



طراحی کنترل کننده ترکیبی برای ردیابی مسیر یک کوادروتور با وجود اغتشاش نامعین

علی محمدی^۱، سید امیرمحمد مناقب^{۲*}، احسان عباسی^۳ و سید حسین ساداتی^۴

^۱ دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

^۲ دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

^۳ دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

^۴ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۱۱

چکیده

در این پژوهش یک روش کنترل غیرخطی جدید همراه با شبیه‌سازی برای کوادروتور ارائه می‌شود. معادلات دینامیکی پرنده بصورت یک جسم با شش درجه آزادی بر اساس معادلات نیوتن-اویلر، بصورت کامل و بدون ساده‌سازی و همراه با اغتشاش خارجی نامعین در نظر گرفته شده است. با توجه به کم‌عملگر بودن پرنده و کوپل دینامیک آن، یک الگوریتم کنترل غیرخطی با ترکیب روش کنترلی گام به عقب انتگرال گیر و روش مود لغزشی برای پایداری وضعیت پرنده و دنبال کردن مسیر مطلوب توسط آن، طراحی می‌شود. کنترل کننده‌های طراحی شده براساس کنترل سلسله مراتبی برای کنترل حرکات چرخشی و حرکات انتقالی پرنده استفاده می‌شوند، ضمن این که پایداری آن‌ها توسط تئوری لیاپانوف اثبات می‌شود. با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی، می‌توان از وقوع پدیده چترینگ و همچنین ورودی کنترلی ناپیوسته اجتناب کرد که در روش کنترلی مود لغزشی رخ می‌دهد. عملکرد کنترل کننده ارائه شده در این تحقیق توسط شبیه‌سازی تحت سناریوهای مختلف تایید می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به کنترل کننده PID نه تنها عملکرد بهتری در ردیابی مسیر از خود نشان می‌دهد، بلکه در مواجهه با اغتشاش خارجی نامعین مقاوم‌تر است.

کلمات کلیدی: کوادروتور؛ مود لغزشی؛ گام به عقب؛ ردیابی مسیر؛ نامعینی؛ اغتشاش خارجی.

Design of Hybrid Control System for Path Tracking of a Quadrotor Subject to Uncertain Disturbances

A. Mohammadi¹, S.A.M. Managheb^{2*}, E. Abbasi¹, S.H. Sadati²

¹ Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

² Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

Abstract

In this research, a novel nonlinear control strategy along with its simulation for a quadrotor helicopter is proposed. In the present work, a six-DOF dynamic equations of the quadrotor system subjected to unknown external disturbances based on the Newton-Euler equations is developed completely and without any simplification. Considering the under-actuated and strongly coupled characteristics of quadrotor helicopter, a nonlinear control method is designed using integral backstepping combined with the sliding mode control (integral BS-SMC) to stabilize the quadrotor attitude and to tracking the desired trajectory. The designed controllers based on the hierarchical control scheme can be used to control the rotational and translational movements and their stability are validated by the Lyapunov stability theorem. Using the proposed controller, the chattering phenomenon and discontinuousness of the control inputs faced by traditional sliding mode control (SMC) can be avoided. The feasibility and performance of the presented control approach is verified by the simulations under different scenarios. The results show that the proposed nonlinear control method not only has a better tracking performance than PID controller, but also has a higher robustness when unknown disturbances occur.

Keywords: Quadrotor; Sliding Mode Control; Backstepping; Trajectory Tracking; Uncertainty; External Disturbance.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، محققان در دانشگاه‌ها و صنعت روی توسعه ماشین‌های هوشمند مانند ربات‌ها تمرکز کرده‌اند که بتوانند در شرایط مختلف، مانند کار در محیط‌های خطرناک و پر زحمت، برای زمان طولانی و بدون دخالت مستقیم انسان کار کنند. ساختن ربات‌های خودگردان^۱ از اهداف نهایی دانش رباتیک است. از انواع این ربات‌های خودمختار می‌توان به پرنده‌های بدون سرنشین اشاره کرد.

تحقیق و توسعه در زمینه این پرنده‌های بدون سرنشین در دهه‌ی اخیر، به علت محدوده وسیعی از کاربردهای آن، افزایش چشمگیری داشته است. پرنده چهارمخ یکی از معروف‌ترین انواع پرنده‌های بدون سرنشین است که در زمینه‌هایی همچون فیلم‌برداری در محیط‌های تونلی و صعب‌العبور، نظارت‌های نزدیک به زمین، آتش‌نشانی، جستجو و کاوش هم در زمینه نظامی و هم در زمینه تجاری می‌تواند مورد استفاده قرارگیرد. دلیل محبوبیت این پرنده ساختار بسیار ساده و همچنین قواعد ساده‌ی آن در حرکت نسبت به هلیکوپترهای معمولی است.

این پرنده شش درجه آزادی و تنها چهار ورودی کنترلی (سرعت چرخش چهار موتور آن) دارد، در واقع کوادروتور یک سیستم کم‌عملگر^۲ است که این امر کنترل آن را با مشکل روبرو می‌سازد. چنانچه سیستم دارای عدم قطعیت (نظیر وزن نامشخص پرنده و...) باشد و یا اغتشاش خارجی نامعینی به سیستم اعمال شود، کنترل پرنده سخت‌تر نیز خواهد شد.

امروزه روی کنترل پرنده چهارمخ کارهای زیادی انجام گرفته است. در [۱-۳] از کنترل کننده‌های خطی نظیر PID و LQR استفاده شده است. این کنترل کننده‌ها با خطی‌سازی و ساده‌سازی دینامیک پرنده طراحی می‌شوند و همچنین در برابر اغتشاشات خارجی مقاوم نیستند. یانجون و همکاران [۴] با طراحی کنترل کننده فازی PD توانستند، در شرایط مختلف ضرایب مناسب کنترل کننده را بدست آوردند و عملکرد خوبی از سیستم نشان دهند. طیبی و مک گیلورای [۵] در مقاله خود از معیار پایداری لیپانوف و یک ساختار پس‌خورد PD^۲

برای کنترل وضعیت پرنده استفاده کرده‌اند و کارایی این کنترل کننده ارائه شده را با یک کنترل کننده کلاسیک PD مقایسه کرده‌اند. نویسندگان در [۶] با استفاده از کنترل کننده‌های فیدبک خطی‌ساز^۳ و PID پرنده خود را کنترل کردند. در [۷] به طراحی و پیاده‌سازی الگوریتم کنترلی PID و PID مرتبه کسری با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای کنترل موقعیت زاویه‌ای کوادروتور پرداخته شده است. نتایج حاکی از آن است که استفاده محاسبات کسری در الگوریتم کنترلی PID، منجر به پاسخ مطلوب‌تری نسبت مشتق و انتگرال مرتبه‌ی اول می‌شود.

روش‌های کنترل غیرخطی نظیر فیدبک خطی‌ساز در صورتی عملکرد مناسبی خواهند داشت که مدل دقیق سیستم در دسترس باشد (بدون هیچ عدم قطعیت و نامعینی). در این صورت اگر مدل سیستم نتواند عملکرد سیستم را به خوبی توصیف کند، کیفیت عملکرد سیستم حلقه‌بسته کاهش می‌یابد؛ اما با استفاده از روش کنترل غیرخطی مود لغزشی^۴، برای یک مدل با عدم قطعیت و نامعینی و حتی با وجود اغتشاش خارجی نامعین، می‌توان سیستم حلقه بسته را به نحو مطلوب کنترل کرد. کنترل مود لغزشی یک الگوریتم کنترل غیرخطی با ویژگی‌هایی همچون دقت^۵، مقاوم بودن^۶ و پیاده‌سازی و تنظیم پارامتر^۷ آسان است. به دلیل این ویژگی‌ها، کنترل مود لغزشی به یکی از الگوریتم‌های مهم و معروف در کاربردهای عملی و صنعتی تبدیل شده است. نویسندگان در [۸-۱۰] از این روش برای کنترل زوایای کوادروتور استفاده کرده‌اند. نقطه ضعف این روش پدیده نوسانات ناخواسته^۸ است.

هرچند الگوریتم کنترل مود لغزشی در گروه کنترل کننده‌های مقاوم است، اما فقط عدم قطعیت و اغتشاش همگام^۹ را می‌توان با آن جبران کرد. در مواجهه با عدم قطعیت ناسازگار^{۱۰}، این روش کنترل تنها با شرایط خاص و

^۳ Feedback Linearization

^۴ Sliding Mode Control

^۵ Accuracy

^۶ Robustness

^۷ Tuning and Implementation

^۸ Chattering

^۹ Matched Uncertainty and Disturbance

^{۱۰} Mismatched Uncertainty

^۱ Autonomous

^۲ Under Actuated

بین روش کنترل مقاوم و روش‌های کنترل تطبیقی که نمونه‌های آن اشاره گردید، این است که در روش‌های تطبیقی معمولاً عدم قطعیت سیستم، پارامتری (از نوع خطی نسبت پارامترهای نامعلوم) در نظر گرفته می‌شود و به دلیل بروزسانی ضرایب کنترل، حجم محاسبات بالاتری در قانون کنترل وجود دارد؛ اما در طراحی کنترل مقاوم، عدم قطعیت معمولاً به صورت غیرساختاری در نظر گرفته شده و در مقایسه با نوع تطبیقی، حجم محاسبات کمتری خواهد داشت؛ همچنین کنترلرهای تطبیقی برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت عملکرد مناسبی از خود نشان داده‌اند؛ اما در زمینه پیاده‌سازی و اجرای عملی (به نسبت کنترلر مود لغزشی) با مشکلاتی مانند اجرای زمان واقعی و ... مواجه‌اند که استفاده از آن‌ها را در کاربردهای عملی محدود می‌کند و پژوهشگران را به سمت روش‌های کنترلی دیگری همچون کنترل مود لغزشی^۱ (که از لحاظ پیاده‌سازی و تنظیم پارامترها ساده‌تر باشند) سوق می‌دهد. بایستی دقت شود که روش کنترل مود لغزشی معمولی را فقط می‌توان برای سیستم‌های تفکیک شده^۱ بکار برد؛ بنابراین نمی‌توان از این روش بطور مستقیم برای کنترل سیستم‌های کم‌عملگر (شرایط مسئله حاضر) استفاده کرد [۱۴].

