quad (1)$$

که n مبین دفعه بارگذاری است. در هر مرحله از بارگذاری انفجاری، توان a_n مبتنی بر مشاهدات تجربی تغییرمکان حاکم بر ورق تعیین خواهد شد. این تابع تعمیمی از تابع مورد پیشنهاد شده برای ورق‌های مدور تحت بار انفجار است [۲۰].

با توجه به مشاهدات تجربی می‌توان نتیجه گرفت بیشترین خیز بیشینه سازه در مرحله اول بارگذاری اتفاق می‌افتد و خیز بیشینه در مرحله دوم نسبت به مرحله اول

$$W_{p_1} = \int_0^R \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_d (\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{\theta_1}) 2\pi r \, dz \, dr \quad (11)$$

از جایگزینی مؤلفه‌های کرنش (۱۰) در کار پلاستیک (۱۱) و با انتگرال‌گیری دوگانه روی شعاع و ضخامت و پس از انجام محاسبات ریاضی، نهایتاً کار پلاستیک به صورت رابطه (۱۲) برحسب ضخامت ورق، تنش تسلیم دینامیکی و خیز بیشینه در مرحله اول بارگذاری به دست می‌آید.

$$W_{p_1} = \pi \sigma_d H (W_1^2 + HW_1) \quad (12)$$

برای بررسی پاسخ ورق، انرژی جنبشی اولیه سازه در این مرحله با کار پلاستیک انجام شده توسط ورق پس از تغییرشکل نهایی و در پایان بارگذاری مرحله اول، برابر قرار داده می‌شود و معادله حاکم بر پاسخ سازه به دست می‌آید.

$$E_{K_1} = W_{p_1} \quad (13)$$

معادله حاکم بر پاسخ نهایی سازه عبارت است از:

$$\frac{1}{2} \frac{I_1^2}{m} = \pi \sigma_d H [W_1^2 + HW_1] \quad (14)$$

۲-۴- پاسخ سازه در دومین مرحله بارگذاری

برای بررسی پاسخ سازه در دومین مرحله بارگذاری، تابع تغییر مکان ناشی از بار انفجار با استفاده از رابطه (۱) به صورت رابطه (۱۵) پیشنهاد شده است. از نتایج تجربی نتیجه شده است که بیشترین خیز بیشینه سازه در مرحله اول بارگذاری اتفاق می‌افتد و خیز بیشینه در مرحله دوم نسبت به مرحله اول خیلی کوچک است، لذا با تقریب خوبی می‌توان توابع شکل در تغییر مکان مرحله اول و دوم را مشابه هم در نظر گرفت.

در این رابطه خیز بیشینه نهایی ورق، که بعد از اتمام همه مراحل بارگذاری باقی می‌ماند، با W_t نمایش داده می‌شود و از جمع خیز به دست آمده در مراحل مختلف بارگذاری به صورت $W_t = W_1 + W_2$ به دست می‌آید.

$$w_2(r) = (W_1 + W_2) \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right), \quad 0 \leq r \leq R \quad (15)$$

که W_1 از حل معادله (۱۴) به دست می‌آید که حاکم بر پاسخ سازه در مرحله اول بارگذاری است.

برای محاسبه کار پلاستیک در دومین مرحله بارگذاری، لازم است کرنش‌های ورق در این مرحله نیز محاسبه شود. با استفاده از روابط (۲)، روابط کرنش شعاعی ε_r و کرنش

برای بررسی پاسخ ورق، انرژی جنبشی اولیه سازه در هر مرحله با کار پلاستیک انجام شده توسط ورق پس از تغییرشکل نهایی در آن مرحله برابر قرار داده می‌شود و معادله حاکم بر پاسخ سازه به دست می‌آید.

$$E_{K_n} = W_{p_i} \quad (7)$$

پاسخ نهایی ورق از بررسی و حل معادله حاکم بر آخرین مرحله بارگذاری به دست می‌آید.

