



## بررسی فلاتر پنل با پوشش لایه میراکننده مقید یکپارچه و دوتکه شده

کاوه صبری لقای<sup>۱</sup> و سعید محمودخانی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد، دانشکده فناوری‌های نوین و مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده فناوری‌های نوین و مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

یادداشت تحقیقاتی، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۲۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۴

### چکیده

در این مطالعه عملکرد لایه میراکننده مقید ویسکوالاستیک با پوشش سراسری و موضعی در جلوگیری از وقوع فلاتر و میرا کردن ارتعاشات پنل با توجه ویژه به اثر سه عامل مهم و کمتر مورد توجه قرار گرفته شده، شامل قیده‌های درون‌صفحه‌ای لبه‌های پنل، مکان قرار گرفتن لایه میراکننده و ایجاد بریدگی در لایه میراکننده مورد بررسی قرار گرفته است. پنل با عرض بی‌نهایت مدل شده و برای هسته، کرنش - راستای ضخامت و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالا لحاظ شده است. مدل اجزاء محدود بر اساس المان‌های یک بعدی سه‌گره‌ای با توابع شکل لاگرانژی و هرمیتی ساخته و برای فشار آیرودینامیکی از نظریه پیستون استفاده شده است. مطالعات پارامتریک با هدف تعیین تأثیر شرایط مرزی درون‌صفحه‌ای، مکان نصب لایه میراکننده و مزیت دو تکه کردن آن نسبت به حالت یکپارچه انجام شده است. طبق نتایج، قید درون‌صفحه‌ای نقش مهمی در تغییرات مرز فلاتر داشته و با جابجایی لایه میرایی مقید می‌توان کارایی این روش را بهبود بخشید. ضمن اینکه مکان بهینه برای دستیابی به بیشترین میرایی ارتعاشی منطبق بر مکان بهینه برای دستیابی به بیشترین مرز فلاتر نخواهد بود. به علاوه، مشخص شد که علیرغم امکان استفاده از ایجاد بریدگی برای افزایش میرایی ارتعاشات نمی‌توان از آن برای بهبود عملکرد روش در افزایش مرز فلاتر استفاده کرد.

**کلمات کلیدی:** فلاتر پنل؛ ویسکوالاستیک؛ لایه میراکننده مقید؛ لایه میراکننده دوتکه شده؛ قید درون صفحه‌ای.

## Flutter Analysis of the Panel Treated with Integrated and Segmented Constrained Layer Damping

K. Sabri Laghaie<sup>1</sup>, S. Mahmoudkhani<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> MSC, New Technologies and Aerospace Eng., Shahid beheshti Univ., Tehran, Iran.

<sup>2</sup> Assistant. Prof., New Technologies and Aerospace Eng., Shahid beheshti Univ., Tehran, Iran.

### Abstract

In this study, the performance of viscoelastic constrained layer damping (CLD) in suppressing the flutter and vibration of panels is investigated with the special focus on the effects of three practically important features including the in-plane edge constraint, location of the CLD patch on the panel, and cutting the CLD patch. The panel is assumed to have infinite width and the higher-order shear deformation theory accounting for the through-the-thickness deformation is used for modeling the core. The finite element model is constructed using one-dimensional three-node elements with Lagrangian and Hermitian shape functions, and the piston theory is used for the aerodynamic pressure. Parametric studies are performed to determine the effects of in-plane constraints, partial CLD location, and segmenting the CLD. Results show that in-plane constraints can considerably affect flutter boundaries and also by adjusting the CLD location, the performance can be improved. However, the optimal location for maximum vibration damping would differ from the best location obtained for highest flutter suppression. Moreover, it is found that the patch segmentation would not be beneficial for achieving better flutter suppression, while it would increase the damping of the structure.

**Keywords:** Panel Flutter; Viscoelastic; Constrained Layer Damping; Segmented Patch; In-Plane Constrains.

## ۱- مقدمه

سازه‌های ساندویچی سال‌های زیادی است که مورد استفاده و مطالعه قرار گرفته‌اند و به همین خاطر نقش بسیار مهمی را در کاربردهای مهندسی مانند، پوسته هواپیماها، اتومبیل‌ها، کشتی‌ها و حتی ساختمان‌ها ایفا می‌کنند. در واقع سازه‌های ساندویچی به گونه‌ای ساخته می‌شوند که یک هسته با سفتی پایین بین دو رویه با سفتی بالاتر قرار گرفته است؛ بنابراین این سازه‌ها از نسبت سفتی به جرم بالاتری برخوردار بوده و استفاده از آن‌ها در صنایعی که نیاز به وزن کم و در عین حال سفتی مناسب دارند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند [۱]. یکی از راه‌های بهبود مشخصات ارتعاشی، ساندویچی کردن سازه با هسته ویسکوالاستیک است. در واقع در این روش، استفاده از هسته ویسکوالاستیک مقید شده بین دو لایه با سفتی بالاتر، منجر به افزایش کرنش برشی عرضی سازه در حین خمش شده، لذا به علت بالا بودن خاصیت میرایی مواد ویسکوالاستیک، منجر به استهلاک بخشی از انرژی سازه می‌شود. این شیوه کنترلی ارتعاشات به شیوه لایه میراکننده مقید یا CLD<sup>۱</sup> موسوم است [۲] که به دلیل سادگی در اجرا در بخش‌های گسترده‌ای از سازه‌های جدارنازک و مهندسی کاربرد دارد. از دیگر کاربردهای این شیوه کنترلی، کنترل پدیده پنل فلاتر است. در واقع فلاتر در ورق‌ها، یکی از انواع پدیده‌های مخرب است که در پوسته سازه‌های با سرعت بالا (بالاتر از سرعت صوت) اتفاق می‌افتد. هنگام وقوع فلاتر، سازه به لحاظ دینامیکی ناپایدار شده و ارتعاشات با دامنه فزاینده در سازه ایجاد می‌شود [۳]. اگرچه افزایش دامنه ارتعاش پس از مدتی کوتاه با ظهور ارتعاشات چرخه حدی<sup>۲</sup> (LCO) متوقف می‌شود، اما وقوع ارتعاشات با دامنه ثابت در زمان طولانی می‌تواند موجب ایجاد خرابی در اثر خستگی و یا اختلال در عملکرد تجهیزات الکترونیکی نصب شده روی سازه شود؛ بنابراین آگاهی از سرعت وقوع فلاتر و به تأخیر انداختن آن منجر به افزایش ایمنی و عملکرد بهتر سازه می‌شود و برای افزایش پایداری سازه در این شیوه کنترلی، میرایی آن از طریق چسباندن لایه‌ای از

جنس ماده ویسکوالاستیک به همراه لایه مقیدکننده افزایش می‌یابد.

تاکنون تحقیقات متعددی در زمینه کنترل ارتعاشات با لایه میراکننده مقید چه به صورت نظری و چه به صورت تجربی روی انواع مختلف سازه مانند تیر، ورق و پوسته‌ها انجام شده است که از اولین کارهای شاخص انجام شده در این زمینه می‌توان به مطالعه کروین [۲] و مید-مارکوس [۴] روی تیرهای سه لایه اشاره کرد. در این مطالعات، لایه‌ها به‌طور کامل به هم چسبیده در نظر گرفته شده و فرض شده لغزشی بین آن‌ها وجود ندارد؛ همچنین لایه‌های بالا و پایین بر اساس نظریه کلاسیک (مدل اوپلر-برنولی) مدل شده و برای هسته ویسکوالاستیک نیز تنها کرنش برشی عرضی در نظر گرفته شده که این کرنش در راستای ضخامت، ثابت فرض شده است. بر پایه این فرضیات اثر کرنش راستای ضخامت در رفتار سازه قابل بررسی نبوده و به‌علاوه در صورت تغییرات قابل توجه کرنش برشی عرضی در راستای ضخامت، امکان پیش‌بینی دقیق رفتار سازه با استفاده از فرضیات مید و مارکوس وجود نخواهد داشت. از این‌رو به مدل‌هایی نیاز است که منجر به نتایج دقیق برای مودهای بالاتر و مشخصات هندسی مختلفی بشود. بر این اساس، نظریه‌های برشی مرتبه بالا با احتساب اثر کرنش راستای ضخامت مورد توجه محققان قرار گرفته که از جمله مطالعات در این زمینه می‌توان به مطالعه استین و اینمان [۵] اشاره کرد؛ همچنین در سال‌های بعد نظریه‌های مرتبه بالای دیگری برای تحلیل سازه‌های ساندویچی ویسکوالاستیک توسط لو و همکاران [۶] و فیلیپی و کاررا [۷] برای تحلیل تیرها و حلقه‌های دایره‌ای شکل با لایه ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفت و رن و همکاران [۸] نیز در مطالعه خود به استخراج روابط المان محدود لایه‌ای<sup>۳</sup> پرداختند و از چندجمله‌ای‌های مرتبه بالا برای جابجایی‌های هسته ویسکوالاستیک صفحه ساندویچی استفاده کردند.

اگرچه مطالعات اولیه انجام شده در رابطه با لایه میراکننده مقید شده مربوط به موارد با پوشش سراسری (هسته یکپارچه) است، اما در ادامه، مطالعات متعددی نیز در رابطه با استفاده از پوشش موضعی و محدود، استفاده از

<sup>۱</sup> Constrained Layer Damping

<sup>۲</sup> Limit Cycle Oscillation

<sup>۳</sup> Layer-Wise Finite Element

میراکننده برای لایه نازکی از ویسکوالاستیک مناسب است. کادام و هوجار [۱۶] و هوجار و همکاران [۱۷] لپوآیتوین و کرس [۱۸] و در سال‌های اخیر اولمین و راس [۱۹]، از دیگر کسانی بودند که در زمینه تکه‌ای بودن و ایجاد بریدگی در لایه میرایی مطالعاتی انجام دادند.

علیرغم مطالعات گسترده روی ارتعاشات سازه‌های ساندویچی با هسته ویسکوالاستیک، کارایی این روش روی فلاتر تنها در تعداد معدودی از مطالعات در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. باید توجه داشت، جهت حل مشکل فلاتر در قسمت‌های مختلف هواپیماهای موجود استفاده از روش‌های کنترل اکتیو چندان آسان نیست [۳]. این در حالی است که برای حل مشکلات متنوعی از جمله مشکلات ارتعاشی در صنعت هوافضا به‌طور معمول از مواد ویسکوالاستیک استفاده می‌شود. از معدود مطالعات انجام شده در مورد فلاتر سازه‌های ساندویچی ویسکوالاستیک می‌توان به مطالعات فیلهو و همکاران [۳] و [۲۰] اشاره کرد که در آن تأثیر لایه مقید میراکننده یک پارچه (با پوشش سراسری) در کنترل فلاتر صفحات تحت جریان مافوق صوت مورد بررسی قرار گرفته است. ایشان در مطالعه خود نتیجه گرفتند که امکان افزایش سرعت بحرانی فلاتر به کمک این روش وجود داشته و دما و ضخامت لایه‌ها نیز به مقدار قابل توجهی روی این سرعت تأثیرگذار هستند. از دیگر کارهای انجام شده در این زمینه مربوط به مطالعه دانگ یانگ و همکاران [۲۱] است. آن‌ها تأثیر میرایی صفحه کامپوزیتی با لایه میانی ویسکوالاستیک بر فلاتر در جریان مافوق صوت را بررسی کردند. برای مدل‌سازی بارهای آیرودینامیکی از نظریه پیستون مرتبه اول و جهت استخراج معادلات ارتعاشی که از جنس معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بودند از اصل همیلتون استفاده کردند. همچنین روش گلرکین را به کار بردند تا معادلات بدست آمده را به مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کنند. نتایج ایشان حاکی از آن بود که استفاده از این لایه، به میزان دو برابر، بیشتر از میرایی آیرودینامیکی می‌تواند آستانه وقوع فلاتر را به تعویق بیندازد؛ همچنین زمانی که میرایی لایه ویسکوالاستیک کم است، میرایی مواد داخلی صفحه کامپوزیتی تأثیر منفی بر تعویق وقوع فلاتر دارد؛ اما با