در سال‌های اخیر، برای کنترل سیستم‌های غیرخطی از کنترل گام به عقب^۲ استفاده شده است. ایده اصلی این روش، روش، تقسیم کردن سیستم کلی به سیستم‌های کوچک‌تر و انتخاب یک تابع مناسب از متغیرهای حالت به عنوان ورودی کنترلی مجازی برای هر یک از سیستم‌های تفکیک شده است. در هر مرحله ورودی‌های کنترلی مجازی طوری انتخاب می‌شوند که پایداری سیستم مربوطه را تضمین کنند. در گام آخر، با انتخاب مناسب ورودی کنترلی واقعی پایداری سیستم کلی تضمین می‌شود [۱۵]. نویسندگان در [۱۶-۲۰] از این روش برای کنترل کوادروتور بهره برده‌اند؛ اما این روش در برابر اغتشاش خارجی و نامعینی مقاوم نیست. به منظور بهره‌مندی از مزایای هر دو روش کنترل مود لغزشی و گام به عقب، نویسندگان در [۲۱-۲۴]، این دو روش را با هم ترکیب کرده‌اند تا کنترل‌کننده توسعه یافته مود لغزشی-گام به

یا ترکیبی با سایر روش‌ها می‌تواند موثر باشد و در حالت کلی در برابر چنین نامعینی‌هایی شکست می‌خورد.

روش کنترل تطبیقی در مراجع مختلف برای کنترل این وسیله پرنده توسط محققان به خدمت گرفته شده است. متحدی و همکارانش [۱۱]، با اشاره به ویژگی‌ها و ماهیت کوادروتور اقدام به طراحی سیستم ردگیری مقاوم تطبیقی برای این وسیله بدون سرنشین کردند. در پژوهش آن‌ها مدل دینامیکی، با استفاده از روش نیوتن اویلر استخراج شده و کنترل‌کننده پیشنهادی شامل دو حلقه کنترل داخلی و خارجی است. در بخش مدل‌سازی پژوهش مذکور، برخلاف مقاله حاضر از ساده‌سازی‌های زیادی همچون فرض زوایای اویلر کوچک استفاده شده است که به مراتب طراحی کنترلر و همچنین اثبات پایداری آن‌را ساده‌تر می‌کند. در بخش روش کنترلی و طراحی کنترل‌کننده، حد بالای اندازه آن به صورت یک عدد اسکالر تخمین زده شده و عملکرد سیستم طراحی شده با تخمین تطبیقی جرم کل مجموعه و استفاده از روش سیگما جهت جلوگیری از واگرایی پارامترها مناسب ارزیابی شده است. نکته قابل توجه در این بخش، اثبات صفر شدن تنها خطای زوایای اویلر و موقعیت است؛ این امر باعث وجود خطای حالت ماندگار (در راه‌اندازی مجدد) می‌شود؛ در حالی که در تحقیق حاضر اثبات می‌شود، علاوه بر خطای زوایای اویلر و خطای موقعیت، انتگرال این خطاها نیز به سمت صفر میل می‌کند.

افشین‌فر و همکارانش [۱۲] در پژوهش خود با تقسیم مدل دینامیکی بالگرد چهارمخه به دو زیرسیستم تحریک کامل و زیرتحریک، روش طراحی یک کنترل‌کننده مود لغزشی فازی تطبیقی برای کنترل موقعیت و زوایا ارائه کردند. در این طراحی ضرایب غیرخطی سطح سوئیچینگ با استفاده از روش پایداری هارویتز محاسبه شده است؛ همچنین تقریب‌گر فازی تطبیقی برای کاهش پدیده نامطلوب زیگزاگ در ورودی کنترلی به کار گرفته شده است.

نویسندگان در پژوهش [۱۳] تکنیک طراحی کنترل مود لغزشی تطبیقی برای پایداری زمان محدود وسیله پرنده بدون سرنشین با عدم قطعیت‌های پارامتری را پیشنهاد کردند. روش پیشنهادی آن‌ها با به کارگیری مفهوم پایداری لیاپانوف و ایده همگرایی زمان محدود، همگرایی خوبی به مبدا را نشان می‌دهد. به طور کلی از مهمترین تفاوت‌های

¹ Decoupled Systems

² Back Stepping

کنترل تطبیقی، روش پیشنهادی را برای کاربردهای عملی جذاب می‌کند.

در بخش دوم این پژوهش معادلات دینامیکی کوادروتور بصورت کامل و بدون ساده‌سازی، با استفاده از معادلات نیوتن-اویلر بدست آورده می‌شود. طراحی کنترل کننده ترکیبی (ترکیب روش کنترلی مود لغزشی و گام به عقب انتگرال گیر) برای کنترل زوایا و موقعیت پرنده موضوعی است که در بخش سوم به آن پرداخته می‌شود. با شبیه‌سازی کنترل کننده طراحی شده، عملکرد آن در هدایت پرنده در مسیر مطلوب در بخش چهارم بررسی می‌شود و در نهایت عملکرد آن با کنترل کننده PID مقایسه می‌شود.

۲- دینامیک کوادروتور

در این بخش با استفاده از فرضیات زیر و قانون دوم نیوتن، معادلات دینامیکی مربوط به حرکت‌های خطی کوادروتور و همچنین با استفاده از فرمولاسیون اویلر- لاگرانژ، معادلات دینامیکی مربوط به حرکت‌های دورانی کوادروتور بدست می‌آید. فرضیات در نظر گرفته شده در این تحقیق به شرح زیر است:

- سازه پرنده و ملخ‌ها صلب در نظر گرفته شده است.
- سازه متقارن فرض شده است.
- مبدا دستگاه مختصات بدنی روی مرکز جرم پرنده فرض شده است.
- محورهای مختصات بدنی متصل به کوادروتور بر محورهای اصلی پرنده منطبق هستند؛ در این صورت ماتریس ممان اینرسی قطری می‌شود.
- نیروی برآ و گشتاور ناشی از مقاومت هوای هر موتور متناسب با مجذور سرعت چرخش آن در نظر گرفته شده است.

برای مدل‌سازی ریاضی، به دیاگرام جسم آزاد پرنده نیاز است. در شکل ۱ دیاگرام جسم آزاد برای پرنده نمایش داده شده است.

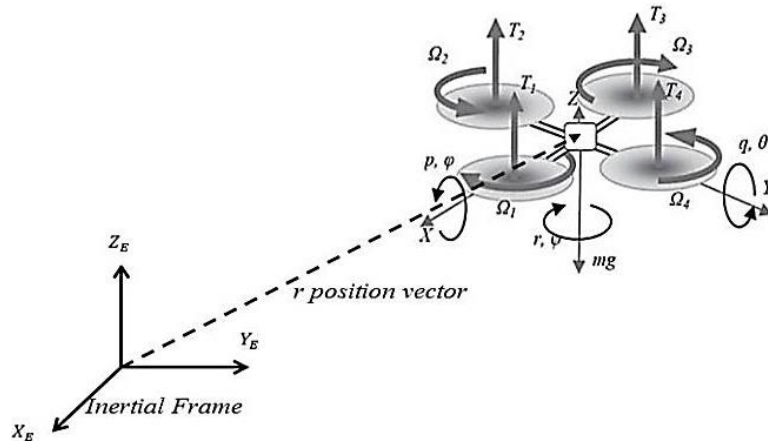
قرار گرفتن در هر وضعیت دلخواه برای پرنده، با سه چرخش متوالی حول محورهای دستگاه مختصات جاری قابل دسترس است. میزان چرخش حول هر محور برای رسیدن به وضعیت مطلوب را زوایای اویلر می‌نامند. این زوایا معمولاً با ϕ ، θ و ψ که به ترتیب زاویه چرخش حول محورهای x ، y و

عقب^۱ را تولید کنند که این کنترل کننده توسعه یافته می‌تواند در برابر هر دو نامعینی و اغتشاش همگام و ناسازگار مقاوم باشد. کنترل گام به عقب انتگرال گیر^۲ یکی از انواع روش کنترلی گام به عقب است که برای بهبود کیفیت پاسخ در سیستم‌های با درجه کم استفاده می‌شود [۲۵-۲۶]. می‌توان روش کنترلی گام به عقب انتگرال گیر را با مود لغزشی ترکیب کرد تا ناپیوستگی در ورودی‌های کنترلی را از بین برد و در نتیجه از پدیده نوسانات ناخواسته در ورودی‌ها جلوگیری کرد. در [۲۷] این روش برای کنترل و ردیابی مسیر یک کوادروتور ارائه شده است؛ اما در آن تحقیق، مفروضات ساده- سازی متعددی در دینامیک کوادروتور لحاظ گردیده است. از جمله این ساده‌سازی‌ها، کوچک بودن زوایای اویلر پرنده و همچنین صفر بودن شتاب مسیر دلخواه است؛ اما در تحقیق پیش رو سعی شده است تا تمامی این ساده‌سازی‌ها کنار گذاشته شود و کنترل ترکیبی ذکر شده متناسب با دینامیک آن ارائه و صحت سنجی شود.

