



کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری با استفاده از الگوریتم سوپر توئیستینگ برای ربات دو درجه آزادی

مهناز شریف‌نیا^۱ و حبیب احمدی^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

^۲ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۱۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۲۹

چکیده

در این تحقیق، الگوریتم سوپر توئیستینگ به همراه تعریف سطح لغزش به صورت ترمینال غیر منفرد مودلغزشی با استفاده از حسابان مرتبه کسری، ارائه شده است. در کنترل به روش مقاوم در ربات‌ها، یکی از مسائل مورد بررسی کاهش خطای سیستم و همچنین کاهش پدیده چترینگ می‌باشد. یکی از کاربردهای کنترل کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر کاهش چترینگ است، همچنین استفاده از حسابان کسری در طراحی کنترل کننده دقت بیشتری را به ارمغان می‌آورد و باعث کاهش خطا در سیستم می‌شود. نوآوری کار حاضر، استفاده از کنترل کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر با استفاده از الگوریتم سوپر توئیستینگ و ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری برای ربات سری دو لینکی می‌باشد. طراحی کنترل کننده مورداستفاده به گونه ایست که مستقل از مدل ربات بوده و بر اساس خطای سیستم، کنترل کننده شکل گرفته است. تجزیه و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از روش لیاپانوف انجام شده است. نتیجه طراحی صورت گرفته از دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن مناسبی برخوردار است.

کلمات کلیدی: ربات؛ مودلغزشی مرتبه بالاتر؛ الگوریتم سوپر توئیستینگ؛ حسابان کسری؛ کنترل مودلغزشی ترمینال غیر منفرد.

Fractional-Order Super-Twisting Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of 2-DOF Robotics Manipulators

M. Sharifnia¹, H. Ahmadi^{2,*}

¹ MSc, student, Mech. Eng., Shahrood Univ., Shahrood, Iran.

² Assoc. Prof., Mech. Eng., Shahrood Univ., Shahrood, Iran.

Abstract

In this study, a super-twisting algorithm, using the sliding surface as a fractional-order non-singular terminal sliding mode (NTSM), is presented. In robust control, one of the important problem is the reduction of system error and reduce the chattering. One of the most common applications of sliding mode controllers is about the reduction of chattering. Also, utilizing the fractional calculus in controller design brings more accuracy and reduces system errors. Utilizing a higher-order sliding mode controller using the super-twisting algorithm and the fractional-order non-single terminal sliding mode for the two-link serial robot is the novelty of the presented research. The design of the suggested controller is such that it is independent of the robotic manipulators model and is based on the system errors. Stability analysis of the close-loop system has performed using Lyapunov's method. The simulation results show high accuracy, fast convergence, and high robustness of the proposed fractional-order super-twisting nonsingular terminal sliding mode control.

Keywords: Robotics Manipulator; Higher-Order Sliding Mode; Super-Twisting Algorithm; Fractional Calculus; Non-Singular Terminal Sliding Mode Control.

۱- مقدمه

استفاده از راه‌کارهای جدید در تعریف کنترل‌کننده و توصیف سیستم‌ها به‌منظور کنترل کارآمدتر، یکی از چالش‌های همیشگی در کنترل ربات‌ها بوده است. با توجه به افزایش کاربرد ربات‌ها در صنعت و زندگی روزمره مسئله کنترل آن‌ها موضوع چالش‌برانگیز و پراهمیتی تلقی می‌شود. یکی از تازه‌ترین روش‌ها در کنترل ابزار، به‌کارگیری از حسابان کسری^۱ است. حسابان کسری دارای تاریخچه‌ای همانند حسابان مرتبه صحیح می‌باشد اما استفاده از آن در کنترل ابزار از جمله ربات‌ها، دارای سابقه کوتاهی است. جی فون نویمان^۲ درباره کشف حسابان کسری چنین اظهارنظر کرده است: "حسابان، اولین دستاورد ریاضیات مدرن بود و ارزیابی بیش‌ازاندازه اهمیت این موضوع کار دشواری است. حسابان، اصل تحلیل ریاضیات مدرن که یک تحول منطقی است را به‌طور اختصاصی‌تر نسبت به هر چیزی توصیف می‌کند. اصل تحلیل ریاضیات مدرن، هنوز بزرگ‌ترین پیشرفت فنی در تفکر عینی است." نامه‌ای از هوپیتال^۳ به لایب‌نیتس^۴ در سپتامبر ۱۶۹۵ در مورد مشتقات مرتبه $\frac{1}{2}$ ، منشأ حسابان کسری محسوب می‌شود. امروزه حسابان کسری می‌تواند مشکلاتی را حل کند که تئوری‌های موجود در حسابان عادی نتوانسته‌اند نتایج مطلوبی در آن زمینه داشته باشند، مانند پدیده‌های فیزیکی و مهندسی و ... [۱ و ۲].

حسابان کسری بعد از تکامل در کنترل، به دو طریق عمده در راستای بهبود عملکرد کنترل‌کننده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد: ارتقا کیفیت مدل‌سازی و ارتقای کارایی کنترل‌کننده. بدیهی است که با در دست داشتن مدل دقیق‌تر از ربات، می‌توان کنترل‌کننده مناسب‌تر و کارآمدتری برای بهبود عملکرد آن طراحی کرد. اهمیت استفاده از حسابان کسری توسط محققین در حوزه کنترل این است که باعث افزایش بهبود عملکرد سیستم می‌شود. در این خصوص به خاطر افزایش تعداد پارامترهای کنترل‌کننده در روش حسابان کسری، قابلیت انعطاف سیستم افزایش می‌یابد و به عنوان نمونه می‌توان کنترل‌کننده‌های کلاسیک را حالت

خاصی از کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری دانست. یکی دیگر از مزایای استفاده از این روش این است که قابلیت خوبی برای مقابله با پدیده چترینگ^۵ در روش‌های کنترل مودلغزشی دارد. این خاصیت به خاطر تعریف قوانین کنترلی با استفاده از مشتقات و انتگرال‌های مرتبه کسری در سطح لغزش است. مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری کسری در مهندسی به دو حالت استفاده می‌شود: در طراحی قانون کنترل و مدل‌سازی ریاضی پدیده‌ها. در مدل‌سازی ریاضی پدیده‌ها با استفاده از حسابان کسری، از ویژگی حافظه‌دار بودن اپراتورهای کسری در مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی استفاده می‌شود. در ادامه ابتدا تحقیقاتی در خصوص مدل‌سازی با استفاده از حسابان کسری مرور می‌شود و بعداً آن تحقیقات مرتبط درباره کنترل ارائه خواهد شد.

مدل‌سازی با استفاده از حسابان کسری توسط محققین مختلفی مورد توجه قرار گرفته است، به‌عنوان نمونه، در [۳]، به‌منظور به دست آوردن معادلات دینامیکی غیرخطی مرتبه کسری یک ربات دو لینکی، از روش ریمان-لیوویل^۶ و معادلات اویلر-لاگرانژ^۷ مرتبه کسری استفاده شده است. در این تحقیق، معادلات ذکر شده در دو حالت مرتبه صحیح و غیر صحیح، برای سیستم تحت اثرگذاری نیروی خارجی و بدون اثرگذاری نیروی خارجی، و همچنین با در نظر گرفتن شرایط اولیه متفاوت، شبیه‌سازی شده است. در تحقیق فوق جهت بررسی اثر مدل‌سازی مرتبه کسری، نمودار موقعیت زاویه‌ای بر حسب زمان و همچنین نمودار فاز^۸ سیستم در شرایط گفته شده ترسیم شده است. در همین حوزه، در [۴] مدل ریاضی ربات اسکارا^۹ با استفاده از فرمولاسیون اویلر-لاگرانژ مرتبه کسری^{۱۰} و همیلتون کسری^{۱۱} به دست آورده شده است. در [۵] نشان داده شده است که یک معادله دیفرانسیل با مرتبه کسری به‌طور دقیق رابطه دینامیکی بین اولین و آخرین ربات را در یک گروه از ربات‌های هماهنگ را تخمین می‌زند. در [۶] به‌منظور پیش‌بینی مسیر حرکت یک

⁵ Chattering⁶ Riemann-Liouville (RL)⁷ Euler-Lagrange⁸ Phase Plane⁹ SCARA¹⁰ Fractional Euler-Lagrange Model¹¹ Fractional Hamilton Model¹ Fractional calculus² J. Von. Neumann³ L'Hôpital⁴ Leibniz

موردنظر در فضای مفصل^۷ پیشنهاد شده است. روش کنترل پیشنهادی یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر مرتبه کسری (FOPID)^۸ است که قابلیت تنظیم با استفاده از از پنج پارامتر را دارد.

کنترل‌کننده مرتبه کسری تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر برای سایر ربات‌ها نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۱] نیز برای کنترل موقعیت سه مفصل اول بازوی ربات PUMA 560 به ترتیب از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر مشتق‌گیر مرتبه کسری و کنترل‌کننده مرتبه کسری فازی تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر استفاده شده است تا مسیر چندجمله‌ای مرتبه پنج^۹ به خوبی با حداقل خطا و پس‌زنی بهتر اغتشاشات نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح طی شود. در [۱۲] پیاده‌سازی دو سیستم کنترل به منظور کنترل موقعیت ربات ۳ درجه آزادی انجام شده است. در تحقیق فوق از روش‌های کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر مرتبه کسری و کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر (PD)^{۱۰} مرتبه کسری کنترل هم‌زمان موقعیت‌های زاویه‌ای پایه، بازو و ساعد ربات استفاده شده است. برای ربات موزی دلتا سه درجه آزادی، یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر مرتبه کسری با استراتژی کنترل گشتاور با هدف کنترل ردیابی در [۱۳] ارائه شده است.

