



DOR:

## کاربرد روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف - محدود برای شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی مغشوش نانوسیال

احمدرضا رحمتی<sup>۱\*</sup>، امیر عربی<sup>۲</sup> و علی غیبی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۵/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۰۳

### چکیده

در کار حاضر برای اولین بار با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف - محدود انتقال حرارت جابجایی مغشوش نانوسیال درون محفظه مربعی شکل و کانال شبیه سازی شده و تاثیر عوامل مختلف از جمله عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال و عدد رینولدز بررسی شده است. برای مدل سازی جریان مغشوش، از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ استفاده شده است. جریان انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل حفره برای محدوده عدد رایلی  $10^3$  تا  $10^{10}$  و محدوده کسر حجمی ۰ تا ۱ درصد بررسی شده است. جریان انتقال حرارت جابجایی اجباری داخل کانال برای محدوده عدد رینولدز ۵۰ تا ۳۰۰۰ و محدوده کسر حجمی ۰ تا ۱ درصد بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف - محدود توانایی شبیه سازی جریان های مغشوش را در هندسه های مختلف دارد؛ همچنین نتایج نشان می دهد، در انتقال حرارت جابجایی آزاد داخل حفره با افزایش عدد رایلی و افزایش کسر حجمی نانوذرات، نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد. در انتقال حرارت جابجایی اجباری داخل کانال، با افزایش عدد رینولدز و افزایش کسر حجمی نانوذرات نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد.

**کلیدواژه‌گان:** روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف-محدود؛ جریان مغشوش؛ انتقال حرارت؛ نانوسیال.

## Application of Finite-Difference Based Lattice Boltzmann Method for Numerical Simulation of Nanofluid Turbulent Convection in channel

A.R. Rahmati<sup>1\*</sup>, A. Arabi<sup>2</sup>, A. Gheibi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

<sup>2</sup> M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

<sup>3</sup> Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

### Abstract

In the present work, for the first time, using the finite - difference based lattice Boltzmann method, the convection heat transfer of the nanofluid in a cavity and channel is simulated. And also the effects of various factors such as Rayleigh number, nanofluid volume fraction and Reynolds number have been investigated. The Large Eddy Simulation (LES) method applied for modeling the turbulent flow. The natural convection heat transfer in the cavity for the Rayleigh range of  $10^3$  to  $10^{10}$  and the volume fraction range of 0 to 1% has been evaluated. The forced convection heat transfer convection in the channel for the Reynolds number range of 50 to 3000 and the volume fraction range of 0 to 1% has been evaluated. The results show that the finite - difference based lattice Boltzmann method is able to simulate turbulent flows in different geometries. The results also show that natural convection heat transfer in the cavity, by enhancing Rayleigh number and the nanofluid volume fraction, the heat transfer rate increases. The forced convection heat transfer in the channel, enhancing the Reynolds number and enhancing the volume fraction of nanoparticles increases the heat transfer rate.

**Keywords:** Finite - Difference Based Lattice Boltzmann Method; Turbulent Flow; Heat Transfer; Nanofluid.

## ۱- مقدمه

انتقال حرارت جابه‌جایی درون محفظه‌ها کاربردهای مهمی در بسیاری از حوزه‌های مهندسی از قبیل، خنک کاری تجهیزات الکترونیکی، راکتورهای هسته‌ای، جمع‌آوری انرژی خورشیدی و طراحی حرارتی ساختمان‌ها دارد و توسط محققان زیادی بررسی شده است [۱-۳]. در این کاربردها با توجه به نوع فرآیند کاهش یا افزایش انتقال حرارت، جابه‌جایی مورد نظر است.

با توسعه روز افزون سیستم‌های مصرف‌کننده انرژی و با توجه به محدودیت منابع تامین‌کننده انرژی بهینه‌سازی این سیستم‌ها امروزه مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. به منظور بهینه‌سازی سیستم‌های گرمایی و رسیدن به راندمان بالا در انتقال گرما راهکارهای متفاوتی پیشنهاد می‌شود. از جمله این راهکارهای می‌توان به تغییر پارامترهای هندسی، شرایط مرزی و یا افزایش رسانایی گرمایی سیال اشاره کرد. یکی از روش‌های نوین برای افزایش رسانایی گرمایی سیالات، افزودن ذرات بسیار ریز جامد با رسانایی گرمایی بالاتر است. با پیشرفت علم نانو و ایجاد دسترسی به ذرات در ابعاد نانومتر استفاده از ذرات جامد در این ابعاد پیشنهاد می‌شود، چراکه استفاده از ذرات درشت‌تر مشکلاتی مانند، گرفتگی مجاری، ته‌نشین شدن، رسوب‌گذاری و خوردگی را به همراه می‌آورد. از ویژگی‌های جایگزینی نانوسیالات می‌توان به افزایش انتقال گرمایی جابه‌جایی اشاره کرد.

برای شبیه‌سازی عددی جریان در محفظه‌ها روش‌های گوناگونی وجود دارد که یکی از این روش‌ها، روش شبکه بولتزمن است [۱-۷]. در دهه‌ی اخیر، روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی جدید در مقایسه با روش‌های مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی برای حل مسائل جریان سیال مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. از کاربردهای روش شبکه بولتزمن، می‌توان به شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت در جریان با مرزهای پیچیده، جریان‌های چندفازی، نانوسیالات و جریان سیال غیرنیوتونی اشاره کرد.

نعمتی و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۰، انتقال حرارت جابجایی ترکیبی حاوی نانوسیالات، در یک محفظه با درپوش متحرک را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع

دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. سیال موجود در محفظه، نانو سیال آب-مس، آب-مس اکسید و آب-آلومینیوم اکسید بود. نتایج نشان داد که اثرات کسر حجمی نانوذرات مس، بیشتر از مس اکسید و آلومینیوم اکسید است. علاوه بر این، افزایش عدد رینولدز منجر به کاهش اثر غلظت نانوذرات می‌شود. هی و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۱، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-آلومینیوم اکسید در یک محفظه مربعی را با استفاده از مدل گرمایی اسکالر خنثی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات، کاهش می‌یابد. این کاهش در اعداد رایلی بالا، بیشتر است. رحمتی و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۲، انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه دوبعدی را با استفاده از مدل گرمایی اسکالر خنثی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. سیال مورد استفاده نانوسیال آب-مس بود. نتایج نشان داد که نانوذرات در هر عدد گراشف، نرخ انتقال حرارت را به میزان زیادی افزایش می‌دهد؛ همچنین نرخ انتقال حرارت نانوسیال با افزایش کسر حجمی نانوذرات، بیشتر می‌شود. گایت و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۲، انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی پر شده با نانو سیال آب-مس در حضور منبع حرارتی را با استفاده از مدل گرمایی اسکالر خنثی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. آن‌ها فرض کردند که منبع حرارتی یا دما ثابت است یا دارای یک شار حرارتی ثابت است. نتایج نشان داد که با افزایش کسر حجمی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد؛ همچنین نتایج آن‌ها برای یک منبع حرارتی دما ثابت نشان می‌دهد که برای یک کسر حجمی مشخص برای نانوذرات، انتقال حرارت با افزایش اندازه منبع حرارتی، بهبود یافته است. فتاحی و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۱۲، انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه حاوی نانوسیال را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. سیال موجود در محفظه، نانو سیال آب-آلومینیوم اکسید و آب-مس بود. نتایج نشان داد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت متوسط برای هر دو نانوسیال افزایش یافته است. مهریزی و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۳، انتقال حرارت جابجایی ترکیبی نانوسیال در یک محفظه مربعی را با استفاده از مدل گرمایی

تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی، عدد ناسلت افزایش یافت؛ همچنین زمانی که طول محفظه افزایش می‌یابد، عدد ناسلت افزایش اما زمانی که عرض محفظه را افزایش می‌دهیم، عدد ناسلت کاهش می‌یابد.

سجادی و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۲، انتقال حرارت جابجایی طبیعی مغشوش نانوسیال را در یک محفظه با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. نتایج نشان داد که در تمام اعداد رایلی با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت افزایش می‌یابد. سیدیک و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۳، انتقال حرارت جابجایی اجباری مغشوش حاوی نانوسیال داخل کانال را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی نمودند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد رینولدز انتقال حرارت افزایش می‌یابد. به وجود آمدن گردابه‌ها در ابتدا و انتهای محفظه، باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود. افزایش کسر حجمی نانوذرات، باعث افزایش انتقال حرارت در تمامی اعداد رینولدز می‌شود. این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر بیش‌تر است. بهرامی و باقری [۲۱] در سال ۲۰۱۷، انتقال حرارت جابجایی اجباری مغشوش نانوسیال را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی نمودند. نتایج نشان داد که با افزایش قطر نانوذرات عدد ناسلت و ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد؛ همچنین با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت و ضریب اصطکاک افزایش یافتند؛ همچنین نتایج روش شبکه بولتزمن برای جریان سیال مغشوش با نتایج موجود تطابق خوبی دارد.

رحمتی و همکاران [۲۲] در سال ۲۰۱۷، شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی مغشوش حاوی نانوسیال را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. نتایج آنها نشان داد که استفاده از نانوسیال به علت ضریب هدایت بالای مس، باعث افزایش انتقال حرارت و همچنین افزایش عدد ناسلت می‌شود.

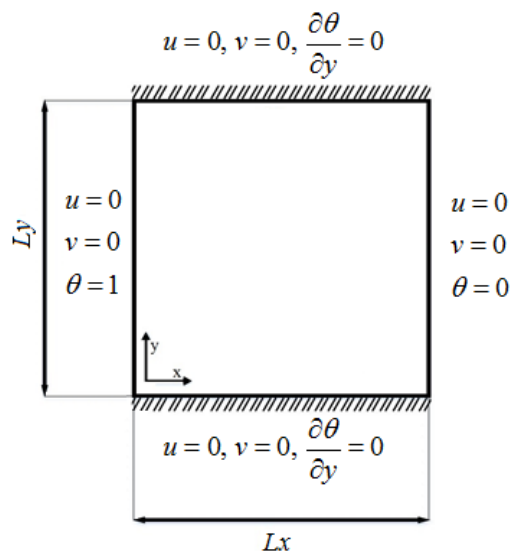
یکی از نقاط ضعف روش شبکه بولتزمن، یکسان بودن گام مکانی و گام زمانی است که باید برابر با واحد لحاظ

تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. محفظه دارای دریچه‌های ورودی و خروجی و یک مانع گرم در مرکز آن است. نتایج نشان داد که با اضافه کردن نانوذرات به سیال اولیه و افزایش غلظت حجم نانوذرات، نرخ انتقال حرارت در اعداد ریچاردسون و موقعیت‌های مختلف دریچه خروجی، افزایش می‌یابد. سجادی و کفایتی [۱۴] در سال ۲۰۱۵ انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک کانال با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی نمودند. نتایج آنها نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی افزایش پیدا می‌کند. افزایش نسبت منظری باعث می‌شود که انتقال حرارت در اعداد رایلی مختلف کاهش پیدا کند. رحمتی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۶، انتقال حرارت جابجایی ترکیبی نانوسیال یک محفظه را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. محفظه دارای دو لبه متحرک و عایق و دو دیواره مجاور با توزیع دمای سینوسی است. نتایج آنها نشان داد که اثر تغییرات انحراف فاز در اعداد ریچاردسون کم، بر الگوی جریان تأثیر نمی‌گذارد؛ همچنین با کاهش عدد ریچاردسون، عدد ناسلت افزایش می‌یابد؛ بنابراین انتقال حرارت افزایش می‌یابد. کی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۷، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال را با استفاده از مدل گرمایی اسکالر خنثی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. نتایج نشان داد که نانوذرات با قطر کم به صورت واضح نسبت به نانوذرات با قطر بیشتر، سبب بهبود انتقال حرارت می‌شوند؛ همچنین میانگین عدد ناسلت با افزایش نسبت ابعاد محفظه، کسر حجمی نانوذره و عدد رایلی افزایش می‌یابد. شیخ الاسلامی و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۷، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال داخل محفظه مربعی را با استفاده از مدل گرمایی تابع توزیع دوتایی روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. محفظه حاوی نانوسیال آب-آلومینیوم اکسید و آب-تیتانیوم اکسید بود. نتایج نشان داد که افزایش عدد ناسلت تابعی از عدد رایلی و کسر حجمی نانو ذرات است؛ همچنین تأثیر کسر حجمی نانو ذرات در اعداد رایلی پایین در مقایسه با اعداد رایلی بالا بیشتر است. رحمتی و طاهری [۱۸] در سال ۲۰۱۷، انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل محفظه را با استفاده از مدل گرمایی

## ۲- هندسه و شرایط مرزی

### ۲-۱- انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل حفره

شکل ۱ هندسه و شرایط مرزی حفره مورد استفاده برای شبیه سازی در کار حاضر را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل ۱ مشاهده می‌شود، تمامی دیوارها ساکن هستند. سرعت سیال روی دیوار سمت راست و چپ صفر و دمای روی آنها بترتیب صفر ( $\theta=0$ ) و یک ( $\theta=1$ ) است. سرعت و گرادیان دما روی دیوارهای بالایی و پایینی صفر است. محدوده تغییرات عدد رایلی در جریان آرام  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$  و در جریان مغشوش  $10^8 \leq Ra \leq 10^{10}$  بوده و مطالعه برای کسرهای حجمی  $0\% \leq \phi \leq 1\%$  انجام شده است؛ همچنین در این مطالعه از نانوسیال آب - مس استفاده شده که خواص فیزیکی نانوسیال مورد نظر در جدول ۱ آورده شده است.