با توجه به مطالب بیان شده، از جمله مزایا و نوآوری- های پژوهش حاضر، استفاده از معادلات کامل بدون ساده- سازی بوده که این امر باعث می‌شود، کار طراحی کنترلر و اثبات پایداری بر مبنای این مدل‌سازی نسبت به سایر پژوهش‌های موجود در این زمینه دقیق‌تر باشد؛ همچنین استفاده از روش ترکیبی پیشنهادی گام به عقب انتگرال گیر و مود لغزشی با بهره‌گیری و هم‌افزایی مزایای هر دو روش اشاره شده در متن و نیز پوشش و برطرف ساختن نقائص هر کدام، عملکرد مناسبی از خود نشان می‌دهد. با توجه به ماهیت ترکیبی این روش، می‌تواند در کاربردهایی با چالش- های مختلف مانند عدم وجود مدل دقیق سیستم (به دلایلی چون وجود عدم قطعیت، نامعینی و حتی اغتشاش خارجی)، مواجهه با عدم قطعیت ناسازگار، وجود سیستم تفکیک نشده و کم عملکرد و ... مورد استفاده قرار گیرد، ضمن اینکه افزودن ترم انتگرال گیر به این روش برای از بین بردن خطای حالت ماندگار در کنترل زوایا و موقعیت کوادروتور استفاده شده است؛ همچنین با توجه به ویژگی‌های مختلف از جمله حجم محاسبات کمتر نسبت به روش‌هایی نظیر

¹ Backstepping Sliding mode

² Integrator Backstepping



شکل ۱- دیاگرام جسم آزاد کوادروتور

چهار سرعت چرخشی ω_i مربوط به موتورها، ورودی‌های واقعی به سیستم هستند، اما در ارتباط با نوع مدل کردن در این تحقیق بهتر است، ورودی‌های دیگری در نظر گرفته شود که به صورت رابطه (۲) است (l فاصله هر موتور تا مرکز پرنده است) [۲۹-۳۰].

$$\begin{aligned}
 U_1 &= b(\omega_1^2 + \omega_3^2 + \omega_2^2 + \omega_4^2) \\
 U_2 &= bl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\
 U_3 &= bl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\
 U_4 &= d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2)
 \end{aligned} \quad (2)$$

با توجه به ورودی‌های بالا و همچنین ارجاع به [۲۶-۳۳] معادلات دینامیکی کوادروتور به صورت روابط (۳)، (۴) و (۵) است.

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{U_1}{m} \\
 \ddot{y} &= (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{U_1}{m} \\
 \ddot{z} &= (\cos \phi \cos \theta) \frac{U_1}{m} - g \\
 \dot{p} &= \frac{U_2}{I_x} - \frac{I_R}{I_x} (gu)q + qr \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \\
 \dot{q} &= \frac{U_3}{I_y} + \frac{I_R}{I_y} (gu)p + pr \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \\
 \dot{r} &= \frac{U_4}{I_z} + pq \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) \\
 gu &= (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4)
 \end{aligned} \quad (3)$$

z جاری هستند، نمایش داده می‌شوند. از آنجایی که چرخش‌ها حول محورهای جاری انجام می‌شوند، ترتیب چرخش‌ها برای رسیدن به وضعیت مطلوب اهمیت دارد. طبق استاندارد ۱ ناسا ارائه داده است، ترتیب چرخش مناسب برای هواپیماها، ترتیب «۱-۲-۳» است؛ یعنی ابتدا چرخش حول محور z دستگاه اینرسی ۲ به اندازه ψ ، بعد از آن چرخش حول محور y دستگاه مختصات جاری به اندازه θ و در نهایت، چرخش حول محور x جاری به اندازه ϕ [۲۸].

مقدار گشتاور ناشی از مقاومت هوا که هر موتور به بدنه پرنده اعمال می‌کند (D_i)، مقدار نیروی برای هر موتور که به پرنده وارد می‌شود (T_i) و مقدار نیروی برای کلی (L) که مجموع نیروی تولید شده توسط چهار موتور است، از رابطه (۱) بدست می‌آید. در این روابط ω_i سرعت چرخش موتور i ام است و b و d نیز به ترتیب ضرایب نیروی برآ و پسا هستند [۲۹].

$$\begin{aligned}
 D_i &= \frac{1}{2} \rho C_d \omega_i^2 = d \omega_i^2 \\
 T_i &= \frac{1}{2} \rho C_T \omega_i^2 = b \omega_i^2 \\
 L &= \sum_{i=1}^4 T_i
 \end{aligned} \quad (1)$$

1- NASA
2- Inertial Frame

اغتشاشی^۲ وارد به سیستم است. اغتشاش خارجی نامعین می‌تواند ناشی از اعمال نیروی خارجی به سیستم (شبییه نیروی باد)، دینامیک مدل نشده^۳ و یا نویز اندازه‌گیری نامعلوم^۴ باشد. لازم به ذکر است که جرم پرنده و اغتشاش d_1 و d_2 نامعلوم، ولی با نرم محدود بصورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\|d_i\| \leq B_i; \quad i = 1, 2$$

$$m_{\min} \leq m \leq m_{\max} \quad (۷)$$

۳- کنترل کوادروتور

برای کنترل کوادروتور از دو حلقه کنترلی استفاده می‌شود؛ حلقه خارجی، کنترل موقعیت مکانی پرنده و تعیین زوایای مطلوب را عهده‌دار است و حلقه داخلی وظیفه کنترل زوایای چرخشی پرنده و رساندن آن‌ها به مقادیر مطلوب را داراست.

در ادامه به جزییات هر یک از حلقه‌های کنترلی پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که در این تحقیق، مقدار مطلوب زاویه ψ صفر در نظر گرفته شده است و مقادیر مطلوب زوایای ϕ و θ بر اساس موقعیت مطلوب توسط کنترل کننده محاسبه می‌شوند.

۳-۱- کنترل حلقه داخلی

با توجه به معادله سوم و چهارم رابطه (۶)، رابطه (۸) حاصل می‌شود که در آن بردار α_2 بردار ورودی کنترلی است که بصورت $\alpha_2 = [U_2 \ U_3 \ U_4]^T$ در نظر گرفته شده است.

$$\dot{\eta} = W\Omega$$

$$\ddot{\eta} = \frac{d}{dt}(W)\Omega + W\dot{\Omega}$$

$$\dot{\Omega} = f(\Omega) + J^{-1}\alpha_2 + J^{-1}d_2 \quad (۸)$$

در مقالاتی که در زمینه کنترل کوادروتور ارائه شده است، از معادله دوم (۸) صرف‌نظر شده است [۲۶-۳۳]. در این مقالات برای ساده‌سازی، $\dot{\eta}$ برابر $\dot{\Omega}$ فرض می‌شود، در حالی که این دو متغیر با یکدیگر مطابق با (۸) رابطه دارند.

$$\dot{\phi} = p + (\sin \phi \tan \theta)q + (\cos \phi \tan \theta)r$$

$$\dot{\theta} = (\cos \phi)q - (\sin \phi)r$$

$$\dot{\psi} = \left(\frac{\sin \phi}{\cos \theta}\right)q + \left(\frac{\cos \phi}{\cos \theta}\right)r \quad (۵)$$

در [۲۷-۳۴] برای ساده‌سازی، زوایای پرنده کوچک فرض شده‌اند و در نتیجه از معادلات (۵) صرف‌نظر می‌کنند که این فرض ساده‌سازی در این تحقیق لحاظ نشده است. در صورت اعمال اغتشاش خارجی به سیستم، می‌توان معادلات دینامیکی پرنده را به فرم برداری این چنین بازنویسی کرد:

$$\dot{\xi} = V$$

$$m\dot{V} = R_B^E T^B + G^E + d_1$$

$$\dot{\eta} = W\Omega$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + M^B + d_2$$

$$W = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix}$$

$$M^B = \begin{bmatrix} U_2 - I_R(gu)q \\ U_3 + I_R(gu)p \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

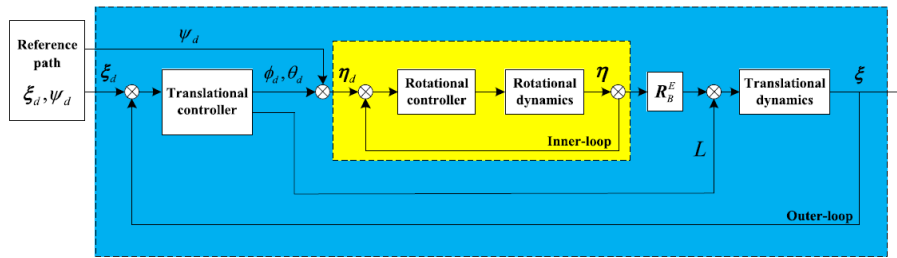
در روابط (۳) تا (۶)، g شتاب گرانش، m جرم پرنده و I_R ممان اینرسی موتور است. $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ زوایای اوپلر، $\xi = [x \ y \ z]^T$ موقعیت کوادروتور در دستگاه مختصات مرجع (اینرسی)، $V = [u \ v \ w]^T$ سرعت خطی پرنده در دستگاه مختصات مرجع، $\Omega = [p \ q \ r]^T$ سرعت زوایای پرنده بیان شده در دستگاه مختصات بدنه، $J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ ماتریس ممان اینرسی پرنده و $R_B^E = [0 \ 0 \ -mg]^T$ بردار نیروی گرانش است. ماتریس انتقال از دستگاه بدنه به دستگاه مرجع است، W ماتریس ارتباط بین نرخ تغییرات زوایای اوپلر و سرعت زوایای پرنده و $T^B = [0 \ 0 \ L]^T$ بردار نیروی تراست موتورها در دستگاه بدنه است. M^B بردار گشتاورهای وارد به بدنه پرنده، بیان شده در دستگاه مختصات بدنه است. بردار d_1 ، مدل نیروی اغتشاشی^۱ و بردار d_2 ، مدل گشتاور