استفاده از حسابان کسری در طراحی کنترل‌کننده‌های مودلغزشی مرتبه اول، در تعریف سطح لغزش استفاده می‌شود. این امر منجر به تضمین همگرایی سریع به مقدار مطلوب موقعیت و مقاوم بودن سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات و نامعینی در مدل دینامیکی می‌گردد. در [۱۴] از کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه کسری به منظور کنترل یک ربات صنعتی ۶ درجه آزادی با بارگذاری خارجی استفاده شده است. استفاده از حسابان کسری در طراحی کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه اول برای ربات‌ها در [۸] و [۱۵-۱۷] نیز دیده می‌شود. اما در طراحی کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر علاوه بر اینکه مانند مودلغزشی مرتبه اول، از حسابان کسری می‌توان در تعریف سطح لغزش استفاده کرد،

هدف شناور در فضای خارج از جو زمین، یک مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل (NEFA)^۱ برای ربات فضایی مبتنی بر دید^۲ ارائه شده است. این ربات معمولاً در ایستگاه فضایی-مداری، ردیاب فضایی و برخی فضاپیماهای دیگر نصب می‌شود. از ویژگی‌های حسابان کسری می‌توان به وزن‌دار کردن حافظه‌ی سیستم اشاره کرد که در این تحقیق استفاده شده و در نتیجه مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل می‌تواند با تغییر مرتبه کسری، نرخ به‌روزرسانی اطلاعات خود را تنظیم کند. تعدادی از محققین نیز بعد از استفاده از مدل‌سازی مرتبه کسری، از کنترل‌کننده‌های معمولی جهت بررسی عملکرد سیستم خود استفاده نموده‌اند [۷، ۸ و ۹].

حسابان کسری در حوزه طراحی کنترل‌کننده توجه بسیاری از نویسندگان را به خود معطوف کرده است. در این راستا از حسابان کسری در کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر (PID)^۳، کنترل به روش مودلغزشی مرتبه اول^۴ و طراحی کنترل‌کننده به روش مودلغزشی مراتب مراتب بالاتر^۵ استفاده شده است که در ادامه به ترتیب این تحقیقات فوق مرور شده است.

ربات، یک سیستم چند ورودی-چند خروجی^۶ بسیار غیرخطی و کوپل شده است؛ بنابراین، طراحی یک کنترل‌کننده کارآمد برای این سیستم یک کار چالش‌برانگیز برای مهندسان کنترل به حساب می‌آید. نقطه‌ی قوت اساسی کنترل‌کننده‌های مرتبه‌ی کسری این است که آن‌ها با استفاده از انتگرال‌های مرتبه کسری، گذشته‌ی سیستم را وزن‌دار می‌کنند. این موضوع باعث می‌شود که تأثیر تمام زمان‌ها در هر تکرار از الگوریتم کنترلی در نظر گرفته شود؛ همچنین با افزودن تعداد پارامترهای کنترلی در کنترل‌کننده مرتبه کسری، کنترل‌کننده می‌تواند عملکرد کنترلی بهتری نسبت به کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر (PID) معمولی داشته باشد. در [۱۰] یک کنترل‌کننده مرتبه کسری برای ربات سری n-درجه آزادی به منظور ردیابی مسیرهای

¹ Non-Equidistant Fractional order Accumulation (NEFA)

² Visual Based

³ Proportional-Integral-Derivative (PID)

⁴ First-Order Sliding Mode

⁵ Higher-Order Sliding Mode (HOSM)

⁶ Multi-Input Multi-Output (MIMO)

⁷ Joint Space

⁸ Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative (FO-PID)

⁹ Quintic

¹⁰ Proportional-Derivative (PD)

در سال‌های اخیر به‌منظور بهبود بیشتر عملکرد کنترل سیستم‌ها، محققان طرح ترمینال کنترل‌کننده مودلغزشی^۷ و ترمینال غیر منفرد مودلغزشی^۸ را برای انواع سیستمها از جمله ربات‌ها پیشنهاد داده‌اند [۲۳، ۲۴ و ۲۵]. به عنوان نمونه در [۲۶] به منظور دستیابی سریع تر به پاسخ و همچنین کاهش پدیده چترینگ از کنترل‌کننده مودلغزشی ترمینال سریع استفاده شده است. به همین منظور در [۲۷] و [۲۸] نیز به منظور کاهش خطای ردیابی و همچنین کنترل عدم قطعیت مدل نشده، از استراتژی مودلغزشی در کنترل سوئیچینگ استفاده شده است. همچنین، تلاش‌های زیادی برای برطرف کردن پدیده چترینگ در کنترل‌کننده مودلغزشی انجام شده است و محققین نیز روش‌های مختلفی در این حوزه ارائه داده‌اند، از جمله: روش لایه‌مرزی [۲۷]، استفاده از منطق فازی در کنترل‌کننده، [۲۸] روش‌های تطبیقی و استفاده از قانون تطبیق [۲۹] و کنترل با استفاده از کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه بالا. الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ، یکی از موفق‌ترین روش‌های مودلغزشی مرتبه بالاتر است که به دلیل عملکرد مناسب خود مورد توجه واقع شده است [۳۰].

الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ می‌تواند پدیده چترینگ را کاهش داده و عملکرد کنترلی مطلوبی نیز داشته باشد. اگرچه با روش‌های فوق تاکنون نتایج مورد قبولی حاصل شده است، اما در آن‌ها هنوز هم نیاز به مدل دینامیکی سیستم یا الگوریتم تخمین دینامیک وجود دارد که تحقق آن در کاربردهای عملی بسیار دشوار است و کار را برای محققان سخت خواهد کرد.

بررسی تحقیقات گذشته در خصوص کاربرد الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ بر روی ربات‌ها نشان می‌دهد که تاکنون، الگوریتم تلفیقی سوپرتوئیسیتینگ و ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری، برای ربات سری دو لینکی تاکنون در ادبیات موضوع ارائه نشده است. لذا نوآوری کار حاضر استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ و ترمینال غیر منفرد

می‌توان در مشتق‌گیری از سطح لغزش نیز از آن بهره‌مند شد.

استفاده از حسابان مرتبه کسری برای سیستم‌های مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۸] با ترکیب حساب دیفرانسیل کسری با کنترل مودلغزشی مرتبه دوم، یک نوع جدید از استراتژی کنترلی برای یک کلاس از سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با در نظر گرفتن عدم قطعیت معرفی شده است. بدین منظور، یک سطح سوئیچینگ مرتبه کسری^۱ که انعطاف‌پذیری بیشتری در طراحی کنترل‌کننده ارائه می‌دهد، معرفی شده و قانون کنترل بر اساس تئوری لیاپانوف فرمول‌بندی شده است. همچنین، یک الگوریتم تطبیقی به‌منظور اطمینان از ردیابی کامل، کاهش اثر پدیده چترینگ مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۹] کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه بالا کسری با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ با به‌کارگیری از یک انتگرال مرتبه کسری برای پس‌زنی اثر اغتشاشات خارجی با مرتبه نامشخص و عدم قطعیت دینامیکی مورد استفاده قرار گرفته است. در [۲۰] نیز برای کنترل حرکت محرک کامپوزیت پلیمریونی-فلزی (IPMC)^۲ از استراتژی اصلاح‌شده کنترل سوپرتوئیسیتینگ مرتبه کسری استفاده شده است. در این تحقیق، محرک IPMC به‌عنوان یک سیستم مرتبه کسری در نظر گرفته شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی تعمیمی برای تنظیم مرتبه کسری در یک کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه دوم با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ بوده که در [۲۱] توسط لوانت^۳ پیشنهاد شده است. در [۲۲] یک کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه دوم ترمینال چندبخشی غیر منفرد مرتبه کسری^۴ برای اطمینان از هم‌گرایی سریع و در زمان محدود سیستم تنظیم^۵ موقعیت برای همگام‌سازی موتورهای رلکتانسی ارائه شده است. ویژگی بارز این تحقیق، اثبات پایداری در زمان محدود با استفاده از نظریه لیاپانوف مرتبه کسری^۶ است.