هسته چند تکه متناوب و همچنین استفاده از چند تکه جدا از هم به جای پوشش یکسره با لایه میراکننده مقید نیز ارائه شده که بخشی از آن‌ها حاکی از امکان دستیابی به میرایی مطلوب و حتی بیشتر از زمانی است که کل سطح سازه با لایه میراکننده پوشانده می‌شود. از جمله این مطالعات می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

کانگ و سینگ [۹] با استفاده از چندین تکه لایه میراکننده راه حل جدیدی را بر مبنای روش انرژی برای پیش‌بینی فرکانس‌ها و میرایی صفحه ارائه کرده‌اند. در پژوهشی دیگر مبینگ شنگ و همکاران [۱] در زمینه ارتعاشات یک صفحه ساندویچی مطالعه‌ای انجام دادند که هسته آن متناوب و از جنس ویسکوالاستیک بوده است. این چنین سازه‌هایی در مرجع [۱۰] با نام لایه میراکننده مقید متناوب<sup>۱</sup> (PCLD) معرفی شده‌اند. نتایج مرجع [۱] نشان می‌دهد، استفاده از این روش، عملکرد بهتری را نسبت به هسته ویسکوالاستیک یک پارچه و یکنواخت می‌تواند داشته باشد. از کارهای تجربی انجام شده نیز می‌توان به داتو و همکاران [۱۱] در زمینه ارتعاشات یک صفحه بدون خرابی و همراه خرابی با وصله‌های CLD و نیز کومار و سینگ [۱۲] اشاره کرد که با انجام آزمایش‌هایی ارتعاشات و میرایی پنل استوانه‌ای با لایه موضعی ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار داده‌اند.

پلانکت و لی [۱۳] اولین کسانی بودند که مفهوم چندتکه کردن لایه میراکننده را ارائه کردند و عبارتی را برای بهینه کردن فاصله بریدگی‌ها در چیدمان آن‌ها استخراج کردند. بعد از ایشان افراد دیگری همچون ترومیت و فاطمی [۱۴] به بررسی توزیع بهینه بریدگی‌ها برای دستیابی به بیشترین میرایی خمشی تیر ساندویچی پرداختند. شیتاآو تیان و همکاران [۱۵] درباره اثر وجود بریدگی در لایه میراکننده مقید برای کنترل ارتعاشات مطالعه‌ای انجام دادند. ایشان در مطالعه خود با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال و روش اجزاء محدود و با انجام مطالعات پارامتریک هندسی و مکانیکی و نیز انجام روش‌های بهینه‌سازی بهترین نحوه قرارگیری بریدگی برای رسیدن به بیشترین میرایی را بررسی کردند. نتایج ایشان حاکی از آن بود که چندتکه بودن لایه

<sup>۱</sup> Periodic Constrained Layer Damping

افزایش میرایی ماده ویسکوالاستیک، مقاومت صفحه در برابر وقوع فلاتر بیشتر می‌شود. شین و همکاران [۲۲]، در ابتدا در مورد فلاتر مافوق صوت پنل‌های استوانه‌ای با لایه ویسکوالاستیک مطالعه کردند و سپس در مرجع [۲۳] فلاتر غیرخطی همان سازه که دچار کماتش حرارتی شده بود بررسی شد؛ همچنین در مطالعه دیگری که توسط محمودخانی و همکاران [۲۴] انجام شد، فلاتر پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با لایه ویسکوالاستیک تحت اثر تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از افزایش دما مورد بررسی قرار گرفت. از دیگر مطالعات انجام شده در زمینه فلاتر سازه‌های ساندویچی می‌توان به مطالعه‌ای اشاره کرد که توسط نظامی [۲۵] و لیوانی و همکاران [۲۶] انجام شده است.

در رابطه با مطالعات ذکر شده در بالا نیاز به توجه است که در تمام آن‌ها لایه مقید شده ویسکوالاستیک به شکل یکپارچه بوده و تمام سطح لایه اصلی را پوشش می‌دهد. با این حال از میرایی مقید می‌توان به صورت موضعی و تنها برای بخش محدودی از سطح سازه اصلی استفاده کرد که در مواردی ممکن است، موجب افزایش میرایی و در عین حال کم کردن میزان جرم اضافه شده ناشی از لایه میرایی شود. در این رابطه تنها مطالعه انجام شده، مربوط به مطالعه عسگری و همکاران [۲۷] است که در آن فلاتر برای پنل ساندویچی با هسته مگنتورئولوژیکی که تنها در بخش‌های محدودی از سازه قرار گرفته بررسی شده است. البته در این مطالعه، لایه مقیدکننده (لایه بالا) همچنان به شکل یکپارچه در نظر گرفته شده و در مقابل، لایه میانی به شکل چند تکه مجزا از ماده مگنتورئولوژیکی در طول تیر پخش شده است. در رابطه با روش به کار رفته در این مقاله برای مدلسازی سازه ساندویچی نیز باید توجه داشت که در این مطالعه از نظریه‌های برشی مرتبه اول استفاده شده و همچنین از اثر کرنش راستای ضخامت صرف نظر شده است؛ بنابراین نمی‌توان از عملکرد درست مدل بکاررفته در این مطالعات برای ضخامت‌های بالای هسته اطمینان حاصل کرد.

بنابراین با توجه به مطالعات مرور شده در بالا، مسأله فلاتر پنل‌های مسطح ساندویچی در سه زمینه نیازمند بررسی و مطالعه دقیق است که تاکنون در مورد پنل‌های ساندویچی مطالعه جامعی در این زمینه‌ها انجام نگرفته است.

اولین مورد اینکه در پنل‌های ساندویچی بر خلاف پنل‌های مسطح تک لایه، به علت وابستگی جابجایی محوری و عمودی، انتظار می‌رود که شرایط مرزی درون صفحه‌ای بر ارتعاشات و فلاتر اثرگذار باشند. دومین مورد به دلیل نامتقارن بودن شکل موده‌های فلاتر (که ترکیبی از دو مود اول ارتعاشی است) انتظار می‌رود که مکان مناسب و بهینه برای اتصال لایه میراگر موضعی به سازه متفاوت از نتیجه‌ای باشد که برای کاهش دامنه ارتعاشات بدست می‌آید. در این خصوص لازم به توجه است که منظور از مکان بهینه، موقعیتی است که در آن مکان، با استفاده از مطالعه پارامتریک، به بیشترین سرعت فلاتر دست یافته شده باشد. در نهایت اثر دو تکه کردن لایه میراگر یک‌پارچه (از طریق ایجاد برش در آن) در تغییر میزان کارایی میراگر برای افزایش پایداری فلاتر ورق موضعی است که نیازمند بررسی دقیق است که تاکنون انجام نشده است. این در حالی است، طبق مطالعات انجام شده از جمله در مرجع [۱۵]، ایجاد برش در لایه میراکننده مقید می‌تواند کارایی را برای کاهش دامنه ارتعاشات بهتر کند و لذا در مطالعه حاضر بررسی وجود بریدگی بر وضعیت آبروالاستیکی نیز مورد توجه قرار گرفته است. همچنین لازم به ذکر است که در هیچ یک از محدود مطالعات انجام شده در زمینه کنترل فلاتر با لایه میراکننده ویسکوالاستیک اثر موضعی بودن لایه میرایی و مکان قرارگیری آن و نیز اثر وجود بریدگی در این لایه بر مرز فلاتر بررسی نشده است و از آنجا که در سازه‌های هوافضایی کم شدن جرم سازه مزیت مهمی محسوب می‌شود، اثر موضعی بودن لایه میراگر نسبت به پوشش سراسری آن مورد توجه قرار گرفته است.

برای دستیابی به این اهداف در مطالعه حاضر، روابط حاکم بر سازه با لایه میراکننده مقید سراسری و موضعی تحت اثر جریان مافوق صوت با احتساب کرنش‌های راستای ضخامت در هسته ویسکوالاستیک استخراج شده‌اند. برای مدل‌سازی پنل ساندویچی، از چند جمله‌ای‌های درجه ۳ و ۲ به ترتیب برای جابجایی‌های درون صفحه‌ای و برون صفحه‌ای استفاده شده و با توجه به اینکه رویه‌ها نسبت به هسته ویسکوالاستیک سفتی بالاتری دارند و تغییر شکل‌های برشی در هسته نسبت به رویه‌ها از اهمیت به مراتب بیشتری برخوردار است، لذا کرنش برشی تنها برای هسته در نظر گرفته شده و برای مدل‌سازی

فرضیاتی که برای مدل‌سازی پنل ساندویچی در نظر گرفته شده‌اند، به این قرار است: (۱) کلیه لایه‌ها از جنس مواد همگن و همسانگرد بوده و رفتاری خطی دارند (۲) کرنش راستای ضخامت و کرنش برشی تنها برای هسته در نظر گرفته شده است (۳) بین لایه‌ها هیچگونه لغزشی وجود ندارد و اتصال کامل برقرار است (۴) روابط لایه‌های بالا و پایین با نظریه اویلر-برنولی و هسته ویسکوالاستیک با نظریه مرتبه بالا و احتساب کرنش راستای ضخامت استخراج شده‌اند.

### ۲-۱- روابط سینماتیک

طبق نظریه مرتبه بالا و رابطه (۱) جابجایی‌های محوری (درون صفحه‌ای  $u$ ) و عرضی (خارج صفحه‌ای  $w$ ) برای لایه میانی به ترتیب به صورت چند جمله‌ای‌های مرتبه ۳ و ۲ در نظر گرفته شده‌اند [۲۸]:

$$u = u_0 + zu_1 + z^2u_2 + z^3u_3$$

$$w = w_0 + zw_1 + z^2w_2 \quad (1)$$

همچنین جابجایی‌های محوری و عرضی برای لایه‌های بالا و پایین، طبق رابطه (۲) بیان می‌شوند:

$$u_m = u_{m0} - z_m \frac{\partial w_m}{\partial x_m}, w_m = w_{m0},$$

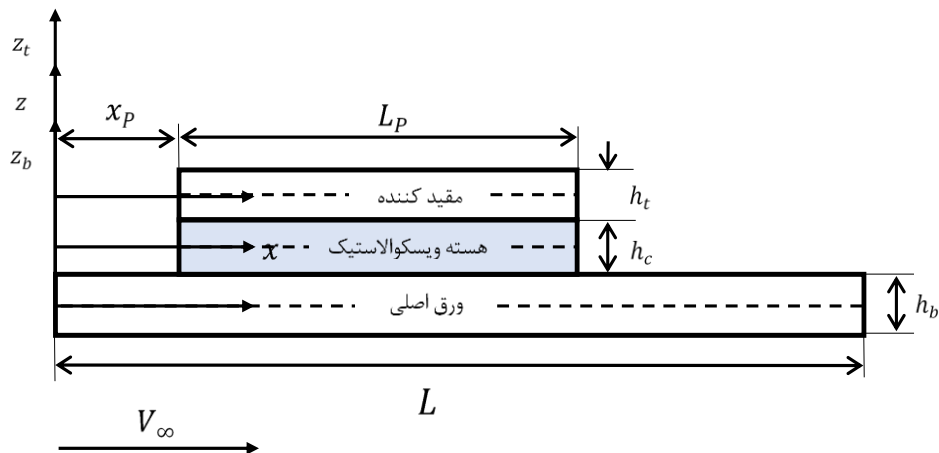
$$m : t, b \quad (2)$$

که در این رابطه  $t$  و  $b$  به ترتیب بیانگر لایه بالا (مقیدکننده) و پایینی (ورق اصلی) می‌باشند؛ همچنین به منظور برقراری فرض عدم لغزش بین لایه‌ها و شرط پیوستگی جابجایی‌ها،

لایه بالایی و پایینی از مدل اویلر-برنولی استفاده شده است. به علاوه، پنل با فرض طول بینهایت مدل شده و حل مسئله نیز با کمک روش اجزاء محدود و با المان‌های سه‌گره‌ای انجام شده است؛ همچنین برای جابجایی‌های عرضی لایه بالا و پایین از توابع شکل هرمیتی و برای سایر عبارات جابجایی مجهول از توابع شکل لاگرانژی برای تقریب در راستای محوری استفاده شده است. مدل‌سازی ماده ویسکوالاستیک نیز با استفاده از مدول مختلط و با در نظر گرفتن وابستگی خواص به فرکانس تحریک انجام گرفته است. در نهایت، حل مسئله مقدار ویژه برای تعیین نقطه فلاتر، با توجه به وابستگی ماتریس سفتی به فرکانس، با روش‌های تکراری انجام شده است. در ضمن کلیه مراحل در نرم افزار میپل کدنویسی شده و برای دستیابی به سه هدف اشاره شده در بالا مطالعات عددی متعددی صورت گرفته که می‌تواند دید بهتر و جامع‌تری را در رابطه با عملکرد لایه میراکننده مقید و اثر پارامترهای مختلف بر آن ایجاد کند.