شکل ۱- هندسه و شرایط مرزی کانال

جدول ۱ - خواص فیزیکی آب و مس [۱۰]

خواص فیزیکی	مس	آب
$C_p$ (kJ / kg K)	۳۸۳	۴۱۸۲
$k$ (W/mK)	۴۰۰	۰/۶
$\mu$ (N.s / m <sup>2</sup> )	-	۰/۰۰۱۰۰۳
$\rho$ (kg / m <sup>3</sup> )	۸۹۵۴	۹۹۸/۲

می‌شود. به منظور بهبود کارایی محاسباتی روش شبکه بولتزمن می‌توان، معادله گسسته شده شبکه بولتزمن را با استفاده از روش‌هایی نظیر، اختلاف محدود، حجم محدود، اجزا محدود و غیره گسسته سازی کرد و گام مکانی و گام زمانی را از هم جدا کرد و گام مکانی را بصورت متغیری بین صفر تا یک لحاظ کرد.

شای و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۱۷، با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اختلاف محدود جریان آرام داخل حفره، جریان حول یک سیلندر و جریان حول دو سیلندر را شبیه‌سازی کردند و نشان دادند که این روش را می‌توان بخوبی برای شبیه سازی جریان‌های لزج در هندسه‌های مختلف استفاده کرد.

یانگ و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۷، با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اختلاف محدود انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل حفره قطبی مورب را شبیه سازی کردند و نشان دادند که این روش را می‌توان بخوبی برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل حفره قطبی مورب در زوایای انحنا و اعداد رایلی مختلف استفاده کرد.

کانو و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۱۸، با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اختلاف محدود جریان همدم داخل یک کانال را شبیه سازی کردند و قابلیت این روش را در بررسی جریان آرام و مغشوش داخل کانال نشان دادند.

خاکراه و همکاران [۲۶] در سال ۲۰۱۹، با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اختلاف محدود انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی نانوسیال آب- آلومینیوم اکسید داخل یک حفره را در محدوده اعداد رایلی  $10^3$  تا  $10^6$  شبیه سازی نمودند و قابلیت این روش را در بررسی جریان آرام داخل حفره نشان دادند.

با توجه به مروری که بر کارهای گذشته انجام شد، در مطالعات مذکور به بررسی کاربرد روش شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اختلاف محدود در جریان مغشوش پرداخته نشده است؛ بنابراین در مطالعه حاضر به بررسی این روش در شبیه‌سازی جریان مغشوش نانوسیال در هندسه‌های مختلف با تغییر کمیت‌هایی نظیر کسر حجمی نانوسیال، عدد رایلی و عدد رینولدز پرداخته می‌شود.

۲-۲- انتقال حرارت جابجایی اجباری داخل کانال

شکل ۲ هندسه و شرایط مرزی کانال مورد استفاده برای شبیه سازی در کار حاضر را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل ۲ مشاهده می‌شود، سیال از سمت چپ با سرعت  $u=0.1$  و دمای  $\theta=1$  وارد کانال می‌شود. سرعت و دما روی دیوارهای بالایی و پایینی صفر است و در خروجی کانال از شرط مرزی گرادیان صفر برای سرعت و دما استفاده می‌شود. محدوده تغییرات عدد رایلی در جریان آرام  $50 \leq Re \leq 500$  و در جریان مغشوش  $2000 \leq Re \leq 3000$  بوده و مطالعه برای کسرهای حجمی  $0\% \leq \phi \leq 1\%$  انجام شده است. همچنین در این مطالعه از نانوسیال آب - مس استفاده شده که خواص فیزیکی نانوسیال مورد نظر در جدول ۱ آورده شده است.

۳- روش شبکه بولتزن مبتنی بر اختلاف محدود

معادله بولتزن مبتنی بر اختلاف محدود شامل دو بخش انتشار و برخورد است. در مرحله انتشار توابع توزیع در جهت سرعت خود به سمت گره‌های مجاور جاری می‌شوند و بخش برخورد بیانگر برخورد ذرات به یکدیگر، در محل برخورد نقاط شبکه است.

در این کار از دو تابع توزیع جداگانه برای میدان‌های جریان و دما استفاده شده است.  $f$  و  $g$  به ترتیب توابع توزیع برای جریان و دما است. این توابع برای بدست آوردن پارامترهای ماکروسکوپی جریان مانند، سرعت، دما و فشار بکار می‌رود. نکته مهمی که باید به آن اشاره کرد، این است که در روش شبکه بولتزن مبتنی بر اختلاف محدود تمامی پارامترها بدون بعد اند.

معادلات حاکم در روش شبکه بولتزن مبتنی بر اختلاف محدود برای توابع توزیع جریان و دما به ترتیب عبارتند از [۲۷]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) \quad (1)$$

- مرحله برخورد

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{r}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_v} [f_i^{eq}(\mathbf{r}, t) - f_i(\mathbf{r}, t)]$$

- مرحله انتشار

$$f_i(\mathbf{r}, t + \Delta t) = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} f_i(\mathbf{r} - \Delta \mathbf{r}, t) + (1-\gamma^2) f_i(\mathbf{r}, t) - \frac{\gamma(1-\gamma)}{2} f_i(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, t)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla g_i = \frac{1}{\tau_c} (g_i^{eq} - g_i) \quad (2)$$

- مرحله برخورد

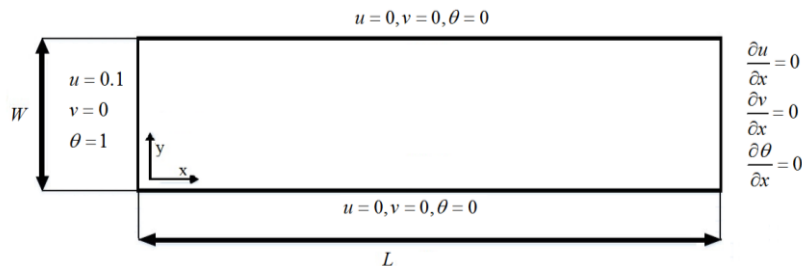
$$g_i(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{r}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_c} [g_i^{eq}(\mathbf{r}, t) - g_i(\mathbf{r}, t)]$$

- مرحله انتشار

$$g_i(\mathbf{r}, t + \Delta t) = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} g_i(\mathbf{r} - \Delta \mathbf{r}, t) + (1-\gamma^2) g_i(\mathbf{r}, t) - \frac{\gamma(1-\gamma)}{2} g_i(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, t)$$

$\mathbf{c}_i$  بیانگر بردار سرعت گسسته،  $\Delta t$  گام زمانی شبکه،  $\tau_c$  و  $\tau_v$  به ترتیب بیانگر ضریب‌های تخفیف برای میدان‌های دما و جریان می‌باشند.  $f_i^{eq}$  و  $g_i^{eq}$  نشان دهنده توابع توزیع تعادلی محلی اند که با توجه به روابط زیر به ترتیب برای میدان‌های جریان و دما محاسبه می‌شوند:

$$f_i^{eq}(\mathbf{r}, t) = \omega_i \rho \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{c}_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{\mathbf{c}_s^4} - \frac{1}{2} \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{c}_s^2} \right] \quad (3)$$



شکل ۲- هندسه و شرایط مرزی کانال

در این رابطه  $c$  به عنوان ثابت اسماکورینسکی در نظر گرفته می شود و در این کار برابر  $0.1$  فرض می شود [۲۸] و  $\Delta$  از رابطه  $\Delta = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$  بدست می آید؛ همچنین  $|\bar{S}|$  از رابطه زیر بدست آورده می شود:

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{\alpha\beta}\bar{S}_{\alpha\beta}} \quad (11)$$

$$\bar{S}_{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial \beta}\right)}{2} \quad (12)$$

مدل گردابه های بزرگ به سادگی در روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف محدود اعمال می شود که طی آن  $v_i$  بر ضریب تخفیف اثر می گذارد [۲۸-۳۰].

$$v_{total} = c_s^2 (\tau_v - 0.5) = v_0 + v_t \quad (13)$$

که در آن  $v_0$  و  $v_t$  به ترتیب ویسکوزیته کل و ویسکوزیته اولیه می باشند.

$$\tau_v = \frac{(v_0 + v_t)}{c_s^2} + 0.5 = \frac{v_0}{c_s^2} + 0.5 + \frac{v_t}{c_s^2} = \tau_0 + \frac{v_t}{c_s^2} \quad (14)$$

برای بدست آوردن  $v_t$  در روش شبکه بولتزمن داریم:

$$|\bar{S}| = \frac{3}{2\tau_v} |Q| \quad (15)$$

$$Q = \sum_{i=0}^8 e_{i\alpha} e_{i\beta} (f_i - f_i^{eq}) \quad (16)$$

اگر  $|\bar{S}|$  در رابطه (۱۰) قرار داده شود، نتیجه می شود:

$$v_t = (C\Delta)^2 \left( \frac{9}{4\tau_v^2} |Q|^2 + \frac{Pr}{Pr_t} \nabla T \cdot \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \right)^{1/2} \quad (17)$$

و اگر معادله (۱۷) در معادله (۱۴) جایگزین شود، نتیجه می شود:

$$\tau_v = \tau_{v,0} + \frac{(C\Delta)^2 \left( \frac{9}{4\tau_v^2} |Q|^2 + \frac{Pr}{Pr_t} \nabla T \cdot \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \right)^{1/2}}{c_s^2} \quad (18)$$

برای بدست آوردن ضریب تخفیف در معادله دما، داریم:

$$\tau_c = \tau_{c,0} + \frac{\alpha_t}{c_s^2} = \tau_{c,0} + \frac{Pr_t}{c_s^2} \quad (19)$$

که در آن  $\tau_{c,0} = \frac{\alpha_0}{c_s^2} + 0.5$  است.

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} \right] \quad (4)$$

$\rho$ ،  $T$  و  $u$  به ترتیب نشان دهنده چگالی، دما و سرعت ماکروسکوپی است و توابع وزنی  $\omega_i$  برای مدل D2Q9 برابرند با:

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i = 0 \\ \frac{1}{9} & i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

$c_s$  سرعت صوت و برابر است با:  $\frac{c}{\sqrt{3}}$  و  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = c$ ، که  $\Delta x$  و  $\Delta y$  فواصل شبکه و  $\Delta t$  گام زمانی شبکه، برابر واحداند. سرعت گسسته شبکه  $c_i$  برای مدل D2Q9 به صورت رابطه (۵) تعریف می شود:

$$c_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ c \left( \cos\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right] \right) & i = 1-4 \\ c\sqrt{2} \left( \cos\left[(i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right], \left[ (i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right] \right) & i = 5-8 \end{cases} \quad (6)$$

کمیت های ماکروسکوپی با استفاده از روابط زیر محاسبه می شود:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (7)$$

$$\rho u = \sum_{i=0}^8 c_i f_i \quad (8)$$

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (9)$$

### ۳-۱- روش شبیه سازی گردابه بزرگ

در این روش هدف اصلی به دست آوردن  $v_t$  و  $\alpha_t = \left( \frac{v_t}{Pr_t} \right)$  است که  $Pr_t$  عدد پرانتل مغشوش است که برابر ۴ در نظر گرفته می شود. برای محاسبه  $v_t$  داریم:

$$v_t = (C\Delta)^2 \left( |\bar{S}|^2 + \frac{Pr}{Pr_t} \nabla T \cdot \frac{\bar{g}}{|\bar{g}|} \right)^{1/2} \quad (10)$$

#### ۴- شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن

یکی از مهمترین و تعیین کننده ترین موضوعات در شبیه سازی جریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن، دقت در مدل سازی شرایط مرزی است. تعیین شرایط مرزی برای معادلات ناویر- استوکس به نوعی آسان و ساده است، ولی برای شبکه بولتزمن این گونه نیست. در این روش توابع توزیع ورودی به دامنه حل باید روی مرزها مشخص شود؛ بنابراین برای یک شرط مرزی معین، معادلات مناسبی به منظور محاسبه توابع توزیع روی مرزها نیاز است.

