



بهینه‌سازی هندسه المان‌های حرارتی ژانگستروم نیروگاهی با استفاده از توابع متعامد گسسته و روش الحاقی

محمدرضا شاه‌نظری^۱، علی صابری^{۲*} و امیر قاسمی^۳

^۱ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

^۳ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۰۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۹/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۰۴

چکیده

هدف این مقاله، بهینه‌سازی پروفیل المان CU ژانگستروم نیروگاهی به منظور افزایش کارایی و کاهش افت فشار و کمینه قیمت است. در روش پیشنهادی ابتدا مساله مستقیم به صورت سه‌بعدی مدل و سپس مدل مورد نظر شبیه‌سازی شده است. جهت بهینه‌سازی مساله با استفاده از توابع متعامد پارامترهای هندسه مساله تبدیل به بردار ضرایب مجهول و در نهایت با استفاده از روش الحاقی مقادیر بهینه ضرایب هندسی، زاویه قرارگیری صفحات و سرعت به دست آمده است. تابع هدف بر اساس بیشینه عدد ناسلت، کمینه ضریب افت فشار و کمینه قیمت تعریف شده و براساس آنها، پارامترهای طراحی تعیین شده‌اند. براین اساس با زاویه بین صفحات ۲۰ و ۷۰ درجه برای اعداد رینولدز مختلف ضرایب بهینه پروفیل تعیین و چگونگی تغییر ضرایب با نسبت اهمیت انتقال حرارت بررسی شده‌است. نتایج نشان می‌دهد که برای حالتی که کمتر بودن افت فشار از اهمیت بیشتری برخوردار باشد، عددهای رینولدز پایین‌تر و زاویه‌های کوچکتر و در حالتی که انتقال حرارت از اهمیت بیشتری برخوردار باشد، اعداد رینولدز و زاویه‌های بزرگتر کارایی بهتری دارند؛ همچنین برای حالتی که انتقال حرارت اهمیت بیشتری نسبت به افت فشار داشته باشد، با افزایش عدد رینولدز و بیشتر شدن زاویه بین صفحات تابع هدف بزرگتر می‌شود.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی؛ ژانگستروم؛ صفحات انتقال حرارت؛ روش الحاقی؛ توابع متعامد.

Optimization of Heating Element Profile of Ljungstrom Using Discrete Orthogonal Functions and Adjoint Method

M. R. Shahnazari¹, A. Saberi^{2,*}, A. Ghasemi³

¹ Assoc. Prof., Mech. Eng., K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran.

² Ph.D. Student, Mech. Eng., K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran.

³ Msc, K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran.

Abstract

In this paper, optimization of CU element profile of Ljungstrom in power plant has been investigated in order to increase its performance, reduce pressure drop and reach minimum price. First, a three-dimensional model was developed and then the desired model is simulated. To optimize the problem, geometry parameters rewrite in form of unknown coefficient vectors by using orthogonal functions and then by using adjoint method, optimal value of geometric coefficients, plates angle and flow velocity are obtained. Objective function is defined based on the maximum Nusselt number, minimum pressure drop coefficient and minimum price and according to them, the design parameters are determined. So, with angles between 20 and 70 degrees for different Reynolds numbers, the optimal coefficients of the profile are determined and variations of the coefficients with ratio of the heat transfer to the pressure drop are investigated. Results show that when pressure drop is more important, small Reynolds number and angle are more efficient, and when heat transfer is important, large Reynolds number and angle are effective.

Keywords: Optimization; Ljungstrom; Heat Transfer Plates; Adjoint Method; Orthogonal Functions.

۱- مقدمه

بازده کلی نیروگاه حرارتی با پیش گرم کردن هوای ورودی به محفظه احتراق افزایش می‌یابد. بدون پیش گرمایش هوای ورودی احتراق باید مقداری انرژی اضافی برای گرم کردن هوا تا دمای مورد نیاز تأمین شود، به همین دلیل سوخت بیشتری مصرف خواهد شد که باعث افزایش هزینه کلی و کاهش کارایی نیروگاه می‌شود. به طور کلی پیش گرمکن بازتاب دوار هوا^۱ بیش از هر نوع مبدل حرارتی دیگری به این منظور استفاده می‌شود. عملکرد و قابلیت اطمینان اثبات شده، کنترل موثر نشتی و انطباق پذیری آن با تقریباً هر نوعی از سوخت دلایل اصلی ترجیح این هیترها است.

بازیابی انرژی گرمایی تلف شده یکی از موثرترین روش‌ها برای صرفه‌جویی در مصرف سوخت و کاهش هزینه‌های عملیاتی برای نیروگاه‌ها با سوخت‌های فسیلی است. میزان صرفه‌جویی در مصرف سوخت بسته به نوع کاربرد در حدود یک و نیم درصد به ازای هر ۴۰ تا ۵۰ درجه فارنهایت افزایش دمای هوای احتراق است. این در حالی است که تنها ۲ درصد از هزینه سرمایه‌گذاری نیروگاه‌های بخاری به ژانگستروم تعلق می‌یابد. به دلیل تأثیر مهم ژانگستروم بر کارایی نیروگاه‌ها، تحقیق بر روی ژانگستروم‌ها معمولاً جز اولویت‌های تحقیقاتی سازمان‌های تحقیقاتی وابسته به صنعت برق در اکثر کشورهای جهان و به ویژه کشور ما قرار گرفته است.

المان‌های حرارتی بسکت‌های ژانگستروم در حقیقت قلب هیتر هستند و عملکرد بهینه آنها به لحاظ حرارتی و هیدرولیکی عملکرد مناسب ژانگستروم را سبب می‌شوند. یک سطح انتقال حرارت ایده‌آل آن است که همزمان با دارا بودن بازده حرارتی بالا، افت فشار کوچکی را ایجاد کند، راحت تمیز شود و کمتر رسوب بگیرد، اما متأسفانه در بیشتر اوقات این شرایط متضاد هم هستند و در نتیجه دست یافتن به یک پروفایل بهینه سطح حرارتی از اهمیت فوق‌العاده‌ای به منظور طراحی ژانگستروم‌ها برخوردار است.

در سال ۱۹۲۰ فردریک ژانگستروم دستگاہی را اختراع کرد و با نصب اولین نمونه صنعتی آن در نیروگاهی در استکهلم^۲ در سال ۱۹۲۲ مصرف سوخت آن نیروگاه را به مقدار ۲۵٪ کاهش داد [۱]. این در حالی بود که تنها ۲ درصد از هزینه سرمایه‌گذاری نیروگاه‌های بخاری به ژانگستروم تعلق می‌یابد. به دلیل تأثیر مهم ژانگستروم بر کارایی نیروگاه‌ها، تحقیق روی ژانگستروم‌ها معمولاً جز اولویت‌های تحقیقاتی سازمان‌های تحقیقاتی وابسته به صنعت برق در اکثر کشورهای جهان و به ویژه کشور ما قرار گرفته است.

روسن بلد و کلندورف [۲] صفحات CC^3 را مورد آزمایش قرار دادند و جزئیات دقیقی از جریان کلی و جریان محلی در طول صفحه را ارائه کردند. وارن در مقاله‌ای [۳] به خوبی تاریخچه پیدایش، اجزای سازنده و نحوه تست آزمایشگاهی صفحات انتقال حرارت را ارائه کرده است. کی و لندن [۴]، کارایی ژانگستروم را بر اساس پارامترهای (C_{max}/C_{min}) ، (C_r/C_{min}) ، NTU بررسی کردند و نتایج را به صورت جداول و نمودارهای ارائه نمودند. فوک و همکاران [۵]، ضرایب انتقال حرارت و افت فشار را برای زوایای مختلف قرارگیری پروفیل‌ها با جهت جریان اصلی به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. برای پروفیل مورد استفاده و سیال آب دریافتند که زاویه ۶۰ درجه بهترین کارایی را ارائه می‌دهد. کیپکو اثر انتقال حرارت رسانشی را در طول ماتریس‌ها بررسی کرد و دریافت که در نظر گرفتن این پدیده بر دمای دیواره تأثیر بیشتری می‌گذارد تا دمای سیال، پس برای یک طراحی مطمئن‌تر بهتر است، این اثر در نظر گرفته نشود [۶].

استیزیک و همکاران [۷] تعدادی از پروفیل‌های مختلف را برای الگوی CC مورد آزمایش قرار دادند. آنها در این آزمایش‌ها اثر نوع پروفیل، زاویه قرارگیری پروفیل نسبت به جریان اصلی و عدد رینولدز را مورد بررسی قرار دادند. در این آزمایش‌ها از کریستال مایع جهت بررسی کانتورهای دما روی سطح پروفیل استفاده شد که با کمک آن توانستند، کانتورهای دما را با دقت بالایی پیدا کنند.