۲-۳- پاسخ سازه در اولین مرحله بارگذاری

برای بررسی پاسخ سازه در اولین مرحله بارگذاری، تابعی برای تغییر مکان آن ناشی از بار انفجار پیشنهاد شود که به واقعیت و فیزیک مسئله نزدیک باشد، شرایط مرزی و تکیه‌گاهی را ارضا نماید و اکسترمم‌های تابع در مرکز و تکیه‌گاه‌ها با فیزیک مسئله انطباق داشته باشد. این تابع با استفاده از رابطه (۱) به صورت رابطه (۸) پیشنهاد شده است.

$$w_1(r) = W_1 \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right), \quad 0 \leq r \leq R \quad (8)$$

برای تعیین کار پلاستیک در اولین مرحله بارگذاری، لازم است کرنش‌های ورق محاسبه شود. در این ورق مدور، کرنش شعاعی ε_r و کرنش محیطی ε_θ در نظر گرفته می‌شود و از کرنش‌های در جهت ضخامت به دلیل کم بودن چشم‌پوشی شده است. با استفاده از روابط (۲)، روابط کرنش شعاعی ε_r و کرنش محیطی ε_θ با تغییر مکان برای اولین مرحله بارگذاری عبارتست از:

$$\varepsilon_{r_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial r}\right)^2 - z \frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\theta_1} = -z \frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r}$$

لذا در این مرحله از بارگذاری، از روابط (۸) و (۹) مقدار کرنش‌های شعاعی و محیطی به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\varepsilon_{r_1} = \frac{2W_1}{R^2} \left(W_1 \frac{r^2}{R^2} + z\right) \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\theta_1} = \frac{2W_1}{R^2} z$$

با استفاده از رابطه (۳) و با انتگرال‌گیری از حاصل ضرب مؤلفه‌های کرنش در تنش دینامیکی روی حجم، کار پلاستیک ورق به صورت رابطه (۱۱) به دست می‌آید.

کارپلاستیک جذب در مراحل اول و دوم بارگذاری محاسبه می‌شود.

در روابط مختلف محاسبه کارپلاستیک و در معادلات حاکم بر پاسخ سازه، تنش تسلیم دینامیکی σ_d با $\sigma_d = \lambda \sigma_0$ بیان می‌شود. در این رابطه، ضریب λ از رابطه کوپر-سیمندز با رابطه (۲۱) بیان می‌شود.

$$\lambda = 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (21)$$

پارامترهای D و q ثابت‌های ماده هستند و مقادیر آن‌ها برای فولاد با نرخ کرنش متناسب با پدیده انفجار به ترتیب برابر $40/4$ و 5 است [۲۵-۲۱].

۳- بحث و بررسی

نتایج به دست آمده به روش تحلیلی برای دو مرتبه بارگذاری متوالی ($n = 2$) بر ورق‌های با ضخامت ۲ میلی‌متر در جدول ۱ ارائه شده است. در جدول ۲ هم همین نتایج برای بارگذاری متوالی بر ورق‌هایی با ضخامت ۳ میلی‌متر ارائه شده است. در رابطه خیز (۱) یک مرتبه بارگذاری با $n = 1$ و دو رتبه بارگذاری متوالی با $n = 2$ تعریف شده است. در بارگذاری‌های دو مرتبه‌ای، مقایسه نسبت خیز بیشینه به ضخامت ورق پس از دو مرحله بارگذاری محاسبه شده است و مقادیر نهایی خیز پس از دو مرتبه بارگذاری با نتایج تجربی مقایسه شده است. آزمایش‌های تجربی با ماده منفجره C4 انجام شده است که معادل $1/3$ ماده منفجره TNT است. جنس مواد مورد استفاده در نتایج تجربی فولاد دومکس ۷۰۰ با استحکام تسلیم ۷۵۰ مگاپاسکال است [۱۹].