¹ PIDD^α surface

² Ionic Polymer-Metal Composites actuator (IPMC)

³ Levant

⁴ Fractional second-order nonsingular terminal Multi segment sliding mode control (F2NTMSMC)

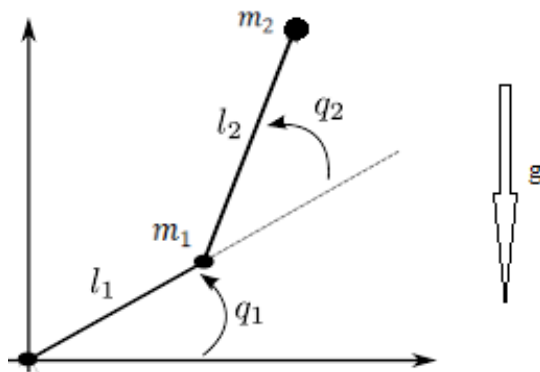
⁵ Regulation

⁶ fractional Lyapunov theory

⁷ Terminal sliding mode (TSM)

⁸ Non-singular Terminal sliding mode (NTSM)

⁹ Fractional-order Non-singular Terminal sliding mode (FONTSM)



شکل ۱- شماتیک ربات دو درجه آزادی

بردارها و ماتریس‌های فوق برای ربات دو درجه آزادی مطابق با شکل ۱، به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۳۱]:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M(q)_{11} & M(q)_{12} \\ M(q)_{21} & M(q)_{22} \end{bmatrix}$$

$$M(q)_{11} = l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 c_2 + l_1^2 (m_1 + m_2)$$

$$M(q)_{12} = M(q)_{21} = l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2$$

$$M(q)_{22} = l_2^2 m_2$$

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} -l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_2^2 - 2l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_2^2 \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} l_2 m_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_2 \\ l_2 m_2 g c_{12} \end{bmatrix}$$

$$Fr(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} f_{v1} \dot{q}_1 \\ f_{v2} \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

در این تحقیق با در نظر گرفتن \bar{M} به عنوان عدم قطعیت در ماتریس اینرسی سیستم، می‌توان توصیف دینامیک سیستم را به صورت روابط (۲-۳) بازنویسی نمود:

$$\bar{M}\ddot{q} + d = \tau \quad (2)$$

$$d = (M - \bar{M})\ddot{q} + C\dot{q} + G + Fr + \tau_d \quad (3)$$

۳- کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم بر اساس

الگوریتم سوپر توئیستینگ

در روش کنترل مودلغزشی مرتبه دوم با استفاده از الگوریتم سوپر توئیستینگ، قانون دستیابی در صفحه فاز $(s - \bar{s})$ بدین صورت تعریف می‌شود [۳۲]:

مودلغزشی مرتبه کسری برای ربات سری دو لینکی می‌باشد. علاوه بر این طراحی کنترل کننده مورد استفاده به گونه ایست که مستقل از مدل ربات بوده و بر اساس خطای سیستم کنترل شکل گرفته است. در این رابطه، به منظور بهبود بیشتر عملکرد کنترل، یک حالت کنترل کننده مودلغزشی ترمینال غیر منفرد^۱، پیشنهاد شده است.

در این تحقیق، با تخمین عدم قطعیت موجود در ماتریس اینرسی، سیستم کنترل کننده پیشنهادی یک ماهیت مستقل از مدل خواهد داشت. از حسابان کسری و کنترل کننده مودلغزشی نیز استفاده شده است تا نتیجه طراحی صورت گرفته از دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن بالا در مقابل نامعینی های مدل و همچنین نویز و اغتشاشات برخوردار باشد. با استفاده از الگوریتم سوپر توئیستینگ و همچنین ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری در تعریف سطح لغزش، کنترل کننده پیشنهادی توانسته است، عملکرد خوبی را حضور عدم قطعیت و نویز در سیستم ایجاد نماید. در این تحقیق جهت اثبات پایداری سیستم حلقه بسته از روش لیاپانوف استفاده شده است. شبیه سازی لازم برای نشان دادن اثربخشی روش ارائه شده و مقایسه عملکرد طرح کنترلی پیشنهادی با تحقیقات مشابه انجام شده در سالهای اخیر در دو حالت ردیابی مسیر و همچنین دستیابی به نقطه مطلوب، در انتهای مقاله ارائه شده است.

۲- مدل دینامیکی ربات

برای توصیف دینامیک ربات با n درجه آزادی، می‌توان معادله زیر را بیان کرد:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + Fr(q, \dot{q}) + \tau_d = \tau \quad (1)$$

که در آن $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ به ترتیب نمایانگر موقعیت، سرعت و شتاب زاویه‌ای لینک‌ها می‌باشند. همچنین $M(q) \in R^{n \times n}$ بیانگر ماتریس اینرسی، $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ ماتریس شتاب کوریولیس و سانتریفیوژ، $G(q) \in R^n$ بردار گرانشی، $Fr(q, \dot{q}) \in R^n$ نیروی اصطکاک، $\tau_d \in R^n$ بردار اغتشاشات محدود و در نهایت $\tau \in R^n$ بردار گشتاور لینک‌ها می‌باشد.

¹ Fractional-Order Super-Twisting Non-Singular Terminal Sliding Mode (ST-FONTSM)

ریمان-لیوویل از مرتبه n بر روی تابع $f(t)$ ، با مقدار اولیه معلوم t_0 ، به صورت زیر تعریف می شود [۳۴]:

$$D^m f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left(\frac{1}{\Gamma(m-n)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-m+n}} d\tau \right) \quad (7)$$

$$I_{t_0 \rightarrow t}^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-n}} d\tau \quad (8)$$

که در آن $\Gamma(\cdot)$ تابع گاما بوده است و همچنین شرط زیر برای مرتبه n برقرار است:

$$m-1 < n < m \quad \forall m \in N$$

با توجه به تعاریف فوق، کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری بر اساس الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$\bar{M}u + d = \tau \quad (9)$$

$$u = u_1 + u_2 \quad (10)$$

$$u_1 = u_{FO} = q_d + C_1 D^{\alpha_1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] + C_2 D^{\alpha_2} \left[\text{sign}(e)^{\beta_2} \right] \quad (11)$$

$$u_2 = u_{STA} = \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt \quad (12)$$

پارامتر d در رابطه (۹)، طبق رابطه (۳) تعریف شده است. همان طور که در روابط (۱۲) و (۱۱) قابل مشاهده است، کنترل کننده طراحی شده مستقل از مدل می باشد. بدین صورت که با مشتق گیری از سطح لغزش تعریف شده در رابطه (۵) و ترکیب آن با مدل دینامیکی استفاده شده طبق رابطه (۲) رابطه کنترل کننده به صورت مستقل از مدل به دست خواهد آمد.

۵- تحلیل پایداری

اثبات پایداری کنترل کننده بیان شده، در دو قسمت مجزا بررسی می شود. ابتدا با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۲) می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{M}\ddot{q} + d &= \bar{M}(\dot{q}_d + C_1 D^{\alpha_1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] \\ &+ C_2 D^{\alpha_2-1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_2} \right] + \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} \\ &+ \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt) + d \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \gamma \\ \dot{\gamma} &= -\mu_2 \text{sign}(S) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن $\mu_1, \mu_2 \in R^{n \times n}$ ضرایب کنترلی ثابت و مثبت هستند و S تعریف سطح لغزش می باشد که در ادامه تشریح خواهد شد.

۴- کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری

در طراحی کنترل کننده مودلغزشی به منظور همگرایی سریع و همچنین دقت بالا، با استفاده از تعاریف مشتق و انتگرال در حسابان مرتبه کسری، در این تحقیق از تعریف سطح لغزش غیر منفرد ترمینال مرتبه کسری (FONTSM) استفاده شده است [۳۳]:

$$S = \dot{e} + C_1 D^{\alpha_1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] + C_2 D^{\alpha_2-1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_2} \right] \quad (5)$$

که در آن ماتریس های $\beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2 \in R^{n \times n}$ مثبت هستند و طبق تعریف حسابان کسری هر کدام در بازه $(0, 1)$ قابل انتخاب هستند. همچنین $C_1, C_2 \in R^n$ ضرایب کنترلی مثبت و $e = (q - q_d) \in R^n$ نشان دهنده خطای هر مفصل است. با توجه به ویژگی های تابع علامت، می توان نوشت:

$$\text{sign}(x)^z = |x|^z \text{sign}(x) \quad (6)$$

کاربرد مشتق و انتگرال مرتبه کسری در کنترل ابزار بیشتر با سه تعریف ریمان-لیوویل، کاپوتو^۱ و گرانوالد-لتنیکوف^۲ شناخته می شوند. گرانوالد-لتنیکوف برای توابع گسسته مورد استفاده قرار می گیرد و تعریف کاپوتو مشابه تعریف ریمان-لیوویل است اما برابر یکدیگر نیستند و در تعریف کاپوتو به دلیل مستلزم بودن به برقراری شرط انتگرال پذیری مشتق مرتبه کسری اتخاذ شده، باعث ایجاد شروط مازاد و همچنین پیچیدگی بیشتر روابط می گردد، لذا از تعریف ریمان-لیوویل برای انتگرال و مشتق مرتبه کسری در این تحقیق بهره گرفته شده است. برای توضیحات بیشتر به مرجع [۳۸] مراجعه شود. طبق تعریف ریمان-لیوویل، عملگرهای $D^\alpha(x)$ به ازای $0 < \alpha < 1$ بیانگر مشتق مرتبه کسری هستند. به صورت کلی مشتق و انتگرال مرتبه کسری

¹ Caputo (C)

² Grunwald-Letnikov (GL)

با بازنویسی رابطه اول می‌توان نوشت:

$$\dot{V} = S^T (\bar{k}_1 \text{sign}(S))^{0.5} + \bar{k}_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt \quad (19)$$

که $\bar{k}_2 = \mu_2$ و $\bar{k}_1 = \mu_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\text{sign}(S)^{0.5})$ خواهد بود. با در نظر گرفتن تعریف زیر و با جایگذاری رابطه (۱۵) در رابطه (۱۹) می‌توان رابطه (۲۰) را نوشت.

$$(b_1^2 + \dots + b_n^2)^a \leq (b_1^a + \dots + b_n^a)^2$$

$$0 < a < 1$$

$$, b_i > 0$$

مشروط بر اینکه $\lambda_{\min}(\bar{k}_1) > 0$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2) > 0$ می‌توان رابطه (۲۰) را نوشت:

$$\dot{V} \leq -2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V - 2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)V^{(1+b)/2} \quad (20)$$