² Stockholm

³ Corrugated Undulated

¹ APH Ljungstrom

و همکاران [۱۸]، ژانگستروم‌ها را از لحاظ ترمودینامیکی بررسی کردند. آن‌ها همچنین اثر استفاده از مواد سرامیکی را در انتهای سرد ژانگستروم مورد مطالعه قرار دادند. یانگ و چن [۱۹] پروفیل‌های مثلثی شکل را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که به دلیل وجود لبه‌های تیز در شکل هندسی پروفیل‌های کارایی این نوع از پروفیل‌ها از پروفیل‌های سینوسی کمتر است.

ژانگ و چن [۲۰] پروفیل‌های DN را مورد مطالعه قرار دادند. برای پیدا کردن کارایی پروفیل‌ها ابتدا آنها را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند و سپس جهت درک توزیع جریان و حرارت در طول پروفیل آن را به صورت عددی شبیه‌سازی کردند. آنان دریافتند که کارایی این پروفیل‌ها، از پروفیل‌های CC کمتر است، درحالی که کارایی تقریباً یکسانی را با پروفیل‌های DU دارند. السان و همکاران [۲۱] نیز به بهینه‌سازی سرعت دورانی ماتریس انتقال حرارت پرداختند.

پتال و همکاران [۲۲] کارایی پروفیل‌های ACE و NU و CU و FNC و NF را مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که پروفیل‌های NFC از لحاظ انتقال حرارت، عملکرد بهتری به نسبت سایر پروفیل‌ها دارند. ولوجو و همکاران [۲۳]، دو پروفیل NFC و DU را بررسی کردند. عملکرد پروفیل NFC به نسبت پروفیل دیگر هم از لحاظ انتقال حرارت و هم از لحاظ افت فشار بهتر بود. آنتونلی و همکاران [۲۴]، پارامترهای هندسی و عملکردی ژانگستروم‌ها را در تاسیسات تهویه مطبوع ساختمانی مورد بررسی قرار دادند. آنان ادعا کردند که در حالت کلی با کاهش ضخامت صفحات و افزایش قطر هیدرولیکی سلول‌ها کارایی مجموعه افزایش می‌یابد. آنان سرعت دورانی ۱۰ الی ۱۵ دور بر دقیقه را برای این سیستم مناسب یافتند.

ونگ و همکاران [۲۵] پارامترهای هندسی پروفیل پیچیده‌تر CC موج دار را مورد بررسی قرار دادند. آنها مدعی شدند که در صورتی که پارامترهای هندسی به درستی انتخاب نشوند، پیچیده‌تر کردن هندسه نه تنها کارایی پروفیل را بیشتر نمی‌کند، بلکه در حالات خاصی باعث کاهش ۴۰ درصدی بازده به نسبت حالت پروفیل CC می‌شود. آنها در تحقیق دیگری [۲۶] پارامترهای هندسی پروفیل‌های CU را مورد بررسی قرار داده و به کمک

سیوفالو [۸] روش LES را برای شبیه‌سازی جریان در پروفیل‌های CU^۱ مورد بررسی قرار داد و مدعی شد، اگرچه نتایج این روش از دقت بالایی برخوردار است، اما به دلیل زمان‌بر بودن این روش، برای حل عددی بهتر است، از روش $k - \varepsilon$ با رینولدز پایین^۲ استفاده شود. محرابیان و پولتر [۹] جریان آرام را در پروفیل‌های CC مورد بررسی قرار دادند. سیال مورد استفاده در این شبیه‌سازی آب بود. ارهان و همکاران [۱۰]، اثر سرعت دورانی ماتریس را بر کارایی آن بررسی کردند و دریافتند که در محدوده خاصی با افزایش سرعت، کارایی ژانگستروم به شدت افزایش می‌یابد و بعد از مدتی بیشتر کردن سرعت اثری بر کارایی ژانگستروم ندارد. آنها در تحقیق دیگری [۱۱] با استفاده از روش نیمه تحلیلی مدل‌های ساده‌تری را در کاربردهای تهویه مطبوع بررسی کردند. آلاجیک و همکاران [۱۲]، ژانگستروم را به صورت دو بعدی و سه بعدی شبیه‌سازی کردند و دریافتند که شبیه‌سازی دو بعدی برای بسیاری از کاربردها از دقت کافی برخوردار است.

ژانگ [۱۳] جریان را در پروفیل‌های متعامد مثلثی شکل بررسی کرد. نتایج نشان داد که ضریب افت فشار و عدد ناسلت به نسبت پروفیل‌های سینوسی به ترتیب کمتر و بیشتر است. او در این تحقیق از روش $k - \omega$ برای شبیه‌سازی جریان آشفته استفاده کرده بود. اعتماد و سوندن [۱۴]، ضریب افت فشار مانینگ و عدد ناسلت در یک سلول واحد به وسیله مدل‌های $k - \varepsilon$ رینولدز بالا، $k - \varepsilon$ رینولدز پایین، rsm و $v2f$ را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که در روش $k - \varepsilon$ ، رینولدز پایین به نسبت سایر روش‌های بررسی شده جواب‌های دقیق‌تری را ارائه می‌دهد.

ونگ و همکاران [۱۵] از یک روش نیمه‌تحلیلی برای پیدا کردن توزیع دما در جریان سیال و ماتریس انتقال حرارت استفاده کردند. آشوک و شکور [۱۶]، به کمک شبیه‌سازی عددی توانستند، روابطی بین حجم تک سلول و افت فشار در پروفیل‌های CC را پیدا کنند. دالایر و همکاران [۱۷]، ماتریس انتقال حرارت را به صورت محیط متخلخل در نظر گرفتند و پارامترهای بهینه آن را پیدا کردند. مارتین

^۱ Corrugated Undulated

^۲ Low Reynolds $k - \varepsilon$

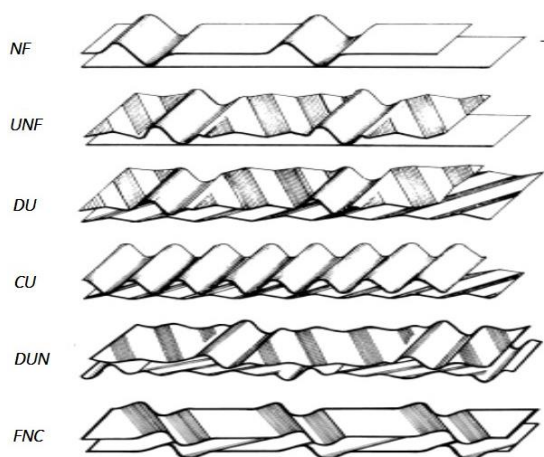
باشد. برای ناحیه سرد از آنجا که احتمال خوردگی بیشتر است، هم از ضخامت بیشتر و هم از مواد مقاوم‌تر در برابر خوردگی استفاده می‌کنند تا عمر ژانگستروم بیشتر شود. رایج‌ترین انواع سطوح انتقال حرارت مورد استفاده در ژانگستروم‌ها^۱ NF؛ ACE^۲، NU^۳، CU^۴ و DU^۵ هستند (شکل ۱).

در این مقاله هدف به دست آوردن پروفیل‌های CU بهینه است؛ به گونه‌ای که تابع هدف بر اساس کمینه افت فشار و بیشینه انتقال حرارت میسر گردد. پارامترهای هندسی پروفیل مورد نظر به عنوان مجهول در نظر گرفته شده و بصورت بسط آن برحسب چندجمله‌ای‌های گسسته متعامد عملاً ضرایب چند جمله‌ای جایگزین پارامترهای هندسی به عنوان مجهول‌های مساله معکوس می‌شوند. با مدل‌سازی و شبیه‌سازی، حل مستقیم با استفاده از CFD صورت گرفته و برای بهینه‌سازی از تلفیق روش الحاقی و توابع متعامد استفاده شده است. روش معرفی شده امکان حل مساله را بصورت یک مساله طراحی می‌دهد، زیرا ضمن کاهش حجم محاسبات، تعیین پروفیل بهینه را از محاسبات متعدد رفت و برگشتی بی‌نیاز می‌کند. استفاده از چند جمله‌ای توابع متعامد گسسته با ضرایب مجهول به نمایندگی

الگوریتم ژنتیک آنها را بهینه کردند. بین و همکاران جریان آرام را در پروفیل‌های سیسنوسی شکل مورد بررسی قرار دادند. آنان برای این کار مجموعه‌ای از سلول‌های واحد را شبیه‌سازی کردند تا اثرات جریان ورودی-جریان توسعه‌یافته و جریان خروجی نیز مشخص شود.

بررسی تجربی انتقال حرارت در ژانگستروم با سطوح حرارتی موج‌دار فلزی و سرامیکی لانه زنبوری توسط ونگ و همکاران مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت [۲۷]. یانگ و همکاران به منظور بهینه‌سازی پروفیل سطوح حرارتی از یک مدل یکپارچه برای این منظور استفاده کردند. آنها بخش مربوط به ژانگستروم را بصورت یک ناحیه شامل ماده متخلخل در نظر گرفتند و برای داده‌های این محیط که در حقیقت سطوح حرارتی هیتر است، از تست ریگ جهت اندازه‌گیری تجربی مشخصات سطوح بصورت یک محفظه استفاده نمودند [۲۸].