نتایج تحلیلی و تجربی نسبت خیز نهایی ورق به ضخامت آن، پس از مرحله دوم بارگذاری مطابق جدول‌های ۱ و ۲ به ترتیب برای ورق‌هایی با ضخامت‌های ۲ و ۳ میلی‌متر گروه-بندی و ارائه شده است. قطر سطح دایروی مواجهه با موج انفجار در مرحله اول بارگذاری برابر ۱۰۶ میلی‌متر است. در مرحله دوم هم تصویر سطح منحنی ایجاد شده ناشی از انفجار مرحله اول، که در معرض فشار انفجار مرحله دوم قرار می‌گیرد، دارای قطر ۱۰۶ میلی‌متر است. نام‌گذاری مورد استفاده در گروه‌بندی به این صورت است که ضخامت ورق با H ، جرم ماده منفجره با C و شماره انفجار با B نشان داده شده است. به عنوان مثال در این گروه‌بندی شناسه

محیطی ϵ_{θ} با تغییر مکان برای دومین مرحله بارگذاری عبارتست از [۲۳-۲۱]:

$$\epsilon_{r_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial r}\right)^2 - z \frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} - \epsilon_{r_1} \quad (16)$$

$$\epsilon_{\theta_2} = -z \frac{1}{r} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \epsilon_{\theta_1}$$

با استفاده از رابطه (۳) و انتگرال‌گیری از حاصل ضرب مؤلفه‌های کرنش در تنش دینامیکی روی حجم، کار پلاستیک ورق به صورت رابطه (۱۷) برای دومین مرحله بارگذاری به دست می‌آید.

$$W_{p_2} = \int_0^R \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_d (\epsilon_{r_2} + \epsilon_{\theta_2}) 2\pi r dz dr \quad (17)$$

از جایگزینی مؤلفه‌های کرنش (۱۶) در کار پلاستیک (۱۷) و سپس با انتگرال‌گیری دوگانه روی شعاع و ضخامت ورق و پس از انجام محاسبات ریاضی، نهایتاً کار پلاستیک به صورت رابطه (۱۸) بر حسب ضخامت ورق، تنش تسلیم دینامیکی و خیز بیشینه در دومین مرحله بارگذاری به دست می‌آید.

$$W_{p_2} = \pi \sigma_d H (W_2^2 + 2 W_1 W_2 + H W_2) \quad (18)$$

لازم به ذکر است در همه مراحل بارگذاری و در معادلات انتگرالی (۱۱) و (۱۸) برای محاسبه کار پلاستیک ورق، مرز بین نواحی تنش‌های فشاری و کششی در ورق ثابت و منطبق بر محور خنثی در نظر گرفته شده است. دلیل این انتخاب اجتناب از پیچیدگی معادله حاکم، ایجاد امکان حل آن و تاثیر کم در نظر گرفتن این فرض بر پاسخ مسئله است.

برای بررسی پاسخ ورق، انرژی جنبشی اولیه سازه در این مرحله با کار پلاستیک انجام شده توسط ورق پس از تغییر شکل نهایی و در پایان بارگذاری مرحله اول، برابر قرار داده می‌شود و معادله حاکم بر پاسخ سازه به دست می‌آید.

$$E_{K_2} = W_{p_2} \quad (19)$$

معادله حاکم بر پاسخ نهایی سازه عبارت است از:

$$\frac{1}{2} \frac{I_2^2}{m} = \pi \sigma_d H (W_2^2 + 2 W_1 W_2 + H W_2) \quad (20)$$

که W_1 از حل معادله (۱۴) به دست می‌آید. به این ترتیب خیز بیشینه مرکز ورق از حل معادلات (۱۴) و (۲۰) به ترتیب برای مراحل اول و دوم بارگذاری محاسبه می‌شود. با محاسبه خیز بیشینه میزان جذب انرژی هم از محاسبه میزان

شود. جرم ماده منفجره در تست‌های ورق با ضخامت ۲ میلی‌متر از ۵ تا ۲۵ گرم و در تست‌های ورق با ضخامت ۳ میلی‌متر از ۵ تا ۴۰ گرم با فواصل جرمی ۵ گرم تغییر کرده است.