² Moment Disturbances

³ Un- Modeled Dynamic

⁴ Uncertain Measurement Noise

¹ Force Disturbances



شکل ۲- بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی

اثبات شد که اگر α_1 برابر با مقدار بدست آمده در رابطه (۱۳) باشد، خطای تعریف شده در (۱۰) به صفر همگرا می‌شود. در واقع با توجه به (۹)، اگر $\dot{\eta}$ به مقدار مطلوب (۱۳) برسد، قطعاً خطای (۱۰) صفر می‌شود و زوایا به مقدار مطلوبشان می‌رسند. برای اطمینان از این که $\dot{\eta}$ به سمت α_1 بدست آمده در (۱۳) همگرا شود، سطح لغزشی به صورت (۱۵) تعریف می‌شود.

$$e_2 = \alpha_1 - \dot{\eta} = \dot{\eta}_d + A_1 e_1 + K_1(\eta_d - \eta) - \dot{\eta} = \dot{e}_1 + A_1 e_1 = s_1 \quad (15)$$

چنانچه سطح لغزش (۱۵) جذب کننده باشد s_1 به صفر همگرا شود، $\dot{\eta}$ به مقدار تعیین شده در (۱۳) می‌رسد و در نتیجه زوایا نیز به مقادیر مطلوب خود خواهند رسید برای اطمینان از جذب کننده بودن این سطح لغزش، نامزد تابع لیاپانوف به این صورت در نظر گرفته می‌شود:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} \cos(\theta) s_1^T s_1 \quad (16)$$

با مشتق گرفتن از تابع (۱۶)، بدست می‌آید:

$$\dot{V}_2(t) = e_1^T \dot{e}_1 + \cos(\theta) s_1^T \dot{s}_1 - \frac{1}{2} \dot{\theta} \sin(\theta) s_1^T s_1 \quad (17)$$

با توجه به رابطه (۱۵)، رابطه (۱۷) را می‌توان بصورت (۱۸) نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & e_1^T (-A_1 e_1 + s_1) + \cos(\theta) s_1^T [\dot{\eta}_d \\ & + A_1(-A_1 e_1 + s_1) + K_1(\eta_d - \eta) - \dot{\eta}] \\ & - \frac{1}{2} \dot{\theta} \sin(\theta) s_1^T s_1 \end{aligned} \quad (18)$$

با جایگذاری $\dot{\eta}$ از روابط (۸)، می‌توان (۱۸) را به صورت رابطه (۱۹) بازنویسی کرد. برای این که رابطه (۱۹) همواره منفی باشد، باید بصورت رابطه (۲۰) انتخاب شود.

حلقه داخلی کنترل، وظیفه کنترل زوایا و رساندن آن‌ها به مقادیر مطلوب را دارد. برای این منظور سیستم مجازی^۱ (۹) در نظر گرفته می‌شود که در آن α_1 به عنوان بردار ورودی کنترلی مجازی^۲ تعریف می‌شود.

$$\dot{\eta} = \alpha_1 \quad (9)$$

بردار خطای زوایای اولیه، مطابق با رابطه (۱۰) تعریف می‌شود η_d بردار زوایای مطلوب پرنده است):

$$e_1 = \eta_d - \eta + K_1 \int (\eta_d - \eta) dt \quad (10)$$

که $K_1 \in R^{3 \times 3}$ یک ماتریس قطری مثبت معین است. برای اثبات صفر شدن خطای (۱۰)، نامزد تابع لیاپانوف^۳ به این صورت رابطه (۱۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$V_1(t) = \frac{1}{2} e_1^T e_1 \quad (11)$$

با مشتق گرفتن از این نامزد تابع لیاپانوف، رابطه (۱۲) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & e_1^T \dot{e}_1 = e_1^T (\dot{\eta}_d - \dot{\eta} + K_1(\eta_d - \eta)) \\ = & e_1^T (\dot{\eta}_d - \alpha_1 + K_1(\eta_d - \eta)) \end{aligned} \quad (12)$$

برای این که سیستم (۹) پایدار باشد (خطای (۱۰) به صفر همگرا شود)، باید مشتق تابع لیاپانوف که در (۱۲) مشخص شد، منفی باشد؛ بنابراین α_1 باید برابر با رابطه (۱۳) باشد که در آن $A_1 \in R^{3 \times 3}$ یک ماتریس قطری مثبت معین است.

$$\alpha_1 = \dot{\eta}_d + A_1 e_1 + K_1(\eta_d - \eta) \quad (13)$$

در نتیجه:

$$\dot{V}_1(t) = -e_1^T A_1 e_1 < 0 \quad \forall e_1 \neq 0 \quad (14)$$

بنابراین $e_1 = 0$ پایدار مجانبی سراسری^۴ خواهد بود.

¹ Virtual System

² Virtual Control Input

³ Candidate Lyapunov Function

⁴ Globally Asymptotically Stable

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -e_1^T A_1 e_1 + \cos(\theta) s_1^T [\dot{\xi}_d + A_1(-A_1 e_1 + s_1) + K_1(\dot{\xi}_d - \dot{\xi}) \\ & + \frac{e_1}{\cos} - \dot{W}\Omega - Wf(\Omega) - WJ^{-1}\alpha_2 - WJ^{-1}d_2] - \frac{1}{2}\dot{\theta} \sin(\theta) s_1^T s_1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & JW^{-1} \left[\dot{\xi}_d + A_1(-A_1 e_1 + s_1) + K_1(\dot{\xi}_d - \alpha_1 + s_1) + \frac{e_1}{\cos(\theta)} \right. \\ & \left. - \dot{W}\Omega - Wf(\Omega) - \dot{\theta} \frac{\sin(\theta)}{2 \cos(\theta)} s_1 + \varepsilon_1 \frac{\text{sign}(s_1)}{\cos(\theta)} + Q_1 s_1 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

شود. با تضمین پایداری حلقه خارجی، موقعیت پرنده کنترل می‌شود و پرنده قادر خواهد بود مسیر تعیین شده در فضا را بپییماید.

۳-۲- حلقه خارجی

وظیفه حلقه خارجی تعیین زوایای مطلوب پیچ و رول و همچنین تعیین نیروی برای تولید شده توسط چهار روتور، به منظور دنبال کردن مسیر مطلوب است. با توجه به معادلات حرکت انتقالی پرنده که در (۶) مشخص شده است، سیستم مجازی (۲۴) در نظر گرفته می‌شود که در آن α_3 به-عنوان بردار ورودی کنترلی مجازی تعریف می‌شود.

$$\xi = \alpha_3 \quad (24)$$

بردار خطای موقعیت پرنده بصورت (۲۵) تعریف می‌شود ξ_d بردار موقعیت مطلوب پرنده است:

$$e_3 = \xi_d - \xi + K_2 \int (\xi_d - \xi) dt \quad (25)$$

که $K_2 \in R^{3 \times 3}$ یک ماتریس قطری مثبت معین است. برای اثبات صفر شدن خطای (۲۵)، نامزد تابع لیاپانوف اینگونه در نظر گرفته می‌شود:

$$V_3(t) = \frac{1}{2} e_3^T e_3 \quad (26)$$

با مشتق گرفتن از نامزد تابع لیاپانوف، رابطه (۲۷) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & e_3^T \dot{e}_3 \\ = & e_3^T (\dot{\xi}_d - \dot{\xi} + K_2(\xi_d - \xi)) \\ = & e_3^T (\dot{\xi}_d - \alpha_3 + K_2(\xi_d - \xi)) \end{aligned} \quad (27)$$

برای این که مشتق تابع لیاپانوف که در (۲۷) مشخص شد منفی باشد، α_3 باید برابر با رابطه (۲۸) انتخاب شود که در آن $A_2 \in R^{3 \times 3}$ یک ماتریس قطری مثبت معین است.

که $Q_1 \in R^{3 \times 3}$ و $\varepsilon_1 \in R^+$ یک ماتریس قطری مثبت معین است. تابع علامت (sign) نیز بصورت (۲۱) تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(h) = \begin{cases} \frac{h}{\|h\|} & h > 0 \\ 0 & h = 0 \\ -\frac{h}{\|h\|} & h < 0 \end{cases} \quad (21)$$

قانون کنترل ارائه شده در (۲۰) می‌تواند باعث پایداری حلقه داخلی کنترل شود، اگر:

$$\varepsilon_1 - \|J^{-1}d_2\| \geq 0 \quad (22)$$

برای اثبات پایداری حلقه داخلی، چنانچه α_2 بدست آمده در (۲۰)، در رابطه (۱۹) جایگذاری شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -e_1^T A_1 e_1 - \cos(\theta) s_1^T Q_1 s_1 \\ & - \cos(\theta) s_1^T \varepsilon_1 \text{sign}(s_1) \\ & - \cos(\theta) s_1^T WJ^{-1}d_2 \\ \leq & -e_1^T A_1 e_1 - \cos(\theta) s_1^T Q_1 s_1 \\ & + \|J^{-1}d_2\| \|s_1\| - \varepsilon_1 \|s_1\| \\ = & -e_1^T A_1 e_1 - \cos(\theta) s_1^T Q_1 s_1 \\ & - \|s_1\| (\varepsilon_1 - \|J^{-1}d_2\|) \\ < & 0, \quad \forall e_1 \neq 0, s_1 \neq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

با توجه به رابطه (۲۲)، عبارت بدست آمده در (۲۳) همواره منفی است؛ چراکه ماتریس‌های A_1 و Q_1 مثبت معین هستند و $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$ است [۳۱]؛ بنابراین $e_1 = 0$ و $s_1 = 0$ پایدار مجانبی سراسری هستند.