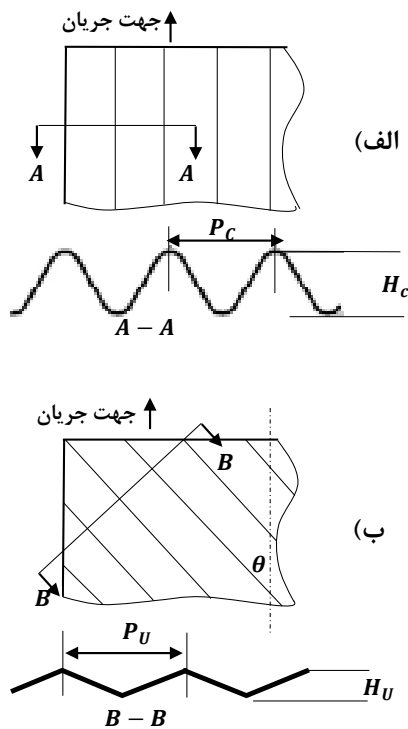
فضای عبور جریان درون ژانگستروم به دلیل شکل خاص سطوح انتقال حرارت به مجراهای کوچک‌تر تبدیل شده، در این مجراها خود سطوح، نقش فین را نیز ایفا می‌کنند. عدد رینولدز جریان در این مجراها بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ است. سطوح انتقال حرارت که قلب یک پیش‌گرمکن را تشکیل می‌دهند، گرما را از سیال گرم می‌گیرند، در خود ذخیره می‌کنند و به سیال سرد منتقل می‌کنند. تا به امروز سطوح انتقال حرارت مختلفی برای پیش‌گرمکن‌ها طراحی شده که هر کدام مزایا و معایب مربوط به خود را دارند و با توجه به شرایط می‌توان از هر کدام از آنها استفاده کرد. یک سطح انتقال حرارت ایده‌آل آن است، همزمان بازده حرارتی بالایی داشته باشد، افت فشار کوچکی را ایجاد کند، راحت تمیز شود و کمتر رسوب بگیرد، اما متأسفانه در بیشتر اوقات این شرایط متضاد هم هستند و در نتیجه باید توازن مورد نیاز را بین این مشخصه‌ها برقرار کرد. نوع این سطوح در نیمه‌های سرد و گرم می‌تواند متفاوت باشد. ضخامت نوع فلز مورد استفاده با توجه به شرایط محیطی و کاربرد متفاوت است. ضخامت یک نمونه از ژانگستروم‌های ساخت شرکت BWE در نیمه گرم در حدود ۰/۵ تا ۰/۷ میلی‌متر، از جنس فولاد کربن‌دار و در نیمه سرد در حدود ۱ میلی‌متر از جنس کورتن است، این طراحی برای حالتی است که دمای خروجی دود به خوبی از دمای نقطه شبنم اسید بالاتر



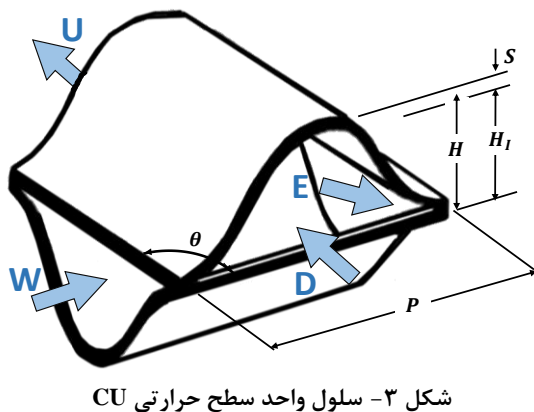
شکل ۱- انواع المان‌های حرارتی بسکت‌های ژانگستروم

¹ Notched Flat
² Advanced Clear Element
³ Notched Undulated
⁴ Corrugated Undulated
⁵ Double Undulated

تغییرات سیال در آن بصورت دوره‌ای تکرار می‌شود؛ بنابراین تجزیه و تحلیل می‌تواند به یک بخش متناوب از سطح گذر به نام سلول واحد محدود شود. از این رو فرض تکرار سلول واحد در طول جریان بسیار منطقی به نظر می‌رسد و می‌توان جریان توسعه یافته را برای اکثر سلول‌های واحد در نظر گرفت. چیدمان CU سلول واحد همانند شکل ۳ است. هرسلول شامل دو ورودی و دو خروجی است (D - U و W - E).



شکل ۲- مشخصات پروفیل سطح حرارتی الف (U و ب) و C



شکل ۳- سلول واحد سطح حرارتی CU

از پارامترهای هندسی بمنظور بهینه‌سازی تابع هدف که همزمان از آن برای تولید مش استفاده شده است، برای اولین بار معرفی و استفاده شده است. مزایای این کار به دست آوردن مستقیم هندسه بهینه از محاسبات معکوس و در نتیجه کاهش حجم محاسبات و در نتیجه خطای تعیین نتایج است.

۲- تئوری و مدل‌سازی

با پیچیده‌تر شدن سطوح انتقال حرارت معمولاً هم ضریب انتقال حرارت و هم ضریب افت فشار بیشتر می‌شود. به همین جهت انتخاب پروفیل سطح مناسب، بسته به نوع کاربرد مبدل حرارتی باید توازنی بین نسبت ضریب انتقال حرارت و افت فشار حاصل شود. قابلیت روش‌های عددی در ارائه تصاویر و نمودارهای واضح از جریان سیال، توزیع دما، نرخ انتقال حرارت محلی و نیز سادگی در ایجاد تغییر در پارامترهای هندسی، اولیه و مرزی مساله باعث می‌شود، روش عددی به روشی مطلوب و کاربردی در بررسی مبدل‌های حرارتی تبدیل شود. مشخصات هندسی (پروفیل) صفحات استفاده شده در این مقاله به صورت دقیق در شکل ۲ آورده شده است. صفحات با فرض سینوسی بودن شکل آنها شبیه‌سازی شده‌اند. صفحه‌ای که شیار آن عمق کمتری دارند، با اندیس U و صفحه‌ای که شیار آن عمق بیشتری دارد با اندیس C نمایش داده شده است. در کاربردهای صنعتی صفحه C را در راستای جریان قرار می‌دهند ($\theta = 0$)، این در حالی است که صفحه U با راستای جریان زاویه‌ای بین 0° تا 90° تشکیل می‌دهد.

اگر هر دو صفحه از لحاظ هندسی کاملاً مشابه باشند و زاویه‌ای که با جهت جریان تشکیل می‌دهند، یکسان باشد، به این حالت دسته بندی CC گفته می‌شود. این حالت در مرجع [۱۱] به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است و نیز برای راستی آزمایی نتایج این تحقیق از نتایج منتشر شده در مرجع ذکر شده استفاده شده است. قابل ذکر است که چیدمان CC حالت خاصی از چیدمان CU است.

پیشانی حدود 50 متر مربع، از تعداد پانصد هزار سلول واحد در سطح پیشانی خود ساخته شده است. پتکار و همکاران [۲۹] پیشنهاد کردند که مطالعه جریان توسعه یافته و انتقال حرارت می‌تواند بر یک بخش متناوب متمرکز گردد که

تحقیقات متعددی رینولدز بحرانی را برای هندسه‌های مختلف بین ۱۰ تا ۸۰۰ عنوان کرده‌اند. آلاچیک و همکاران [۱۲] اشاره کردند که تحت هر شرایطی، به ازای رینولدزهای بزرگتر از ۱۰۰۰ جریان آشفته تشکیل می‌شود. انتخاب مدل آشفته مناسب در چیدمان CU و CC در مقالات علمی هنوز یک چالش شناخته می‌شود. پاتل و همکاران [۲۲] عنوان کردند که روش $k - \epsilon$ برای رینولدزهای پایین بهترین نتیجه را ارائه می‌دهد. از این رو در این تحقیق از روش $lbk\epsilon$ برای مدل آشفته استفاده شده است. جریان در سلول واحد به حالت پایا و کاملاً توسعه یافته متناوب در نظر گرفته شده است.