H2C15B2 مبین نمونه‌ای با ضخامت ۲ میلی‌متر تحت دومین بار انفجار از دو مرتبه بارگذاری انفجاری با ماده منفجره‌ای به جرم ۱۵ گرم است. جرم ماده منفجره تا مقداری افزایش می‌یابد که ورق تحت بار انفجار دچار پارگی

جدول ۱- گروه‌بندی و نتایج تجربی [۱۹] و تحلیلی پاسخ ورق با ضخامت ۲ میلی‌متر به دو مرتبه انفجار متوالی

نمونه	شناسه تست	ضخامت ورق (mm)	دفعات بارگذاری	دفعه بارگذاری	جرم خرج (gr)	ایمپالس (Ns)	$\frac{W_1}{H}$		$\frac{W_t}{H}$	
							تجربی	تحلیلی	تجربی	تحلیلی
۱	H2N2C5B1	۲	۲	۱	۵	۱۲/۳۲	۱/۸	۲/۵	۲/۸	
	H2N2C5B2	۲	۲	۲	۵	۱۲/۳۱	-	-	-	
۲	H2N2C10B1	۲	۲	۱	۱۰	۲۱/۲۸	۴/۶	۵/۳	۵/۲	
	H2N2C10B2	۲	۲	۲	۱۰	۲۱/۰۱	-	-	-	
۳	H2N2C15B1	۲	۲	۱	۱۵	۳۰/۱۰	۶/۵	۷/۲	۷/۲	
	H2N2C15B2	۲	۲	۲	۱۵	۲۹/۰۴	-	-	-	
۴	H2N2C20B1	۲	۲	۱	۲۰	۳۵/۳۳	۸/۱۴	۸/۸	۹/۳	
	H2N2C20B2	۲	۲	۲	۲۰	۳۶/۱۳	-	-	-	
۵	H2N2C25B1	۲	۱	۱	۲۵	۳۸/۳۳	۸/۸	پارگی	۱۰/۳	
	H2N2C25B1	۲	۱	۱	۲۵	۴۰/۳۸	-	-	-	

جدول ۲- گروه‌بندی و نتایج تجربی [۱۹] و تحلیلی پاسخ ورق با ضخامت ۳ میلی‌متر به دو مرتبه انفجار متوالی

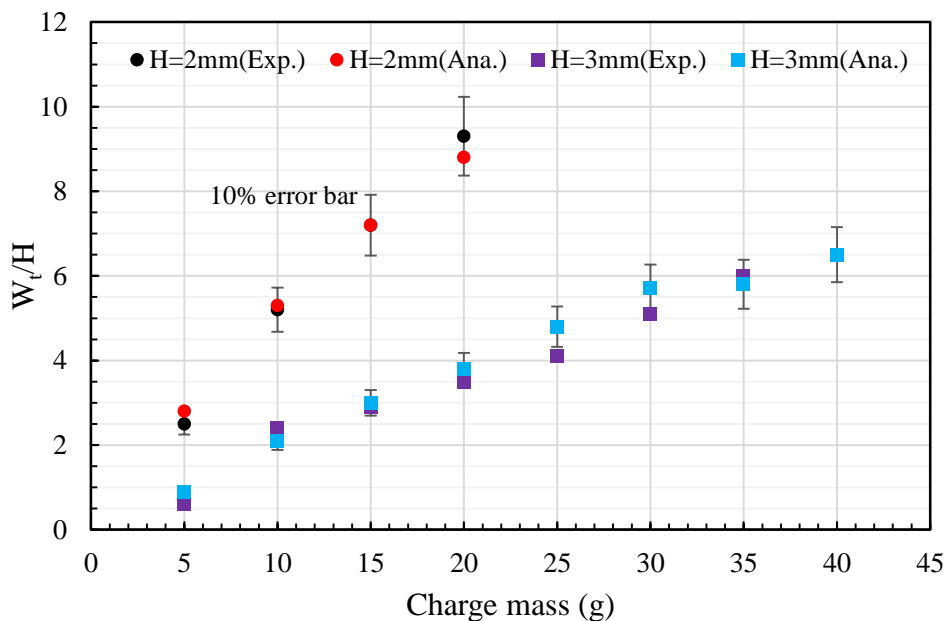
نمونه	شناسه تست	ضخامت ورق (mm)	دفعات بارگذاری	دفعه بارگذاری	جرم خرج (gr)	ایمپالس (Ns)	$\frac{W_1}{H}$		$\frac{W_t}{H}$	
							تجربی	تحلیلی	تجربی	تحلیلی
۱	H3N2C5B1	۳	۲	۱	۵	۱۱/۶۳	۰/۴۲	۰/۶	۰/۹	
	H3N2C5B2	۳	۲	۲	۵	۱۲/۴۰	-	-	-	
۲	H3N2C10B1	۳	۲	۱	۱۰	۲۱/۲۵	۲/۲۸	۲/۴	۲/۱	
	H3N2C10B2	۳	۲	۲	۱۰	۲۱/۳۱	-	-	-	
۳	H3N2C15B1	۳	۲	۱	۱۵	۲۹/۱۷	۲/۴۲	۲/۹	۳	
	H3N2C15B2	۳	۲	۲	۱۵	۲۹/۱۸	-	-	-	
۴	H3N2C20B1	۳	۲	۱	۲۰	۳۶/۷۳	۳/۲۳	۳/۵	۳/۸	
	H3N2C20B2	۳	۲	۲	۲۰	۳۵/۴۸	-	-	-	
۵	H3N2C25B1	۳	۲	۱	۲۵	۴۳/۷۶	۳/۹۵	۴/۱	۴/۸	
	H3N2C25B2	۳	۲	۲	۲۵	۴۴/۶۰	-	-	-	
۶	H3N2C30B1	۳	۲	۱	۳۰	۵۱/۷۶	۴/۲۷	۵/۱	۵/۷	
	H3N2C30B2	۳	۲	۲	۳۰	۵۰/۲۶	-	-	-	
۷	H3N2C35B1	۳	۲	۱	۳۵	۵۲/۵۷	۵/۲۳	۶	۵/۸	
	H3N2C35B2	۳	۲	۲	۳۵	۴۹/۳۲	-	-	-	
۸	H3N2C40B1	۳	۲	۱	۴۰	۵۷/۶۸	۵/۴	۶	۶/۵	
	H3N2C40B2	۳	۲	۲	۴۰	۵۸/۵۶	-	-	-	
۹	H3N1C45B1	۳	۱	۱	۴۵	۶۶	پارگی	پارگی	۷/۶۴	