### ۲- مدل‌سازی

در شکل ۱ مدل هندسی پنل با لایه میراکننده مقید موضعی به همراه دستگاه مختصات نشان داده شده است. طبق این شکل محور طولی دستگاه مختصات بر صفحه میانی لایه‌ها منطبق بوده و  $L$ ،  $L_p$  و  $X_p$  به ترتیب بیانگر طول کل پنل، طول لایه میراکننده مقید و فاصله این لایه از محور عمودی می‌باشند؛ همچنین  $h_t$  و  $h_c$  به ترتیب ضخامت لایه بالا، هسته و لایه پایین بوده و  $V_\infty$  سرعت جریان آزاد است که پنل از یک سمت تحت این جریان قرار گرفته است.



شکل ۱- مدل هندسی پنل با لایه میراکننده مقید موضعی

نیاز به استفاده از انتگرال بولتزمن برای بیان رابطه تنش و کرنش بوده که تا اندازه‌ای موجب پیچیده‌تر شدن روابط حاکم می‌شود. در مقابل، بیان روابط در حوزه فرکانس به-کمک مدول مختلط به صورت  $G = G'(1 + \eta I)$  امکان‌پذیر خواهد بود که با توجه به در دسترس بودن نمودارهای تجربی تغییرات مدول مختلط با فرکانس، از همین روش در این مقاله استفاده شده است. با فرض همسانگرد بودن ماده روابط ساختاری به کمک قانون هوک برای هسته به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{2G'(1 + \eta I)}{(2\nu^2 - 2\nu + 1)} [(\varepsilon_{xx}\nu + \nu\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})] \\ \sigma_{zz} &= \frac{2G'(1 + \nu)(1 + \eta I)}{(2\nu^3 - \nu + 1)} [(\varepsilon_{xx}\nu - \nu\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz})] \\ \sigma_{xz} &= 2G'(1 + \eta I)\varepsilon_{xz} \end{aligned} \quad (6)$$

که در رابطه بالا  $I = \sqrt{-1}$  و  $G'$ ،  $\nu$  و  $\eta$  به ترتیب بیانگر مدول انباشت، ضریب پواسون و ضریب میرایی هستند. در این پژوهش، هسته ویسکوالاستیک از جنس ماده ایرفلکس ۴۵۰۰ انتخاب شده است که برای تعیین مدول انباشت و ضریب میرایی این ماده از نتایج تجربی و آزمایشگاهی ارائه شده در مرجع [۲۹] استفاده می‌شود. در مرجع نام برده خواص میرایی و وابستگی فرکانسی و دمایی مواد مختلف مورد آزمایش قرار گرفته است و خواص دینامیکی مواد از انطباق توابع ریاضی به داده‌های حاصل شده از نتایج آزمایشگاهی بدست آمده‌اند. رابطه (۷) خواص دینامیکی را برای این ماده نشان می‌دهد:

$$\begin{aligned} G' &= \log(\mathcal{M}) + \frac{2 \log\left(\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}\right)}{1 + (\mathcal{F}/f_r)^{\mathcal{H}}} \\ \log(\eta) &= \log(\eta_0) \\ &+ \frac{((S_H + S_L)\alpha_0 + (S_L - S_H)(1 - \sqrt{1 + \alpha_0^2}))\beta_0}{2} \\ \log(f_r) &= \log(f) - \frac{12(T - T_0)}{525 + T - T_0} \\ \alpha_0 &= \frac{\log(f_r) - \log(f_0)}{\beta_0} \end{aligned} \quad (7)$$

نیاز است تا جایجایی‌ها در فصل مشترک هسته و رویه‌ها مطابق با رابطه (۳) برابر نهاده شوند:

$$\begin{aligned} u_t(z = -\frac{h_t}{2}) &= u_c(z = +\frac{h_c}{2}) \\ u_b(z = +\frac{h_b}{2}) &= u_c(z = -\frac{h_c}{2}) \\ w_t(z = -\frac{h_t}{2}) &= w_c(z = +\frac{h_c}{2}) \\ w_b(z = +\frac{h_b}{2}) &= w_c(z = -\frac{h_c}{2}) \end{aligned} \quad (3)$$

که در روابط بالا  $h_t$ ،  $h_c$  و  $h_b$  به ترتیب معرف ضخامت لایه بالا، هسته و لایه پایینی هستند. با حل چهار معادله جبری حاصل از رابطه بالا مجهولات جایجایی  $u_2$ ،  $u_3$ ،  $w_1$  و  $w_2$  بر حسب سایر متغیرهای جایجایی بدست می‌آیند که در نهایت هفت متغیر جایجایی مستقل شامل، جایجایی‌های  $u_0$ ،  $u_1$ ،  $w_0$ ،  $u_{t0}$ ،  $u_{b0}$  و  $w_{b0}$  باقی می‌مانند.

## ۲-۲- روابط کرنش-جایجایی

روابط کرنش-جایجایی با فرض کرنش‌ها و چرخش‌های کوچک و صرف نظر از عبارات‌های غیرخطی هندسی به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (4)$$

که در این رابطه  $\varepsilon_{xx}$ ،  $\varepsilon_{zz}$  و  $\varepsilon_{xz}$  به ترتیب کرنش‌های نرمال در راستای محور  $x$ ،  $z$  و کرنش برشی هستند. در ادامه با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۴) داریم:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^0 + z\varepsilon_{xx}^1 + z^2\varepsilon_{xx}^2 + z^3\varepsilon_{xx}^3 \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{zz}^0 + z\varepsilon_{zz}^1 \\ \varepsilon_{xz} &= \varepsilon_{xz}^0 + z\varepsilon_{xz}^1 + z^2\varepsilon_{xz}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

که در رابطه بالا ضرایب  $z^{0,1,2,3}$  کرنش‌های بدون وابستگی به  $z$  هستند. به طور مشابه با همین تعریف، با جاگذاری میدان‌های جایجایی ارائه شده در (۲) در رابطه (۴) کرنش‌های نرمال در راستای محور  $x$  برای لایه بالا و پایین بدست می‌آیند.

## ۳-۲- روابط ساختاری

روابط تنش-کرنش برای ماده ویسکوالاستیک را می‌توان در حوزه فرکانس و یا در حوزه زمان تعریف کرد. در حوزه زمان،

<sup>1</sup> AIRFLEX4500

سفتی سازه‌ای، انرژی جنبشی برای ماتریس جرم و کار ناشی از فشار آیرودینامیکی برای ماتریس‌های سفتی و میرایی آیرودینامیکی برای هر المان تعیین شوند. برای لایه ویسکوالاستیک انرژی کرنشی به صورت رابطه (۱۲) بدست می‌آید:

$$U_c^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} (N_{xx}^0 \varepsilon_{xx}^0 + N_{xx}^1 \varepsilon_{xx}^1 + N_{xx}^2 \varepsilon_{xx}^2 + N_{xx}^3 \varepsilon_{xx}^3 + N_{zz}^0 \varepsilon_{zz}^0 + N_{zz}^1 \varepsilon_{zz}^1 + N_{zz}^2 \varepsilon_{zz}^2 + N_{zz}^3 \varepsilon_{zz}^3 + N_{xz}^0 \varepsilon_{xz}^0 + N_{xz}^1 \varepsilon_{xz}^1 + N_{xz}^2 \varepsilon_{xz}^2) dx \quad (12)$$

در رابطه بالا،  $L_e$  بیانگر طول هر المان است. به شکل مشابه می‌توان انرژی کرنشی برای لایه مقیدکننده و پِنل اصلی را نیز نوشت که البته در مقایسه با رابطه (۱۲) تنها دو عبارت ابتدایی از جملات داخل انتگرال برای این دولایه غیرصفر خواهند بود؛ همچنین انرژی جنبشی کل سازه ساندویچی به صورت رابطه (۱۳) بدست خواهد آمد:

$$T_c^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{L_e} \rho [\dot{u}^2 + \dot{w}^2] dx dz$$

$$T_i^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \int_0^{L_e} \rho_i [\dot{u}_i^2 + \dot{w}_i^2] dx dz, \quad i = b, t \quad (13)$$

که  $\rho_b$  و  $\rho_t$  به ترتیب بیانگر چگالی لایه بالا، هسته و لایه پایین هستند. در نهایت انرژی کرنشی کل سازه از جمع انرژی‌های تک تک لایه‌ها بدست می‌آید. با جایگذاری روابط (۱) تا (۱۳) می‌توان انرژی پتانسیل و جنبشی را برحسب عبارات جابجایی مجهول به دست آورد. در نهایت با فرض این که ورق تنها از سمت پایین در معرض جریان آزاد هوا قرار گرفته است، و ردش<sup>۱</sup> کار ناشی از فشار آیرودینامیک به صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود:

$$\delta W_{ext} = \int_0^{L_e} P_a(x, t) \delta w_b dx \quad (14)$$

که در این رابطه  $\delta w_b$  وردش جابجایی لایه پایین در راستای عمود بر جریان هوا است.