#### ۴-۱- شرط مرزی کمانه کردن

شرط مرزی کمانه کردن برای مدل کردن شرط مرزی جامد ساکن یا متحرک و شرط عدم لغزش یا جریان روی موانع مورد استفاده قرار می گیرد. این روش کاملاً ساده است. به این صورت که ذرات ورودی از سمت مرز جامد به سمت دامنه جریان برگشت داده می شوند. در این تحقیق روی تمامی دیوارها از این شرط مرزی استفاده می شود.

#### ۴-۲- شرایط مرزی با سرعت مشخص

در اکثر کاربردهای عملی نظیر جریان داخل کانال، معلوم بودن مولفه سرعت در مرز بسیار رایج است. روش زو و هی یکی از معروف ترین روش برای اعمال این شرط مرزی است که در مرجع [۳۱] توصیف شده است.

#### ۴-۳- شرط مرزی عایق

زمانی که یک مرز از هندسه مورد نظر ما عایق است، بیانگر این نکته است که هیچ انتقال حرارتی در جهت عمود بر آن سطح وجود ندارد و طبق قانون هدایت فوریه گرادیان دما در جهت عمود بر سطح صفر می شود. در این تحقیق روی دیوارهای بالایی و پایینی از این شرط مرزی استفاده می شود.

#### ۴-۴- شرط مرزی دما ثابت

در حالتی که دیوارهای دارای دمای ثابت باشد، از این شرط مرزی جهت محاسبه توابع توزیع استفاده می شود. در این تحقیق روی دیوارهای سمت چپ و راست از این شرط مرزی استفاده می شود.

#### ۵- نحوه محاسبه عدد ناسلت

عدد ناسلت موضعی  $Nu(y)$  بصورت رابطه (۲۴) بیان می شود:

$$Nu(y) = -\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \frac{l_x}{T_H - T_L} \quad (24)$$

عدد ناسلت متوسط  $Nu_{avg}$  نیز با رابطه (۲۵) محاسبه می شود:

$$Nu_{avg} = \int_0^1 Nu(y) dy \quad (25)$$

#### ۶- روابط مربوط به خواص نانوسیال

خواص نانوسیال شامل چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حجمی، لزجت دینامیکی موثر، ضریب پخش حرارتی نانوسیال، ضریب هدایت حرارتی موثر برای مدل خواص ثابت، ضریب هدایت حرارتی موثر برای مدل خواص متغیر به ترتیب با استفاده از روابط ارائه شده محاسبه می شود [۳۲]:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_{bf} + \phi\rho_{np} \quad (20)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_{bf} + \phi(\rho C_p)_{np} \quad (21)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_{bf} + \phi(\rho\beta)_{np} \quad (22)$$

$$k_{nf} = k_{bf} \left(1 - \frac{3\phi k_{bf} \left(1 - \frac{k_{np}}{k_{bf}}\right)}{k_{np} \left(1 + 2\frac{k_{bf}}{k_{np}}\right) + \phi k_{bf} \left(1 - \frac{k_{np}}{k_{bf}}\right)}\right) \quad (23)$$

#### ۷- نتایج

##### ۷-۱- انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل حفره

##### ۷-۱-۱- انتخاب شبکه مناسب

به منظور انتخاب شبکه ای مناسب که نتایج را از شبکه مستقل کند، مقادیر عدد ناسلت متوسط در جدول ۲ و تغییرات دما بر حسب  $\gamma$  در شکل ۳ در چهار شبکه یکنواخت با تعداد نقاط مختلف  $40 \times 40$ ،  $80 \times 80$ ،  $120 \times 120$  و  $160 \times 160$  بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده اند. این مقادیر در شبکه های یکنواخت با عدد رایلی  $10^6$  و کسر حجمی نانوذرات صفر، به دست آمده اند. برای جریان مغشوش مقادیر عدد ناسلت متوسط در جدول ۳ و تغییرات دما بر حسب  $\gamma$  در شکل ۴ در نقاط  $80 \times 80$ ،  $120 \times 120$ ،  $160 \times 160$ ،  $200 \times 200$  و  $240 \times 240$  با عدد رایلی  $10^7$  و کسر حجمی صفر آورده شده است. همان طور که مشاهده می شود، عدد

جدول ۲- عدد ناسلت متوسط محاسبه شده در جریان آرام در شبکه با اندازه‌های مختلف

ابعاد شبکه	عدد ناسلت متوسط
۴۰×۴۰	۴/۸۳۲
۸۰×۸۰	۵/۰۰۱
۱۲۰×۱۲۰	۵/۱۰۹
۱۶۰×۱۶۰	۵/۱۰۹

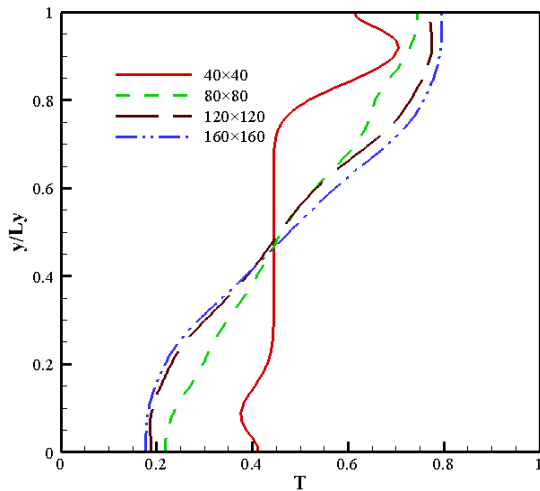
جدول ۳- عدد ناسلت متوسط محاسبه شده در جریان مغشوش در شبکه با اندازه‌های مختلف

ابعاد شبکه	عدد ناسلت متوسط
۸۰×۸۰	۸۸/۲۰۷
۱۲۰×۱۲۰	۸۹/۴۱۷
۱۶۰×۱۶۰	۸۹/۸۶۱
۲۰۰×۲۰۰	۹۰/۰۳۹
۲۴۰×۲۴۰	۹۰/۰۳۹

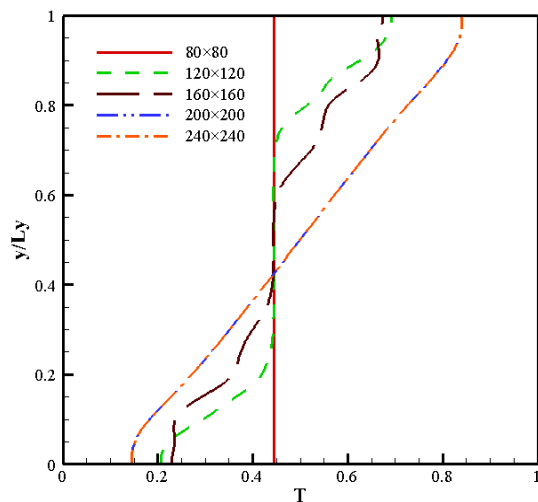
ناسلت متوسط در حالت  $120 \times 120$  برای جریان آرام و در حالت  $200 \times 200$  برای جریان مغشوش دارای کمترین مقدار خطاست و مقدار عدد ناسلت متوسط پس از آن تغییر محسوسی نکرده و ریز کردن شبکه باعث افزایش بیپهوده حجم محاسبات می‌شود، لذا تعداد شبکه  $120 \times 120$  برای جریان آرام و تعداد شبکه  $200 \times 200$  برای جریان مغشوش مناسب است.

#### ۷-۱-۲- اعتبار سنجی

به منظور اعتبار سنجی نتایج، شبیه سازی انجام شده در اعداد رایلی و درصد کسرهای حجمی مختلف انجام شده و نتایج حاصل از آن در شکل‌های ۵ تا ۱۵ با نتایج کارهای دیولدییوس [۳۳]، باسک و چمخا [۳۴]، سجادی و همکاران [۳۵] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تفاوت مقادیر پارامترهای مورد بررسی بسیار ناچیز است و نتایج کار حاضر



شکل ۳- تغییرات سرعت در  $x=0.5$  برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان آرام

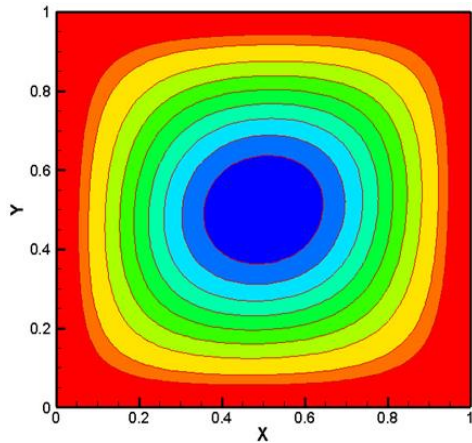


شکل ۴- تغییرات دما در  $x=0.5$  برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان مغشوش

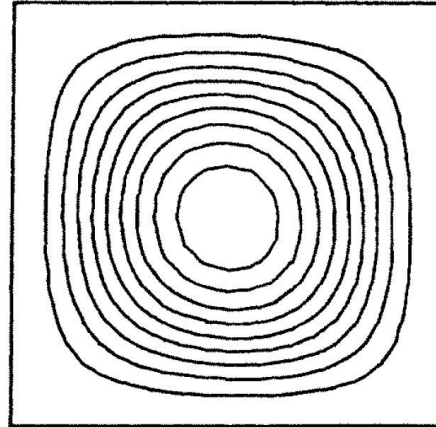
تطابق خوبی را با کارهای قبلی نشان می‌دهد؛ لذا از صحت نتایج برنامه کامپیوتری اطمینان حاصل می‌شود.

پس از بدست آوردن تعداد نقاط مناسب برای شبکه حل و اطمینان از صحت عملکرد برنامه محاسباتی، به حل مسئله مورد بررسی در این مطالعه پرداخته می‌شود. نتایج به صورت خطوط جریان، خطوط هم دما، میدان سرعت، نمودارهای عدد ناسلت محلی بررسی می‌شود. در تمامی حالات اثر کمیت‌های مختلف مانند عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات مورد بررسی قرار می‌گیرد.



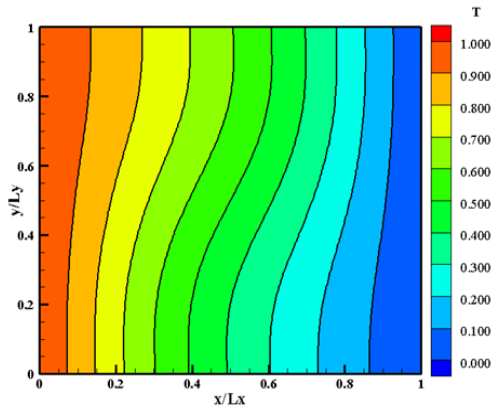


(ب) نتایج کار حاضر

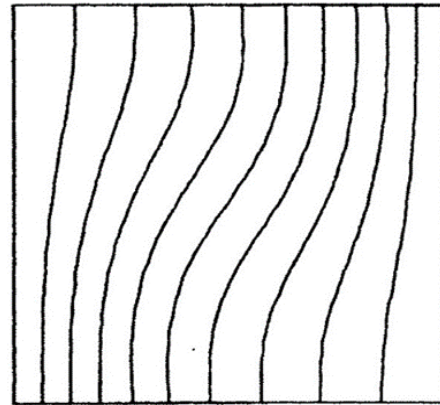


(الف) نتایج کار دیولدییویس [۲۶]

شکل ۵- مقایسه نتایج خطوط کار حاضر با نتایج کار دیولدییویس [۲۳] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=0$

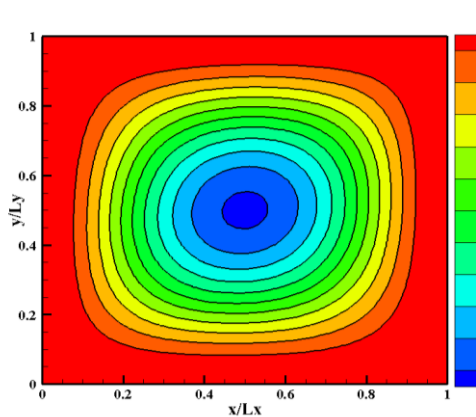


(ب) نتایج کار حاضر

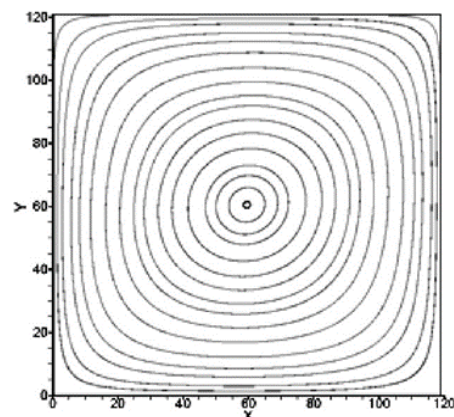


(الف) نتایج کار دیولدییویس [۳۳]

شکل ۶- مقایسه نتایج خطوط همدمای کار حاضر با نتایج کار دیولدییویس [۳۳] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=0\%$