با توجه به این که $\lambda_{\min}(\bar{k}_1)$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2)$ مقادیر کمینه \bar{k}_1 و \bar{k}_2 هستند، زمان پایداری تابع لیپانوف تعریف شده با توجه به لم ۲ به صورت زیر است:

$$T \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(\bar{k}_1)(1-b)} \ln\left(1 + \frac{2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V_0^{(1-b)/2}}{2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)}\right)$$

با اثبات پایداری با استفاده از تابع لیپانوف معرفی شده، می‌توان نتیجه گرفت S کران دار است و می‌توان نوشت:

$$|S| \leq \Delta = \min(\Delta_1, \Delta_2)$$

$$\Delta_1 = \|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_1)$$

$$\Delta_2 = (\|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_2))^{1/b} \quad (21)$$

در ادامه با استفاده از نتیجه به دست آمده می‌توان برای اثبات پایداری قسمت دوم اینطور نوشت:

$$S_i = \dot{e}_i + C_{1i} D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right] + C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right], |S_i| \leq \Delta$$

رابطه فوق را به دو صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_i + C_{1i} D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right] + \left(C_{2i} - S_i (D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right])^{-1} \right) \times D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] = 0 \quad (22)$$

$$\dot{e}_i + (C_{1i} - S_i (D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right])^{-1}) \times D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right] + C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] = 0 \quad (23)$$

در رابطه (۲۲) هنگامی که ضریب $D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right]$ مثبت باشد، عبارت همچنان براساس تعریف سطح لغزش FONTSM خواهد بود. لذا، همچنان ردیابی سیستم (2) بر

$$\rightarrow \bar{M} (\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] + C_2 D^{\alpha_2-1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_2} \right])$$

$$+ \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt = \varepsilon \quad (14)$$

که ε را خطای نامعنی مدل بوده و به صورت $\varepsilon = \overline{M} \times \bar{d} \in R^n$ تعریف می‌شود. عبارت ε به صورت $|\varepsilon| \leq \theta$ کران دار است. [۳۱] جهت اثبات پایداری، تابع لیپانوف به صورت رابطه (۱۵) معرفی می‌شود:

$$V(x) = 0.5 S^T S \quad (15)$$

لم ۱: در عملگرهای انتگرال کسری با مرتبه کسری c و $R(c)$ شرط زیر برقرار است:

$$I_{a+}^c Y_p \leq K Y_p \quad L_p(a, b), \quad 1 \leq p \leq \infty$$

$$I_{b+}^c Y_p \leq K Y_p$$

$$K = \frac{(b-a)^{R(c)}}{R(c) \Gamma(c)} \quad (16)$$

که در آن $R(c)$ مثبت بوده و به $L_p(a, b)$ کران دار است و $\Gamma(c)$ تابع گاما می‌باشد. [۳۱]

لم ۲: برای تابع لیپانوف $V(x)$ با در نظر گرفتن عبارت V_0 به عنوان مقدار اولیه، زمان نشست را می‌توان با توجه به این که:

$$\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V^\gamma(x) \leq 0$$

$$\alpha, \beta > 0$$

$$0 < \gamma < 1$$

به صورت زیر محاسبه کرد:

$$T \leq \alpha^{-1} (1-\gamma)^{-1} \ln(1 + \alpha \beta^{-1} V_0^{1-\gamma}) \quad (17)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیپانوف در رابطه (۱۵) و در نظر داشتن رابطه (۱۴) می‌توان نوشت:

$$\dot{V} = S^T (\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] + C_2 D^{\alpha_2-1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_2} \right]) = -S^T (\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt - \varepsilon) \quad (18)$$

رابطه (۱۸) را می‌توان به دو صورت بازنویسی کرد:

$$\dot{V} = S^T (\mu_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\text{sign}(S)^{0.5}) \text{sign}(S)^{0.5}) + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt$$

$$\dot{V} = -S^T (\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1} \left(\int_0^t \text{sign}(S) dt \right) \int_0^t \text{sign}(S) dt$$

انجام بوده و مشتق خطای سیستم به سمت صفر همگرا خواهد بود.

۶- نتایج شبیه سازی

به منظور پیاده سازی محاسبات مرتبه کسری در کنترل کننده با وجود محاسبات پیچیده مربوط به حسابان کسری و حجم محاسبات بیشتر نسبت به سایر حسابان مرتبه معمولی، نتایج نمایانگر برتری عملکرد کنترل کننده ارائه شده می باشند که با وجود محاسبات پیچیده و گسترده تر، باعث افزایش ضرایب قابل تنظیم کنترل کننده و در نتیجه آن بهبود رفتار سیستم، کاهش خطا و همچنین کاهش پدیده چترینگ نیز می باشد. به منظور استفاده از حسابان کسری در برنامه متلب از جعبه ابزار FOMCON استفاده شده است. در این بخش نتایج بدست آمده در دو قسمت مجزا ارائه شده است. در قسمت اول کنترل کننده ارائه شده با یکی از مراجع موجود مورد مقایسه قرار گرفته و نتایج آن بررسی شده است و در قسمت دوم نتایج مربوط به این تحقیق آورده شده اند.

۶-۱- اعتبار سنجی

در شبیه سازی انجام شده در این تحقیق از آن رو که طرح کنترلی پیشنهادی مستقل از مدل سیستم بوده و نیازی به داشتن خصوصیات مکانیکی سیستم نبوده است، لذا به منظور بررسی نتایج کنترل کننده طراحی شده علاوه بر مقایسه با یکی مراجع، نتایج با کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر-مشتق گیر (PID) نیز مقایسه شده است. ضرایب تنظیم در کنترل کننده مودلغزشی ترمینال غیرمنفرد سوپرتوئیسیتینگ مرتبه کسری با در نظر گرفتن شرطهای به دست آمده در رابطه (۲۱)، در جدول ۶ ستون ردیابی مسیر آورده شده اند. همچنین ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر-مشتق گیر (PID) در جدول ۳ ارائه شده است.

پارامترهای فیزیکی و هندسی مربوط به ربات مورد بررسی نیز مطابق جدول ۵ در نظر گرفته شده است و مقدار g در همه محاسبات ۹/۸۱ متر بر مجذور ثانیه لحاظ شده است. لازم به ذکر است که مقدار شرایط اولیه موقعیت در شکل ۲ و شکل ۳، $[0, 0]^T$ رادین می باشد. همچنین اغتشاشات در سیستم به صورت تابع سینوسی با دامنه ۱ و فرکانس π در مدل سیستم به صورت گشتاور τ_d لحاظ شده است. به

سطح لغزش تا زمانی که شرط زیر برقرار باشد منطبق خواهد ماند.

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| \leq C_{2i}^{-1} \Delta \quad (24)$$

با توجه به لم گفته شده و رابطه (۱۶)، با قرار دادن مقدار $p = \infty$ میتوان نوشت:

$$\text{ess sup} \left| D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}}$$

که بیانگر مقدار بیشینه اصلی عبارت $D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}]$ است و در نتیجه آن رابطه (۲۵) حاصل می شود:

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| \leq \text{ess sup} \left| D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \quad (25)$$

با استفاده از متغیر $\phi \geq 1$ به عنوان ضریب ثابت می توان نامساوی رابطه (۲۵) را به صورت رابطه (۲۶) بازنویسی کرد:

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| = \phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \quad (26)$$

با توجه به رابطه (۲۵) رابطه (۲۶) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \leq C_{2i}^{-1} \Delta \quad (27)$$

با توجه به رابطه (۲۷) می توان اینطور بیان کرد که:

$$|e_i| \leq \text{ess sup} |e_i| \leq (C_{2i}^{-1} \Delta \phi K^{-1})^{\frac{1}{\beta_{2i}}} \quad (28)$$

در نتیجه می توان گفت که خطای سیستم با توجه به (۲۸) در زمان محدود همگرا خواهد بود. به همین ترتیب می توان اثبات کرد که در رابطه (۲۲) داریم:

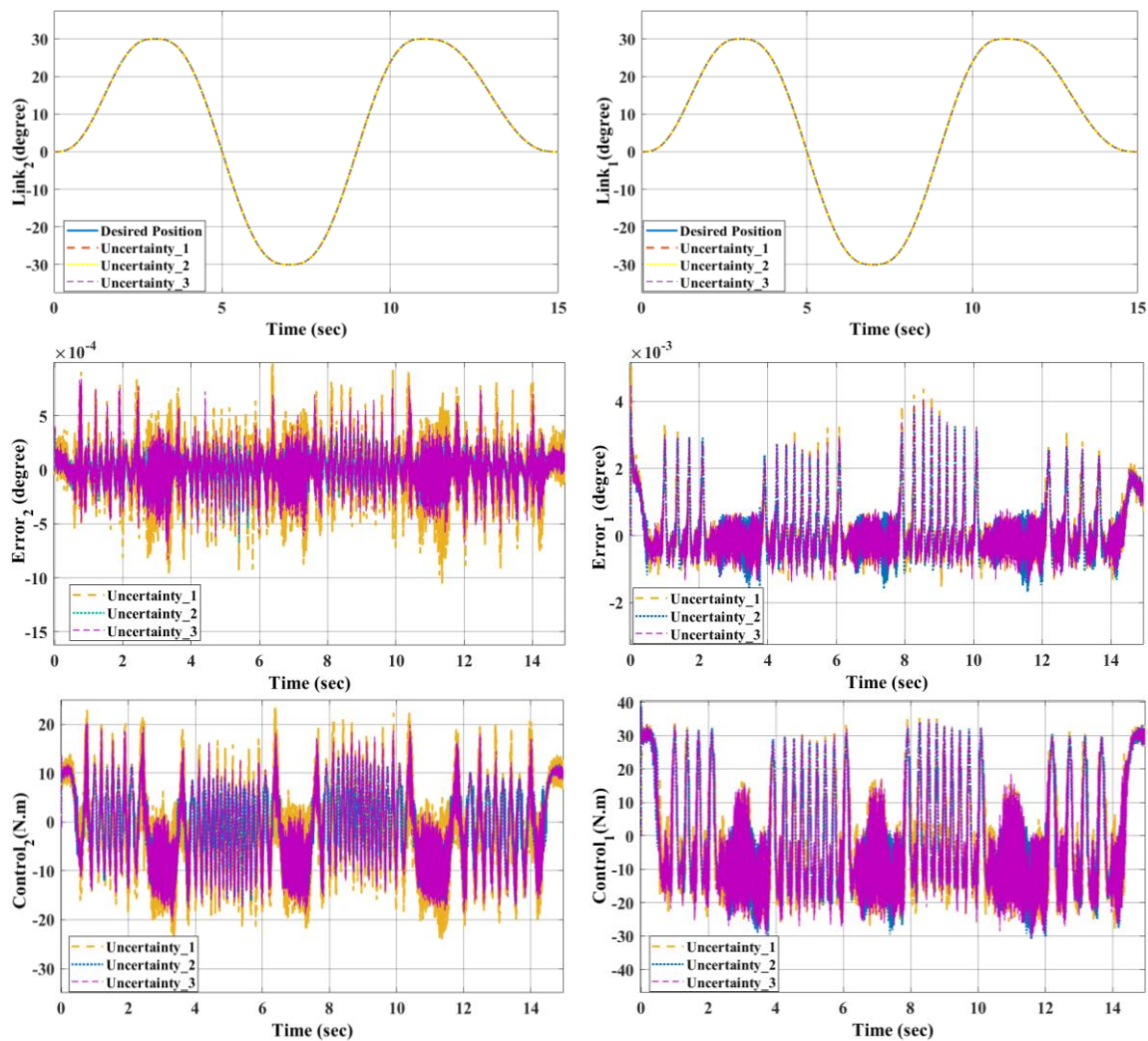
$$\left| D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right] \right| \leq C_{1i}^{-1} \Delta \quad (29)$$

با توجه به تحلیل انجام شده و در نظر گرفتن روابط (۲۱) و (۲۵) و (۲۹) کران دار بودن خطای سیستم را به صورت رابطه (۳۰) می توان بیان کرد:

$$\left| \dot{e}_i \right| \leq |S_i| + \left| C_{1i} D^{\alpha_{1i}} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}} \right] \right| + \left| C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \right| = 3\Delta \quad (30)$$

با توجه به ثابت بودن پارامتر Δ بدین ترتیب ردیابی سیستم طبق تعریف کنترل کننده طراحی شده در زمان محدود قابل

¹ Essential Maximum Value of Function (ess)



شکل ۲- بررسی عملکرد کنترل‌کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری (FO-STNTSM) در ردیابی مسیر

شده‌است که شامل چهار قسمت بوده که هر قسمت از یک معادله مرتبه پنجم مجزا پیروی می‌کنند. برای طراحی مسیر سرعت و شتاب اولیه و نهایی مربوط به هر قسمت مسیر برابر صفر در نظر گرفته شده است.

با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد که مقدار خطای لینک ۱ در حالت ماندگار در محدوده $(-1.5, 2.5) \times 10^{-3}$ و برای لینک دو خطای حالت ماندگار در محدوده $(-5, 5) \times 10^{-4}$ می‌باشد. این نتایج برای کنترل‌کننده PID برای لینک ۱ در محدوده $(-0.1, 0.1)$ و برای لینک دو در محدوده $(-5, 5) \times 10^{-3}$

منظور بررسی عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور نویز با اعمال نویز سفید کران‌دار^۱ در هر دو مفصل ربات با مشخصات توان 4×10^{-8} و نرخ نمونه برداری 0.001 مورد بررسی قرار گرفته است. نویز از یک فیلتر $\frac{1}{0.1s+1}$ نیز عبور میکند. این شرایط به‌همراه مسیر ردیابی طراحی شده متناسب با جدول ۱ به منظور قیاس عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده با مطالعات اخیر در مرجع [۳۱] بوده است و با شرایط مورد مطالعه در آن مطابقت دارد. طراحی مسیر به صورتی انجام

^۲ Quintic Trajectory

^۱ Band-Limited White Noise

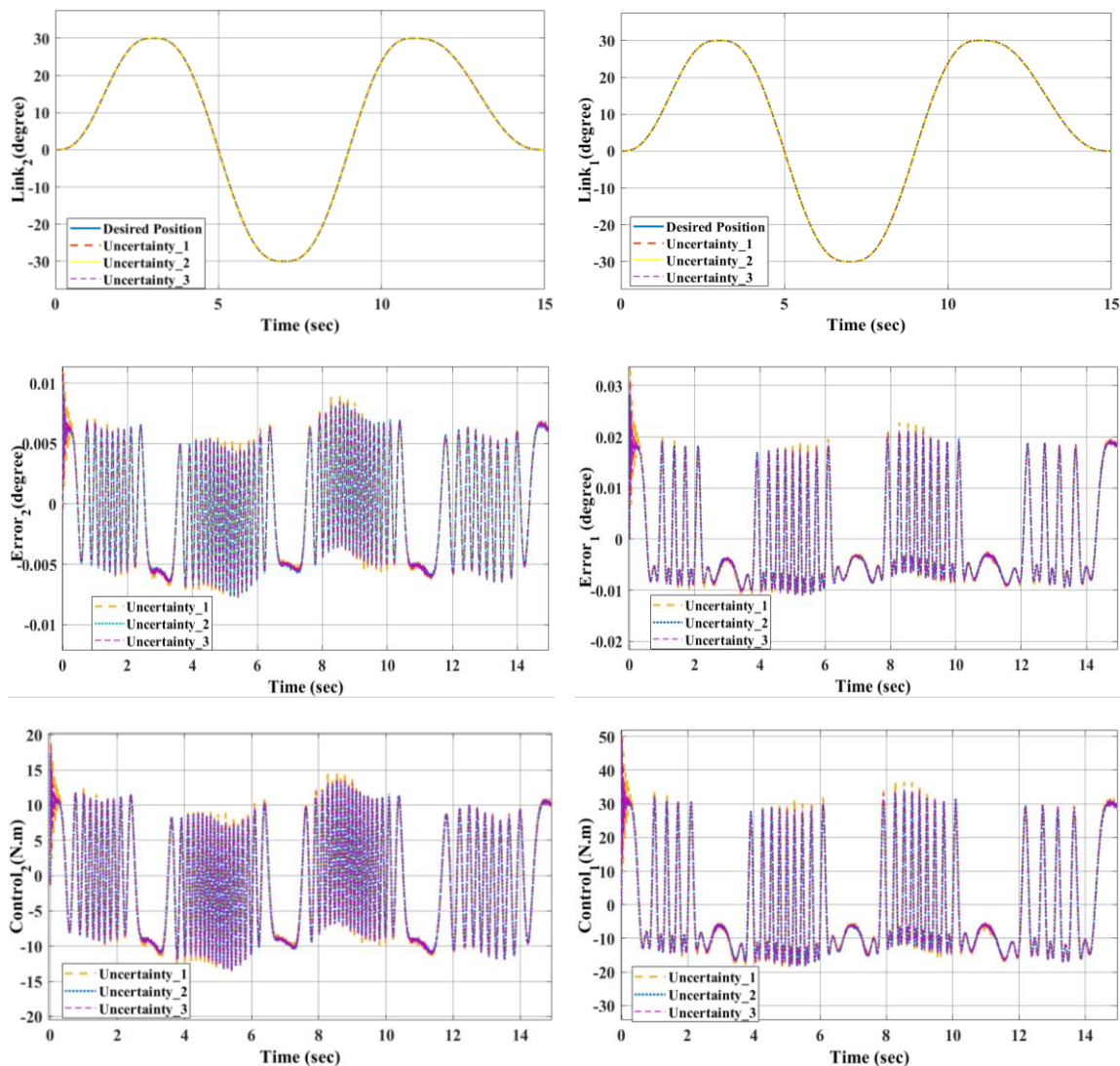
در ادبیات موضوع داشته و لذا نتایج ارائه شده در این مقاله دارای اعتبار و صحت می‌باشد.

جدول ۱- مقادیر ابتدا و انتهای هر قسمت از مسیر مطلوب طراحی شده

لینک (درجه)	زمان (ثانیه)			
	۰	۳	۷	۱۱
۱	۰	۳۰	-۳۰	۳۰
۲	۰	۳۰	-۳۰	۳۰

می‌باشد. عملکرد کنترل کننده ارائه شده در مرجع [۳۱] در شرایط مشابه به این صورت است که خطای لینک اول در حالت ماندگار در محدوده $(-0.03, 0.03)$ و خطای لینک دوم در حالت ماندگار در محدوده $(-0.02, 0.02)$ می‌باشد. لازم به ذکر است که عدم قطعیت‌ها و نامعینی‌های مدل در سه حالت به صورت تصادفی در نظر گرفته شده‌اند.