که در این روابط  $G'$ ،  $f$ ،  $T$  و  $\eta$  به ترتیب مدول انباشت برحسب پوند بر اینچ مربع، فرکانس تحریک بر حسب هرتز، دمای محیط بر حسب فارنهایت و ضریب میرایی بوده و پارامترهای  $\mathcal{M}$ ،  $\mathcal{H}$ ،  $f_0$ ،  $\mathcal{R}$ ،  $\mathcal{F}$ ،  $\eta_0$ ،  $\mathcal{S}_L \mathcal{S}_H$  و  $\beta_0$  و  $T_0$  مقادیر ثابت هستند که برای مواد مختلف ویسکوالاستیک از جمله ایرفلکس ۴۵۰۰ در [۲۹] موجود می‌باشند. در ادامه روابط تنش-کرنش برای لایه پایین و بالا با فرض این که هر دو کرنش  $\varepsilon_{yy}$  و  $\varepsilon_{zz}$  برای هر دو لایه صفر هستند، به صورت رابطه کلاسیک (۸) تعیین می‌شود:

$$\sigma_{xx}^i = \frac{E_i \varepsilon_{xx}^i}{1 - \nu_i^2}, \quad i = b, t \quad (8)$$

با بدست آوردن روابط تنش در هر سه لایه، منته‌های تنش را برای لایه هسته با جایگذاری روابط (۴) تا (۸) در (۹) و برای لایه بالا و پایین در رابطه (۱۰) می‌توان محاسبه کرد:

$$N_{\alpha\beta}^i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha\beta} z^i dz, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \beta: x, z \quad (9)$$

$$N_{xx}^i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xx} z^i dz, \quad i = 0, 1 \quad (10)$$

## ۲-۴- فشار آیرودینامیکی

برای تعیین فشار ناشی از اندرکنش جریان مافوق صوت با پِنل، در اینجا از رابطه پیستون مرتبه اول خطی استفاده شده است. این رابطه که با فرض شبه پایا بودن جریان بدست آمده است برای محاسبه توزیع فشار ناشی از جریان روی سطوحی که یک سمت آن‌ها در معرض جریان قرار دارد مورد استفاده قرار می‌گیرد. رابطه پیستون مرتبه اول به صورت رابطه (۱۱) بیان می‌شود [۲۱، ۳۰ و ۳۱]:

$$P_a = -\frac{2q_\infty}{\beta} \left[ \frac{1}{V_\infty} \left( \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (11)$$

که  $P_a$ ،  $V_\infty$ ،  $M_\infty$  و  $q_\infty = 1/2 \rho_\infty V_\infty^2$  و  $\rho_\infty$  به ترتیب، بیانگر فشار وارده بر سطح پِنل ناشی از جریان هوا، سرعت جریان آزاد، عدد ماخ، فشار دینامیکی جریان آزاد هوا و چگالی هوا بوده و همچنین  $\beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$ .

## ۲-۵- روابط انرژی برای هر المان

به منظور استخراج ماتریس‌های اجزاء محدود از روابط لاگرانژ، نیاز است تا در ابتدا عبارت‌های انرژی کرنشی برای ماتریس

<sup>۱</sup> Variation

### ۳- روش المان محدود

برای گسسته‌سازی هندسه ورق با عرض بی‌نهایت، المان در نظر گرفته شده یک المان سه‌گره‌ای یک‌بعدی است که در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شکل،  $\xi$  مختصات بی-بعد هر المان بوده که مبدأ آن در مرکز المان قرار گرفته است و رابطه آن با دستگاه مختصات کلی در جهت  $x$  برای  $n_e$  آمین المان به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شود:

$$\xi = \left( \frac{2x}{L_e} - 1 \right) - 2(n_e - 1) \quad (15)$$

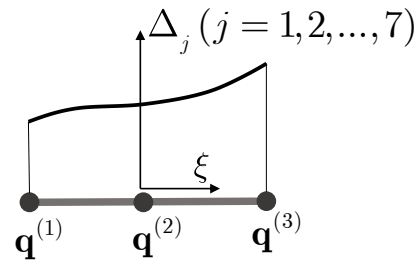
بردار  $\mathbf{q}^{(i)}$  نیز که مؤلفه‌های آن جابجایی‌های هر گره است برای ورق با لایه میراکننده مقید به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود:

$$\mathbf{q}^{(i)} = [u_{b0}^{(i)}, w_{b0}^{(i)}, w_{b0,x}^{(i)}, u_0^{(i)}, u_1^{(i)}, u_{t0}^{(i)}, w_0^{(i)}, w_{t0}^{(i)}, w_{t0,x}^{(i)}]^T \quad (16)$$

بنابراین در قسمت ساندویچی ورق هر گره تعداد ۹ درجه آزادی در نتیجه، هر المان ۲۷ درجه آزادی خواهد داشت. در رابطه (۱۶) همان‌طور که دیده می‌شود، علاوه بر جابجایی‌های خارج صفحه لایه بالا و پایین، مشتقات این جابجایی‌ها نسبت به  $x$  یعنی  $w_{t0,x}^{(i)}$  و  $w_{b0,x}^{(i)}$  وجود دارند که علت آن استفاده از المان نوع هرمیتی برای این دو لایه است. در شکل ۲،  $\Delta$  بردار درجات آزادی هر گره است که در رابطه (۱۷) نشان داده شده است.  $\Delta = \mathbf{Nq}$  به کمک توابع شکلی که از درون‌یابی توابع چندجمله‌ای برای یک المان سه‌گره‌ای بدست آمده است، تقریب زده می‌شود (رابطه (۱۷)).

$$\Delta(\xi) = [u_{b0}, w_{b0}, u_0, u_1, u_{t0}, w_0, w_{t0}]^T \quad (17)$$

در رابطه بالا،  $\mathbf{q} = [\mathbf{q}^{(1)}; \mathbf{q}^{(2)}; \mathbf{q}^{(3)}]$  است که قبلاً تعریف شده و  $\mathbf{N}$  ماتریس توابع شکل نام دارد و شامل ۷ ردیف و ۲۷ ستون است و عناصر غیر صفر ردیف‌های ۱، ۳، ۴، ۵ و ۶ به صورت رابطه (۱۸) بدست آمده‌اند:



شکل ۲- المان سه‌گره‌ای با مختصات بی‌بعد  $\xi$

$$N_{1(9i-8)} = N_{3(9i-5)} = N_{4(9i-4)} \\ = N_{5(9i-3)} = N_{6(9i-2)} = S_i^{(1)}(\xi), \\ i = 1, 2, 3. \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)  $S_i^{(1)}$  تابع شکل لاگرانژی برای المان سه‌گره‌ای است که به صورت رابطه (۱۹) بدست می‌آید:

$$S_1^{(1)} = \frac{\xi^2 - \xi}{2}, S_2^{(1)} = -\xi^2 + 1, \\ S_3^{(1)} = \frac{\xi^2 + \xi}{2} \quad (19)$$

مابقی مؤلفه‌های  $\Delta$  که شامل جابجایی خارج صفحه لایه بالا و پایین است ( $w_{t0}$  و  $w_{b0}$ )، به کمک توابع شکل هرمیتی با پیوستگی  $C^1$  تقریب زده می‌شوند که به علت فرض اویلر-برنولی بودن این دو لایه این نوع تابع شکل انتخاب شده است؛ بنابراین، مؤلفه‌های ردیف دوم و هفتم ماتریس  $\mathbf{N}$  از طریق رابطه (۲۰) تعیین می‌شوند:

$$N_{2(9i-7)} = N_{7(9i-1)} = S_i^{(2)}(\xi) \\ N_{2(9i-6)} = N_{7(9i)} = D_i^{(2)}(\xi) \\ i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

که توابع شکل هرمیتی  $S_i^{(2)}(\xi)$  و  $D_i^{(2)}(\xi)$  برای المان سه‌گره‌ای به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) بدست می‌آیند:

$$S_1^{(2)} = \frac{3}{4}\xi^5 - \frac{1}{2}\xi^4 - \frac{5}{4}\xi^3 + \xi^2 \\ S_2^{(2)} = \xi^4 - 2\xi^2 + 1 \\ S_3^{(2)} = -\frac{3}{4}\xi^5 - \frac{1}{2}\xi^4 + \frac{5}{4}\xi^3 + \xi^2 \quad (21)$$

$$D_1^{(2)} = \frac{1}{4}(\xi^5 - \xi^4 - \xi^3 + \xi^2) \\ D_2^{(2)} = (\xi^2 - 2\xi^3 - \xi) \\ D_3^{(2)} = \frac{1}{4}(\xi^5 + \xi^4 - \xi^3 - \xi^2) \quad (22)$$

برای قسمت بدون لایه میراکننده مقید از همان المان سه‌گره‌ای استفاده شده است؛ البته با این تفاوت که بردار درجات آزادی ورق اصلی که با  $\mathbf{q}_b^{(i)}$  نشان داده می‌شود، تنها شامل سه مؤلفه اول  $\mathbf{q}^{(i)}$  است؛ همچنین بردار  $\Delta_b$  به صورت رابطه (۲۳) تعریف می‌شود:

$$\Delta_b(\xi) = [u_{b0}, w_{b0}]^T \quad (23)$$

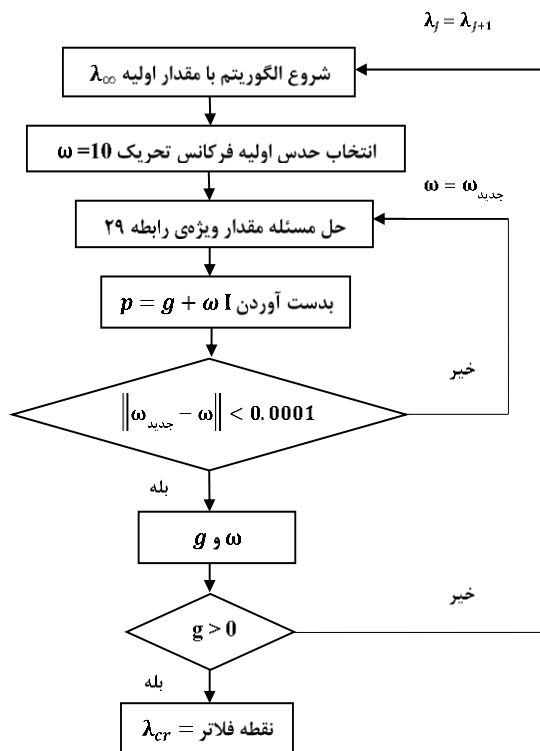


$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_a & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{M} \\ \mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (28)$$

در ادامه با جاگذاری  $\mathbf{r}^* = \mathbf{r}_0^* e^{pt}$  رابطه (۲۷) به صورت رابطه (۲۹) تبدیل می‌شود که یک مسئله مقدار ویژه استاندارد است.

$$[\mathbf{B}^* p + \mathbf{A}^*] \mathbf{r}_0^* = \mathbf{0} \quad (29)$$

در این رابطه  $p$  به شکل مختلط به دست خواهد آمد که با توجه به حضور همزمان میرایی نوع سازه‌ای (با عبارت موهومی) و میرایی نوع ویسکوز، تشخیص وقوع ناپایداری با بررسی علامت بخش حقیقی ریشه‌های با بخش موهومی مثبت انجام می‌شود. در واقع، تا زمانی که سازه پایدار باشد، علامت این عدد منفی بوده و با وقوع فلاتر علامت آن تغییر می‌کند. همچنین از آنجا که ماتریس  $\mathbf{B}^*$  وابسته به فرکانس است، لازم است که مسأله مقدار ویژه (۲۹) با یک روش تکراری مناسب حل شود. در این مطالعه روش تکراری مشابه با روش  $p-k$  استفاده شده است. شکل ۳ مراحل این روش تکراری را نشان می‌دهد.



شکل ۳- الگوریتم حل مسأله مقدار ویژه

در نتیجه برای  $\Delta_b$  ماتریس توابع شکل  $\mathbf{N}_b$  بوده و شامل ۲ ردیف و ۹ ستون است که مؤلفه‌های غیر صفر ردیف اول ماتریس  $\mathbf{N}_b$  نیز در رابطه (۲۴) داده شده‌اند:

$$(\mathbf{N}_b)_{1(3i-2)} = S_i^{(1)}(\xi), i = 1, 2, 3 \quad (24)$$

همچنین مؤلفه‌های غیر صفر دومین سطر ماتریس  $\mathbf{N}_b$  که متناظر با  $w_{b0}$  است از طریق رابطه (۲۵) بدست می‌آید:

$$(\mathbf{N}_b)_{2(3i-1)} = S_i^{(2)}(\xi) \quad (25)$$

$$N_{2(3i)} = D_i^{(2)}(\xi), i = 1, 2, 3$$

در نهایت، بعد از تعریف مجهول‌های جابجایی و جایگذاری در روابط انرژی جنبشی و پتانسیل، ماتریس‌های سازه‌ای سفتی  $(\mathbf{K}^{(e)})$  و جرم  $(\mathbf{M}^{(e)})$  و همچنین ماتریس‌های آیرودینامیکی میرایی  $(\mathbf{C}_a^{(e)})$  و سفتی  $(\mathbf{K}_a^{(e)})$  برای هر المان بدست می‌آیند. این ماتریس‌ها برای بخش‌هایی از سازه که حاوی لایه میراکننده است، دارای بعد ۲۷ در ۲۷ و برای بخش‌های بدون لایه میراکننده دارای بعد ۹ در ۹ هستند؛ همچنین عبارات پارامتریک این ماتریس‌ها بخصوص در بخش‌های حاوی لایه میراکننده بسیار طولانی بوده، لذا قابل ارائه در اینجا نیستند.