معادلات حاکم بر مساله عبارتند از پایداری جرم، پایداری مومنتوم و پایداری انرژی که می‌تواند به صورت زیر ساده شود:

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\eta + \eta_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho u_j c_p T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\eta}{\sigma} + \frac{\eta_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial(c_p T)}{\partial x_j} \right] \quad (12)$$

معادلات حاکم به صورت رابطه پایداری و در قالب تانسور نوشته شده‌اند. این معادلات برای یک جریان تراکم ناپذیر و پایسته معتبر هستند. انتخاب مدل آشفته مناسب در چیدمان CU و CC در مقالات علمی هنوز یک چالش شناخته می‌شود. پاتل و همکاران [۲۲] عنوان کردند که روش $k - \epsilon$ برای رینولدزهای پایین ($lbk\epsilon$) بهترین نتیجه را ارائه می‌دهد. از این رو در این تحقیق از روش $lbk\epsilon$ برای مدل آشفته استفاده شده است. عبارت استفاده شده برای η_t و معادلات انتقال برای ϵ و k را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد [۱۳]:

$$\eta_t = C_\mu f_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho \epsilon \quad (14)$$

حجم، سطح خیس شده، سطح مقطع، قطر هیدرولیکی و سایر مشخصه‌های هندسی را می‌توان بر اساس سینوسی بودن پروفیل به صورت تحلیلی به دست آورد. حجم سلول و سطح خیس شده به صورت رابطه زیر قابل محاسبه است [۷]:

$$V = \frac{A_c \cdot P_u + A_u \cdot P_c}{\sin(\theta_c + \theta_u)} \quad (1)$$

$$S = \frac{L_c \cdot P_u + L_u \cdot P_c}{\sin(\theta_c + \theta_u)} \quad (2)$$

لذا قطر هیدرولیکی برابر است با:

$$D_{eq} = 4 \frac{V}{S} = 4 \frac{A_c \cdot P_u + A_u \cdot P_c}{L_c \cdot P_u + L_u \cdot P_c} \quad (3)$$

لازم به ذکر است، چنانچه از معادله (۳) مشخص است، قطر هیدرولیکی به جهت قرارگیری پروفیل‌ها وابسته نیست. عدد رینولدز نیز طبق رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{U \cdot D_{eq}}{\nu} \quad (4)$$

که در آن U به صورت رابطه (۵) قابل تعریف است:

$$U = \frac{G_m}{\rho A_c} \quad (5)$$

مهمترین پارامترهای عملکردی مبدل‌های حرارتی شامل، افت فشار به ازای طول واحد و ضریب انتقال حرارت است. ضریب افت فشار به صورت معادله (۶) تعریف می‌شود:

$$f = \frac{|\Delta P| \cdot D_{eq}}{\rho \Delta a U^2 / 2} \quad (6)$$

که در آن برابر Δa طول سطح گسترده در راستای جریان اصلی است. برای ضریب انتقال حرارت می‌توان نوشت:

$$Nu = \frac{q_w D_{eq}}{\lambda_f (T_w - T_f)} \quad (7)$$

که در آن q_w شار حرارت محلی روی دیواره، T_w دمای محلی دیواره، T_f دمای متوسط جریان و λ_f ضریب رسانایی حرارتی سیال است. ناسلت متوسط برابر است با:

$$\langle Nu \rangle = \frac{1}{S} \int_s Nu ds \quad (8)$$

که می‌توان آن را به صورت رابطه (۹) نیز بیان کرد:

$$Nu_{av} = \frac{\langle q_w \rangle D_{eq}}{\lambda_f (\langle T_w \rangle - T_f)} \quad (9)$$

که در آن $\langle q_w \rangle$ و $\langle T_w \rangle$ عبارت‌اند از میانگین سطحی شار و دما. تعریف دوم از دیدگاه مهندسی مناسب‌تر است.

نزدیکی مرزها ریزتر هستند. به عنوان معیار همگرایی، خطای نسبی از مرتبه 10^{-4} برای همه پارامترها در دامنه محاسباتی انتخاب شده و از گام زمانی 0.004 برای همه محاسبات استفاده شده است.

۳-۱- شکل اولیه و تولید شبکه محاسباتی

تولید شبکه محاسباتی برای این روش، با توجه به برآزش پروفیل توسط چندجمله‌ای‌های متعامد، یکی از مهمترین بخش‌های محاسباتی در این روش است. در اکثر پژوهش‌های محاسباتی انجام گرفته در طراحی شکل پروفیل با توجه به تغییرات بوجود آمده در مرز، معمولاً از یک شبکه محاسباتی متحرک استفاده شده است. با توجه به مجهول بودن ضرایب چندجمله‌ای‌ها و هدف نهایی مبنی بر محاسبه مقادیر بهینه آنها، در گام اول با انتخاب ضرایب اولیه (شکل اولیه-شکل ۴) نداشت خاص به منظور انتقال شبکه اولیه، شکل ۵ به شبکه محاسباتی مورد نظر شکل ۶ معرفی شده است. تبدیل معادله (۱۹) امکان اتصال دامنه دو بعدی در نظر گرفته شده برای محاسبات را به یک شبکه یکنواخت مورد استفاده فراهم می‌نماید.

$$\begin{cases} \frac{x-a}{b-a} = \frac{\xi-a}{b-a} \\ \frac{y}{y_{\max}} = \left(1 - \frac{\eta}{\eta_{\max}}\right) \frac{f(x)}{y_{\max}} + \frac{\eta}{\eta_{\max}} \end{cases} \quad (19)$$

با توجه به انتخاب نقاط ثابت با استفاده از تبدیل رابطه (۱۹) هر یک از نوارهای عمودی از مرز تا صفحه پایانی شبکه محاسباتی به یک نوار چهار گوش انتقال یافته است. با استفاده از تبدیل اشاره شده، یک برنامه تولید مش توسعه داده شد که قابلیت باز تولید شبکه را برای هر یک از گام‌های میانی بهینه‌سازی میسر می‌سازد.

۳-۲- استقلال از شبکه

باتوجه به نیاز به مشابه بودن مش‌بندی در ورودی و خروجی هندسه، ابتدا ورودی‌های هندسه مش‌بندی شده و سپس در طول صفحه این مش‌بندی تکرار شده است. در نهایت شیار بالایی و پایینی با هم ادغام گردیده و در نزدیکی دیواره‌ها، از مش‌بندی ریزتری استفاده شده است. برای چند حالت مختلف، استقلال از شبکه مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ &+ C_1 f_1 \eta_t \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ &- C_2 f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (15)$$

مقادیر پیشنهادی برای ثابت‌های بالا عبارت‌اند از:

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \quad (16)$$

$$\sigma_k = 1.00, \sigma_\varepsilon = 1.30$$

در مدل $lbk\varepsilon$ ، f_μ و f_1 و f_2 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_\mu &= \left[1 - \exp(-0.0165 Re_y) \right]^2 \left(1 + \frac{20.5}{Re_t} \right) \\ f_1 &= 1 + \left(\frac{0.05}{f_u} \right)^3 \\ f_2 &= 1 - \exp(-Re_t^2) \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن اعداد رینولدز جریان آشفته برابند با:

$$\begin{aligned} Re_t &= \frac{\rho k^2}{\eta \varepsilon} \\ Re_y &= \frac{\rho k^{0.5} y}{\eta} \end{aligned} \quad (18)$$

به ازای هر سلول واحد دو ورودی و دو خروجی وجود دارد. به جای اعمال شرایط مرزی متناوب، شرط مرزی دیریکله در صفحات ورودی و شرط مرزی نیومن در صفحات خروجی اعمال می‌شود. پس از دستیابی به اولین خروجی، از نتایج آن به عنوان ورودی برای سیکل دوم استفاده شده است و این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که ضرایب انتقال حرارت و افت فشار به مقدار ثابتی برسند. برای دیواره‌ها شرط عدم لغزش و دمای ثابت یکنواخت در نظر گرفته شده است.

۳- روش حل مساله

جهت حل مستقیم در گام اول یک شبکه محاسباتی وابسته به ضرایب چند جمله‌ای توسعه داده شده است. با انتخاب ضرایب معلوم برای هندسه‌های نمونه، شبکه محاسباتی مساله مستقیم تولید می‌شود. معادلات حاکم بر جریان توسط روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و سیستم مزدوج فشار و سرعت با استفاده از الگوریتم SIMPLE حل شده است. شبکه مش، غیر یکنواخت و به نحوی است که مش‌ها در

۳-۳- صحت‌سنجی نتایج

نتایج حاصل از حل عددی با نتایج آزمایشگاهی استریزیک [۷] مقایسه شده است. شکل ۸ مقادیر محاسبه شده ضریب افت فشار را برحسب اعداد رینولدز مختلف در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد؛ همچنین نتایج عددی متوسط عدد ناسلت حرارتی برحسب تغییرات عدد رینولدز و تغییرات زاویه بین صفحات به ترتیب در شکل‌های (۹) و (۱۰) ارائه شده است. همخوانی خوب نتایج محاسباتی و مقادیر تجربی، صحت محاسبات را نشان می‌دهد.

جهت بررسی کمی میزان خطای محاسبات بر اساس مقایسه نتایج محاسباتی و مقادیر تجربی میانگین درصد خطای مطلق (MAPE) توسط رابطه زیر محاسبه و در جدول ۱ ارائه شده است.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{r_{num.} - r_{exp.}}{r_{exp.}} \right|$$

که r نمایشگر Nu و fi است.