تا این جا، پایداری کنترل حلقه داخلی تضمین و اثبات شد؛ یعنی با استفاده از قوانین کنترل طراحی شده در این قسمت، زوایای اوایلر پرنده کنترل می‌شوند و به سمت مقادیر مطلوب خود همگرا می‌شوند. در ادامه به طراحی قوانین کنترلی برای پایداری حلقه خارجی، پرداخته می-

که $\varepsilon_2 \in R^+$ و $Q_2 \in R^{3 \times 3}$ یک ماتریس قطری مثبت معین است. قانون کنترل ارائه شده در (۳۵) می‌تواند باعث پایداری حلقه خارجی کنترل شود، اگر:

$$\varepsilon_2 - \frac{1}{m} \|d_1\| \geq 0 \quad (36)$$

جرم پرنده و اغتشاش خارجی وارد بر آن نامعین هستند، اما اندازه آن‌ها در محدوده مشخصی فرض شده‌اند (طبق رابطه (۷)) که با توجه به محدوده مربوط به آن‌ها، ε_2 را باید طوری انتخاب کرد که عبارت (۳۶) صادق باشد. در واقع باید با توجه به محدوده مربوط به اغتشاش و جرم پرنده (۷)، بیشترین مقدار را برای $\frac{1}{m} \|d_1\|$ بدست آورد و بر اساس آن، ε_2 مناسب را انتخاب نمود. با جایگذاری (۳۵) در (۳۴):

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= -e_3^T A_2 e_3 - \frac{1}{m} s_2^T d_1 \\ &\quad - s_2^T \varepsilon_2 \text{sign}(s_2) - s_2^T Q_2 s_2 \\ &\leq -e_3^T A_2 e_3 - s_2^T Q_2 s_2 \\ &\quad + \frac{1}{m} \|d_1\| \|s_2\| - \varepsilon_2 \|s_2\| \\ &= -e_3^T A_2 e_3 - s_2^T Q_2 s_2 \\ &\quad - \left(\varepsilon_2 - \frac{1}{m} \|d_1\| \right) \|s_2\| \\ &< 0 \quad \forall e_3 \neq 0, s_2 \neq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

با توجه به رابطه (۳۶)، عبارت بدست آمده در (۳۷) همواره منفی است؛ چراکه ماتریس‌های A_2 و Q_2 مثبت معین هستند؛ بنابراین $e_3 = 0$ و $s_2 = 0$ پایدار مجانبی سراسری هستند.

به این ترتیب، بردار ورودی کنترلی مجازی α_4 برای پایداری حلقه خارجی بدست آمد (۳۵) که می‌توان آن را با توجه به (۳۰)، بصورت (۳۸) در نظر گرفت:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = R_B^E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \\ -m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \alpha_4 \quad (38)$$

که L مجموع نیروی برای تولید شده توسط چهار روتور پرنده است؛ بنابراین با توجه به (۳۸) مقادیر مطلوب زوایای پیچ و رول و همچنین نیروی برای مطلوب تولیدی توسط چهار روتور، براساس α_4 بصورت زیر محاسبه می‌شوند [۳۲].

$$\alpha_3 = \xi_d + A_2 e_3 + K_2(\xi_d - \xi) \quad (28)$$

در نتیجه:

$$\dot{V}_3(t) = -e_3^T A_2 e_3 < 0 \quad \forall e_3 \neq 0 \quad (29)$$

بنابراین $e_3 = 0$ پایدار مجانبی سراسری خواهد بود.

با توجه به (۶)، معادلات مربوط به شتاب‌های خطی پرنده را می‌توان به این صورت نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \ddot{\xi} = \alpha_4 + \frac{1}{m} d_1 \\ \alpha_4 &= \frac{1}{m} R_B^E T^B + \frac{1}{m} G^E \end{aligned} \quad (30)$$

که $\alpha_4 = [u_x \ u_y \ u_z]^T \in R^3$ به عنوان بردار ورودی کنترلی مجازی برای سیستم (۳۰) در نظر گرفته شده است. برای اطمینان از رسیدن سرعت پرنده به مقدار تعیین شده در (۲۸)، سطح لغزش اینگونه طراحی می‌شود:

$$\begin{aligned} e_4 &= \alpha_3 - \dot{\xi} = \xi_d + A_2 e_3 + K_2(\xi_d - \xi) - \dot{\xi} \\ &= \dot{e}_3 + A_2 e_3 = s_2 \end{aligned} \quad (31)$$

چنانچه سطح لغزش (۳۱) جذب کننده باشد (s_2 به صفر همگرا شود)، $\dot{\xi}$ به مقدار تعیین شده در (۲۸) می‌رسد و در نتیجه پرنده نیز به موقعیت مطلوب خود خواهد رسید ($e_3 = 0$). برای اطمینان از جذب کننده بودن این سطح لغزش، نامزد تابع لیاپانوف (۳۲) تعریف می‌شود:

$$V_4(t) = \frac{1}{2} e_3^T e_3 + \frac{1}{2} s_2^T s_2 \quad (32)$$

با مشتق گرفتن از تابع (۳۲)، بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= e_3^T \dot{e}_3 + s_2^T \dot{s}_2 \\ &= e_3^T (-A_2 e_3 + s_2) + s_2^T (\dot{\alpha}_3 - \ddot{\xi}) \end{aligned} \quad (33)$$

با جایگذاری $\dot{\xi}$ از رابطه (۳۰) در (۳۳):

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= -e_3^T A_2 e_3 \\ &\quad + s_2^T \left(\ddot{\xi}_d + A_2 (-A_2 e_3 + s_2) \right. \\ &\quad \left. + K_2(\xi_d - \xi) - \alpha_4 - \frac{1}{m} d_1 + e_3 \right) \end{aligned} \quad (34)$$

برای این که رابطه (۳۴) همواره منفی باشد، باید α_4 اینگونه انتخاب شود:

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \ddot{\xi}_d + A_2 (-A_2 e_3 + s_2) \\ &\quad + K_2(\xi_d - \alpha_3 + s_2) \\ &\quad + e_3 + \varepsilon_2 \text{sign}(s_2) + Q_2 s_2 \end{aligned} \quad (35)$$

شامل نویز اندازه‌گیری تصادفی است که مجموع این اغتشاشات بصورت (۴۱) مدل می‌شود.

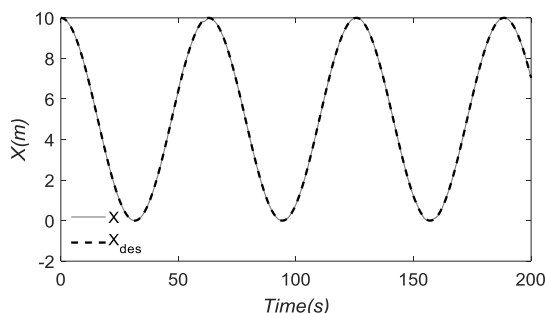
$$d^1 = \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{1,cont}^1 + d_{1,sto}^1 \\ 0 \end{bmatrix}, 50 \leq t \leq 60s$$

$$d^2 = \begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{2,cont}^2 + d_{2,sto}^2 \end{bmatrix}, 150 \leq t \leq 160s$$

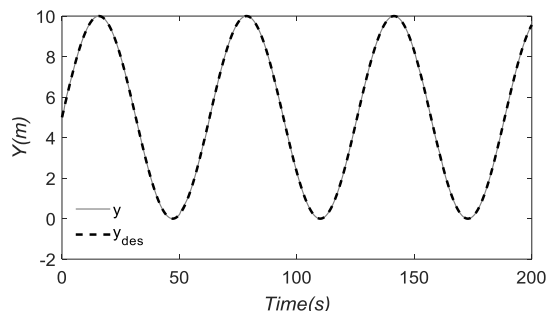
$$\begin{cases} d_{1,cont}^1 = 0.25, \\ -0.01 \leq d_{1,sto}^1 \leq 0.01 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_{2,cont}^2 = 0.01, \\ -0.005 \leq d_{2,sto}^2 \leq 0.005 \end{cases} \quad (41)$$

با اعمال اغتشاش خارجی و تعیین مسیر مطلوب، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی بررسی می‌شود. شکل‌های ۳ تا ۶ حرکت پرنده را تحت کنترل کننده پیشنهادی نشان می‌دهد. طبق این شکل‌ها کنترل حلقه خارجی به خوبی توانسته است، مسیر تعیین شده را (با وجود اغتشاش خارجی) دنبال کند. برای این که پرنده بتواند مسیر تعیین شده را به خوبی طی کند، کنترل حلقه داخلی باید بتواند زوایای اویلر ربات را در هر لحظه به مقادیر مطلوبشان برساند. عملکرد کنترل حلقه داخلی در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است.



شکل ۳- مسیر طی شده توسط کوادروتور در جهت X



شکل ۴- مسیر طی شده توسط کوادروتور در جهت Y

همانطور که گفته شد، مقدار مطلوب زاویه یاو در این تحقیق، صفر در نظر گرفته شده است.

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{u_z + g}\right)$$

$$\phi_d = \arcsin\left(\frac{u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + (u_z + g)^2}}\right)$$

$$L = m \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + (u_z + g)^2} \quad (39)$$

زوایای مطلوب پرنده با توجه به موقعیت مطلوب آن، توسط حلقه خارجی کنترل (مطابق با (۳۹)) محاسبه می‌شوند و به حلقه داخلی فرستاده می‌شوند. حلقه داخلی نیز تلاش می‌کند، زوایای پرنده را به مقادیر مطلوب (۳۹) برساند. با رسیدن زوایا به مقادیر مطلوب، موقعیت کوادروتور به مکان مطلوب می‌رسد و در نتیجه حرکت پرنده قابل کنترل می‌شود. با اضافه کردن انتگرال خطا در روابط (۱۰) و (۲۵)، بر خلاف [۱۱] خطای حالت ماندگار نیز از بین خواهد رفت. به این ترتیب وضعیت و موقعیت کوادروتور که یک سیستم کم‌عملگر است کنترل می‌شود. همان‌طور که ملاحظه شد، حرکات انتقالی کوادروتور به حرکات دورانی آن وابسته است که این وابستگی و کوپلینگ، کنترل پرنده را پیچیده می‌کند.