با قراردادن روابط مربوط به انرژی‌ها و کارنیروهای خارجی در رابطه لاگرانژ، ماتریس‌های مربوط به المان‌ها استخراج می‌شوند که با ادغام<sup>۱</sup> ماتریس‌ها و اعمال شروط مرزی، معادله آیرولاستیک حاکم بر ورق ساندویچی به صورت رابطه (۲۶) قابل بیان خواهد بود:

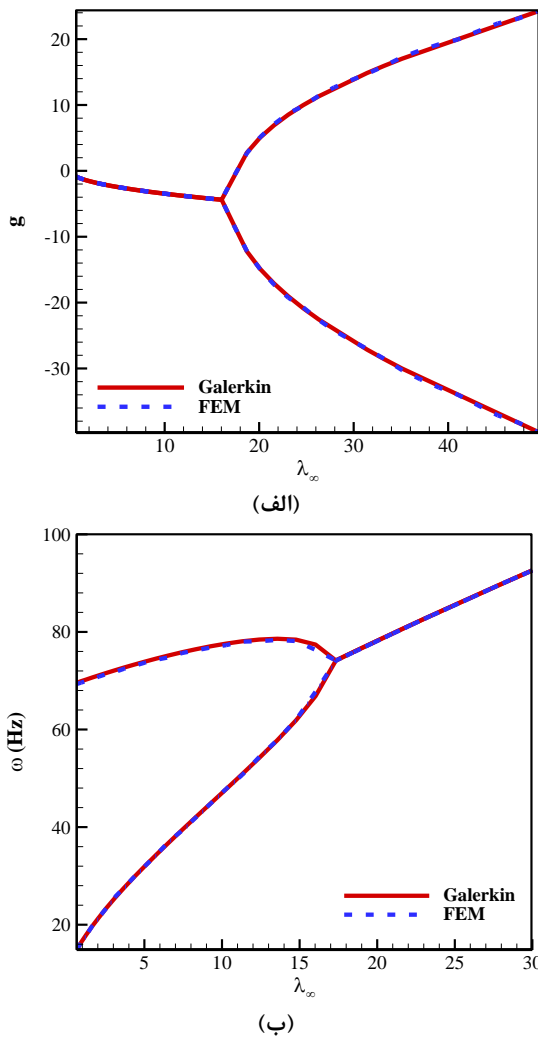
$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_a) \mathbf{q} + \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (26)$$

که در این رابطه  $\mathbf{M}$  ماتریس جرم کلی،  $\mathbf{K}_s$  ماتریس سفتی سازه‌ای و وابسته به فرکانس،  $\mathbf{K}_a$  ماتریس سفتی آیرودینامیکی و  $\mathbf{C}_a$  ماتریس میرایی آیرودینامیکی مونتاژ شده هستند. در ادامه برای تحلیل فلاتر معادلات آیرولاستیک طبق رابطه (۲۷) به فضای حالت منتقل می‌شود:

$$\mathbf{A}^* \dot{\mathbf{r}}^* + \mathbf{B}^* \mathbf{r}^* = \mathbf{0}, \quad (27)$$

که در رابطه بالا  $\mathbf{r}^* = \{\mathbf{r} \ \dot{\mathbf{r}}\}^T$  و ماتریس‌های  $\mathbf{A}^*$  و  $\mathbf{B}^*$  به صورت رابطه (۲۸) به دست می‌آیند:

<sup>۱</sup> Assembling



شکل ۴- مقایسه الف) میرایی و ب) فرکانس حاصل از روش المان محدود با گلرکین - تکیه گاه یک سرگردار و  $L = 1 \text{ m}$

#### ۴-۲- بررسی اثر قید درون صفحه

در این بخش اثر مقید کردن حرکت درون صفحه‌ای پنل اصلی بر سرعت فلاتر و مشخصات ارتعاشی سازه بررسی شده است. شرایط مرزی در دو سمت ساده بوده و مشخصات پنل و حرکت طولی سازه باید توجه داشت که در پنل‌های ساندویچی، به دلیل وابستگی جابجایی‌های طولی و عرضی، مودهای خمشی سازه شامل جابجایی همزمان عرضی و طولی هستند. بر این مبنا انتظار می‌رود که با اعمال قید به جابجایی طولی، فرکانس، میرایی مودهای خمشی سازه و در

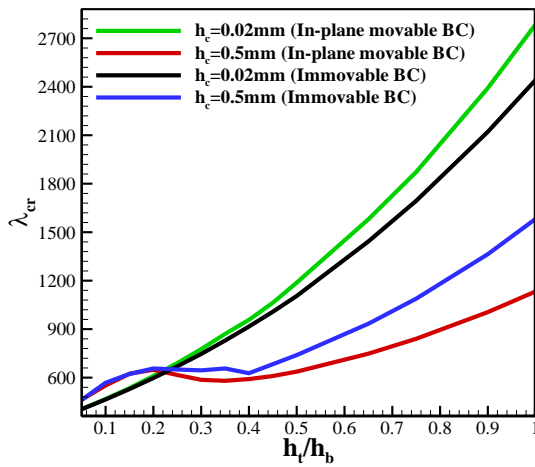
#### ۴- نتایج عددی

##### ۴-۱- صحت سنجی

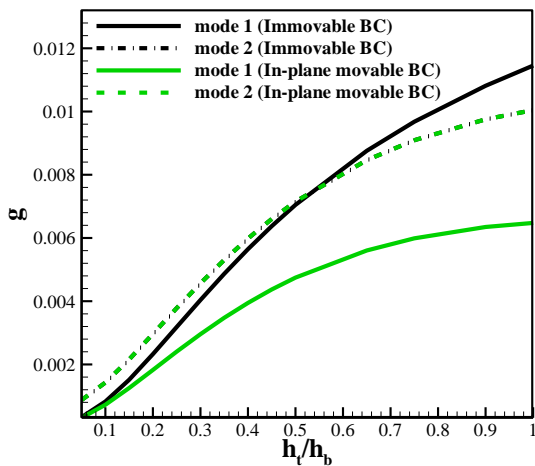
جهت اطمینان از صحت کد رایانه‌ای و روابط استخراج شده در پیش‌بینی درست مرز فلاتر در تحقیق حاضر، بخش اعتبارسنجی نتایج ارائه شده است. لازم به ذکر است، فرکانس‌های طبیعی مدل ساندویچی مشابه مدل تحقیق حاضر برای ضخامت‌های مختلف هسته در مطالعه دیگری که توسط محمودخانی و کلبادی [۳۲] انجام شده است، مورد ارزیابی و صحت سنجی قرار گرفته است؛ لذا در این قسمت تنها به دقت کد رایانه‌ای در پیش‌بینی مرز فلاتر پرداخته شده است. در این راستا نتایج به دست آمده برای سرعت فلاتر یک پنل تک لایه با شرط مرزی یک سرگردار با نتایج حاصل از حل تحلیلی گلرکین مقایسه شده است. برای این منظور، هر سه لایه در کد حاضر از جنس مواد الاستیک و یکسان (مانند ورق اصلی با مشخصات جدول ۱) فرض شده و مجموع ضخامت سه لایه پنل ساندویچی برابر ۲ میلی‌متر در نظر گرفته شده است؛ همچنین تعداد جملات بکاررفته در روش گلرکین ۳ جمله بوده و در روش المان محدود از ۱۵ المان با ۲۷ درجه آزادی در هر المان استفاده شده است. شکل ۴ نمودار میرایی و فرکانس پنل تک‌لایه را بر حسب فشار آیرودینامیکی بی‌بعد برای شرایط تکیه گاهی یک سرگردار نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل‌ها دیده می‌شود، نمودارهای حاصل از روش المان محدود استفاده شده در تحقیق حاضر و روش تحلیلی گلرکین منطبق می‌باشند.

##### جدول ۱- مشخصات ورق و خواص جریان آزاد

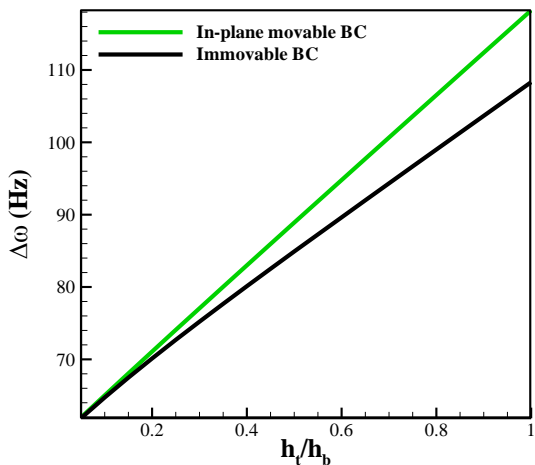
$L = 0.5 \text{ m}$	طول
$E_{t,b} = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	مدول یانگ
$\nu_{t,b} = 0.34$ , $\nu_c = 0.49$	ضریب پواسون
$\rho_{t,b} = 2700 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ , $\rho_c = 1109 \text{ Kg/m}^3$	چگالی
$h_b = 2 \text{ mm}$	ضخامت
$M_\infty = 3$ , $\rho_\infty = \frac{1.225 \text{ Kg}}{\text{m}^3}$ , $T = 25^\circ \text{C}$	خواص جریان هوا



(ف)



(ب)



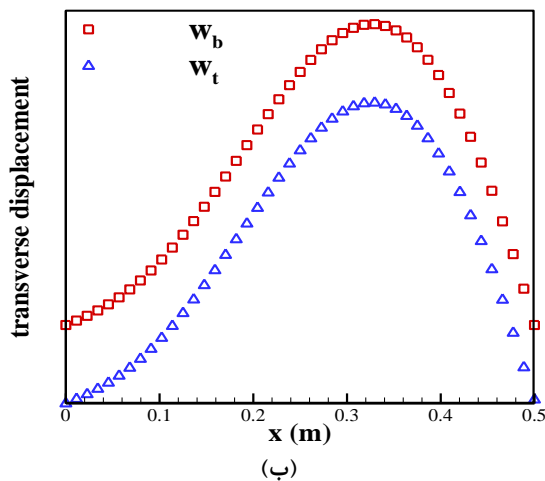
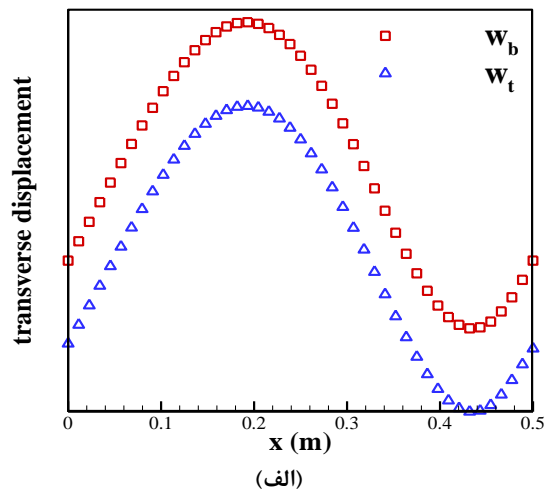
(پ)