بطور خلاصه نتایج مربوط به کنترل کننده مرجع [۳۱]، کنترل کننده PID و کنترل کننده پیشنهادی در جدول ۲ ارائه شده است. بررسی نتایج جدول نشان می‌دهد که نتایج ارائه شده در این تحقیق اختلاف ناچیزی با نتایج ارائه شده



شکل ۳- بررسی عملکرد کنترل کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر (PID) در ردیابی مسیر

جدول ۴- مقادیر ضرایب کنترل کننده مشتق گیر (PD)

شماره لینک	ضرایب	رسیدن به نقطه مطلوب	ردیابی مسیر
۱	k_p	۱۶۵۰	۱۰۰۰۰
	k_d	۱۰۰	۸۰۰
۲	k_p	۱۷۰۰	۱۰۰۰۰
	k_d	۱۲۰	۸۰۰

جدول ۵- مقادیر پارامترهای مدل دینامیکی ربات دو درجه آزادی

شماره لینک	پارامتر	مقدار عددی	واحد
۱	m_1	۱/۰	kg
	l_1	۱/۰	m
	f_{v1}	۵/۰	N.m
۲	m_2	۱/۰	kg
	l_2	۱/۰	m
	f_{v2}	۵/۰	N.m

دامنه ۱ و فرکانس $1/2\pi$ در مدل سیستم به صورت گشتاور τ_d لحاظ شده است. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه بالا برای بررسی رفتار سیستم در دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30^\circ$ درجه در شکل ۴ و برای کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در شکل ۵ نشان داده شده است. این نتایج، با در نظر گرفتن اغتشاشات، عدم قطعیت و نویز، در نظر گرفته شده اند. با توجه به شکل ۴، پس از گذشت کمتر از یک ثانیه پاسخ سیستم به حالت پایدار رسیده و دارای خطای ماندگار به مقدار ۰/۰۱ درجه برای لینک یک و ۰/۰۱ برای لینک دوم بوده است. همچنین با لحاظ کردن عدم قطعیت و نامعینی ها در مدل سیستم در حضور اغتشاشات، مقاوم بودن صورت گرفته در برابر نامعینی ها مورد بررسی قرار گرفته است. از مقایسه مقدار خطای حالت ماندگار سیستم با حالت استفاده از کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر که در شکل ۵ قابل مشاهده است، بهبود عملکرد

جدول ۲- محدوده‌ی خطای حالت ماندگار

شماره لینک	کنترل کننده	محدوده خطای حالت ماندگار
۱	کنترل کننده مرجع [۳۱]	(-0.03, 0.03)
	کنترل کننده PID	(-0.1, 0.1)
۲	کنترل کننده پیشنهادی	$(-1.5, 2.5) \times 10^{-3}$
	کنترل کننده مرجع [۳۱]	(-0.02, 0.02)
۲	کنترل کننده PID	$(-5, 5) \times 10^{-3}$
	کنترل کننده پیشنهادی	$(-5, 5) \times 10^{-4}$

جدول ۳- ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر- مشتق گیر (PID)

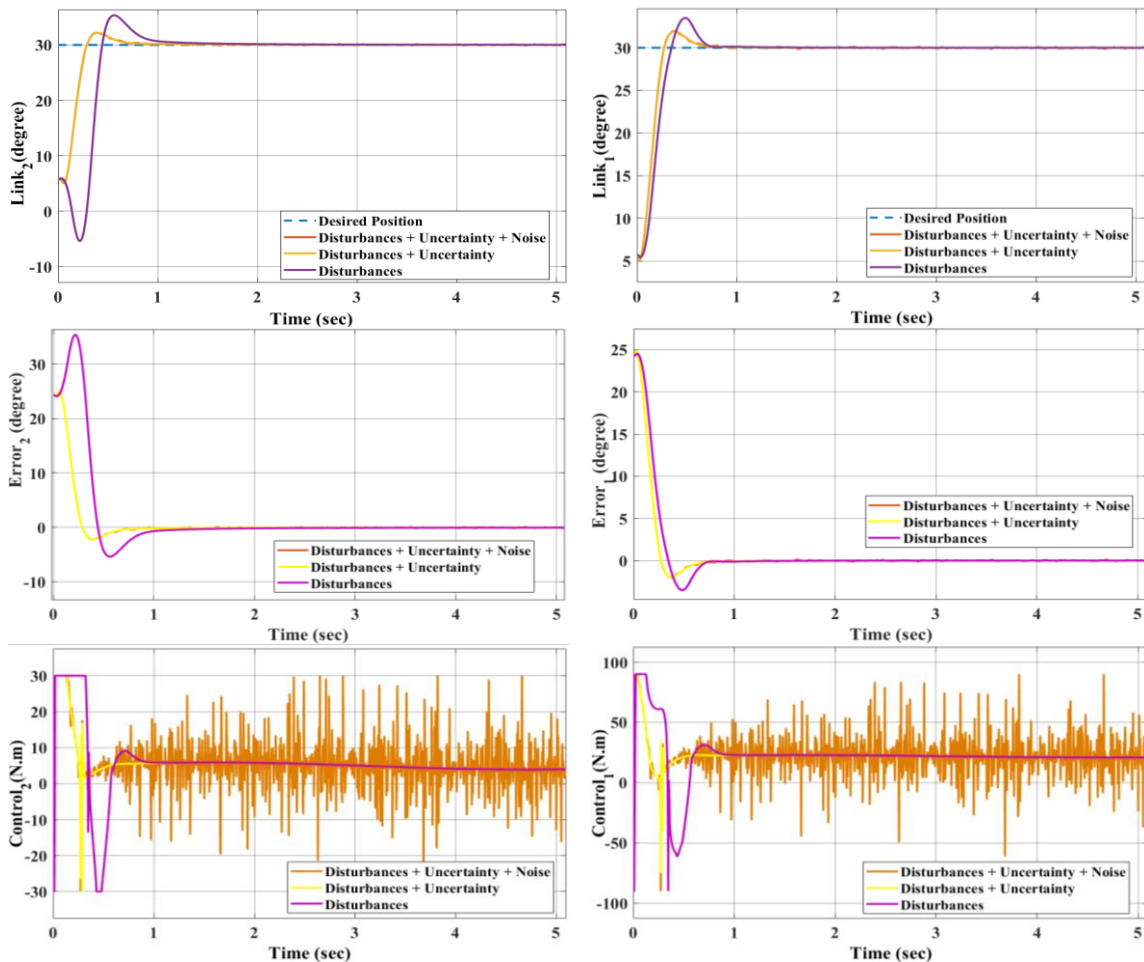
شماره لینک	ضرایب	ردیابی مسیر مطابق جدول ۱
۱	k_p	۱۶۵۰
	k_I	۱۰۰
	k_D	۱۰۰
۲	k_p	۱۷۰۰
	k_I	۱۲۰
	k_D	۱۲۰

۲-۶- نتایج

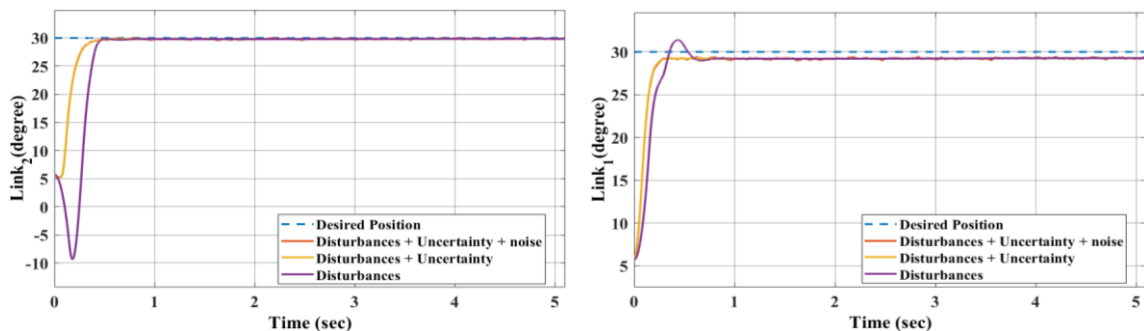
در این بخش، به منظور بررسی رفتار سیستم با اعمال کنترل کننده پیشنهادی، نتایج کنترل کننده طراحی شده با کنترل کننده مشتق گیر (PD) که بر اساس خطا می باشد، مقایسه شده است. ضرایب کنترل کننده مشتق گیر در جدول ۴ و ضرایب تنظیم در کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری در جدول ۶ ارائه شده است. پارامترهای فیزیکی و هندسی ربات نیز بخش ۶-۱ مطابق جدول ۵، در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که مقدار شرایط اولیه موقعیت در شکل های ۴، ۵، ۶ و ۷، $[0.1, 0.1]^T$ رادیان می باشد. همچنین اغتشاشات در سیستم به صورت تابع سینوسی با

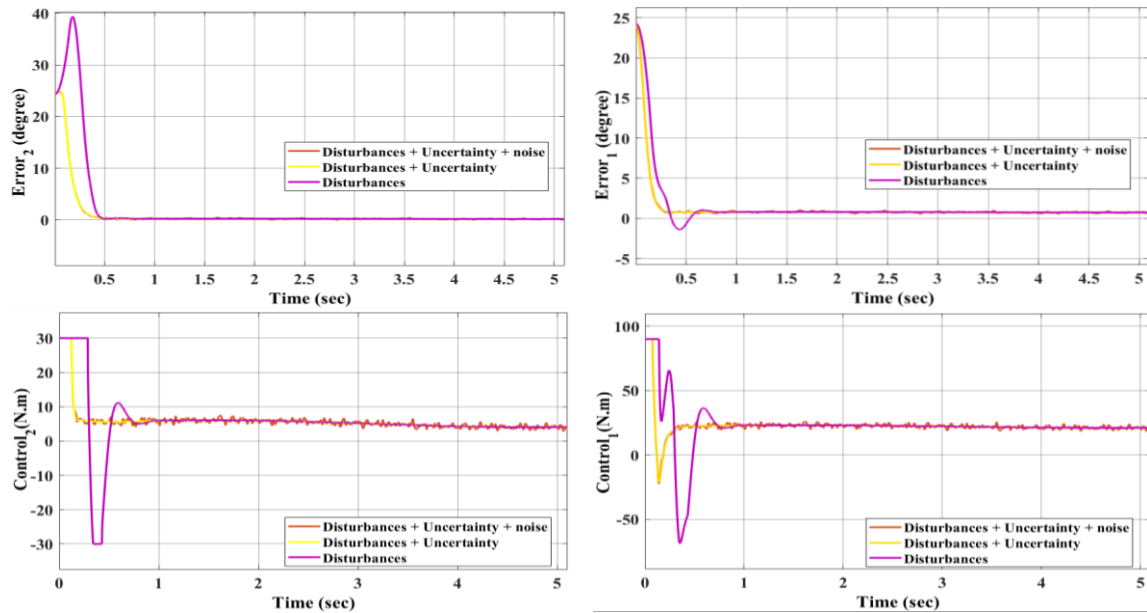
محسوسی در مقادیر خطا ایجاد نشده است و تنها زمان رسیدن به نقطه مطلوب کاهش یافته است. با مقایسه نتایج، به وضوح برتری عملکرد کنترل کننده پیشنهادی مشاهده می شود.