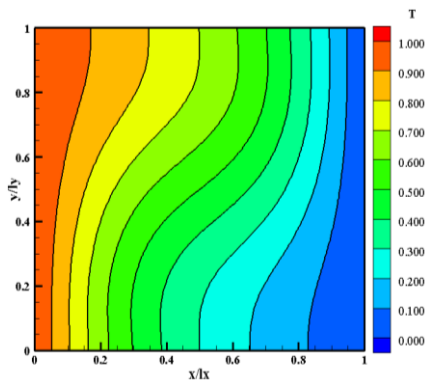


(ب) نتایج کار حاضر

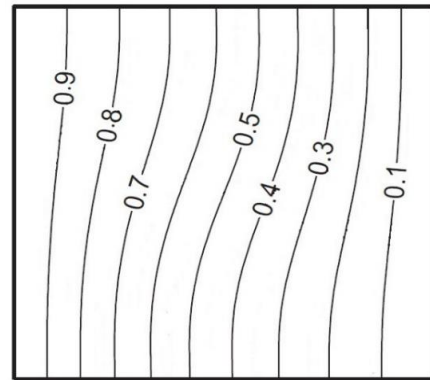


(الف) نتایج کار باسک و چمخا [۲۷]

شکل ۷- مقایسه نتایج خطوط جریان کار حاضر با نتایج کار باسک و چمخا [۳۴] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=1\%$

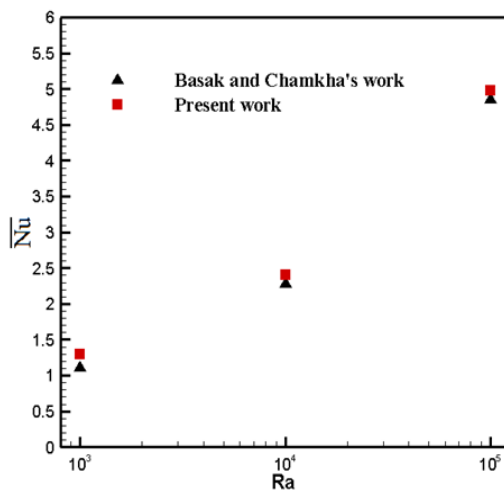


(ب) نتایج کار حاضر

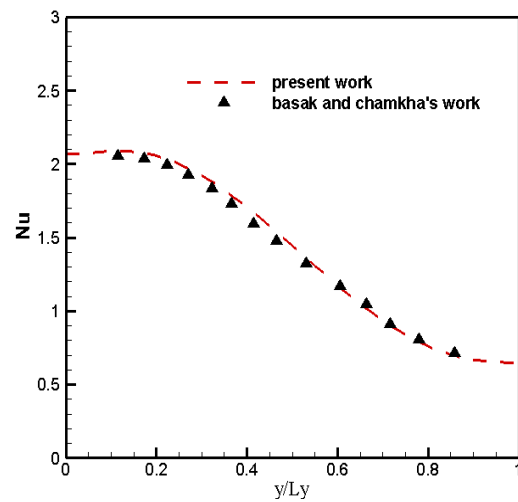


(الف) نتایج کار باسک و چمخا [۳۴]

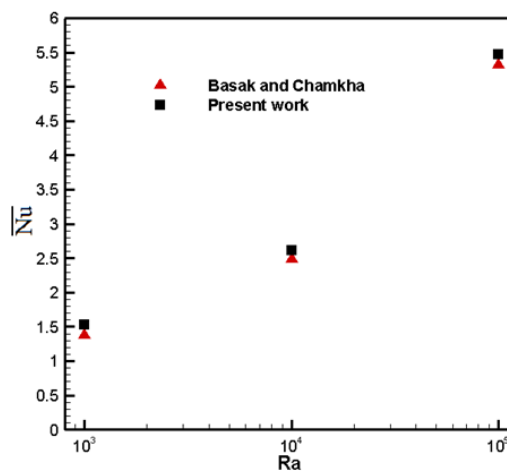
شکل ۸- مقایسه نتایج خطوط همدمای کار حاضر با نتایج کار باسک و چمخا [۳۴] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=1\%$



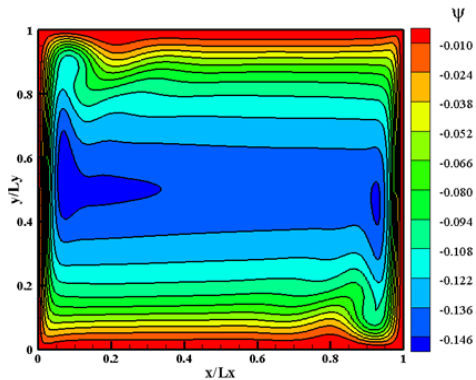
شکل ۹- مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج کار باسک و چمخا [۳۴] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=0\%$



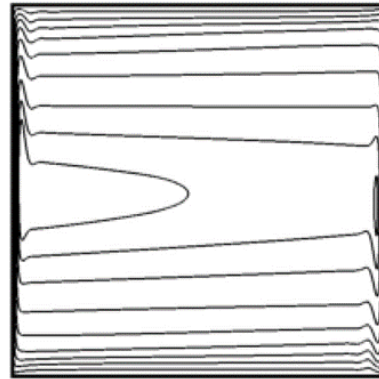
شکل ۱۰- مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج کار باسک و چمخا [۳۴] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=1\%$



شکل ۱۱- مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج کار باسک و چمخا [۳۴] در  $Ra=10^3$  و  $\phi=1\%$

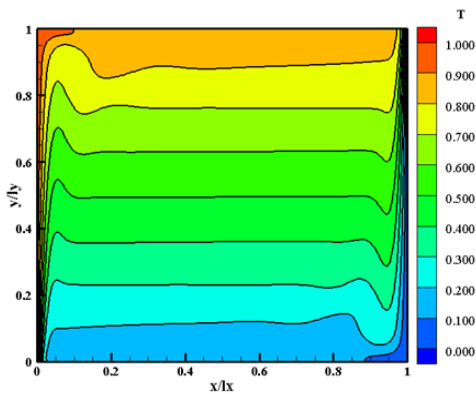


(ب) نتایج کار حاضر

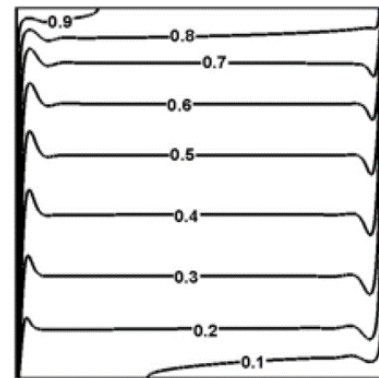


(الف) نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵]

شکل ۱۲- مقایسه نتایج خطوط جریان کار حاضر با نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵] در  $Ra=10^9$  و  $\phi=0\%$

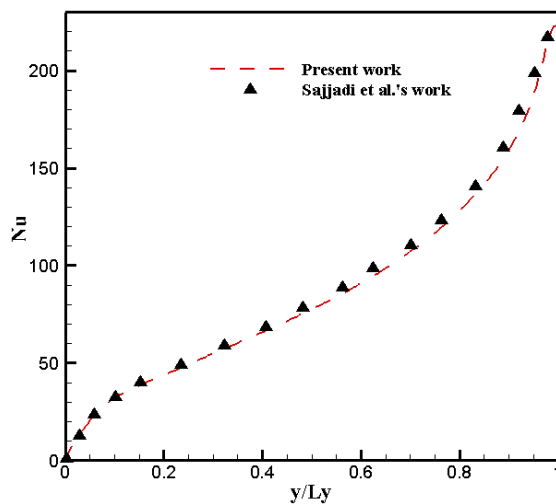


(ب) نتایج کار حاضر

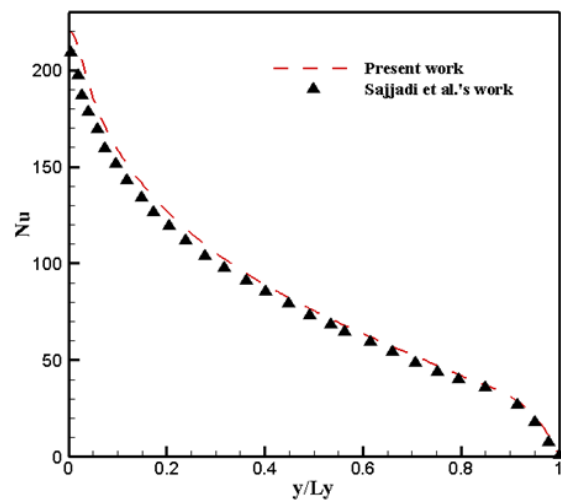


(الف) نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵]

شکل ۱۳- مقایسه نتایج خطوط همدمای کار حاضر با نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵] در  $Ra=10^9$  و  $\phi=0\%$



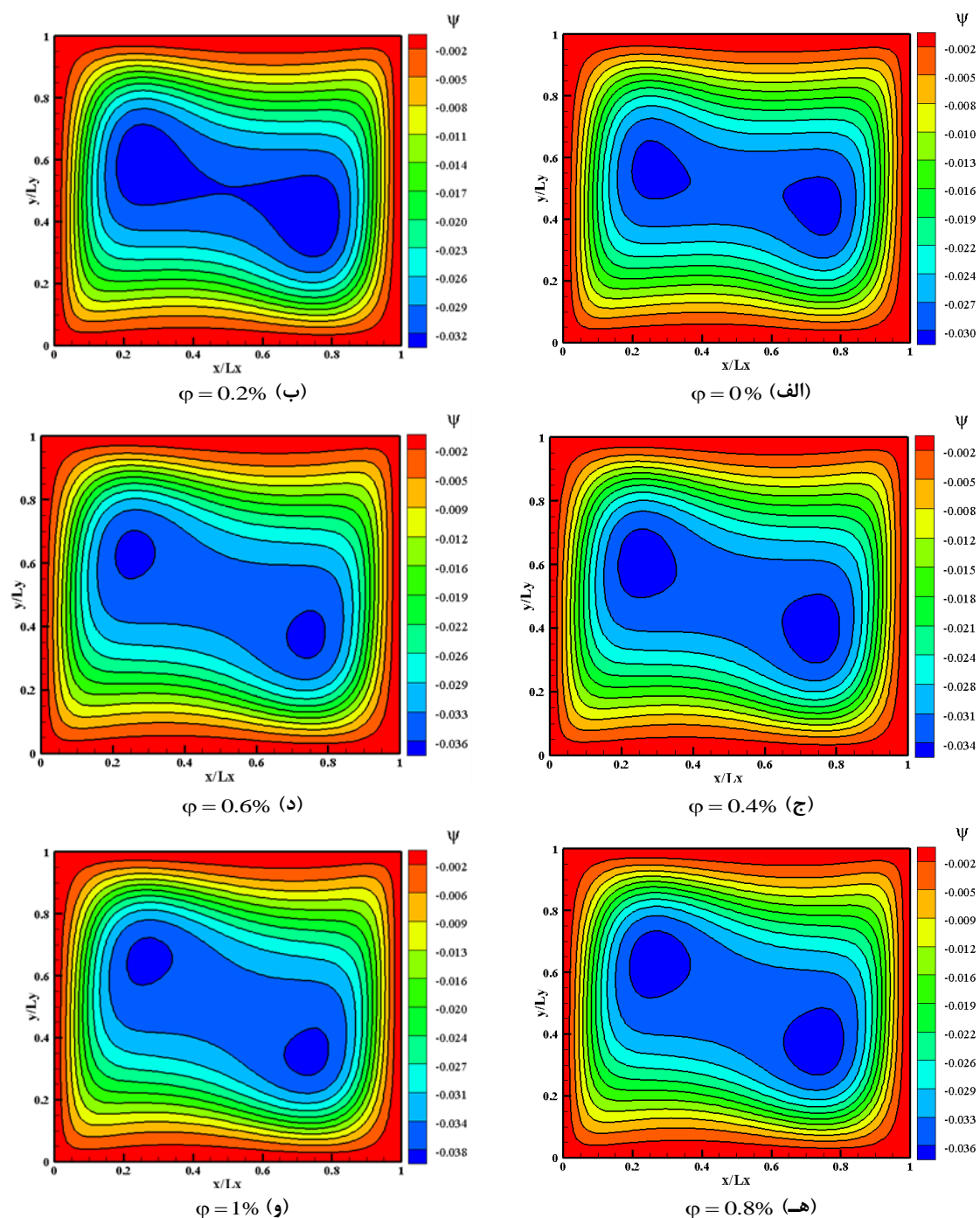
شکل ۱۵- مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵] در  $Ra=10^9$  و  $\phi=0\%$



شکل ۱۴- مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج کار سجادی و همکاران [۳۵] در  $Ra=10^9$  و  $\phi=0\%$

و  $10^5$  در کسرهای حجمی  $0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  و  $1$  درصد نشان داده شده است. برای تمام اعداد رایلی خطوط جریان در نزدیکی دیوارهای عمودی متراکمتر است که ناشی