شکل ۵- تأثیر قید درون صفحه‌ای طولی بر الف) تغییرات فلاتر با ضخامت لایه بالا، ب) تغییرات میرایی دو مود اول ارتعاشی برای  $h_c = 0.02 \text{ mm}$  و پ) تغییرات  $(\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1)$

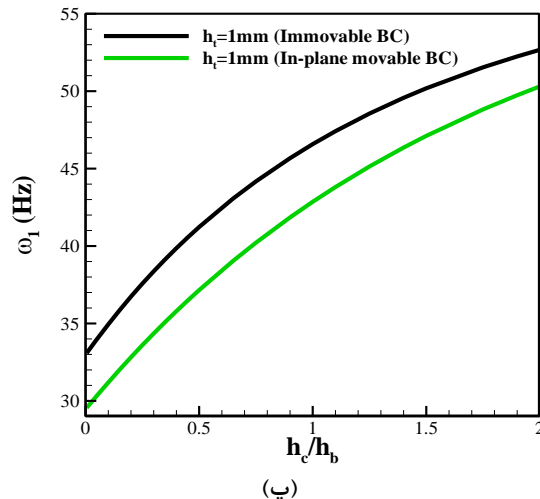
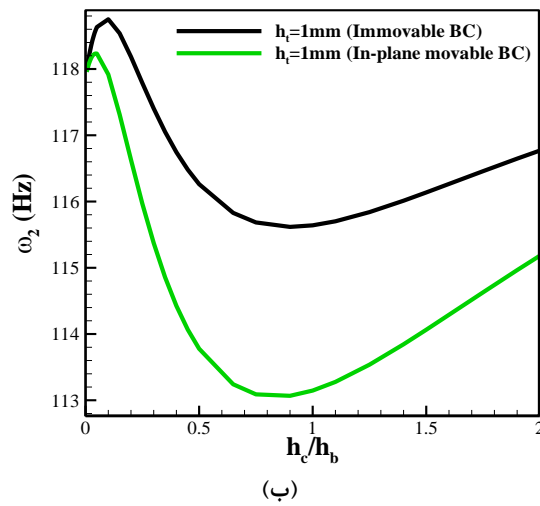
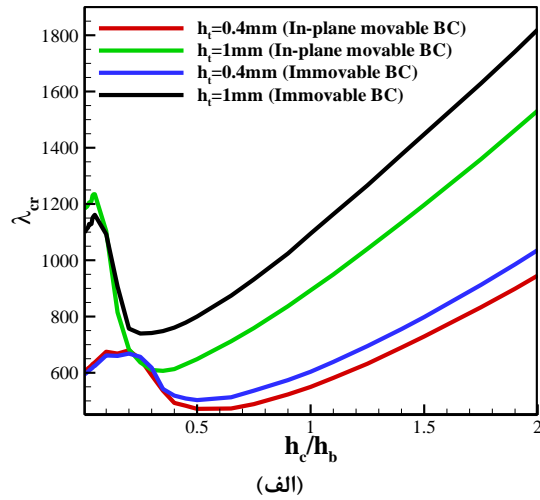
نتیجه سرعت فلاتر آن نیز تغییر کند. برای بررسی این موضوع در ابتدا در شکل ۵ تأثیر آزاد بودن حرکت درون- صفحه‌ای لبه پنل در یک سمت بر تغییرات فشار بحرانی و میرایی با تغییرات ضخامت لایه مقیدکننده و برای دو ضخامت مختلف هسته از نوع ماده ایرفلکس ۴۵۰۰ مورد مطالعه قرار گرفته است. لازم به ذکر است، سرعت فلاتر به صورت  $\lambda = 2qL^3/\beta D$  بی‌بعد شده است که  $\lambda$  فشار آیرودینامیک بی‌بعد نام داشته و  $D$  صلبیت خمشی ورق اصلی است. طبق قسمت الف) شکل برای هسته نازک‌تر ( $h_c = 0.02 \text{ mm}$ ) مقید بودن حرکت طولی پنل می‌تواند موجب کم‌تر شدن سرعت فلاتر نسبت به حالتی باشد که قید وجود ندارد. علت این اتفاق را می‌توان در شکل ۵-پ جستجو کرد. در این شکل تغییرات اختلاف فرکانس دو مود اول ارتعاشی  $(\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1)$  رسم شده است که طبق شکل در صورت وجود قید طولی اختلاف فرکانس‌ها نیز کم‌تر از حالت بدون قید است؛ اما چنانچه در شکل ۵-ب دیده می‌شود، بسته شدن حرکت طولی منجر به افزایش میرایی مود اول ارتعاشات شده است، اما تغییری در میرایی مود دوم ارتعاشی سازه مشاهده نمی‌شود. علت عدم اثرپذیری میرایی مود دوم از قید طولی را می‌توان در سهم پایین جابجایی طولی نسبت به خمش در مود دوم در این ضخامت از هسته دانست. در واقع با تشکیل دو نیم موج در مود دوم، جابجایی طولی ایجاد شده همراه آن چندان قابل توجه نبوده و لذا قید طولی اثری روی میرایی این مود نخواهد داشت. برای ضخامت بیشتر هسته ( $h_c = 0.5 \text{ mm}$ ) وضعیت فشار فلاتر عکس حالت فوق بوده و با بسته شدن حرکت طولی پنل اصلی در ضخامت‌های زیاد لایه بالا، سرعت فلاتر بیشتر از حالتی است که قید طولی وجود ندارد.

اثر قید حرکت طولی بر تغییرات مرز فلاتر با ضخامت هسته در شکل ۶- الف نشان داده شده است. طبق شکل برای  $h_c = 1 \text{ mm}$  و در ضخامت‌های کم هسته، بسته بودن حرکت طولی منجر به کم شدن سرعت فلاتر شده، اما با ضخیم‌تر شدن هسته، هم اثر قید طولی بیشتر شده و هم موجب تأخیر در وقوع فلاتر می‌شود. علت این اتفاق را می‌توان در شکل ۶- ب با تغییرات فرکانس مود دوم سازه جستجو کرد که نشان دهنده افزایش فرکانس در اثر مقید شدن حرکت طولی لبه‌ها است.

در شکل ۷ مطالعه دیگری برای تعیین اثر قید حرکت طولی روی شکل موده‌های فلاتر پیل ساندویچی با  $\frac{h_c}{h_b} = 2$  و  $h_t = 1 \text{ mm}$  انجام شده است. نتایج حاصل در شکل ۷ تغییرات جابجایی عرضی پیل را در راستای طولی نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۷ مشخص است، شکل موده‌های فلاتر در نقطه بروز فلاتر برای دو حالت باز و بسته بودن حرکت طولی، تفاوت قابل ملاحظه‌ای با هم دارند. در واقع در حالت بدون قید طولی (الف)، نقطه بیشینه نمودار، نزدیک به نقطه سمت چپ واقع شده و لذا شکل مود در این حالت، بیشتر شبیه به مود ارتعاشی دوم سازه است. در مقابل، در حالت مقید، شکل مود بیشتر شبیه به مود ارتعاشی اول سازه شده است.

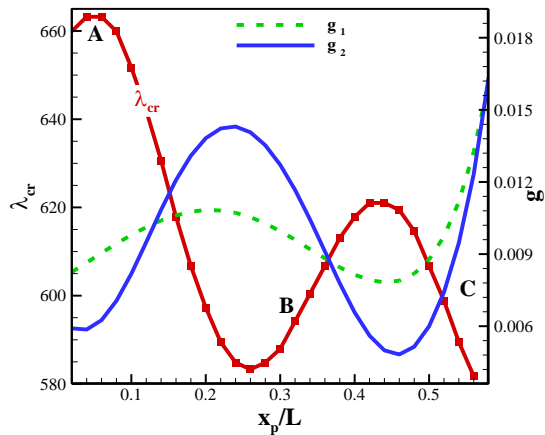


شکل ۷- تغییرات جابجایی عرضی لایه بالا و پایین در راستای طولی پیل در لحظه فلاتر (الف) حرکت طولی باز و (ب) حرکت طولی بسته

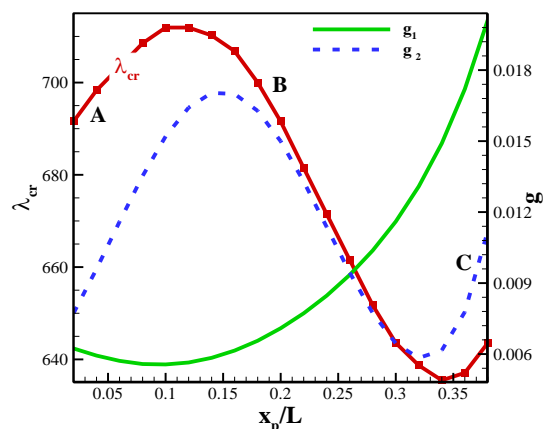


شکل ۶- اثر قید حرکت طولی بر (الف) تغییرات فلاتر با ضخامت هسته، (ب) تغییرات فرکانس مود دوم ارتعاشی و (پ) تغییرات فرکانس مود اول ارتعاشی

تغییرات فلاتر و میرایی برای طول  $L_p = 0.2$  m در شکل ۱۰ نشان می‌دهد، بهترین موقعیت فلاتر در نزدیکی لبه با شرط مرزی ساده (موقعیت A) اتفاق می‌افتد و این درحالی است که بیشترین میرایی در این موقعیت بدست نیامده، بلکه در نزدیکی لبه گیردار اتفاق می‌افتد؛ همچنین دیده می‌شود، روند تغییرات فلاتر مطابق تغییرات میرایی هیچ‌یک از دو مود نمی‌باشد. نمودار حاصل در شکل ۱۱ نیز برای  $L_p = 0.3$  m به‌دست آمده که بهترین مکان لایه میراکننده را در موقعیت  $x_p/L = 0.12$  پدل نشان می‌دهد. در اینجا نیز با توجه به شکل ۱۱ روند مشاهده شده برای فلاتر با روند تغییرات میرایی



شکل ۱۰- تأثیر موقعیت لایه میراکننده مقید بر فشار فلاتر و میرایی دو مود اول ارتعاشی و  $L_p = 0.2$  و شرایط مرزی ساده-گیردار

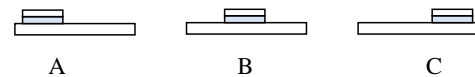


شکل ۱۱- تأثیر موقعیت لایه میراکننده مقید بر فشار فلاتر و میرایی دو مود اول ارتعاشی و  $L_p = 0.3$  و شرایط مرزی ساده-گیردار

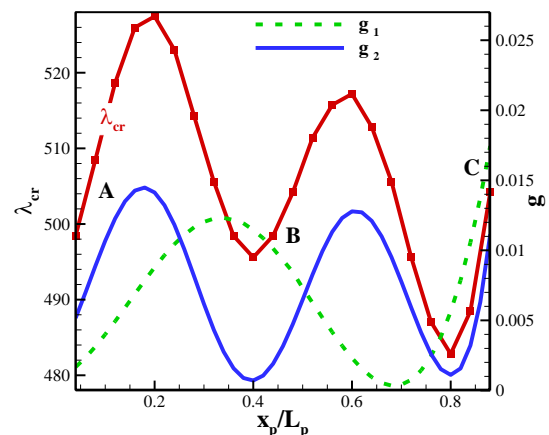
### ۳-۴- بررسی اثر مکان میراگر موضعی

در مطالعه بعدی، اثر مکان قرارگرفتن میراکننده مقید بر  $\lambda_{cr}$  برای سه طول متفاوت از لایه میراکننده و در شرایط تکیه-گاهی ساده-گیردار بررسی شده که نتایج آن در شکل ۹ تا شکل ۱۱ ارائه شده‌اند. در هر یک از این نمودارها، به‌منظور درک بهتر از مکان قرارگرفتن لایه میراکننده، موقعیت تقریبی آن روی پدل اصلی در شکل ۸ نشان داده شده است. طبق این شکل، مورد A، B و C مربوط به تمام موقعیت‌هایی هستند که لایه میراکننده، به‌ترتیب نزدیک به لبه سمت چپ، وسط و راست پدل اصلی قرارگرفته است.