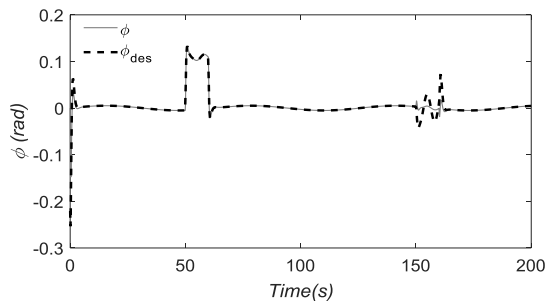
برای جلوگیری از وقوع پدیده نوسانات ناخواسته در ورودی‌های کنترلی، می‌توان از تابع tanh بجای تابع علامت در روابط (۳۵،۲۰) استفاده کرد که انتظار می‌رود با این جایگزینی، چترینگ در دستورات ورودی به عملگرها از بین برود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

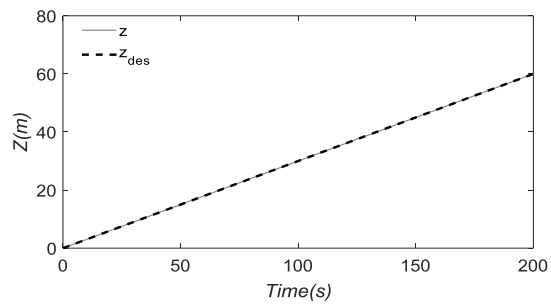
در این قسمت نتایج شبیه‌سازی و نمودارهای مربوط به آن ارائه می‌شود. مسیر مطلوبی که کوادروتور باید آن را بپیماید، مطابق با (۴۰) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} x_d = 5 \cos(0.1t) + 5 \\ y_d = 5 \sin(0.1t) + 5 \\ z_d = 0.3t \end{cases} \quad (40)$$

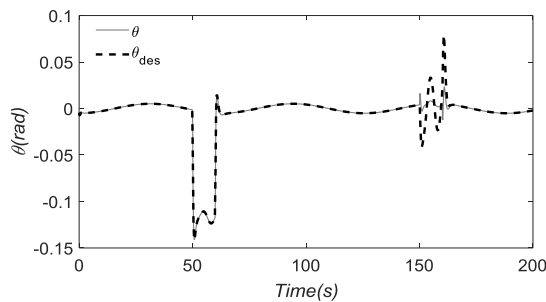
اغتشاش خارجی نامعین که در طول مسیر به سیستم اعمال می‌شود، از دو بخش تشکیل می‌شود؛ بخش اول شامل نیروی باد است که ثابت در نظر گرفته می‌شود و بخش دوم



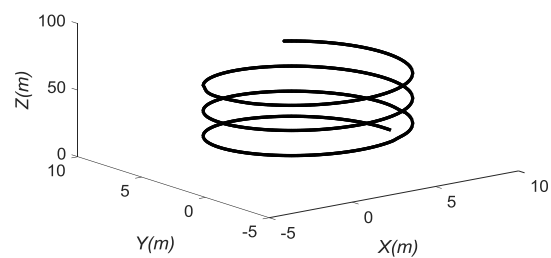
شکل ۷- زاویه رول کوادروتور در مدت مأموریت



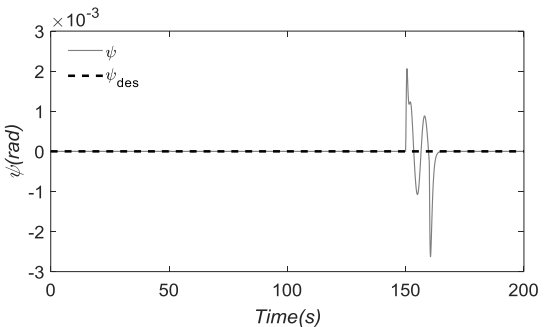
شکل ۵- مسیر طی شده توسط کوادروتور در جهت Z



شکل ۸- زاویه پیچ کوادروتور در مدت مأموریت



شکل ۶- مسیر طی شده توسط کوادروتور فضای ۳ بعدی



شکل ۹- زاویه یاو کوادروتور در مدت مأموریت

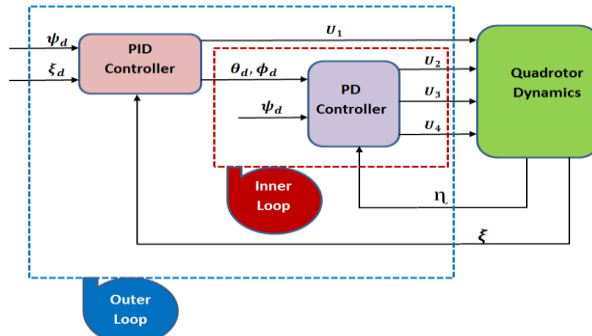
طبق شکل‌های ۳ تا ۹، عملکرد کنترل‌کننده‌های حلقه داخلی و خارجی در طی مسیر و همچنین مقابله با اغتشاش خارجی، مطلوب ارزیابی می‌شود.

با توجه به اینکه تمرکز مقاله حاضر و هدف نویسندگان طراحی سیستم کنترلی مقاوم برای کوادروتور و پیاده‌سازی آن بر روی مدل واقعی این سیستم بوده است، نویسندگان روش کنترلی ترکیبی پیشنهادی را (با توجه به مزایای ذکر شده) انتخاب نموده‌اند. در ادامه صرفاً با هدف مقایسه اجمالی روش پیشنهادی با روش متداولی چون کنترلر PID، طراحی کنترلر PID بر اساس خطای موقعیت و با استفاده از روش فضای حالت و جایابی قطب‌ها (روش Routh) مطابق با بلوک دیاگرام شکل ۱۰ انجام شده است و مقایسه عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده PID در طی مسیر یکسان (۴۰) و اغتشاش خارجی برابر (۴۱) انجام گرفته است.

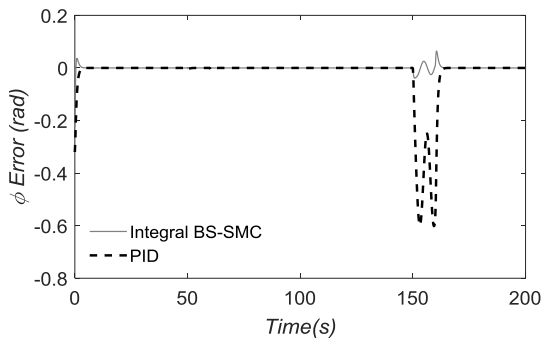
شکل‌های ۱۱ تا ۱۳، خطای موقعیت کوادروتور از مسیر مطلوب را نشان می‌دهد. طبق این شکل‌ها، کنترل‌کننده پیشنهادی با خطای کمتری نسبت به کنترل‌کننده PID مسیر مطلوب را طی کرده است و در مواجهه با اغتشاش خارجی عملکرد بهتری از خود نشان داده است.

عملکرد کنترل حلقه داخلی این دو کنترل‌کننده نیز در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ مقایسه می‌شود. در این نمودارها خطای زوایای اوایلر کوادروتور نسبت به زوایای مطلوب نشان داده می‌شود که طبق آن‌ها، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در دنبال کردن زوایای مطلوب بهتر بوده است.

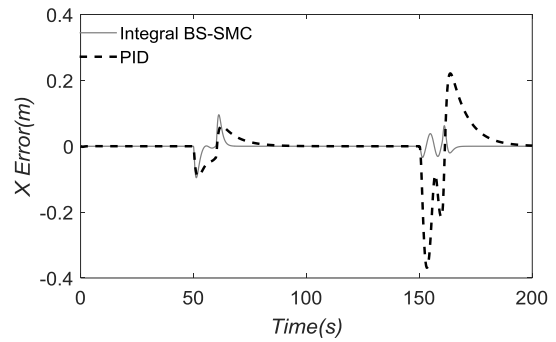
با توجه به شکل‌های ۷ تا ۱۶، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی از روش کنترلی PID بهتر بوده است. برای اثبات برتر بودن کنترل‌کننده پیشنهادی، باید انرژی مصرفی کوادروتور تحت این دو کنترل‌کننده را نیز با هم مقایسه کرد. بدین منظور تابع مجموع انرژی مصرفی E_M ، از سه گشتاور ورودی به کوادروتور بصورت رابطه (۴۲) تعریف می‌شود.