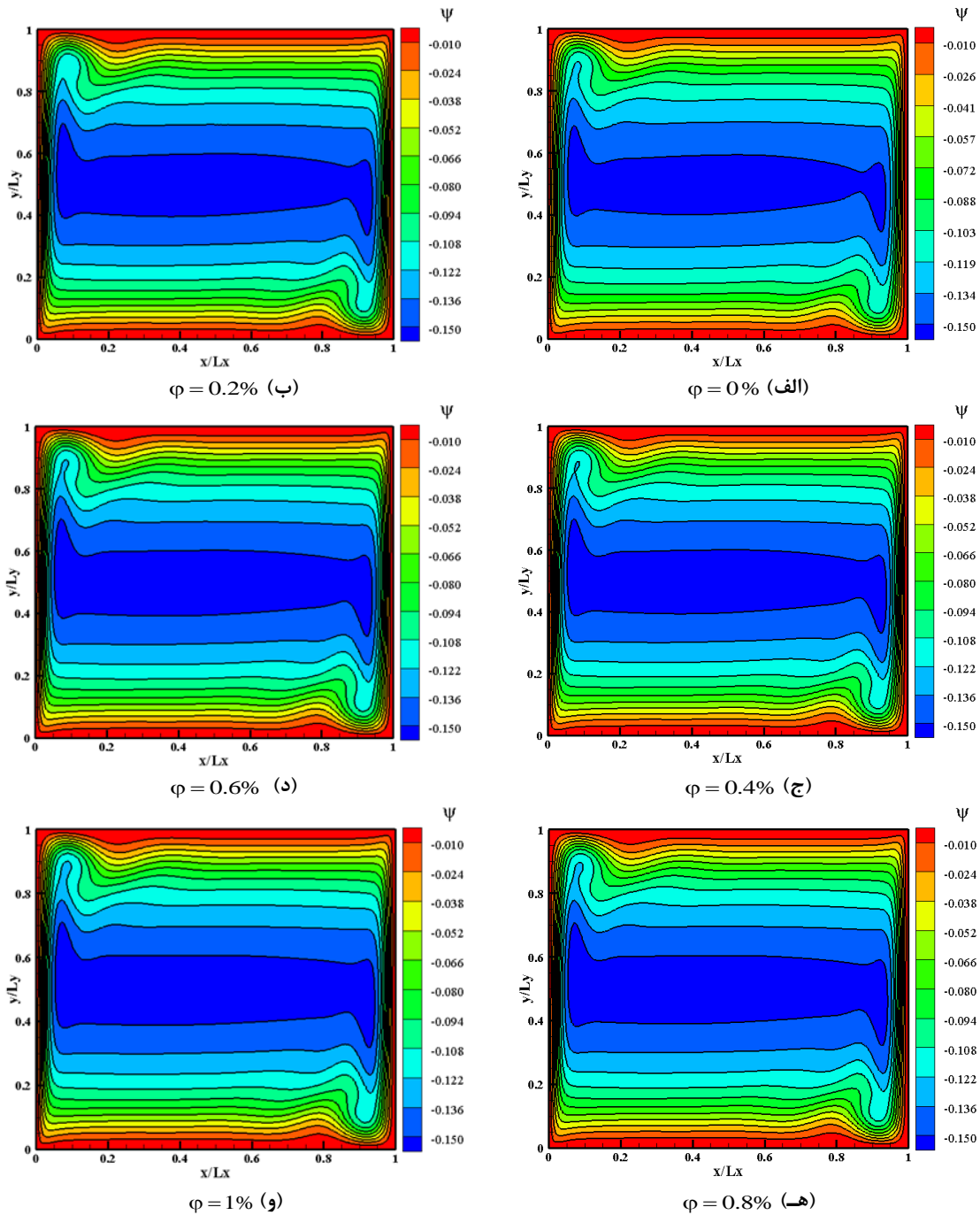
۳-۱-۷- بررسی خطوط جریان در محفظه در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ خطوط جریان برای جریان آرام در اعداد رایلی  $10^5$  و برای جریان مغشوش در اعداد رایلی  $10^9$

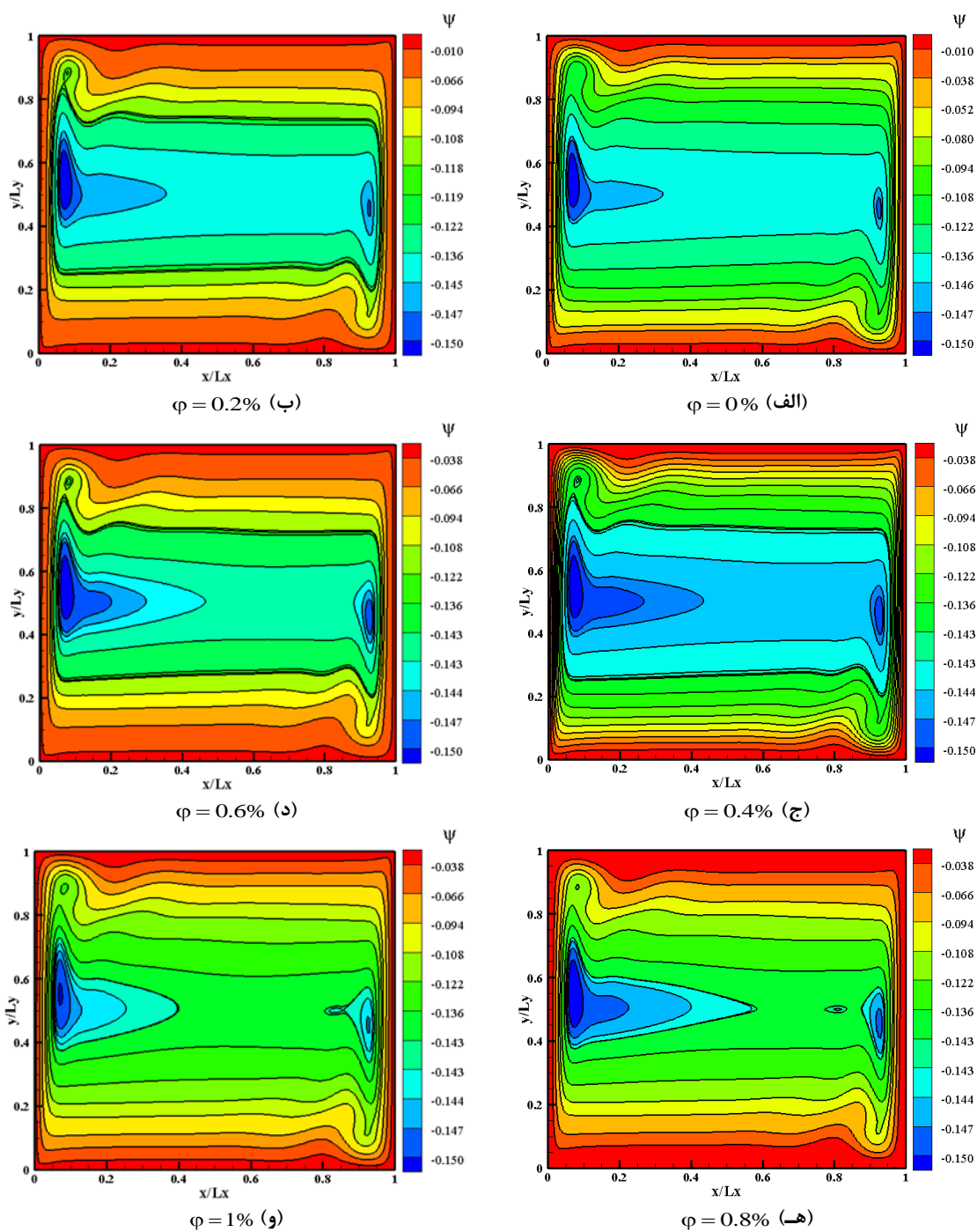


شکل ۱۶- خطوط جریان در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^5$

دهنده قدرت کم جریان در مرکز و قدرت زیاد آن در کناره دیوaha است. خطوط جریان در کناره‌های دیوارهای گرم و سرد به دلیل بیشتر بودن نیروی شناوری دارای تراکم است. با افزایش عدد رایلی مقدار بیشینه تابع جریان افزایش می‌یابد.

از سرعت بیشتر جریان در آن نواحی است. با افزایش عدد رایلی این تراکم بیش‌تر می‌شود. با توجه به خطوط جریان، به طور کلی مقادیر تابع جریان در قسمت‌های مرکزی محفظه از مقادیر تابع جریان در نواحی مرزی کمتر می‌باشند که نشان





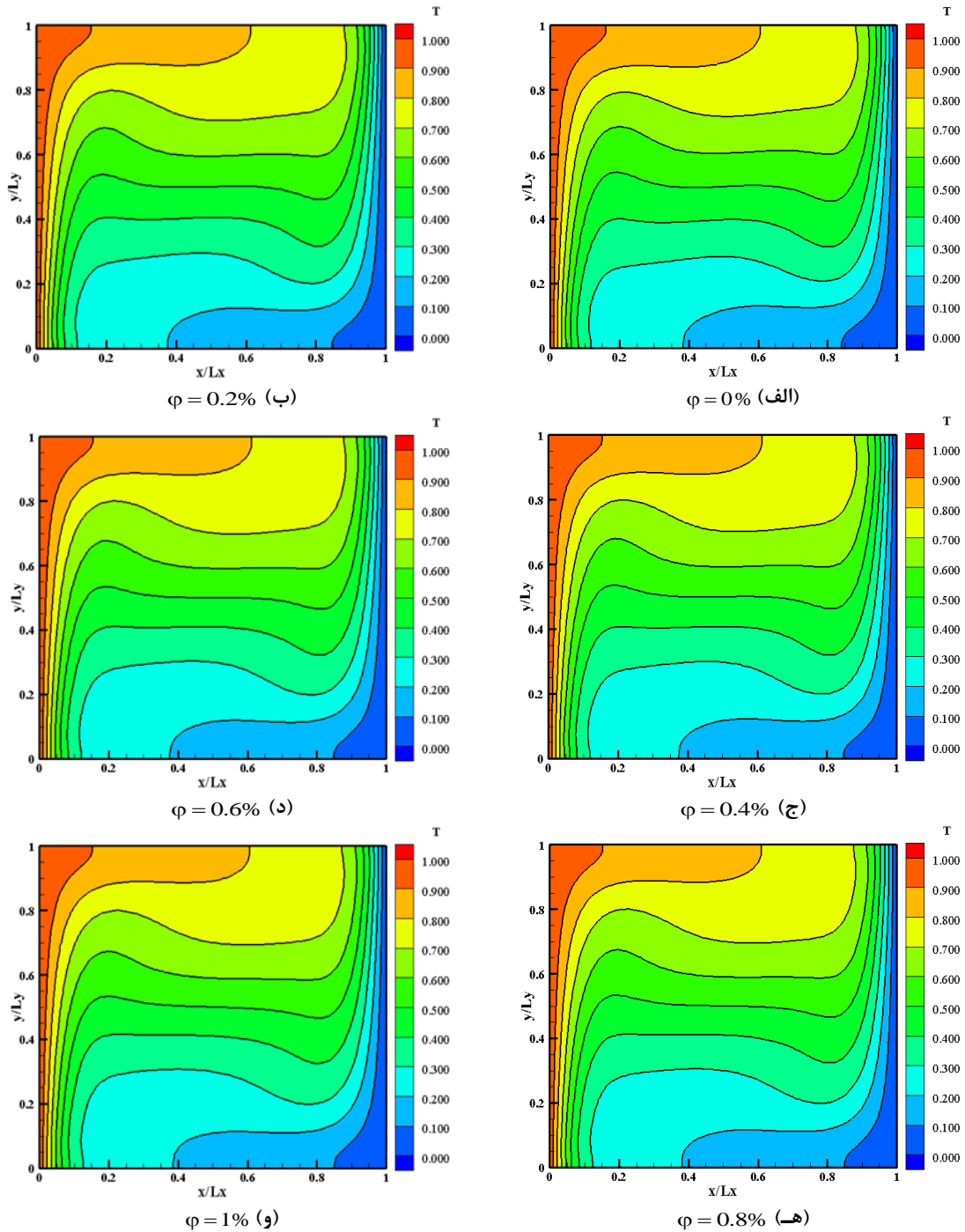
شکل ۱۸- خطوط جریان در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra = 10^{10}$

و  $10^9$  در کسر حجمی ۰، ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۰/۱ درصد نشان داده شده است. با توجه به خطوط همدمما، روی سطوح گرم و سرد در ناحیه بالا سمت راست و ناحیه پایین سمت

۷-۴- بررسی خطوط همدمما در محفظه در شکل‌های ۱۹ تا ۲۱ خطوط همدمما برای جریان آرام در اعداد رایلی  $10^5$ ، و برای جریان مغشوش در اعداد رایلی  $10^9$