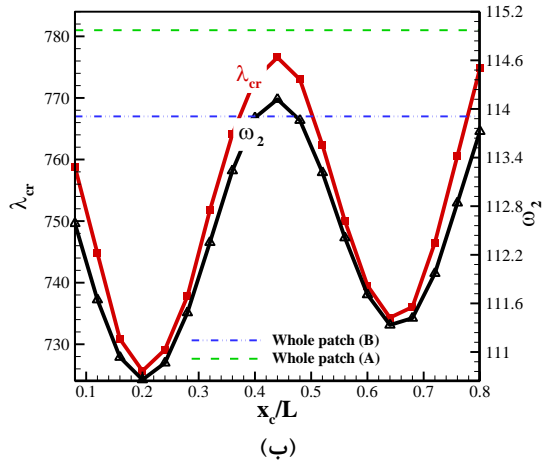
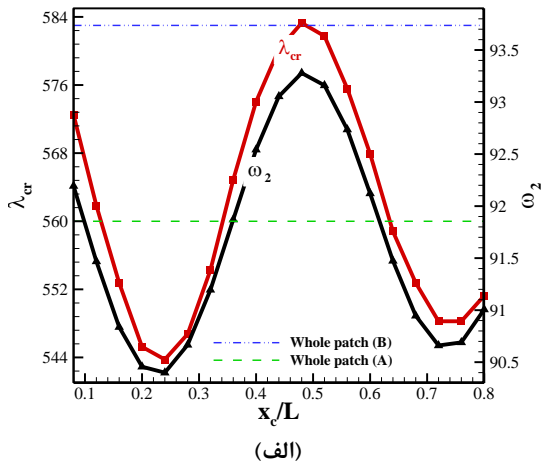
تغییرات فشار فلاتر و میرایی مود اول و دوم با  $x_p$  در شکل ۹ تا شکل ۱۱ برای پدل با شرایط مرزی تکیه گاه ساده در سمت چپ و گیردار در سمت راست به‌دست آمده است. مطابق شکل ۹، بهترین مکان لایه میراگر برای فلاتر در طول  $L_p = 0.5$  m تقریباً در موقعیت  $x_p/L = 0.2$  و بیشترین میرایی در نزدیکی لبه گیردار حاصل شده است؛ همچنین روند مشاهده شده در شکل ۹ را می‌توان ناشی از اثر غالب میرایی مود ارتعاشی دوم سازه دانست.



شکل ۸- موضع تقریبی لایه میراکننده مقید در موقعیت‌های مختلف



شکل ۹- تأثیر موقعیت لایه میراکننده مقید بر فشار فلاتر و میرایی دو مود اول ارتعاشی و  $L_p = 0.5$  و شرایط مرزی ساده-گیردار



شکل ۱۳- تأثیر موقعیت بریدگی بر فشار فلاتر و فرکانس مود دوم الف) شرایط مرزی ساده-ساده و ب) شرایط مرزی گیردار-ساده

بریدگی در مرکز پنل (وضعیت B در شکل ۸) با پوشش ۸۰ درصد استفاده شود. خط افقی خطچین نیز نشان‌دهنده مقدار بیشینه  $\lambda_{cr}$  حاصل از اتصال لایه میراکننده یکپارچه در موقعیتی نزدیک به لبه سمت چپ (وضعیت A در شکل ۸) است. این دو خط به خوبی نشان دهنده افزایش فشار فلاتر با افزودن بریدگی هنگام نصب میراگر به گوشه پنل، برای شرط مرزی دو طرف ساده است. با تمام این‌ها میزان افزایش در نتیجه افزودن بریدگی همچنان بیشتر از مقداری نخواهد بود که با جابجا کردن محل نصب میراگر بدون بریدگی روی پنل می‌توان بدان دست یافت؛ همچنین برای توجیه روند تغییرات  $\lambda_{cr}$ ، تغییرات فرکانس مود دوم نیز در شکل رسم شده است که با روند تغییرات فشار بحرانی مطابقت خوبی دارد. روند

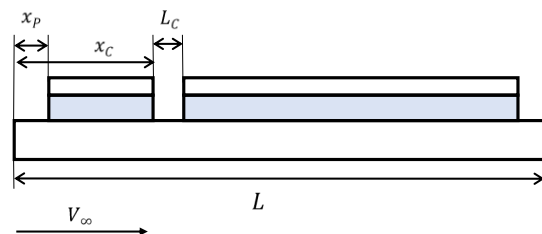
مود دوم مطابقت دارد، اما بازهم بیشترین میرایی که در اینجا مربوط به مود دوم است، در نزدیکی لبه گیردار (موقعیت C) حاصل می‌شود. در واقع علت افزایش میرایی با قرارگیری لایه میراگر نزدیک لبه گیردار را می‌توان ناشی از افزایش خمیدگی و کرنش‌های برشی زیاد در نزدیک لبه گیردار دانست.

با توجه به سه شکل بالا نکته دیگر این است که بیشترین فشار بحرانی برابر  $\lambda_{cr} = 711$  حاصل شده، ولی برای حالتی که لایه میراکننده کل سطح پنل را پوشانده، بیشترین فشار بحرانی  $\lambda_{cr} = 836$  بدست می‌آید؛ بنابراین موضعی شدن پوشش، فلاتر را نسبت به پوشش سراسری افزایش نمی‌دهد.

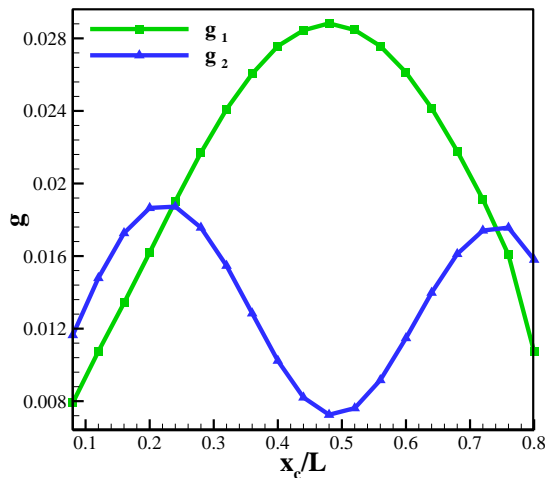
#### ۴-۴- بررسی اثر دوبخشی کردن لایه میراگر

در این بخش فرض شده است که لایه میراکننده مقید در موقعیت  $\frac{x_p}{L} = 0.4$  قرار گرفته و ۸۰ درصد طول کل پنل اصلی را پوشانده است؛ همچنین یک بریدگی به طول  $\frac{L_c}{L} = 0.4$  در این لایه وجود دارد که لایه میراکننده مقید را به دو تکه تقسیم کرده است؛ در این قسمت، تأثیر حرکت این بریدگی بر وضعیت فلاتر بررسی شده است. فاصله این بریدگی از لبه سمت چپ پنل با  $x_c$  بیان شده که در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

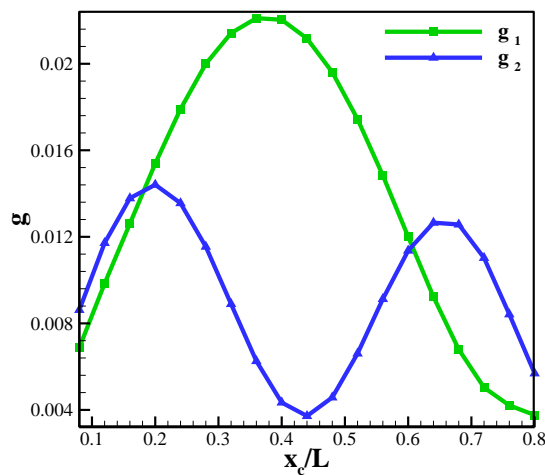
شکل ۱۳-الف تغییرات  $\lambda_{cr}$  و فرکانس مود دوم با تغییر موقعیت بریدگی بی‌بعد  $(\frac{x_c}{L})$  را برای پنل با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در دو سر نشان می‌دهد. طبق این شکل، در صورت قرارگرفتن بریدگی در فاصله  $\frac{x_c}{L} = 0.24$  کمترین فشار فلاتر و در حالت  $\frac{x_c}{L} = 0.48$  بیشترین مقدار حاصل می‌شود. در شکل دو خط افقی خطنقطه‌چین و خطچین نیز رسم شده که اولی نشان‌دهنده مقدار بیشینه  $\lambda_{cr}$  در حالتی است که لایه میراکننده مقید به صورت یک تکه و بدون



شکل ۱۲- لایه میراکننده مقید با طول کل ۸۰ درصد طول کل پنل همراه با یک بریدگی به طول  $0.2\text{ m}$  و  $0.2\text{ m}$  و  $x_p = 0.2\text{ m}$



(الف)



(ب)

شکل ۱۴- تأثیر موقعیت بریدگی بر میرایی الف) شرایط مرزی ساده-ساده و ب) شرایط مرزی گیردار-ساده

درون صفحه، مکان قرارگیری لایه میراکننده مقید و تأثیر وجود بریدگی در این لایه. به این منظور برای مدل سازی هسته ویسکوالاستیک از نظریه های برشی مرتبه بالا با احتساب اثرات کرنش راستای ضخامت و برای لایه بالا و پایین از مدل اویلر- برنولی استفاده شد. رفتار وابسته به دما و فرکانس ماده ویسکوالاستیک به کمک روابط ریاضی موجود در گزارش ها مدل سازی شده و شبیه سازی فشار آیرودینامیک با نظریه پیستون مرتبه اول خطی انجام گرفت؛ همچنین در مدلسازی اجزاء محدود المان سه گرهی با ۹ درجه آزادی در هر گره با توابع شکل هرمیتی و لاگرانژی مورد استفاده قرار گرفت. در ضمن به دلیل وابستگی ماتریس سفتی به فرکانس،

تغییرات فرکانس دوم با مکان بریدگی نیز با توجه به شکل مود دوم ارتعاشی تا اندازه های قابل توجه است. در واقع، زمانی فرکانس بیشترین مقدار خود را دارد که بریدگی در حوالی وسط پانل که منطبق بر نقطه گرهی مود است اتفاق بیفتد؛ چرا که در این موقعیت، کمترین خمش و برش در سازه ایجاد شده و لذا ایجاد بریدگی تأثیر چندانی در کاهش فرکانس نداشته است. در مقابل، در نواحی نزدیک به نقاط بیشینه شکل مود، ایجاد بریدگی موجب بیشترین کاهش در فرکانس شده است.

بررسی بیشتر اثر افزودن بریدگی در شکل ۱۳-ب برای شرایط مرزی گیردار-ساده انجام شده است. کمترین و بیشترین مقدار برای  $\lambda_{cr}$  در اینجا به ترتیب در  $\frac{x_c}{L} = 0.2$  و  $\frac{x_c}{L} = 0.44$  به دست آمده که نسبت به شرایط دوسر تکیه گاه ساده تا اندازه های متفاوت است. در اینجا نیز مقدار بیشینه  $\lambda_{cr}$  برای استفاده از لایه میراکننده بدون بریدگی در مرکز و نزدیکی لبه ساده محاسبه شده که همچنان نشان دهنده امکان افزایش پایداری با افزودن بریدگی به لایه نصب شده در مرکز است. به علاوه در این حالت نیز همانند نتایج به دست آمده برای شرایط مرزی دوسر تکیه گاه ساده، مقدار بیشینه فشار بی بعد فلاتر در صورت نزدیک کردن آن به لبه پنل (سمت شرط مرزی ساده) بیشتر از مقدار حاصل از افزودن بریدگی است.