جدول ۱- میانگین درصد خطای مطلق (MAPE)

Parameter	Nu	f
MAPE	γ	ψ

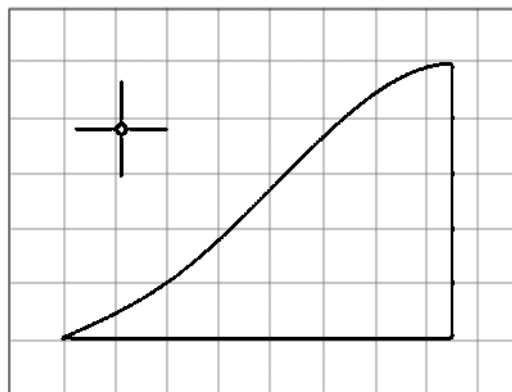
۳-۴- بهینه‌سازی مساله

به منظور ورود پارامترهای هندسی مساله به روش الحاقی، ابتدا پروفیل صفحات توسط توابع چند جمله‌ای متعامد گسسته (ضمیمه یک) برازش گردید. به دلیل وجود تقارن در هندسه پروفیل، ابتدا نصف پروفیل نسبت به مختصات x, y مد نظر قرار گرفته است و سپس با اعمال تقارن نسبت به محور y هندسه پروفیل تکمیل شد. با توجه به شکل اولیه پروفیل از ترکیب چند جمله‌ای‌ها تا درجه سوم به صورت $a_0 P_{n0}(x) + a_1 P_{n1}(x) + a_2 P_{n2}(x) + a_3 P_{n3}(x)$ استفاده و در نتیجه مساله تعیین پروفیل بهینه تبدیل به تعیین ضرایب این تابع می‌شود.

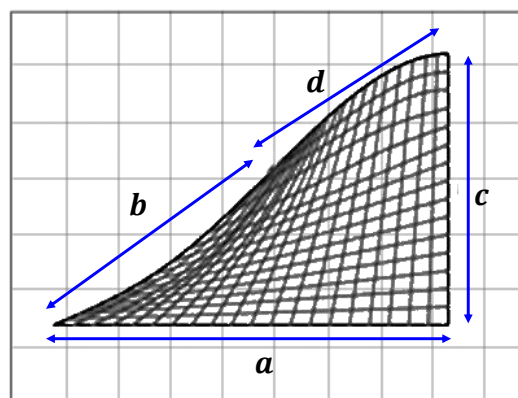
جهت برآورد پنل زام با فرض:

$$y(x) = \sum_{i=0}^n \beta_i P_i^n(x) P_k^n(x), \quad x_j \leq x \leq x_{j+1} \quad (20)$$

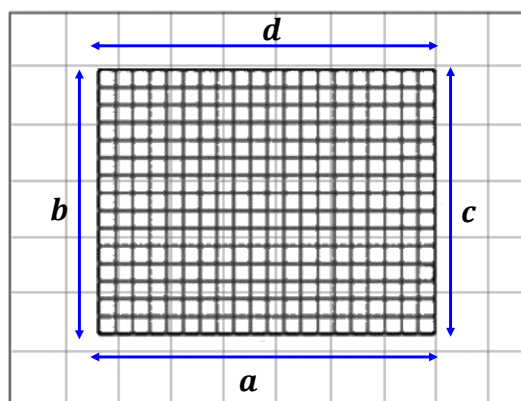
شکل ۷ برای حالت $Re = 3700$ و $\theta = 37$ نشان می‌دهد که نتایج حاصل از تعداد ۸۰۰۰۰۰ مش از دقت کافی برخوردار است.



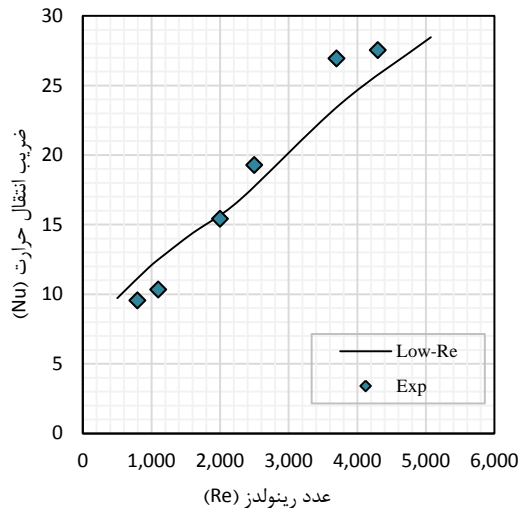
شکل ۴- هندسه اولیه پروفیل



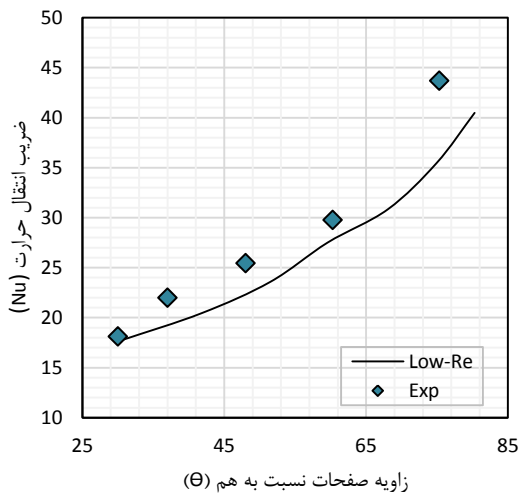
شکل ۵- مش اولیه



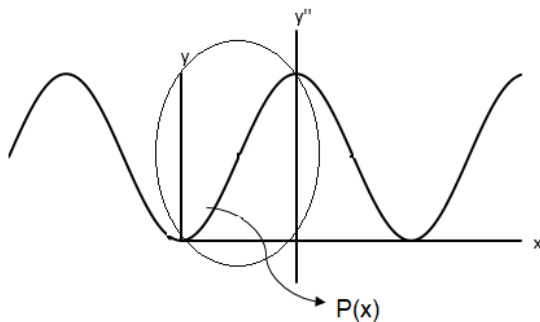
شکل ۶- مش تبدیل شده بر اساس معادله (۱۹)



شکل ۹- مقایسه نتایج ضریب انتقال حرارت بر حسب عدد رینولدز در مقایسه با نتایج تجربی استیویک [۷]



شکل ۱۰- ضریب انتقال حرارت بر حسب زاویه بین صفحات در مقایسه با نتایج تجربی استیویک [۷]



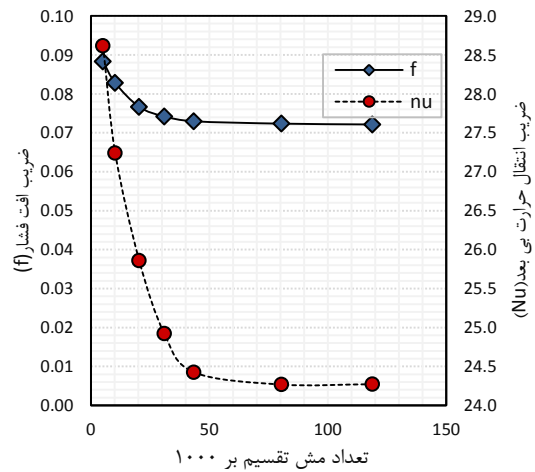
شکل ۱۱- تقارن پروفیل و محورهای تقارن

β_k ها به سادگی با ضرب طرفین رابطه $P_k^n(x)$ محاسبه خواهند شد.

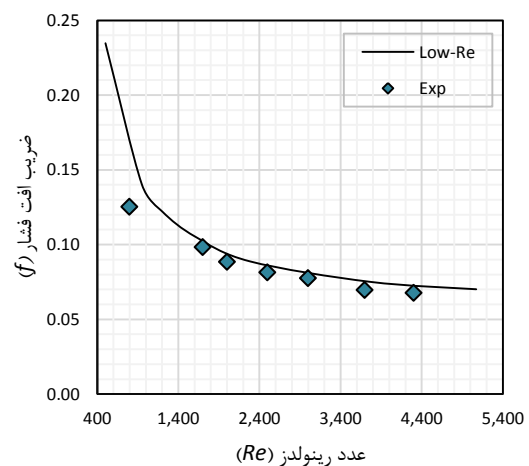
$$\beta_k = \frac{\sum_{x=0}^n y(x) P_k^n(x)}{\sum_{x=0}^n P_m^n(x) P_k^n(x)} \quad (21)$$

تابع هدف: متداول ترین تابع هدف که برای بررسی کارایی مدلها مورد استفاده قرار گرفته است، به صورت معادله (۲۲) است که توسط وب و کیم [۳۰] معرفی گردید.

$$I = \frac{\left(\frac{Nu}{Nu_0}\right)^\alpha}{\left(\frac{f}{f_0}\right)^\beta} \quad (22)$$



شکل ۷- بررسی استقلال از شبکه برای شرایط نمونه $\theta = 37$ و $Re=3700$



شکل ۸- مقایسه نتایج تغییرات ضریب افت فشار بر حسب عدد رینولدز در مقایسه با نتایج تجربی استیویک [۷]