عمودی، گرادیان دما کاهش می‌یابد. این تراکم خطوط بیشتر، نشان دهنده بالاتر بودن نرخ انتقال حرارت در این نواحی است. خطوط همدمای در قسمت‌های مرکزی محفظه

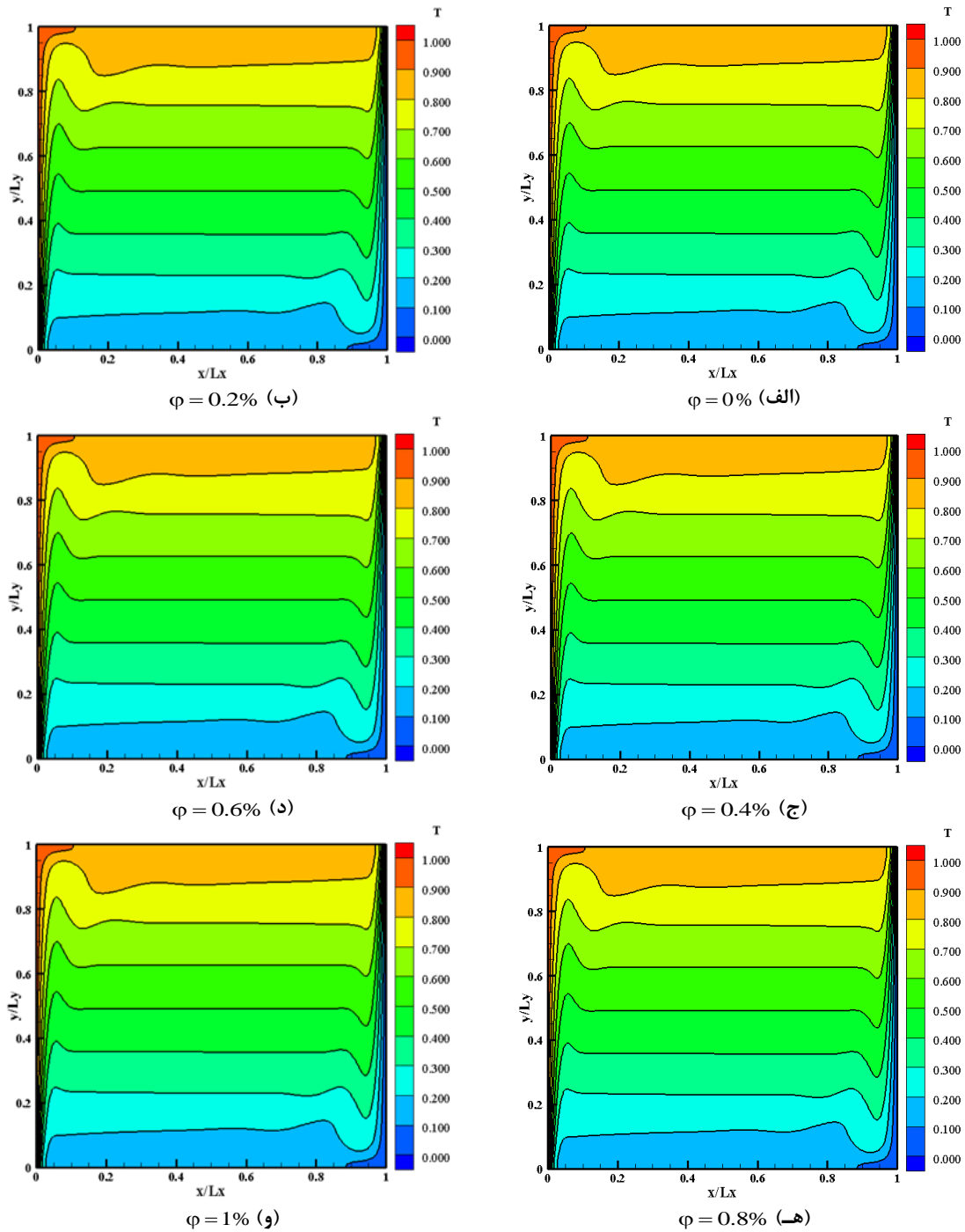
چپ بیشترین گرادیان دما مشاهده می‌شود که به ترتیب ناشی از برخورد سیال گرم با سطح سرد و برخورد سیال سرد با سطح گرم است و با حرکت جریان در امتداد هر دیوار





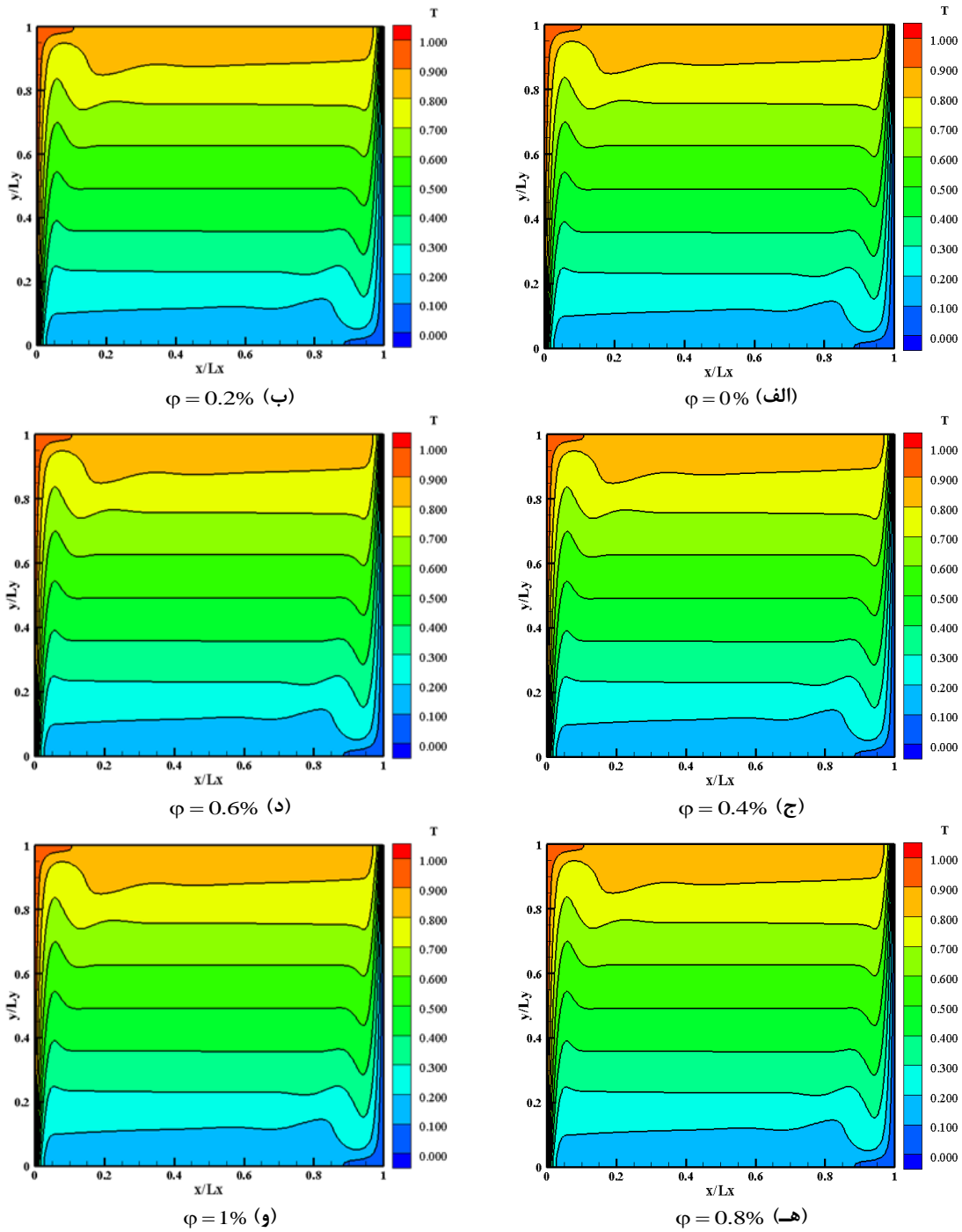
رایلی پایین هموار بودن خطوط همدمای همچنین نشانه حاکمیت هدایت گرمایی است.

نسبتاً موازی و فواصل بیشتری از هم دارند که نشان دهنده سرعت پایین برای سیال در مرکز محفظه است. در اعداد



شکل ۲۰- خطوط همدمای در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^9$



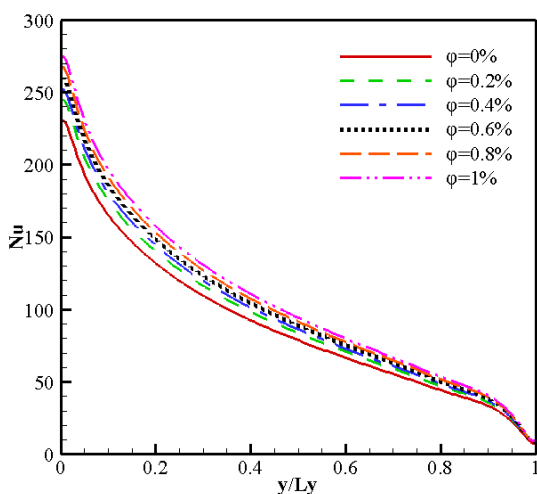


شکل ۲۱- خطوط همدمای در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^{10}$

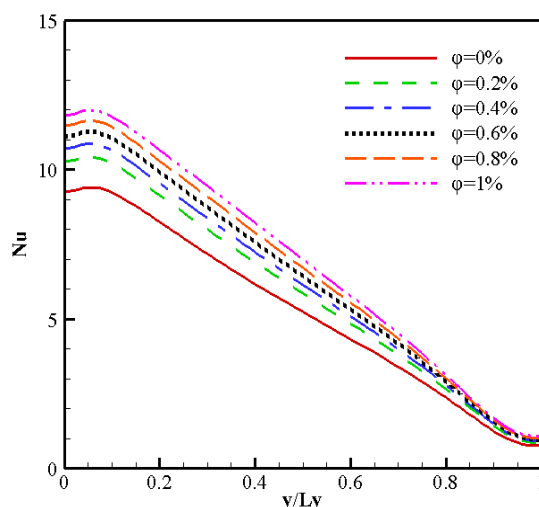
در کسر حجمی  $0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  و  $1$  درصد نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد و در همه اعداد

۵-۱-۷- نمودار ناسلت

در شکل‌های ۲۲ تا ۲۴ نمودار ناسلت برای جریان آرام در اعداد رایلی  $10^5$  و برای جریان مغشوش در اعداد رایلی  $10^9$  و



شکل ۲۴- تغییرات عدد ناسلت محلی دیوار گرم در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^{10}$



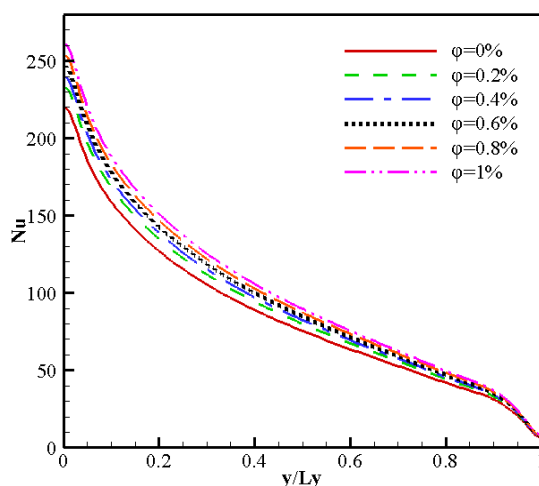
شکل ۲۲- تغییرات عدد ناسلت محلی دیوار گرم در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^5$

حالی که لزجت بالا باعث کاهش سرعت جریان و کاهش نرخ انتقال حرارت می‌شود. شکل‌های بالا نشان می‌دهد که در نواحی با گرادیان دمای بیشتر عدد ناسلت مقدار بیشتری نسبت به سایر نواحی دارد.

## ۲-۷- انتقال حرارت جابجایی اجباری داخل کانال

### ۱-۲-۷- انتخاب شبکه مناسب

به منظور اطمینان از وابسته نبودن نتایج به اندازه شبکه، استقلال از شبکه باید مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور جریان داخل کانال با استفاده از پنج شبکه با اندازه‌های  $30 \times 300$ ،  $40 \times 400$ ،  $50 \times 500$ ،  $60 \times 600$  و  $70 \times 700$  در شبیه سازی شده و به منظور انتخاب شبکه‌ای مناسب که نتایج را از شبکه حل مستقل کند، مقادیر عدد ناسلت متوسط در جدول ۴ و تغییرات دما بر حسب  $y$  در شکل ۲۵، در پنج شبکه یکنواخت با تعداد نقاط مختلف  $30 \times 300$ ،  $40 \times 400$ ،  $50 \times 500$ ،  $60 \times 600$  و  $70 \times 700$  بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. این مقادیر در شبکه‌های یکنواخت با عدد رینولدز ۵۰۰ و کسر حجمی صفر، به دست آمده‌اند. برای جریان مغشوش مقادیر عدد ناسلت متوسط در جدول ۵ و تغییرات دما بر حسب  $y$  در شکل ۲۶، نقاط  $60 \times 600$ ،  $70 \times 700$ ،  $80 \times 800$ ،  $90 \times 900$  و  $100 \times 1000$  با عدد رینولدز ۳۰۰۰ و کسر حجمی صفر آورده شده است.