سیستم را در مقابل عدم قطعیت، اغتشاشات و نامعینی‌ها مشاهده می شود. با توجه به شکل‌ها، مقادیر خطا در لینک اول و دوم، در حضور اغتشاشات، به ترتیب ۰/۷۴ و ۰/۳۲ درجه می باشد که با در نظر گرفتن عدم قطعیت تغییر

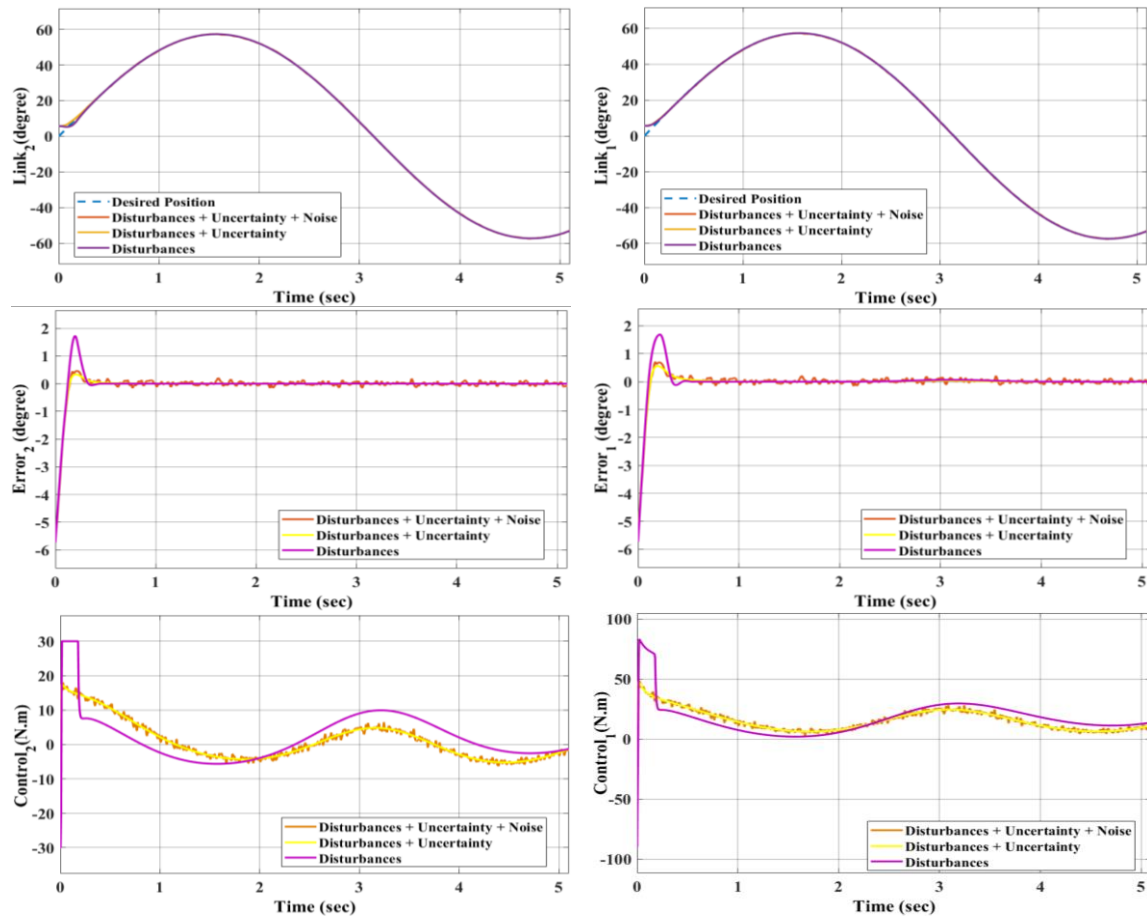


شکل ۴- بررسی عملکرد کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری (FO-STNTSM) در حالت دستیابی به نقطه مطلوب

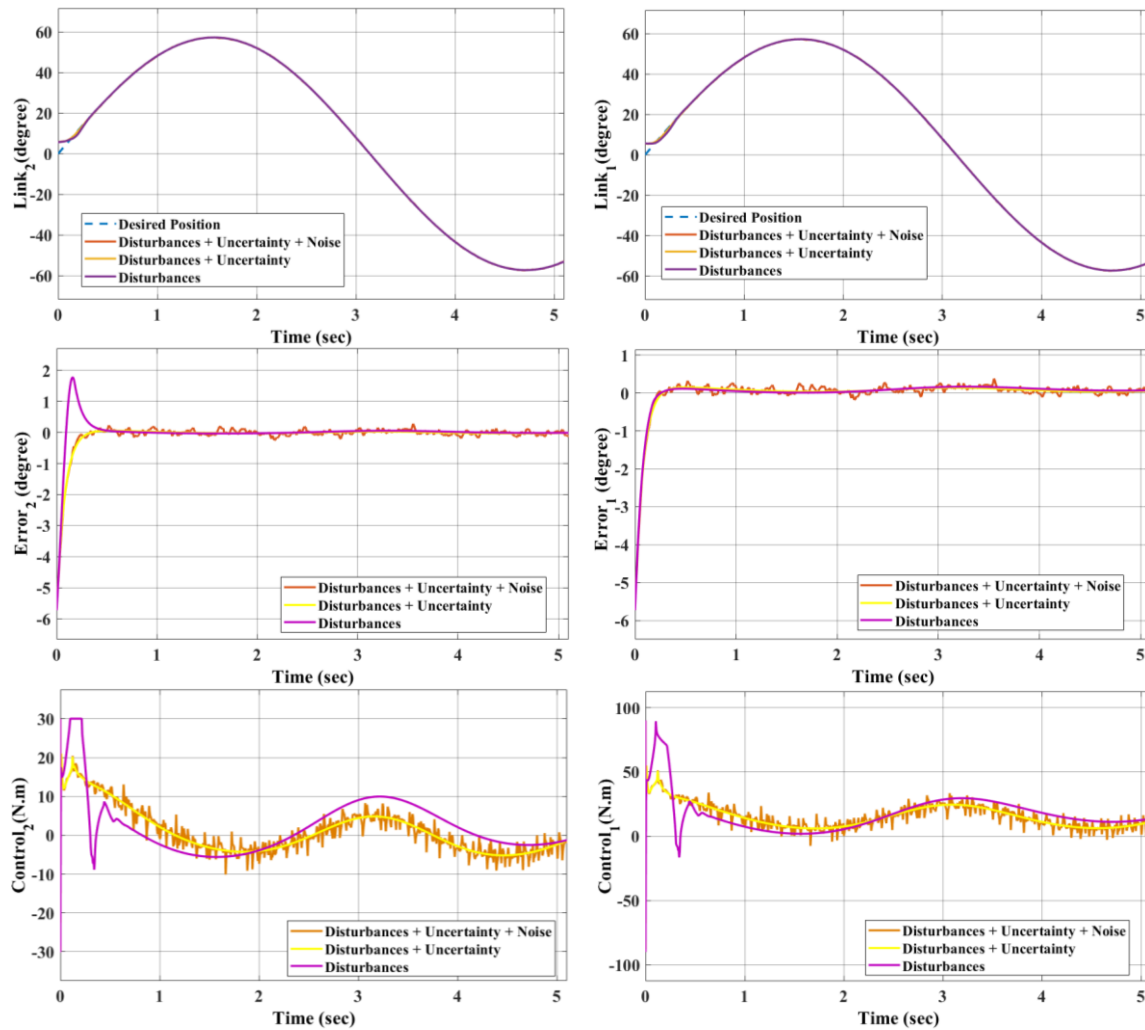




شکل ۵- بررسی عملکرد کنترل‌کننده تناسبی- مشتق‌گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب



شکل ۶- بررسی عملکرد کنترل‌کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری (FO-STNTSM) در حالت ردیابی مسیر



شکل ۷- بررسی عملکرد کنترل کننده مشتق گیر در حالت ردیابی مسیر

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ به همراه تعریف سطح لغزش به صورت ترمینال غیر منفرد مدلغزشی مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته است. طراحی کنترل کننده مورد استفاده به گونه‌ای است که مستقل از مدل می‌باشد و بر اساس خطای سیستم، کنترل و ارزیابی رفتار سیستم صورت گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد کنترل کننده پیشنهادی با وجود عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات خارجی بهبود می‌یابد. همچنین، کنترل کننده پیشنهادی از دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها برخوردار است.