برای مراحل اول و دوم بارگذاری هم در معادلات حاکم بر پاسخ سازه به روش تحلیلی هم وارد شده است. از جداول ۱ و ۲ و همچنین از شکل ۱ نتیجه می‌شود که مقدار میانگین خطای خیز بیشینه پس از دومرحله بارگذاری بین نتایج تحلیلی و تجربی برای ورق‌هایی به ضخامت ۲ میلی‌متر و برای ورق‌هایی به ضخامت ۳ میلی‌متر به ترتیب ۱۲ و ۱۴ درصد است.

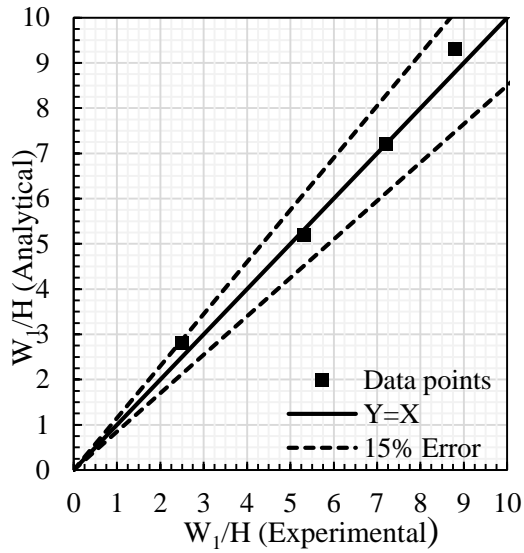
در شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب برای ورق‌هایی با ضخامت‌های ۲ و ۳ میلی‌متر نتایج تحلیلی خیز بیشینه پس از بارگذاری مرحله اول در مقایسه با نتایج تجربی ارائه شده است. از شکل‌های ۳ و ۴ ملاحظه می‌گردد که انطباق قابل قبولی بین نتایج تجربی و تحلیلی خیز بیشینه ورق در پایان مراحل اول و دوم بارگذاری ورق‌هایی با ضخامت‌های ۲ میلی‌متر وجود دارد. همچنین، از شکل‌های ۵ و ۶ ملاحظه می‌گردد که انطباق قابل قبولی بین نتایج تجربی و تحلیلی خیز بیشینه ورق در پایان مراحل اول و دوم بارگذاری ورق‌هایی با ضخامت‌های ۳ میلی‌متر وجود دارد.