شکل ۲۳- تغییرات عدد ناسلت محلی دیوار گرم در کسرهای حجمی مختلف برای  $Ra=10^9$

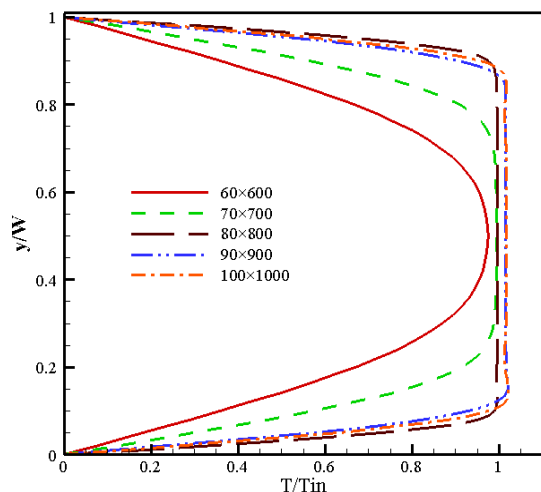
رایلی بررسی شده، با افزایش کسر حجمی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. به گونه‌ای که در عدد رایلی ثابت با اضافه کردن کسر حجمی در ابتدا میزان افزایش عدد ناسلت بیشتر است، اما با بیشتر شدن کسر حجمی این تغییرات کمتر می‌شود. افزایش کسر حجمی باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال شده و در نتیجه عدد ناسلت و نرخ انتقال حرارت بیشتر می‌شود. وجود نانوذرات سبب افزایش هدایت حرارتی و لزجت موثر نانوسیال می‌شود هدایت حرارتی بالا باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود، در

جدول ۴- مقادیر عدد ناسلت متوسط برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان آرام کانال

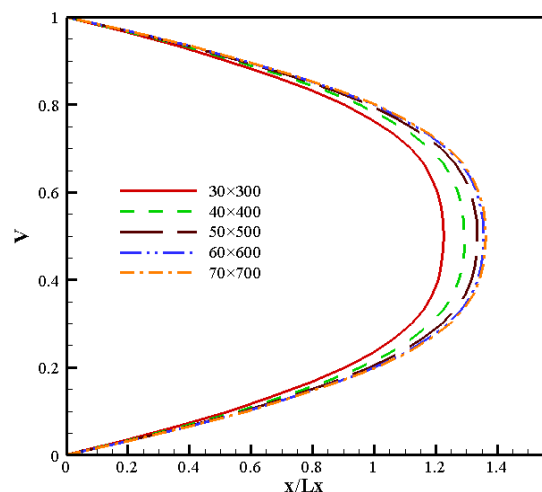
ابعاد شبکه	عدد ناسلت متوسط
۳۰×۳۰۰	۲۳/۷۲۱
۴۰×۴۰۰	۲۴/۷۴۶
۵۰×۵۰۰	۲۵/۱۲۳
۶۰×۶۰۰	۲۵/۴۱۵
۷۰×۷۰۰	۲۵/۴۱۵

جدول ۵- مقادیر عدد ناسلت متوسط برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان مغشوش کانال

ابعاد شبکه	عدد ناسلت متوسط
۶۰×۶۰۰	۷۶/۹۵۷
۷۰×۷۰۰	۷۷/۹۵۵
۸۰×۸۰۰	۷۸/۱۳۳
۹۰×۹۰۰	۷۸/۲۲۷
۱۰۰×۱۰۰۰	۷۸/۲۲۷



شکل ۲۶- تغییرات دما در  $x=10$  برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان مغشوش کانال



شکل ۲۵- تغییرات دما در  $x=2$  برای تعداد نقاط مختلف شبکه در جریان آرام کانال

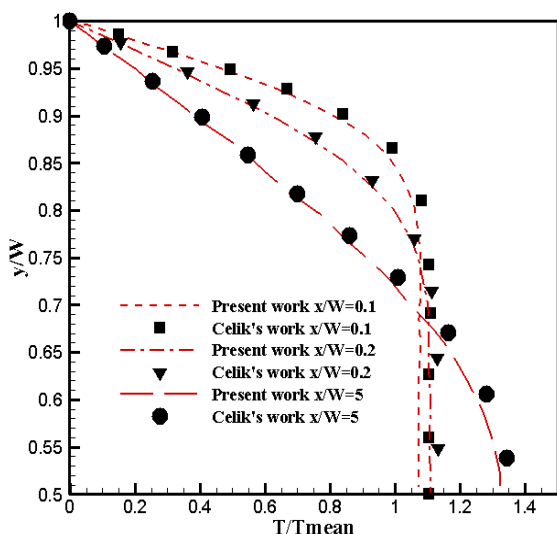
پس از بدست آوردن تعداد نقاط مناسب برای شبکه حل و اطمینان از صحت عملکرد برنامه محاسباتی، به حل مسئله مورد بررسی در این مطالعه پرداخته می‌شود. نتایج به صورت خطوط جریان، خطوط هم دما، میدان سرعت، نمودارهای عدد ناسلت محلی بررسی می‌شود. در تمامی حالات اثر کمیت‌های مختلف مانند عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۷-۲-۳- بررسی میدان سرعت

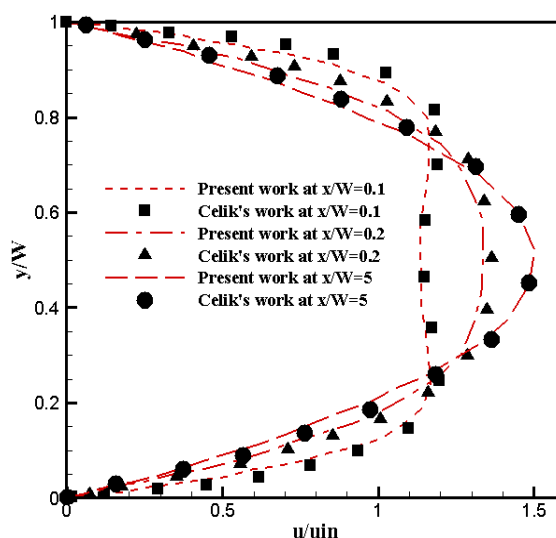
در شکل‌های ۲۹ و ۳۰ میدان سرعت، در شکل‌های ۳۱ و ۳۲ تغییرات سرعت در مقاطع مختلف کانال نشان داده شده

#### ۷-۲-۲- اعتبار سنجی

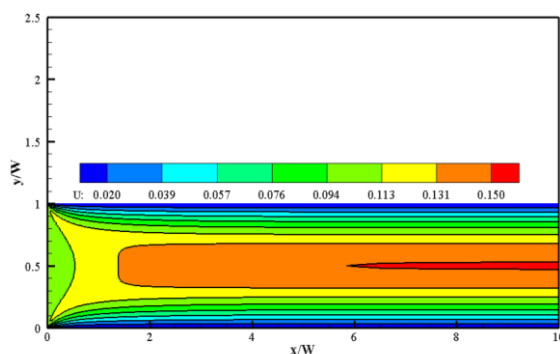
به منظور اعتبار سنجی نتایج شبیه سازی انجام شده، جریان داخل کانال در عدد رینولدز ده و عدد پرانتل ۱۰ در کسر حجمی صفر شبیه سازی شده و نتایج با کار سلیک [۳۶] مقایسه شده است. یک شبیه سازی عددی انجام شده و نتایج حاصل از آن با نتایج کارهای قبلی مقایسه می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲۷ و ۲۸ مشاهده می‌شود، تفاوت مقادیر پارامترهای مورد بررسی بسیار ناچیز است و نتایج کار حاضر تطابق خوبی را با کارهای قبلی نشان می‌دهد، لذا از صحت نتایج برنامه کامپیوتری اطمینان حاصل می‌شود.



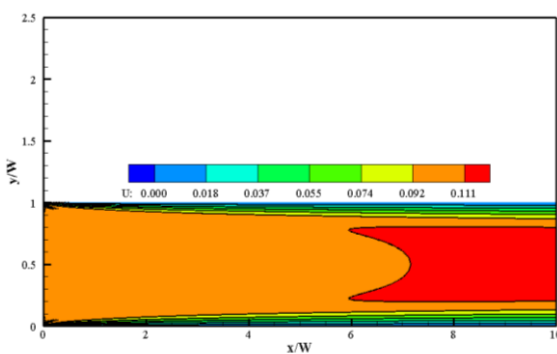
شکل ۲۸- مقایسه نتایج دمای کار حاضر با نتایج کار سلیک [۳۶]



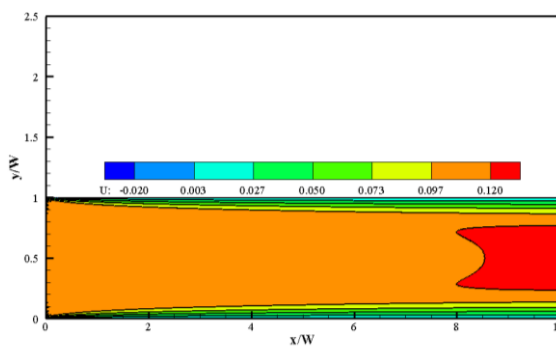
شکل ۲۷- مقایسه نتایج سرعت کار حاضر با نتایج کار سلیک [۳۶]



شکل ۲۹- کانتور مولفه افقی سرعت در عدد رینولدز  $Re=100$  برای جریان آرام

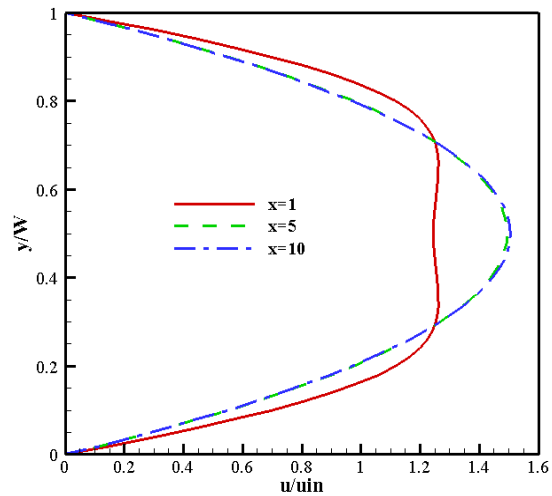
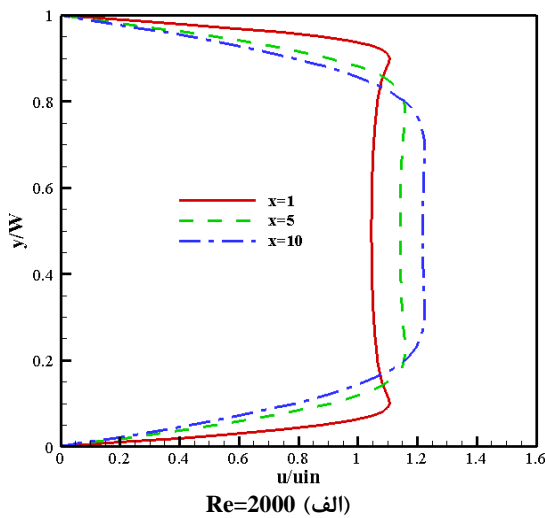


(ب)  $Re=3000$

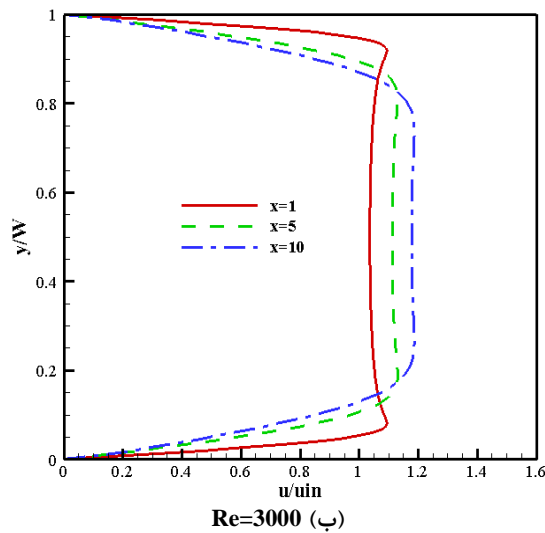


(الف)  $Re=2000$

شکل ۳۰- کانتور مولفه افقی سرعت در اعداد رینولدز مختلف برای جریان مغشوش



شکل ۳۱- مقادیر سرعت در راستای  $y$  در مقاطع  $x$  مختلف و عدد رینولدز  $Re=100$  برای جریان آرام



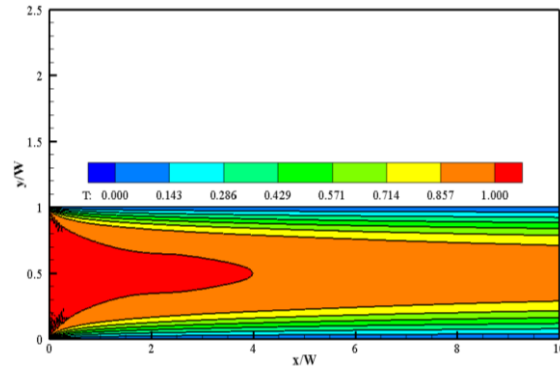
شکل ۳۲- مقادیر سرعت در راستای  $y$  در مقاطع  $x$  مختلف و اعداد رینولدز مختلف برای جریان مغشوش

است. این نتایج برای جریان آرام در اعداد رینولدز ۱۰۰ و برای جریان مغشوش در اعداد رینولدز ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش عدد رینولدز توسعه یافتگی جریان درون کانال به تعویق می‌افتد. ضریب انتقال حرارت جابجایی در ورودی کانال بیشترین مقدار خود را داراست؛ زیرا ضخامت لایه مرزی سرعت در ورودی مجرا صفر است که با گسترش لایه مرزی سرعت، این ضریب سریعاً کاهش یافته و در ناحیه توسعه یافته به مقدار ثابتی می‌رسد. با توجه به شکل‌های مربوط به میدان سرعت، در محدوده جریان مغشوش با تغییر عدد رینولدز تغییرات محسوسی در سرعت مشاهده نمی‌شود که این موضوع به دلیل توسعه یافتگی هیدرولیکی جریان است.