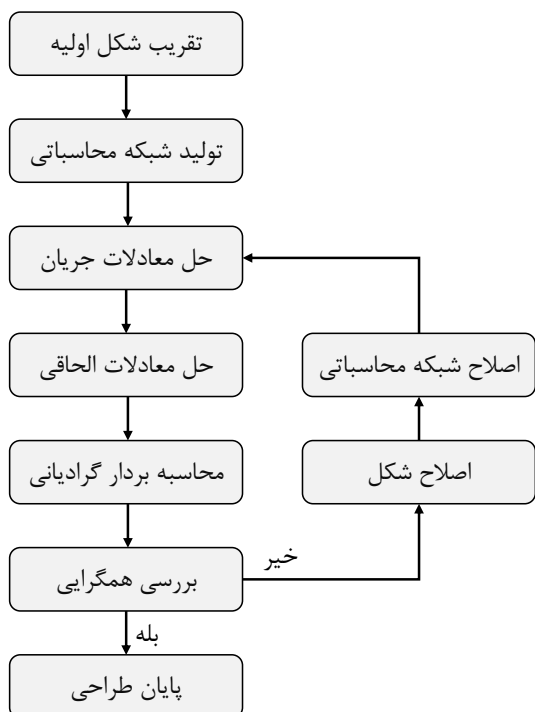
$$\frac{\partial I}{\partial U_i} - x \frac{\partial R_i}{\partial U_i} = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial I}{\partial a_i} = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial a_i} - x \frac{\partial R}{\partial a_i} \right) \quad (32)$$

شکل ۱۲ الگوریتم حل به روش الحاقی را به نمایش می‌گذارد.

۴- نتایج

نمونه المان بسکت انتخاب شده، مدل CU و پارامترهای طراحی مجهول به صورت زاویه بین صفحات θ و پارامترهای برازش مرز سطح برحسب ضرایب چندجمله‌ای با توجه به مستقل بودن پارامتر زاویه سطوح از سطح آزاد، این پارامتر را به ازای محدوده گسسته ۲۰ تا ۸۰ درجه و با فاصله گام ۱۰ درجه بهینه‌سازی تاثیر داده شده است، سپس به ازای هر زاویه، پروفیل بهینه ترسیم و نهایتاً با توجه به نوع تابع هدف پروفیل و زاویه بهینه انتخاب گردیده‌اند. بر اساس تابع‌های هدف گوناگون زاویه قرارگیری بهینه، سرعت جریان بهینه و پارامترهای هندسی بهینه به صورت جدول ۲ ارائه می‌شود.



شکل ۱۲- چرخه طراحی شکل به روش الحاقی

که در آن α و β به ترتیب ضریب اهمیت انتقال حرارت و افت فشار نامیده می‌شوند. آنها مقدار $\alpha = 1$ و $\beta = 1/3$ را برای این ضرایب پیشنهاد دادند. در این تحقیق تابع هدف به ازای مقادیر مختلف α و β محاسبه گردید. در رابطه (۲۲) f_0 و Nu_0 به ترتیب برابر ضریب انتقال حرارت بی‌بعد و ضریب افت فشار بی‌بعد پروفیل مبنا می‌باشند. در این پژوهش پروفیل سینوسی با گام ۳۲ میلی‌متر، دامنه ۸/۷۵ میلی‌متر و زاویه قرارگیری ۳۷ درجه، به عنوان پروفیل مبنا انتخاب شده است. مقادیر عددی f و Nu برای این پروفیل در مرجع [۷] آمده است.

۳-۵- قیودسازی مساله بهینه

در مساله حاضر قیود نامساوی برای شرایط هندسی و فیزیکی مساله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$800 \leq Re \leq 10000,$$

$$20 \leq \theta \leq 80,$$

$$4 \leq x \leq 8$$

$$2 \leq ax^2 + bx + c|_{x=x_{max}} \leq 8 \quad (23)$$

۳-۶- معادلات الحاقی حاکم بر مساله

$$(\rho u_i)_i = 0 \quad (24)$$

$$(\rho u_i u_j)_j = -p_{,j} + [\nu u_{i,j}]_{,j} \quad (25)$$

$$(\rho c_p u_j T)_{,j} = \left[\left(\frac{\eta}{\sigma} + \frac{\eta_t}{\sigma_t} \right) (c_p T)_{,j} \right]_{,j} \quad (26)$$

تابع هدف:

$$I(u, t, x_i, a_i) \quad (27)$$

$$\frac{\delta I}{\delta a_i} = \sum \frac{\partial I}{\partial U_i} \delta U_i + \sum \frac{\partial I}{\partial a_i} \delta a_i \quad (28)$$

$$\delta R_j = \sum \frac{\partial R_j}{\partial U_i} \delta U_i + \sum \frac{\partial R_j}{\partial a_i} \delta a_i = 0 \quad \& \quad i = 1, 2, 3 \quad (29)$$

$$\delta \zeta = \sum \left(\frac{\partial I}{\partial U_i} - x \frac{\partial R_i}{\partial U_i} \right) \delta U_i + \sum \left(\frac{\partial I}{\partial a_i} - \frac{\partial R_j}{\partial a_i} \right) \delta a_i \quad (30)$$

جدول ۲- مقادیر بهینه به ازای تابع های هدف مختلف

I_{opt}	a_{0opt}	a_{1opt}	a_{2opt}	a_{3opt}	θ_{opt}	Re_{opt}	β	α
۲/۹۸	۰/۰۰۸۵	-۰/۰۳۳۶	۰/۵۱۵۵	-۰/۰۰۸۶	۲۰	۱۲۰۰	۵/۶	۱/۶
۲/۱۴	۰/۰۰۸۵	-۰/۰۳۳۶	۰/۵۱۵۵	-۰/۰۰۸۶	۲۰	۱۲۰۰	۴/۶	۲/۶
۱/۵۶	۰/۰۰۸۵	-۰/۰۳۳۶	۰/۵۱۵۵	-۰/۰۰۸۶	۲۰	۸۰۰۰	۳/۶	۳/۶
۱/۲۷	۰/۰۱۲۸	-۰/۱۵۶۳	۲/۰۶۲	-۰/۰۴۵۸	۲۰	۸۰۰۰	۲/۶	۴/۶
۱/۳۴	۰/۰۱۲۸	-۰/۱۵۶۳	۲/۰۶۲	-۰/۰۴۵۸	۷۰	۸۰۰۰	۰/۲۹	۰/۷۱
۱/۴۱	۰/۰۱۲۸	-۰/۱۵۶۳	۲/۰۶۲	-۰/۰۴۵۸	۷۰	۸۰۰۰	۰/۲۵	۰/۷۵
۱/۴۷	۰/۰۱۲۸	-۰/۱۵۶۳	۲/۰۶۲	-۰/۰۴۵۸	۷۰	۸۰۰۰	۰/۲۱	۰/۷۹
۱/۵۳	۰/۰۱۲۸	-۰/۱۵۶۳	۲/۰۶۲	-۰/۰۴۵۸	۷۰	۸۰۰۰	۱/۶	۵/۶

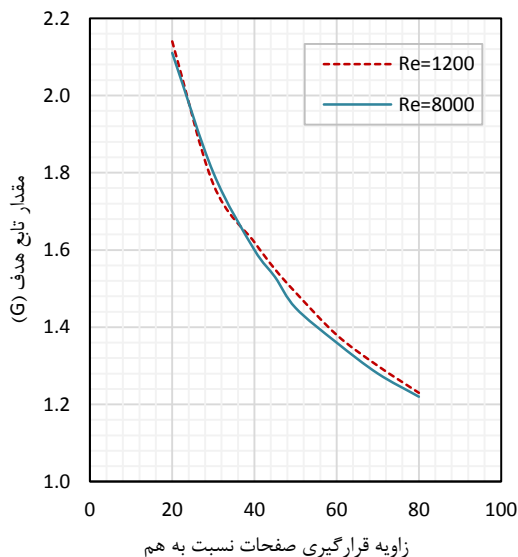
بیشتر شدن زاویه بین صفحات تابع هدف بزرگتر می‌شود. به ازای زوایای حدود ۷۰ درجه و عدد رینولدز حدود ۸۰۰۰ بیشینه تابع هدف به دست می‌آید.

در زوایای بیشتر از ۷۰ درجه و اعداد رینولدز بزرگتر از ۸۰۰۰ با اینکه ضریب انتقال حرارت نیز بزرگتر می‌شود، ولی جریان دستخوش افت فشار سنگینی خواهد شد که همین عامل باعث کمتر شدن تابع هدف می‌شود.

چنانچه از داده‌های جدول ۱ مشهود است، برای حالتی که کمتر بودن افت فشار از اهمیت بیشتری (β های بزرگتر) برخوردار باشد، عددهای رینولدز پایین‌تر و زاویه‌های کوچک‌تر کارایی بهتری دارند. از طرفی دیگر برای حالتی که انتقال حرارت از اهمیت بیشتری (α های بزرگتر) برخوردار باشد، اعداد رینولدز و زاویه‌های بزرگتر کارایی بهتری دارند.