در شکل ۲ نمودار تغییرات خیز بیشینه نهایی ورق پس از دومرحله بارگذاری برحسب جرم ماده منفجره برای ورق‌هایی به ضخامت ۲ و ۳ میلی‌متر ارائه شده است. جرم خرج در هر دو نوع ورق از ۵ گرم در هر مرحله شروع می‌شود و تا جرمی که باعث پارگی ورق شود افزایش می‌یابد. همانطور که در جداول ۱ و ۲ نیز نشان داده شده است، در ورق‌هایی به ضخامت ۲ میلی‌متر، ورق تحت بار انفجار ناشی از خرج ۲۵ گرمی و در ورق‌هایی به ضخامت ۳ میلی‌متر، ورق تحت بار انفجار ناشی از خرج ۲۵ گرمی دچار پارگی می‌شود.

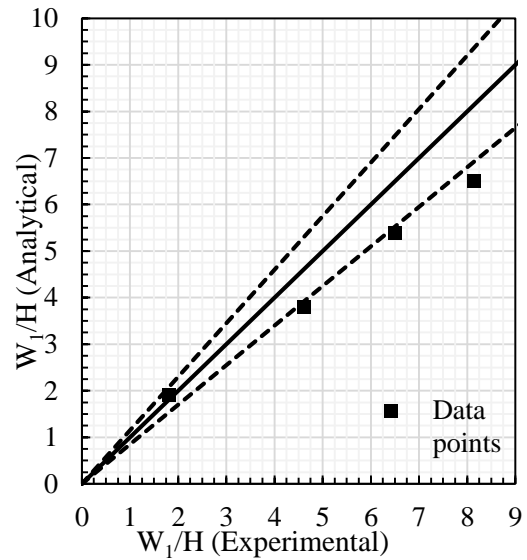
لازم به ذکر است که با وجود اینکه در هر تست مقدار جرم ماده منفجره در مرحله اول و دوم برابر است، اما مقدار ایمپالس لزوماً با مقادیر برابری اندازه‌گیری نشده است و در مواردی با هم متفاوت هستند. این تفاوت به عنوان مثال در نمونه ۷ با شناسه تست H2N2C35B2 و H3N2C35B1 از جدول ۲ برابر ۶/۵ درصد است. با توجه اینکه مبنای صحت‌سنجی نتایج تحلیلی، تست‌های تجربی است، لذا همین مقادیر اختلاف ایمپالس اعمالی به ورق



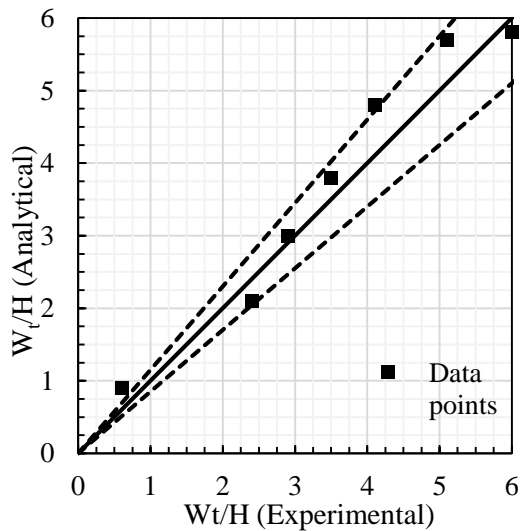
شکل ۲- نمودار تغییرات خیز بیشینه نهایی پس از دومرحله بارگذاری برحسب جرم ماده منفجره



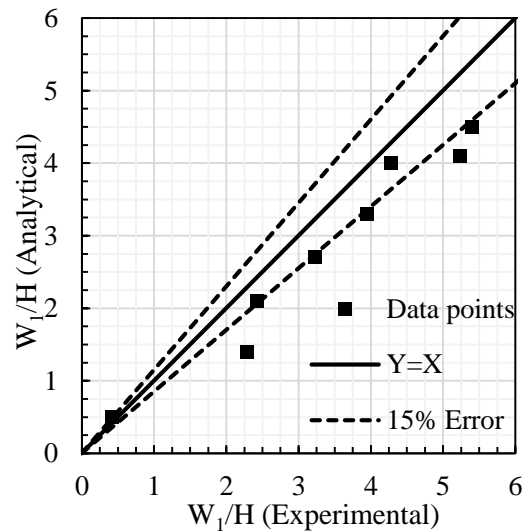
شکل ۴- نمودار تغییرات تجربی و تحلیلی خیز بیشینه در پایان مرحله دوم بارگذاری ورق‌های با ضخامت ۲ میلی‌متر