شکل ۶ عملکرد سیستم با وجود کنترل کننده مرتبه کسری مدلغزشی مرتبه بالاتر و شکل ۷ عملکرد سیستم با کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در حالت ردیابی مسیر را نشان می‌دهد. به این منظور $q = \sin(t)$ به عنوان مسیر مطلوب برای لینک ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است. همانطور که قابل مشاهده است خطای سیستم با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی به مراتب کمتر بوده و کنترل کننده رفتار مطلوب‌تری را نشان می‌دهد و خطای حالت ماندگار در شکل ۶ که نشان‌دهنده رفتار کنترل کننده پیشنهادی است نزدیک صفر بوده اما کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر خطای حالت ماندگار صفر نشده است. همچنین مقاوم بودن کنترل کننده در برابر نویز در شکل مشهود است.

۹- مراجع

- [1] Das S (2008) Functional fractional calculus for system identification and controls. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [2] Capelas de Oliveira E (2019) Solved Exercises in fractional calculus. Springer.
- [3] David S, Balthazar J.M, Julio B, Oliveira C (2012) The fractional-nonlinear robotic manipulator: Modeling and dyn. sim., AIP pp. 298-305.
- [4] Coronel-Escamilla A, Torres F, Gómez-Aguilar J, Escobar-Jiménez R, Guerrero-Ramírez R (2018) On the trajectory tracking control for an SCARA robot manipulator in a fractional model driven by induction motors with PSO tuning. Multibody Syst Dyn 43(3) 257-277.
- [5] Goodwine B (2014) Modeling a multi-robot system with fractional-order differential equations. (ICRA), IEEE 1763-1768.
- [6] Wensong J, Zhongyu W, Mourelatos Z.P (2016) Application of nonequidistant fractional-order accumulation model on trajectory prediction of space manipulator. IEEE ASME Trans Mechatron 21(3): 1420-1427.
- [7] Al-Saggaf UM, Bettayeb M, Djennoune S (2017) Super-twisting algorithm-based sliding-mode observer for Synchronization of nonlinear incommensurate fractional-order chaotic systems Subject to unknown inputs. Arab J Sci Eng 42(7): 3065-3075.
- [8] Mujumdar A, Tamhane B, Kurode S (2014) Fractional order modeling and control of a flexible manipulator using sliding modes. IEEE 2011-2016.
- [9] Chen H, Chen W, Chen B (2013) Robust synchronization of incommensurate fractional-order chaotic systems via second-order sliding mode technique. IEEE 3147-3151.
- [10] Bettayeb R.F.M, Rahman M.H (2018) Control of serial link manipulator using a fractional order controller. IREACO 11(1).
- [11] Mohammed RH, Bendary F, Elserafi K (2016) Trajectory tracking control for robot manipulator using fractional order-fuzzy-PID controller. Int J Comput Appl 134(15): 8887.
- [12] Moreno AR, Sandoval VJ (2013) Fractional order PD and PID position control of an angular manipulator of 3DOF. IEEE 89-94.
- [13] Angel L, Viola J (2018) Fractional order PID for tracking control of a parallel robotic manipulator type delta. ISA Trans 79 172-188.
- [14] Dumlu A (2018) Practical position tracking control of a robotic manipulator based on fractional order sliding mode controller. Elektronika ir Elektrotechnika 24(5): 19-25.

جدول ۶- مقادیر ضرایب کنترل‌کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری (FO-STNTSM)

ردیابی مسیر	رسیدن به نقطه مطلوب	ضرایب	شماره لینک
۰/۰۰۱	۰/۰۱	C_1	۱
۱۰	۱۰	C_2	
۰/۷	۰/۷	β_1	
۰/۷	۰/۷	β_2	
۱۰۰	۱۰۰	μ_1	
۰/۱	۰/۱	μ_2	
۰/۹	۰/۹	α_1	۲
۰/۸	۰/۲	α_2	
۰/۰۰۱	۰/۰۱	C_1	
۱۰	۱۰	C_2	
۰/۷	۰/۷	β_1	
۰/۷	۰/۷	β_2	
۱۰۰	۱۰۰	μ_1	
۰/۱	۰/۱	μ_2	
۰/۹	۰/۹	α_1	
۰/۸	۰/۲	α_2	

۸- پیشنهاد برای کارهای آینده

به منظور بررسی عملکرد کنترل‌کننده بر روی ربات در محیط آزمایشگاهی و امکان پیاده‌سازی آن با وجود حسابان کسری در طراحی انجام شده که لازمه آن ایجاد فرکانس کلیدزنی متناسب با مرتبه کسری است، نیاز به بهبود عملکرد کنترل‌کننده و کاهش فرکانس کلیدزنی آن است. در همین راستا امید است که بتوان با استفاده از منطق فازی و یا قانون تطبیق مناسب و یا دیگر ابزار تلفیقی بتوان این عملکرد را در حالت ردیابی مسیر و دستیابی به نقطه مطلوب بهبود بخشید.

- nonsingular terminal sliding variable for robot manipulators. IEEE 43443-43454.
- [28] Babaie M, Rahmani Z, Rezaie B (2019) Designing a switching controller based on control performance assessment index and a fuzzy supervisor for perturbed discrete-time systems subject to uncertainty. *Autom Control Comp S* 53: 116-126.
- [29] Wang Y, Gu L, Gao M, Zhu K (2016) Multivariable output feedback adaptive terminal sliding mode control for underwater vehicles. *Asian J Control* 18: 247-265(1).
- [30] Nguyen S.D, Vo HD, Seo TI (2017) Nonlinear adaptive control based on fuzzy sliding mode technique and fuzzy-based compensator. *ISA Trans* 70: 309-321.
- [31] Wang Y, Jiang S, Chen B, Wu H (2018) A new continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode control for cable-driven manipulators. *Adv Eng Softw* 119: 21-29.
- [32] Deng W, Yao J, Ma D (2017) Robust adaptive precision motion control of hydraulic actuators with valve dead-zone compensation. *ISA Trans* 70: 269-278.
- [33] Sadeghi R, Madani SM, Ataei M, Kashkooli MA, Ademi S (2018) Super-twisting sliding mode direct power control of a brushless doubly fed induction generator. *IEEE Trans Indus Electronics* 65(11): 9147-9156.
- [34] Jin M, Lee J, Chang PH, Choi C (2009) Practical nonsingular terminal sliding-mode control of robot manipulators for high-accuracy tracking control *IEEE Trans Indus Electronics* 56(9): 3593-3601.
- [35] Kali Y, Saad M, Benjelloun K, Khairallah C (2018) Super-twisting algorithm with time delay estimation for uncertain robot manipulators. *Nonlinear Dyn* 93(2): 557-569.
- [36] Kilbas AA, Srivastava HM, Trujillo JJ (2006) *Theory and applications of fractional differential equations*. elsevier.
- [37] Rivera J, Garcia L, Mora M, Raygoza J, Ortega S (2011) Super-twisting sliding mode in motion control systems. *Sliding Mode Control* 237-254.
- [38] Sabatier J, Lanusse P, Melchior P, Oustaloup A (2015) *Fractional order differentiation and robust control design*. Springer, Dordrecht.
- [15] Rahmani M, Rahman M.H (2019) A new adaptive fractional sliding mode control of a MEMS gyroscope. *Microsyst Technol* 2(9): 3409-3416.
- [16] Mujumdar A, Kurode S, Tamhane B (2013) Fractional order sliding mode control for single link flexible manipulator, (CCA). *IEEE* 288-293.
- [17] Ghasemi I, Ranjbar Noei A, Sadati J (2018) Sliding mode based fractional-order iterative learning control for a nonlinear robot manipulator with bounded disturbance. *Meas Control* 40(1): 49-60.
- [18] Senejohnny D, Faieghi M, Delavari H (2017) Adaptive second-order fractional sliding mode control with application to water tanks level control.
- [19] Muñoz-Vázquez AJ, Sánchez-Torres DJ, Parra-Vega V, Sánchez-Orta A, Martínez-Reyes F (2020) A fractional super-twisting control of electrically driven mechanical systems. *Meas Control* 42(3): 485-492.
- [20] Caponetto R, Graziani S, Tomasello V, Pisano A (2015) Identification and fractional super-twisting robust control of IPMC actuators. *Fract Calc Appl Anal* 18(6): 1358.
- [21] Levant A (1993) Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control; *Int J Control* 58(6): 1247-1263.
- [22] Patel A (2018) Observer based fractional second-order nonsingular terminal multisegment sliding mode control of SRM position regulation system. *IAEME*.
- [23] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, Man Z (2005) Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica* 41(11): 1957-1964.
- [24] Wang YY, Chen JW, LGu LY, Li XD (2015) Time delay control of hydraulic manipulators with continuous nonsingular terminal sliding mode. *J Cent South Univ* 22(12): 4616-4624.
- [25] Ma X, Zhao Y, Di Y (2020) Trajectory Tracking control of robot manipulators based on U-model. *Math Probl Eng* 2020(8): 1-10.
- [26] Divandari M, Rezaie B, Ranjbar Noei A (2019) Speed control of switched reluctance motor via fuzzy fast terminal sliding-mode control. *Comput Electr Eng* 80: 106472.
- [27] Baek J, Kwon W, Kang C (2020) A new widely and stably adaptive sliding-mode control with