به ازای مقادیر کوچکتر α مقادیر تابع هدف به نسبت عدد رینولدز حساسیتی چندانی نشان نمی‌دهد. شکل ۱۳ به ازای چند حالت خاص از زاویه قرارگیری صفحات مقادیر تابع هدف را برای دو عدد رینولدز ۱۲۰۰ و ۸۰۰۰ و $\alpha = 2/6$ ارائه می‌دهد. چنانچه مشهود است، مقادیر تابع هدف به ازای هر دو عدد رینولدز تقریباً برابر هستند. در چنین حالتی اگر چه از نظر عددی، مقدار تابع هدف برای $Re = 1200$ بیشتر است، اما بدیهی است که انتخاب عدد رینولدز بالاتر برای طراحی مبدل حرارتی، از دو مزیت بهتر برخوردار است. با بالا رفتن عدد رینولدز از طرفی حجم مبدل مورد نیاز کاهش می‌یابد و از طرف دیگر خاصیت خود پاک‌کنندگی بهتری را خواهد داشت.

شکل ۱۴ به بررسی تغییرات تابع هدف بر اساس زاویه قرارگیری صفحات و عدد رینولدز می‌پردازد. چنانچه مشهود است، برای حالتی که انتقال حرارت اهمیت بیشتری نسبت به افت فشار داشته باشد ($\alpha >$), با افزایش عدد رینولدز و

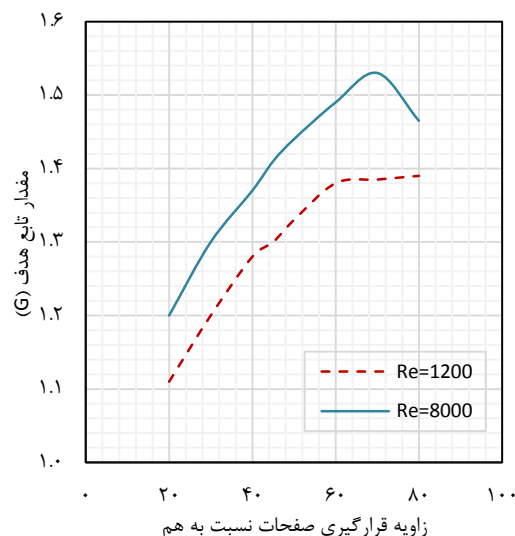


شکل ۱۳- تاثیر عدد رینولدز بر تابع هدف به ازای $\alpha = 2/6$

برخوردار باشد، اعداد رینولدز و زاویه‌های بزرگتر کارایی بهتری دارند. جهت تعیین بهترین طراحی می‌توان تابع قیمت تمام شده را جایگزین تابع هدف مورد استفاده در این مقاله نمود. در نهایت روش پیشنهادی نشانگر این مطلب است که استفاده از توابع متعامد گسسته جهت برازش هندسه طراحی؛ یک روش کارا و به دلیل تعریف تعامد بر اساس عملگر جمع روی نقاط گسسته، دارای خطای کمتر نسبت به روش‌های مشابه است.

۶- فهرست علائم

A	سطح مقطع (mm^2)
c_p	ظرفیت حرارتی
$C_{\mu}, C_1, C_2, \sigma_t, \sigma_k$	ضرایب در رینولدز کم در مدل $k - \epsilon$ ، معادله (۱۵) و (۱۶)
D_{eq}	قطر هیدرولیکی
E_p	معیار ارزیابی توان پمپ
f	نیروی حجمی، ضریب اصطکاک
f_{μ}, f_1, f_2	ترم‌های مرتبط با رینولدز پایین در مدل $k - \epsilon$ معادله (۱۵) و (۱۷)
F	مساحت سطح انتقال حرارت (mm^2)
h	ضریب انتقال حرارت ($Wm^{-2}k^{-1}$)
H	ارتفاع موج صفحه (mm)
I	تابع هدف
\dot{m}	نرخ دبی جرمی ($kg.s^{-1}$)
L	طول (mm)
Nu	عدد ناسلت
p	فشار استاتیکی (Pa)
p	توان پمپ (W)
Pr	عدد پرانتل
q	شار حرارتی (Wm^{-2})
Re	عدد رینولدز



شکل ۱۴- تاثیر عدد رینولدز بر تابع هدف به ازای $\alpha = 5/6$

۵- جمع بندی

مسائل بهینه‌سازی به عنوان پیش نیاز طراحی مهندسی اهمیت ویژه‌ای دارد. در اینگونه مسائل هدف پیدا کردن مقادیر بهینه یک تابع هدف وابسته به ضرایب شکلی، متغیرها، پارامترهای فیزیکی و هندسی مسئله است. از سوی دیگر پیش گرمکن‌های هوا بویژه در نیروگاه‌های بخاری تاثیر عمده‌ای بر راندمان و کارایی واحدها دارند. در ژانگستروم‌ها شکل پروفایل المان‌های حرارتی بواسطه تاثیر دوگانه‌ای که بر کارایی حرارتی از یکسو و افت فشار سیستم از سوی دیگر دارند، نقشی تعیین کننده‌ای در ساختار این نوع هیترها دارند.

این پژوهش، با هدف بهینه‌سازی پروفیل المان CU ژانگستروم نیروگاهی با هدف افزایش کارایی و کاهش افت فشار و کمینه قیمت انجام گرفته است. مساله مستقیم به صورت سه بعدی مدل و سپس مدل مورد نظر شبیه‌سازی شده است. با معرفی توابع متعامد گسسته پارامترهای هندسه مساله تبدیل به بردار ضرایب مجهول شده و در نهایت با استفاده از روش الحاقی مقادیر بهینه ضرایب هندسی، زاویه قرارگیری صفحات و سرعت سیال به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که برای حالتی که کمتر بودن افت فشار از اهمیت بیشتری برخوردار باشد، عددهای رینولدز پایین‌تر و زاویه‌های کوچکتر کارایی بهتری دارند. از طرفی دیگر برای حالتی که انتقال حرارت از اهمیت بیشتری

$$\langle p_k(x), x^{q-1} \rangle = 0, q = 1, 2, \dots, k-1 \quad (34)$$

$$\langle p_k(x), x^{k-1} \rangle = \rho_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, m \quad (35)$$

اگر \bar{c}_k و \bar{b}_k ($k = 1, 2, \dots, m$) دو بردار باشند که به صورت زیر تعریف شوند:

$$\bar{c}_k(i) = c_{k,i}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\bar{b}_k(i) = \rho_k \delta_{k,i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (36)$$

بنابراین از روابط (34) و (35) و با در نظر گرفتن رابطه (۱۱)، می‌توان نوشت:

$$\bar{c}_k = W_k \Lambda_k^{-1} W_k^T \bar{b}_k \quad (37)$$

به سادگی مشخص است که:

$$W_k^T \bar{b}_k = \bar{b}_k \quad (38)$$

$$[\Lambda_k^{-1} W_k^T \bar{b}_k]_i = \rho_k \frac{\binom{2k-2}{k-1}}{[(k-1)!]^2 \binom{n+k-1}{2k-1}} \delta_{k,i}$$

$$i = 1, 2, \dots, k \quad (39)$$

سپس با یک سری عملیات جبری

$$c_{k,i} =$$

$$\mu_k (-1)^{i+k} \sum_{s=1}^k \frac{1}{(s-1)!} \binom{s+k-2}{s-1} \binom{n-s}{n-k} [i]$$

$$i = 1, 2, \dots, k \quad (40)$$

که در اینجا

$$\mu_k = \frac{\rho_k}{(k-1)! \binom{n+k-1}{2k-1}}, k = 1, 2, \dots, m \quad (41)$$

با استفاده از تعریف زیر [۷]

$$\sum_i (-1)^i \binom{[S]}{i} x^{i-1} = (-1)^s (s-1)! \binom{x-1}{s-1}$$

$$(42)$$

چند جمله‌ای $p_k(x)$ به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$p_k(x) = \mu_k \sum_{s=1}^k (-1)^{s+k} \binom{s+k-2}{s-1} \binom{n-s}{n-k} \binom{x-1}{s-1} \quad (43)$$

و با قرار دادن:

$$\rho_k = (k-1)! \binom{n+k-1}{2k-1}, k = 1, 2, \dots, m \quad (44)$$

S_d سطح توسعه یافته سلول واحد (mm^2)

T دما (K)

u (u, v, w) سرعت سیال ($m \cdot s^{-1}$)

V حجم سلول واحد (mm^3)

x, y, z مختصات

علائم یونانی

α_i ضرایب نامعین توابع متعامد گسسته (معادله ۲۱)

δ ضخامت صفحه (mm)

ζ ویسکوزیته سینماتیکی آشفته ($m^2 s^{-1}$)

η, ζ مختصات کمکی (m)

θ زاویه صفحه ($^\circ$)

μ ویسکوزیته دینامیکی ($Pa \cdot s$)

ρ چگالی سیال ($kg \cdot m^{-3}$)

σ چگالی سطح انتقال حرارت صفحه المان حرارتی (m^{-1})

زیرنویس‌ها

C صفحه C

U صفحه U

o المان حرارتی استاندارد

t آشفته

w دیوار یک سلول واحد

۷- ضمیمه، چند جمله‌ای‌های متعامد گسسته

با فرض اینکه $P = \{p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)\}$ مجموعه‌ای از چند جمله‌ای‌ها باشد که به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$p_k(x) = \sum_{i=1}^k c_{k,i} x^{i-1}, \quad K = 1, 2, \dots, m \quad (33)$$

مجموعه P روی مجموعه نودهای $X_n = \{1, 2, \dots, n\}$ متعامد است اگر معادله زیر برقرار باشد:

۸- مراجع

[1] Ljungstrom F, Nils F (1924) Regenerative air preheater. U.S. Patent No. 1,516,108.