شکل ۳- نمودار تغییرات تجربی و تحلیلی خیز بیشینه در پایان مرحله اول بارگذاری ورق‌های با ضخامت ۲ میلی‌متر



شکل ۶- نمودار تغییرات تجربی و تحلیلی خیز بیشینه در پایان مرحله دوم بارگذاری ورق‌های با ضخامت ۳ میلی‌متر



شکل ۵- نمودار تغییرات تجربی و تحلیلی خیز بیشینه در پایان مرحله اول بارگذاری ورق‌های با ضخامت ۳ میلی‌متر

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش نوینی برای حل تحلیلی پاسخ ورق‌های مدور تحت بار انفجار آزاد و مکرر ارائه شده است. با بررسی نتایج ملاحظه می‌گردد، در همه موارد نتایج حاصل از روش تحلیلی با نتایج حاصل از روش تجربی انطباق نزدیکی باهم دارند. مطابق این جداول مشاهده می‌شود که غیر از نتایج حاصل از تست با خرجی برابر با جرم ۵ گرم (کمترین خرج و کمترین ایمپالس در میان تست‌ها) که بر ورقی به ضخامت ۳ میلی‌متر اعمال می‌گردد و در این نمونه مقدار خطای بین نتایج تحلیلی و تجربی زیاد است و می‌توان آن را به خطای اندازه‌گیری یا خطای انجام آزمایش نسبت داد. در سایر موارد خطای خیز بیشینه ورق با ضخامت‌های ۲ و ۳ میلی‌متر در سطح قابل قبولی قرار دارد. از نتایج مشاهده می‌شود، با افزایش جرم ماده منفجره و به تبع آن با افزایش ایمپالس وارد بر ورق، مقدار خیز بیشینه ورق افزایش می‌یابد. با افزایش تدریجی انرژی انتقال یافته، پارگی در ورق‌های موضوع این مقاله (با قطر ۱۰۶ میلی‌متر و از جنس فولاد دومکس ۷۰۰) با ضخامت ۲ میلی‌متر و ۳ میلی‌متر به ترتیب زمانی روی می‌دهد که نسبت خیز بیشینه به ضخامت بیشتر از ۲۰ و ۴۰ گرم شود؛ همچنین ملاحظه می‌شود، به دلیل کارسختی ایجاد شده در ورق، بیشترین تغییر شکل ورق در انفجار اول رخ می‌دهد و در انفجار بعدی تغییر شکل کمتری ایجاد می‌شود.