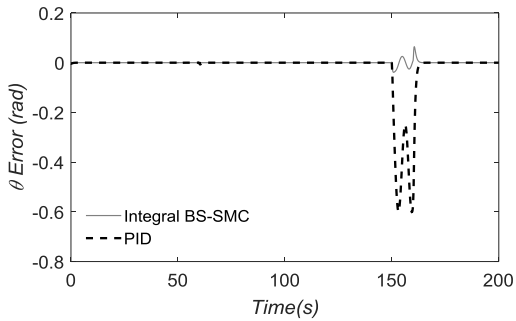
شکل ۱۰- بلوک دیاگرام طراحی کنترلر PID



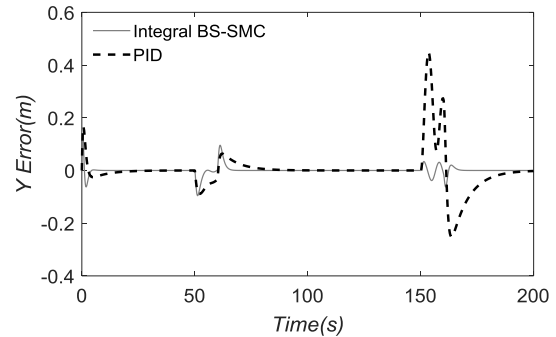
شکل ۱۴- خطای زاویه رول در طول مدت مأموریت



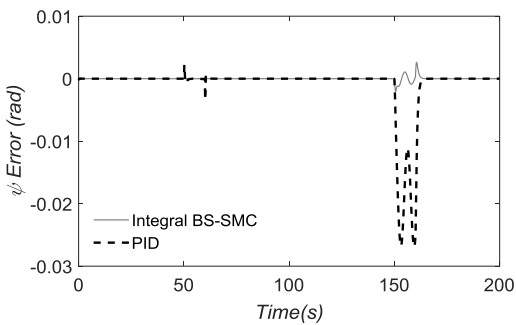
شکل ۱۱- خطای موقعیت کوادروتور در جهت X



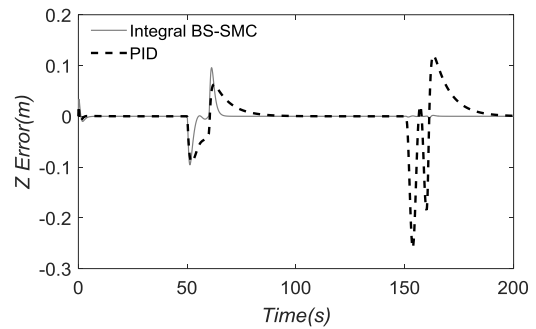
شکل ۱۵- خطای زاویه پیچ در طول مدت مأموریت



شکل ۱۲- خطای موقعیت کوادروتور در جهت Y



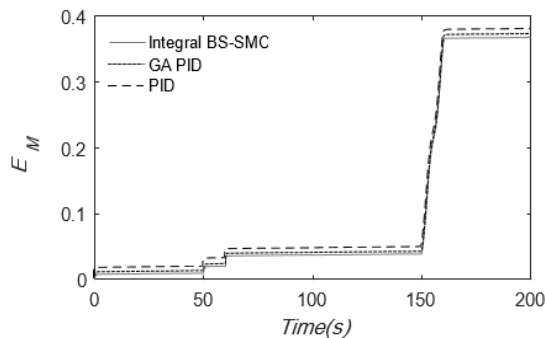
شکل ۱۶- خطای زاویه یاء در طول مدت مأموریت



شکل ۱۳- خطای موقعیت کوادروتور در جهت Z

جدول ۱- مقادیر ثابت‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی

مقدار	ثابت	مقدار	ثابت
$1.5I_{3 \times 3}$	A_1	0.25	m
$1.2I_{3 \times 3}$	A_2	9.81	g
$3I_{3 \times 3}$	K_1	6.13×10^{-5}	b
$0.9I_{3 \times 3}$	K_2	2.5×10^{-6}	d
$5I_{3 \times 3}$	Q_1	0.2	l
$1.2I_{3 \times 3}$	Q_2	2.35×10^{-3}	I_x
10	ε_1	2.35×10^{-3}	I_y
2	ε_2	5.26×10^{-2}	I_z
		2.35×10^{-5}	I_R



شکل ۱۷- مصرف انرژی روش‌های مختلف کنترلی

با توجه به مسائل بررسی شده در این تحقیق، موارد زیر برای ادامه این موضوع پیشنهاد می‌شود.

- بهینه کردن مصرف انرژی و افزایش مداومت پروازی
- حمل بار آویزان بوسیله کوادروتور و کنترل آن در مواجهه با اغتشاش
- کنترل کوادروتور در مواجهه با موانع محیطی و عدم برخورد با آن‌ها

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک الگوریتم کنترلی جدید بر پایه ترکیب دو روش کنترلی مود لغزشی و روش گام به عقب انتگرال‌گیر، با هدف طی کردن مسیر مطلوب با وجود دو اغتشاش خارجی نامعین ثابت و متغیر، برای کوادروتور ارائه شد. ابتدا معادلات

$$E_M = \int_{t_0}^t \|\alpha_2\| dt \quad (42)$$

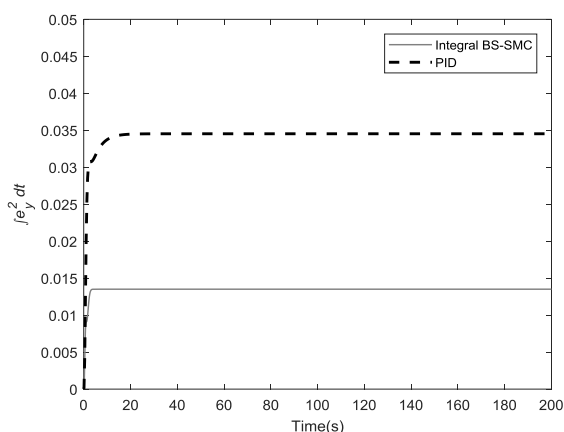
نمودار E_M مربوط به این دو کنترل‌کننده، با مسیر مطلوب یکسان تعریف شده در (۴۰)، زمان پرواز ۲۰۰ ثانیه و اغتشاش خارجی تعریف شده در (۴۱) مطابق با شکل ۱۷ است. با توجه به روش‌های جدید در طراحی و تنظیم هوشمند پارامترهای کنترلی PID توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی، مقایسه انرژی مصرفی در حالت بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک (GA-PID) نیز به مقایسه اضافه گردیده است. با توجه به این نمودار، کنترل‌کننده پیشنهادی انرژی کمتری در طول مأموریت یکسان مصرف کرده است؛ بنابراین کنترل‌کننده پیشنهادی، ضمن این‌که عملکرد بهتری در طی کردن مسیر مطلوب و مواجهه با اغتشاش خارجی نامعین از خود نشان داده است، در طول مدت مأموریت یکسان نیز انرژی کم‌تر هرچند ناچیز نسبت به روش PID حتی در حالت تنظیم شده با الگوریتم‌های بهینه‌سازی مصرف کرده است. ضمن این‌که می‌توان روش ترکیبی پیشنهادی را با روش‌های بهینه‌سازی نیز ادغام کرد.

از دیگر معیارها به منظور راستی‌آزمایی و سنجش عملکرد یک کنترل‌کننده، می‌توان به معیارهای برپایه خطا مانند انتگرال توان دوم خطا (ISE)، انتگرال قدر مطلق خطا (IAE)، انتگرال مرتبه دوم خطا با مقدار وزنی زمان (ITSE) و ... اشاره نمود که هرکدام دارای مزایا و معایبی است. در پژوهش حاضر انتگرال توان دوم خطا ($\int_0^{\infty} e^2(t) dt$) جهت بررسی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

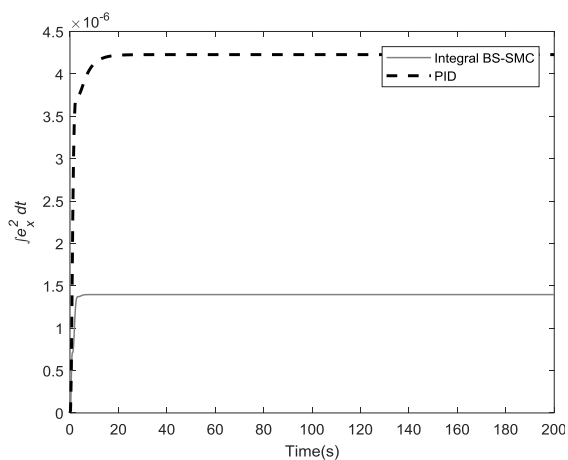
اشکال ۱۸-۲۱ بیانگر انتگرال مربع خطا در تعقیب مسیر برای بررسی عملکرد کنترلر پیشنهادی ترکیبی گام به عقب-مودلغزشی می‌باشد. همانگونه که مشخص است، اشکال از عملکرد مناسب این کنترلر پیشنهادی و انتگرال مربع خطا حدود صفر حکایت دارد.

همچنین در شکل ۲۲ مقایسه کلی با اعمال ورودی پله بین عملکرد کنترلر پیشنهادی با کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی صورت پذیرفته است که نتایج بیانگر عملکرد بهتر کنترلر پیشنهادی دارد.

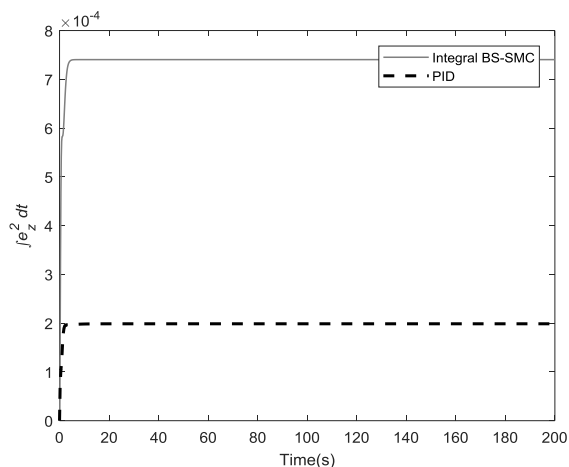
لازم به ذکر است که مقادیر مورد استفاده در شبیه‌سازی در جدول ۱ آورده شده است.