[2] Rosenblad G, Kullendorff A (1975) Estimating heat transfer rates from mass transfer studies on plate heat exchanger surfaces. Wärme-und Stoffübertragung 8(3): 187-191.

[3] Warren I. (1982) Ljungstrom heat exchangers for waste heat recovery. J Heat Rec 2(3): 257-271.

[4] Kays WM, London AL (1984) Compact heat exchangers. 3rd edn. CRC Press.

[5] Focke WW, Zachariades J, Olivier I (1985) The effect of the corrugation inclination angle on the thermohydraulic performance of plate heat exchangers. Int J Heat Mass Tran 28(8): 1469-1479.

[6] Skiepkio T (1988) The effect of matrix longitudinal heat conduction on the temperature fields in the rotary heat exchanger. Int J Heat Mass Tran 31(11): 2227-2238.

[7] Stasiek J, Collins MW, Ciofalo M, Chew PE (1996) Investigation of flow and heat transfer in corrugated. Experimental results. Int J Heat Mass Tran 39(1): 149-164.

[8] Ciofalo M (1996) Large-eddy simulations of turbulent flow with heat transfer in simple and complex geometries using Harwell - FLOW3D. App Math Modelling 20(3): 262-271.

[9] Mehrabian MA, Poulter R, Quarini GL (2000) Hydrodynamic and thermal characteristics of corrugated channels: experimental approach. Exp Heat Transfer 13(3): 223-234.

[10] Büyükalaca O, Yılmaz T, (2002) Influence of rotational speed on effectiveness of rotary-type heat exchanger. Heat Mass Transfer 38(4):441-447.

[11] Yılmaz T, Büyükalaca O (2003) Design of regenerative heat exchangers. Heat Transfer Eng 24(4): 32-38.

[12] Alagic S, Stosic N, Kovacevic A, Buljubasic I (2004) Numerical analysis of heat transfer and fluid flow in rotary regenerative air pre-heaters. In Thermal Sci. Proc. of the ASME-ZSIS Int. Thermal Sci. Seminar II.

[13] Zhang LZ (2005) Numerical study of periodically fully developed flow and heat transfer in cross-corrugated triangular channels in transitional flow regime. Numer Heat Tr A-Appl 48(4): 387-405.

[14] Etemad S, Sunde'n B. (2007) CFD-analysis of fully developed turbulent flow and heat transfer in a unitary cell of a cross corrugated plate pattern heat exchanger. In Heat Transfer Summer Conf. 42754: 531-540.

[15] Wang HY, Zhao LL, Xu ZG, Chun WG, Kim HT (2008) The study on heat transfer model of tri-sectional rotary air preheater based on the semi-analytical method. Appl Therm Eng 28(14-15): 1882-1888.

بنابراین مجموعه چندجمله‌ای‌های P به شکل زیر

$$p_k(x) = \sum_{s=1}^k (-1)^{s+k} \binom{s+k-2}{s-1} \binom{n-s}{n-k} \binom{x-1}{s-1} \quad (45)$$

بر روی مجموعه نودهای $X_n = \{1, 2, \dots, n\}$ متعامد است. با اعمال تبدیل همگر روی متغیر x در رابطه (۴۵) چند جمله‌ای‌های

$$p_k(x) = \sum_{s=1}^k (-1)^{s+k} \binom{s+k-2}{s-1} \binom{n-s}{n-k} \binom{\frac{x-a}{h}}{s-1} \quad (46)$$

بر روی مجموعه زیر متعامد می‌باشند:

$$Z_n = \{z_r | z_r = a + hr, r = 0, 1, \dots, n-1\} \quad (47)$$

چنین چندجمله‌ای‌هایی رابطه برگشتی سه قسمتی زیر را ارضا می‌کند:

$$p_k(x) = (\alpha_k x + \beta_k) p_{k-1}(x) + \gamma_k p_{k-2}(x) \quad (48)$$

$k = 3, 4, \dots, m$

که در آن:

$$\begin{cases} \alpha_k = \frac{4k-6}{h(k-1)^2}, \\ \beta_k = \frac{[(2k-3)(2a+h(n-1))]}{h(k-1)^2}, \\ \gamma_k = \frac{(k-2)^2 - n^2}{(k-1)^2} \end{cases} \quad (49)$$

مجموعه‌ی چندجمله‌ای‌های $Q = \{q_1(x), q_2(x), \dots, q_m(x)\}$ که در آن:

$$q_k(x) = \frac{1}{\sqrt{\binom{n+k-1}{2k-1} \binom{2k-2}{k-1}}} \times \sum_{s=1}^k (-1)^{s+k} \binom{s+k-2}{s-1} \binom{n-s}{n-k} \binom{x-1}{s-1} \quad (50)$$

روی مجموعه نودهای $X_n = \{1, 2, \dots, n\}$ متعامد است، زیرا به سادگی می‌توان مشاهده کرد:

$$\langle p_k(x), p_k(x) \rangle = c_{k,k} \rho_k \quad (51)$$

سپس با استفاده از رابطه (۴۰) و همینطور عبارت (۴۴) برای p_k :

$$\langle p_k(x), p_k(x) \rangle = \binom{n+k-1}{2k-1} \binom{2k-2}{k-1} \quad (52)$$

و در نتیجه (۵۰) حاصل می‌شود.

- preheater Elements. *Int J Curr Eng Technol* 2501-2505.
- [24] De Antonellis S, Intini M, Joppolo CM, Leone C (2014) Design optimization of heat wheels for energy recovery in HVAC systems. *Energies* 7(11): 7348-7367.
- [25] Wang L, Deng L, Zhao Z, Zhu X, Che D (2015) Numerical investigation of the thermohydraulic performance of double-wave cross-corrugated passages. *Numer Heat Tr A-Appl* 67(10): 1029-1052.
- [26] Wang L, Deng L, Ji C, Liang E, Wang C, Che D (2016) Multi-objective optimization of geometrical parameters of corrugated-undulated heat transfer surfaces. *App Energy* 174: 25-36.
- [27] Wang E, Li K, Mao J, Husnain N, Li D, Wu W (2018) Experimental study of flow and heat transfer in rotary air preheaters with honeycomb ceramics and metal corrugated plates. *Appl Therm Eng* 130: 1549-1557.
- [28] Lee YM, Chung H, Kim SH, Bae HS, Cho HH (2017) Optimization of the Heating Element in a Gas-Gas Heater Using an Integrated Analysis Model. *Energies* 10(12): 1932.
- [29] Patankar SV, Liu CH, Sparrow EM (1977) Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area. *J Heat Transfer* 99(2): 180-186.
- [30] Webb RL, Kim NY (2005) *Enhanced heat transfer*. Taylor and Francis, NY.
- [16] Babu TA, Talekala MS (2009) Evaluation of heat transfer surfaces for compact recuperator using a CFD code. *Heat Mass Transfer* 45(6): 767-774.
- [17] Dallaire J, Gosselin L, Da Silva AK (2010) Conceptual optimization of a rotary heat exchanger with a porous core. *Int J Therm Sci* 49(2): 454-462.
- [18] Martins LS, Ordonez JC, Vargas JVC, Parise JAR (2012) Thermodynamic optimization of a regenerator heat exchanger. *Appl Therm Eng* 45: 42-51.
- [19] Yang YT, Chen PJ (2010) Numerical simulation of fluid flow and heat transfer characteristics in channel with V corrugated plates. *Heat Mass Transfer* 46(4): 437-445.
- [20] Zhang L, Che D (2012) An experimental and numerical investigation on the thermal-hydraulic performance of double notched plate. *J Heat Transf* 134(9).
- [21] Eljšan S, Stošić N, Kovačević A, Buljubašić I (2013) Improvement of energy efficiency of coal-fired steam boilers by optimizing working parameters of regenerative air preheaters. *RAME* 2(1): 30-32.
- [22] Patel DS, Patel MD, Thakkar SA (2016) To optimize the design of the basket profile in Ljungstrom air preheater. *Int Res J Eng Technol* 3: 601-6.
- [23] Vulloju S, Kumar EM, Kumar MS, Reddy KK (2013) Analysis of performance of Ljungstrom air