مراجع

- [1] Nasiri S, Sadegh-Yazdi M, Mousavi SM, Ziya-Shamami M, Mostofi TM. Repeated underwater explosive forming: Experimental investigation and numerical modeling based on coupled Eulerian-Lagrangian approach. *Thin-Walled Struct* 172:108860.
- [2] Ziya-Shamami M, Babaei H, Mostofi TM, Khodarahmi H (2020) Structural response of monolithic and multi-layered circular metallic plates under repeated uniformly distributed impulsive loading: An experimental study. *Thin-Walled Struct* 157: 107024.
- [3] Ziya-Shamami M, Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Khodarahmi H. Experimental investigation of large plastic deformation of single-and multi-layered circular aluminum plates under repeated uniform impulsive loading. *Journal of Solid and Fluid Mechanics*. 2021 Mar 21;11(1):123-37.
- [4] Rezasefat M, Mostofi TM, Ozbakkaloglu T (2019) Repeated localized impulsive loading on monolithic and multi-layered metallic plates. *Thin Wall Struc* 144: 106332.
- [5] Mirzababaie Mostofi T, Babaei H (2019) Plastic deformation of polymeric-coated aluminum plates subjected to gas mixture detonation loading: Part II: Analytical and empirical modelling. *J Solid Fluid Mech*. 9(2):15-29.
- [6] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M, Lu G, Ruan D (2019) Large transverse deformation of double-layered rectangular plates subjected to gas mixture detonation load. *Int J Impact Eng* 125: 93-106.
- [7] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M (2016) Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behavior of fully clamped thin quadrangular plates. *Thin-Walled Struct* 109: 367-376.
- [8] Mostofi TM, Golbaf A, Mahmoudi A, Alitavoli M, Babaei H (2018) Closed-form analytical analysis on the effect of coupled membrane and bending strains on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates due to uniform and localized impulsive loading. *Thin-Walled Struct* 123: 48-56.
- [9] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M. The influence of gas mixture detonation loads on large plastic deformation of thin quadrangular plates: Experimental investigation and empirical modelling. *Thin Walled Struct* 2017;118:1-11.
- [10] Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M (2017) Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation. *Strain* 53(4): e12235.
- [11] Yao S, Zhang D, Lu F (2015) Dimensionless numbers for dynamic response analysis of clamped square plates subjected to blast loading. *Arch Appl Mech* 85(6): 735-744.
- [12] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Armoudli E (2017) On dimensionless numbers for the dynamic plastic response of quadrangular mild steel plates subjected to localized and uniform impulsive loading. *Proc Inst Mech Eng-Part E J Process MechEng* 231(5): 939-950.
- [13] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T (2020) New dimensionless numbers for deformation of circular mild steel plates with large strains as a result of localized and uniform impulsive loading. *Proc Inst Mech Eng-Part L J Mater Des Appl* 234(2): 231-245.
- [14] Rezasefat M, Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Ziya-Shamami M, Alitavoli M (2019) Dynamic plastic response of double-layered circular metallic plates due to localized impulsive loading. *Proc Inst*

- [20] Teeling-Smith RG, Nurick GN (1991) The deformation and tearing of thin circular plates subjected to impulsive loads. *Int J Impact Eng* 11(1):77-91.
- [21] Babaei H, Mostofi TM, Sadraei SH (2015) Effect of gas detonation on response of circular plate-experimental and theoretical. *Struct Eng Mech* 56(4): 535-548.
- [22] Jones N (2010) Inelastic response of structures due to large impact and blast loadings. *J Strain Anal Eng Des* 45(6): 451-464.
- [23] Jones N (2014) Dynamic inelastic response of strain rate sensitive ductile plates due to large impact, dynamic pressure and explosive loadings. *Int J Impact Eng* 74: 3-15.
- [24] Mostofi TM, Badkhor MS, Ghasemi E (2019) Experimental investigation and optimal analysis of the high-velocity forming process of bilayer plates, *J Solid Fluid Mech* 9(3): 65-80.
- [25] Mostofi TM, Sayah-Badkhor M, Rezasefat M, Ozbakkaloglu T, Babaei H (2020) Gas mixture detonation load on polyurea-coated aluminum plates. *Thin-Walled Struct* 155: 106851.
- Mech Eng-Part L *J Mater Des Appl* 233(7): 1449-1471.
- [15] Zhu L, Guo K, Li Y, Yu TX, Zhou Q (2018) Experimental study on the dynamic behaviour of aluminium foam sandwich plates under single and repeated impacts at low temperature. *Int J Impact Eng* 114:123-32.
- [16] Zhu L, Shi S, Jones N (2018) Dynamic response of stiffened plates under repeated impacts. *Int J Impact Eng* 117:113-22.
- [17] Truong DD, Jung HJ, Shin HK, Cho SR (2018) Response of low-temperature steel beams subjected to single and repeated lateral impacts. *Int J Nav Arch Ocean Eng* 10(6):670-82.
- [18] Zhou Y, Ji C, Long Y, Yu Y, Li Y, Wang T (2018) Experimental studies on the deformation and damage of steel cylindrical shells subjected to double-explosion loadings. *Thin-Walled Struct* 127:469-82.
- [19] Henchie TF, Yuen SC, Nurick GN, Ranwaha N, Balden VH (2014) The response of circular plates to repeated uniform blast loads: An experimental and numerical study. *Int J Impact Eng* 74:36-45.