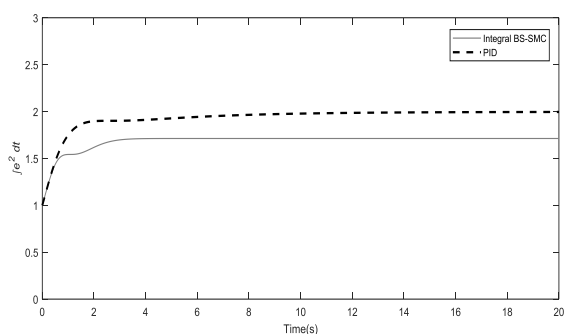
شکل ۱۹- انتگرال توان دوم خطا در جهت Y



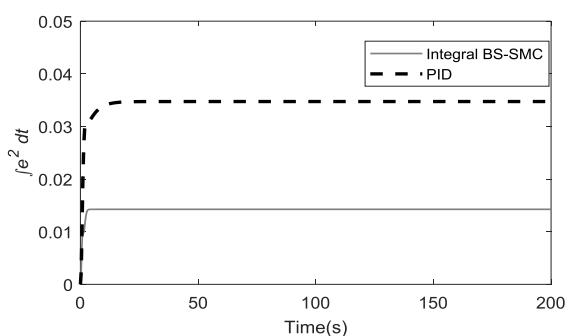
شکل ۱۸- انتگرال توان دوم خطا در جهت X



شکل ۲۰- انتگرال توان دوم خطا در جهت Z



شکل ۲۲- انتگرال توان دوم خطا در ورودی پله



شکل ۲۱- انتگرال توان دوم خطا در تعقیب مسیر

چرخشی و انتقالی کوادروتور، کنترل کننده مناسب طراحی شد و پایداری آن به کمک تئوری لیاپانوف اثبات شد. با شبیه سازی مدل دینامیکی بدست آورده شده برای کوادروتور

دینامیکی کوادروتور بصورت کامل و بدون ساده سازی، بر اساس معادلات نیوتن-اوایلر بدست آورده شد و بعد از آن اغتشاش خارجی نامعین مدل شد. سپس برای کنترل حرکات

آزمایشگاهی سنسورهای ممز. مهندسی مکانیک مدرس
۱۸۵-۱۷۵: ۱۶(۱۲).

[۷] تیکنی و، شهبازی ح (۲۰۱۸) طراحی الگوریتم‌های کنترلی
انتگرال-مشتق گیر- تناسبی مرتبه کسری و معمولی همراه
با بررسی تجربی عملکرد آن برای کنترل موقعیت
زاویه‌ای کوادروتور. نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها
۳۷-۵۰: ۸(۲).

[8] Xu R, Ozguner U (2006) Sliding Mode control of a
quadrotor helicopter. 45th IEEE Conference on
Decision and Control, IEEE.

[9] Yimeng T, Patton, RJ (2012) Phase modulation of
robust variable structure control for nonlinear
aircraft. International Conference on Control
(CONTROL), IEEE.

[10] Luque-Vega L, Castillo-Toledo B, Loukianov AG
(2012) Robust block second order sliding mode
control for a quadrotor. J Frankl Inst 349(2): 719-
739.

[۱۱] متحدی ا، اکبرزاده کلات ا (۲۰۱۶) کنترل مود لغزشی مقاوم
تطبیقی کوادروتور در حضور اغتشاش باد. مهندسی مکانیک
مدرس ۱۰۲-۹۵: ۱۶(۱۲).

[۱۲] افشین‌فر س، سلطان‌پور م ر، رزمی ح (۲۰۱۷) طراحی
کنترل‌کننده مود لغزشی فازی تطبیقی برای کنترل موقعیت و
زاویه‌ای یک بالگرد چهار ملخه. نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و
شماره‌ها ۱۷۲-۱۵۹: ۷(۴).

[13] Mofid O, Mobayen S (2017) Adaptive sliding
mode control for finite-time stability of quad-rotor
UAVs with parametric uncertainties. ISA T 1-14.

[14] Adhikary N, and Chitralakha M (2013) Integral
backstepping sliding mode control for
underactuated systems: Swing-up and stabilization
of the cart-pendulum system. ISA T 52(6): 870-
880.

[15] Slotine JJE, Li W (1991) Applied nonlinear
control. Vol. 199. No. 1. Englewood Cliffs, NJ:
Prentice hall.

[16] Bouabdallah S, Pierpaolo M, Roland S (2004)
Design and control of an indoor micro
quadrotor. International Conference on Robotics
and Automation, IEEE.

[17] Bouabdallah S, Roland S (2005) Backstepping and
sliding-mode techniques applied to an indoor micro
quadrotor. International Conference on Robotics
and Automation, IEEE.

[18] Colorado J, Barrientos A, Martinez A, Lafaverge
B, Valente J (2010) Mini-quadrotor attitude control
based on hybrid backstepping & frenet-serret
theory. International Conference on Robotics and
Automation (ICRA), IEEE.

و همچنین اغتشاش خارجی، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی
در پیمودن مسیر مطلوب و مقابله با اغتشاش خارجی نامعین
بررسی شد. طبق نتایج شبیه‌سازی، کوادروتور تحت این
کنترل‌کننده توانست مسیر مطلوب را با کم‌ترین خطا بپیماید
و همچنین با اغتشاش خارجی وارد شده نیز مقابله کند. در
نهایت عملکرد این کنترل‌کننده با کنترل‌کننده PID مقایسه
شد که طبق نتایج بدست آمده، ضمن این‌که کنترل‌کننده
پیشنهادی عملکرد بهتری در طی کردن مسیر مطلوب و
مقابله با اغتشاش خارجی از خود نشان داده است، در طول
مدت ماموریت یکسان انرژی کم‌تری نیز نسبت به روش PID
مصرف کرده است؛ بنابراین کوادروتور تحت این کنترل‌کننده
از مداومت پروازی بیشتری برخوردار می‌شود.

با توجه به شبیه‌سازی‌های انجام شده، کنترل‌کننده
ترکیبی نسبت به PID، عملکرد بهتری در مقابله با اغتشاش
خارجی و مأموریت‌های مختلف از خود نشان داده است؛
ضمن اینکه افزودن ترم انتگرال‌گیر، باعث از بین رفتن خطای
حالت ماندگار شده است؛ بنابراین برای کنترل روبات هوایی
مدنظر این پژوهش، استفاده از این سیستم کنترلی پیشنهاد
می‌شود.

۶- مراجع

[1] Bouabdallah S, Andre N, Roland S (2004) PID vs
LQ control techniques applied to an indoor micro
quadrotor. Proc. of The IEEE International
Conference on Intelligent Robots and Systems
(IROS).

[2] Li J, Yuntang L (2011) Dynamic analysis and PID
control for a quadrotor. International Conference
on Mechatronics and Automation (ICMA), IEEE.

[3] Salih AL, Moghavvemi M, Mohamed AF, Gaeid
KS (2010) Modelling and PID controller design for
a quadrotor unmanned air vehicle. International
Conference on Automation Quality and Testing
Robotics (AQTR), IEEE.

[4] Yanjun L, Xu T, Zhang X (2016) A fuzzy self-
tuning pd controller for a quadrotor: Design and
implementation. Chinese Control and Decision
Conference (CCDC), IEEE.

[5] Tayebi A, Stephen M (2006) Attitude stabilization
of a VTOL quadrotor aircraft. IEEE T Contr Syst
T 14(3): 562-571.

[۶] نوری مطلق م، صفرپور پ، پورقلی م (۲۰۱۶) مدل‌سازی
دینامیکی، شبیه‌سازی کنترل کوادروتور با استفاده از کنترل-
کننده‌های فیدبک خطی‌ساز و پی‌آی دی بر پایه داده‌های

- [27] Jia Z, et al (2017) Integral backstepping sliding mode control for quadrotor helicopter under external uncertain disturbances. *Aerosp Sci Technol* 68: 299-307.
- [28] Baruh H (1999) Analytical dynamics. WCB/McGraw-Hill, Boston.
- [29] Chun Kiat T, Wang J, Paw YC, Yong T (2016) Tracking of a moving ground target by a quadrotor using a backstepping approach based on a full state cascaded dynamics. *Appl Soft Comput* 47: 47-62.
- [30] Sadr S, Moosavian SAA, Zarafshan P (2014) Dynamics Modeling and control of a quadrotor with swing load. *J Robotic Syst*.
- [31] Eresen A, Nevrez İ, Mehmet Ö (2012) Autonomous quadrotor flight with vision-based obstacle avoidance in virtual environment. *Expert Syst Appl* 39(1):894-905.
- [32] Sang Min O (2012) Modeling and control of a quad-rotor helicopter. Diss University of Florida.
- [33] Zongyu Z (2010) Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor. *Iet Control Theory A* 4(11): 2343-2355.
- [34] Neng-Sheng P, Wei-Cheng L, Min-Hung C, Pi-Yun C (2016) Flight Control for a quadrotor of attitude control based on android system and using optimal-tuning design. *Comput Electr Eng* 54:170-184.
- [35] Alderete TS (1995) Simulator aero model implementation. NASA Ames Research Center, Moffett Field, California.
- [19] Soumelidis A, Gáspár P (2008) Control of an experimental mini quadrotor UAV, control and automation. 16th Mediterranean Conference on IEEE.
- [20] Mian A, Daobo W (2008) Modeling and backstepping based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter. *Chinese J Aeronaut* 21(3): 261-268.
- [21] Lu CH, Hwang YR, Shen YT (2011) Backstepping sliding mode tracking control of a vane-type air motor X-Y table motion system. *ISA T* 50(2): 278-286.
- [22] Dong B, Zhao B, Li Y (2011) Backstepping sliding mode decentralized control for reconfigurable manipulators based on ESO. 30th Chinese Control Conference (CCC), IEEE.
- [23] Kwan C, Lewis FL (2000) Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks. *IEEE T Syst Man Cy A* 30(6):753-766.
- [24] Zinober ASI, Liu P (1996) Robust control of nonlinear uncertain systems via sliding mode with backstepping design. International Conference on Control, IET.
- [25] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic PV (1995) Nonlinear and adaptive control design. Wiley, New York.
- [26] Zhang T, Shuzhi SG, Hang CC (2000) Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica* 36(12): 1835-1846.