در شکل ۱۴ نمودار میرایی مود اول و دوم مربوط به شکل ۱۳ برای دو شرط مرزی رسم شده است. چنانچه مشاهده می شود، تغییرات میرایی هیچ یک از دو مود با تغییرات فلاتر مطابقت ندارد؛ اما نکته ای که وجود دارد، این است که در شکل ۱۴-الف بیشترین مقدار میرایی مود اول بدست آمده است و این درحالیست که با جابجا کردن محل پیچ بدون بریدگی بیشترین میرایی در حدود  $0.15/0.28$  حاصل می شود که این مورد نشان دهنده تأثیر مثبت بریدگی بر میرایی ارتعاشی سازه است.

## ۵- نتیجه گیری

در این مطالعه تأثیر سه عامل بر فلاتر و رفتار ارتعاشی یک ورق آلومینیومی که سطح آن با لایه میراکننده مقید به صورت موضعی و سراسری پوشانده شده است، مورد مطالعه قرار گرفت. این سه عامل عبارتند از: تأثیر قید درجات آزادی

در مرحله نهایی تأثیر برداشته شدن یک قسمت به طول  $0.02 \text{ m}$  از پچی که  $80\%$  درصد طول کل پنل را پوشانده است، بر فشار بحرانی برای دو شرط مرزی بررسی شد. در این حالت که پچ یک تکه به دو تکه تبدیل می‌شود، مشاهده شد با جابجاکردن محل این بریدگی می‌توان نقطه کم‌ترین و بیشترین فشار بحرانی را یافت به طوری که برای شرط مرزی دوسر ساده در فاصله  $0.12 \text{ m}$  از لبه پنل  $(\frac{x_c}{L} = 0.24)$ ، کمترین فشار فلاتر و در فاصله  $0.24 \text{ m}$   $(\frac{x_c}{L} = 0.48)$  بیشترین مقدار حاصل می‌شود؛ اما فشار در این نقطه همچنان بیشتر از فشار بحرانی پچ یک تکه بدون بریدگی نمی‌شود؛ درحالی‌که با افزودن بریدگی در پچ CLD، میرایی ارتعاشی می‌تواند نسبت به پچ بدون بریدگی بیشتر شود، به طوری که با تغییر مکان بریدگی بیشترین مقدار میرایی مود اول  $0.28$  بدست آمده است و این درحالیست که با جابجا کردن محل پچ بدون بریدگی بیشترین میرایی در حدود  $0.15$  حاصل می‌شود که در نتیجه دوتکه کردن پچ بر کاهش ارتعاشات اثر بهتری دارد.

## ۶- مراجع

- [1] Sheng M, Guo Z, Qin Q, He Y (2018) Vibration characteristics of a sandwich plate with viscoelastic periodic cores. *Compos Struct* 206: 54-69.
- [2] Kerwin Jr EM (1959) Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. *J Acoust Soc Am* 31(7): 952-962.
- [3] Cunha-Filho A, De Lima A, Donadon M, Leão L (2016) Flutter suppression of plates subjected to supersonic flow using passive constrained viscoelastic layers and Golla-Hughes-McTavish method. *Aerosp Sci Technol* 52: 70-80.
- [4] Mead D, Markus S (1969) The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions. *J Sound Vib* 10(2): 163-175.
- [5] Austin EM, Inman DJ (2000) Some pitfalls of simplified modeling for viscoelastic sandwich beams. *J Vib Acoust* 122(4): 434-439.
- [6] Liu B, Zhao L, Ferreira A, Xing Y, Neves A, Wang J (2017) Analysis of viscoelastic sandwich laminates using a unified formulation and a differential quadrature hierarchical finite element method. *Compos B Eng* 110: 185-192.
- [7] Filippi M, Carrera E (2017) Various refined theories applied to damped viscoelastic beams and circular rings. *Acta Mech* 228(12): 4235-4248.
- [8] Ren S, Zhao G (2019) A four-node quadrilateral element for vibration and damping analysis of

در حل معادله آیروالاستیک روشی تکراری مشابه با روش P-K استفاده شد و در نهایت مطالعات پارامتریک مختلفی انجام گرفت که در ادامه اهم نتایج آورده شده است.

در قسمت اول نشان داده شد، در پنل‌های ساندویچی، به دلیل وابستگی جابجایی‌های طولی و عرضی، با اعمال قید به جابجایی طولی فرکانس، میرایی مودهای خمشی و در نتیجه سرعت فلاتر تغییر می‌کند. در این راستا در بررسی اثر قید طولی بر تغییرات مرز فلاتر با تغییرات ضخامت لایه بالا مشاهده شد که در ضخامت کم هسته  $(0.02 \text{ mm})$  باز بودن حرکت طولی می‌تواند تا اندازه  $14\%$  درصد موجب بیشتر شدن سرعت فلاتر شده، ولی در هسته ضخیم‌تر  $(0.5 \text{ mm})$  و در ضخامت‌های زیاد لایه بالا می‌تواند تا اندازه  $28\%$  درصد موجب کم‌تر شدن سرعت فلاتر شود؛ همچنین بررسی میرایی سازه نشان داد که این شرط مرزی تنها بر میرایی مود اول سازه اثرگذار است. در بررسی تغییرات مرز فلاتر با ضخامت هسته نتایج نشان می‌دهند، با افزایش ضخامت هسته از مقدار حدود  $0.2 \text{ mm}$   $(\frac{h_c}{h_b} = 0.1)$  اثر قید طولی بیشتر شده و نبود این قید تا  $14\%$  درصد توانسته مرز فلاتر را کاهش دهد.

در مرحله بعد تأثیر موقعیت قرارگیری پچ با طول‌های مختلف و در شرایط مرزی ساده-گیردار بر رفتار آیروالاستیک و ارتعاشی سازه بررسی شده و نشان داده شد که بسته به طول پچ مکان بهینه فشار آیرودینامیک بحرانی می‌تواند در موقعیت‌های مختلف رخ دهد و این موقعیت‌ها می‌تواند با مکان بهینه میرایی ارتعاشی کاملاً متفاوت باشد. به طوری که برای پچی با طول  $L_p = 0.05 \text{ m}$  بیشترین سرعت فلاتر در فاصله  $0.1 \text{ m}$  از لبه پنل با شرط مرزی ساده  $(\frac{x_p}{L} = 0.2)$ ، ولی بیشترین میرایی ارتعاشی نزدیک لبه گیردار حاصل می‌شود. برای طول  $L_p = 0.2 \text{ m}$  بهترین موقعیت فلاتر در نزدیکی لبه با شرط مرزی ساده اتفاق می‌افتد و این در حالی است که بیشترین میرایی در نزدیکی لبه گیردار اتفاق می‌افتد. به همین ترتیب طبق نتایج برای  $L_p = 0.3 \text{ m}$  بهترین مکان لایه میراکننده برای افزایش سرعت فلاتر در فاصله  $0.06 \text{ m}$  از شرط مرزی ساده  $(\frac{x_p}{L} = 0.12)$  و برای افزایش میرایی در نزدیکی لبه گیردار حاصل می‌شود. همچنین مشاهده شد، موضعی بودن پچ، مرز فلاتر را نسبت به پوشش سراسری آن افزایش نمی‌دهد.



- constrained viscoelastic layers. *Mech Syst Signal Process* 79: 99-111.
- [21] Yang XD, Yu TJ, Zhang W, Qian YJ, Yao MH (2016) Damping effect on supersonic panel flutter of composite plate with viscoelastic mid-layer. *Compos Struct* 137: 105-113.
- [22] Shin WH, Oh IK, Han JH, Lee I (2006) Aeroelastic characteristics of cylindrical hybrid composite panels with viscoelastic damping treatments. *J Sound Vib* 296(1-2): 99-116.
- [23] Shin WH, Oh IK, Lee I (2009) Nonlinear flutter of aerothermally buckled composite shells with damping treatments. *J Sound Vib* 324(3-5): 556-569.
- [24] Mahmoudkhani S, Sadeghmanesh M, Haddadpour H (2016) Aero-thermo-elastic stability analysis of sandwich viscoelastic cylindrical shells in supersonic airflow. *Compos Struct* 147: 185-196.
- [۲۵] نظامی م (۲۰۱۹) بررسی فلاتر مافوق صوت تیر ساندویچی لانه زنبوری حاوی لایه پوششی سرمتی تحت بار در حال حرکت. نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۹(۴): ۱۹۵-۲۰۸.
- [26] Livani M, Malekzadeh Fard K, Shokrollahi S (2016) Buckling and flutter analyses of composite sandwich panels under supersonic flow. *Modares Mechanical Engineering* 16(7): 99-110.
- [27] Asgari M, Rayyat Rokn-Abadi M, Yousefi M, Haddadpour H (2019) Aeroelastic analysis of a sandwich panel with partially treated magneto-rheological fluid core. *J Intell Mater Syst Struct* 30(1): 140-154.
- [28] Frostig Y, Thomsen OT (2004) High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core. *Int J Solids Struct* 41(5-6): 1697-1724.
- [29] Drake ML (1989) Damping properties of various materials [Internet]. University of Dayton Research Institute.
- [30] Dowell EH (1974) Aeroelasticity of plates and shells. vol 1. Springer Science & Business Media.
- [31] Ashley H, Zartarian G (1956) Piston theory-a new aerodynamic tool for the aeroelastician. *J Aeronaut Sci* 23(12): 1109-1118.
- [32] Mahmoudkhani S, Kolbadi-Hajikalae S (2020) Effect of temperature variation and mass distribution on the optimal design of the constrained-layer-damping for a beam. *Modares Mechanical Engineering* 20(3): 539-551.
- [9] Kung S-W, Singh R (1998) Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches. *J Sound Vib* 216(1): 1-28.
- [10] Guo Z, Sheng M, Pan J (2017) Flexural wave attenuation in a sandwich beam with viscoelastic periodic cores. *J Sound Vib* 400: 227-247.
- [11] Di Dato B, Cicirello A, Chatzis M On the vibration performance assessment of a plate with damaged constrained layer damping patches. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018. IOP Publishing 1: 012034.
- [12] Kumar N, Singh S (2010) Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer. *Compos Struct* 92(2): 233-243.
- [13] Plunkett R, Lee C (1970) Length optimization for constrained viscoelastic layer damping. *J Acoust Soc Am* 48(1B): 150-161.
- [14] Trompette P, Fatemi J (1997) Damping of beams. Optimal distribution of cuts in the viscoelastic constrained layer. *Struct Optimization* 13(2-3): 167-171.
- [15] Tian S, Xu Z, Wu Q, Qin C (2016) Dimensionless analysis of segmented constrained layer damping treatments with modal strain energy method. *Shock Vib* 2016.
- [16] Kadam A, Hujare P (2014) Optimization of segmented constrained layer damping literature review. *Int J Eng Adv Technol* 3(5):151-153.
- [17] Hujare PP, Sahasrabudhe AD, Chinchawade SD Experimental and numerical analysis of the effect of segmentation on modal loss factor of constrained layer damped beam. In: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2014. ASME V008T011A090.
- [18] Lepoittevin G, Kress G (2010) Optimization of segmented constrained layer damping with mathematical programming using strain energy analysis and modal data. *Mater Des* 31(1): 14-24.
- [19] Oulmane A, Ross A (2020) Effects of material parameters on the transient dynamics of an impacted plate with partial constrained layer damping treatment. *J Acoust Soc Am* 147(3): 1939-1952
- [20] Cunha-Filho A, De Lima A, Donadon M, Leão L (2016) Flutter suppression of plates using passive