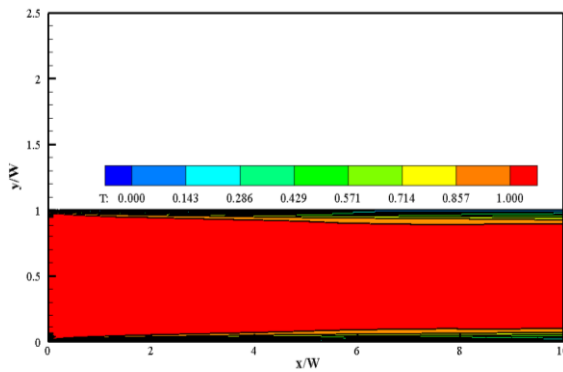
#### ۷-۲-۴- خطوط همدمای

از آنجا که وجود انتقال گرمای جابجایی بین سطح و نانوسیال موجب می‌شود که دمای سیال با حرکت در امتداد طول کانال به طور پیوسته تغییر کند، از این رو برای تحلیل رفتار حرارتی بهتر است، جریان از نظر تغییرات دمای آن نیز مورد تحلیل قرار گیرد. در شکل ۳۳ و ۳۴ خطوط همدمای در شکل ۳۵ و ۳۶ تغییرات دما در مقاطع مختلف کانال نشان داده شده است. این نتایج برای جریان آرام در اعداد رینولدز ۱۰۰ و برای جریان مغشوش در اعداد رینولدز ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ است. با مشاهده شکل‌های مربوطه می‌توان نتیجه

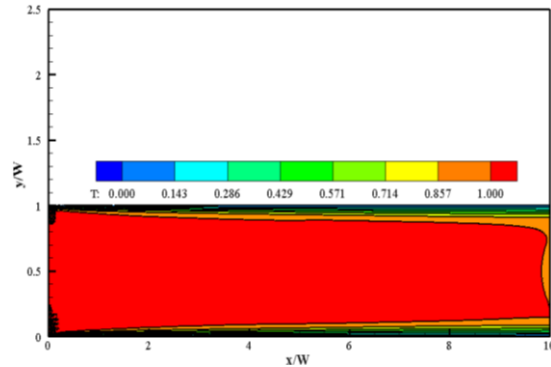
گرفت، تفاضل دمای سیال و دمای دیوارها در طول کانال متغیر است. این تفاضل در ابتدا به علت بزرگ بودن مقدار ضریب جابجایی در ورودی کانال، کوچک بوده، اما با پیشروی در امتداد کانال، افزایش یافته است؛ زیرا ضریب انتقال حرارت جابجایی با گسترش لایه مرزی کاهش می‌یابد. در هر بخشی از کانال که مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی تغییرات محسوسی ندارد، تفاضل مذکور هم همین رفتار را نشان می‌دهد. با افزایش عدد رینولدز خطوط دما به هم نزدیکتر می‌شوند، در نتیجه گرادیان دما شدیدتر و انتقال حرارت افزایش می‌یابد؛ همچنین اختلاف دمای ابتدا و انتهای کانال



شکل ۳۳ - خطوط همدمای در عدد رینولدز  $Re=100$  برای جریان آرام



Re=3000 (ب)



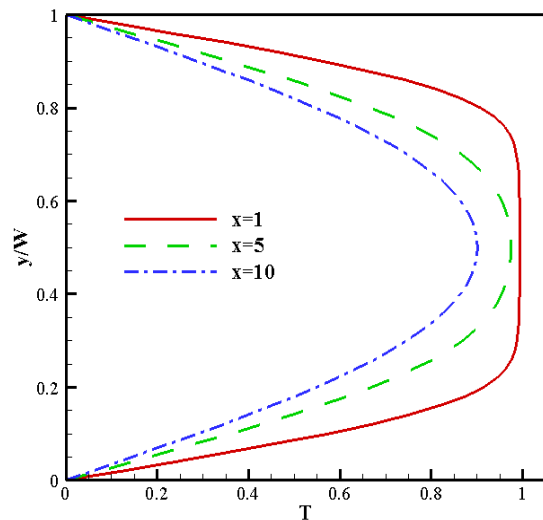
Re=2000 (الف)

شکل ۳۴ - خطوط همدمای در اعداد رینولدز مختلف برای جریان مغشوش

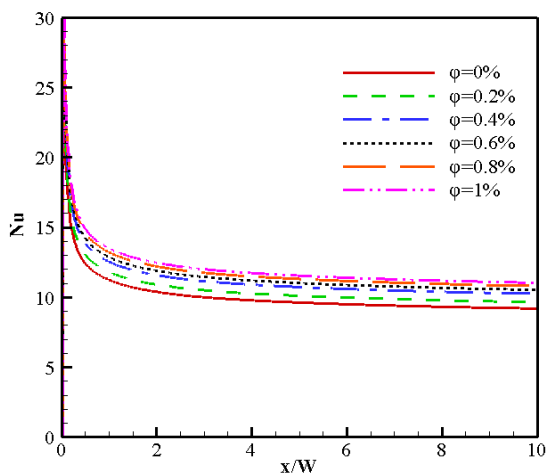
کمتر می‌شود. با پیشروی در طول کانال مقدار دما کاهش می‌یابد، اما با افزایش عدد رینولدز این تغییرات کمتر می‌شود.

#### ۷-۲-۵- نمودار ناسلت

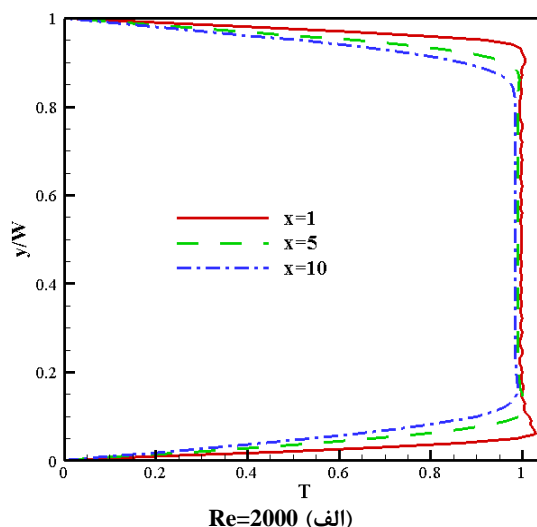
در شکل‌های ۳۷ تا ۳۹ تغییرات ناسلت برای جریان آرام در اعداد رینولدز ۱۰۰ و برای جریان مغشوش در اعداد رینولدز ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ در کسر حجمی ۰، ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱ در صد نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در ابتدای کانال به علت گرادیان دمای بیشتر تغییرات عدد ناسلت بسیار محسوس است و با پیشروی در طول کانال از این تغییرات کاسته می‌شود. این تغییرات با افزایش نسبت منظری کانال به مقدار ثابتی خواهد رسید. در تمامی اعداد رینولدز با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت افزایش می‌یابد و هر چه کسر حجمی بیشتر می‌شود، این تغییرات کاهش می‌یابد. بیشترین مقدار عدد ناسلت در کسر حجمی ۱ درصد



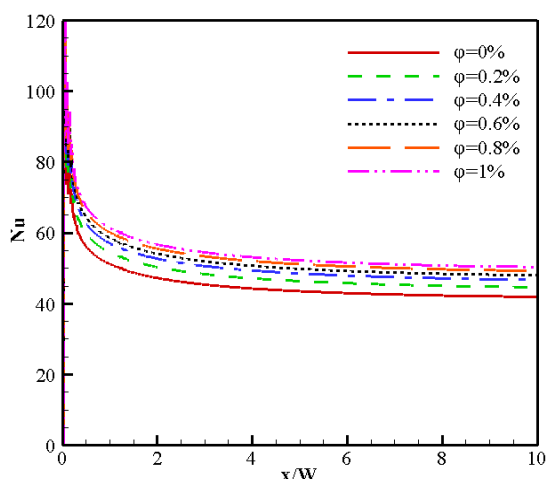
شکل ۳۵ - تغییرات دما بر حسب  $y$  در مقاطع  $x$  مختلف برای عدد رینولدز  $Re=100$  جریان آرام



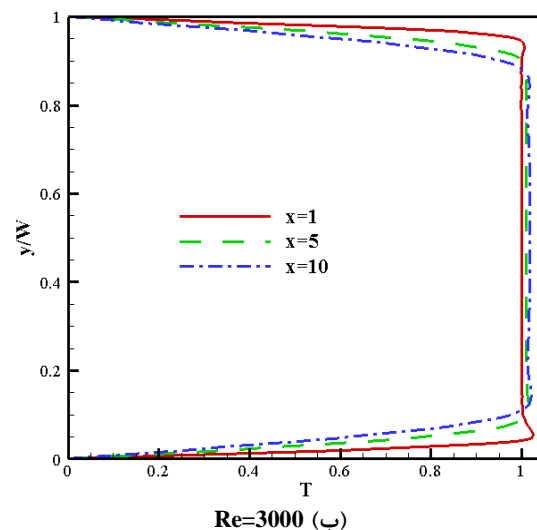
شکل ۳۷- تغییرات عدد ناسلت دیوار بالا در کسر حجمی‌های مختلف برای  $Re=100$



الف)  $Re=2000$



شکل ۳۸- تغییرات عدد ناسلت دیوار بالا در کسر حجمی‌های مختلف برای  $Re=2000$



ب)  $Re=3000$

شکل ۳۶- تغییرات دما بر حسب  $y$  در مقاطع  $x$  مختلف برای اعداد رینولدز مختلف جریان مغشوش

### ۸- نتیجه‌گیری

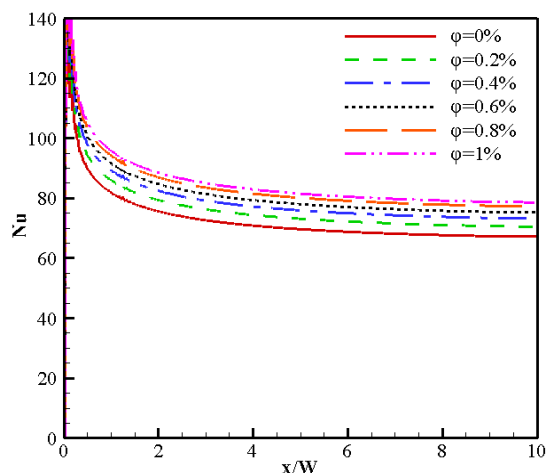
در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از روش شبکه بولتزمن مبتنی بر اختلاف - محدود، جریان مغشوش نانوسیال آب - مس درون هندسه‌های محفظه و کانال شبیه سازی شد. در این کار برای شبیه‌سازی جریان مغشوش از روش شبیه سازی گردابه‌های بزرگ استفاده شد و تاثیر عوامل مختلفی از جمله عدد رایلی، عدد رینولدز و کسر حجمی نانوسیال روی میدان سرعت، میدان دما و عدد ناسلت بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد که این روش توانایی شبیه سازی جریان‌های مغشوش در هندسه‌های مختلف را دارد.

و عدد رینولدز ۳۰۰۰ رخ می‌دهد. با پیشروی در طول کانال عدد ناسلت محلی برای دیوار بالایی نزولی است که دلیل این امر کاهش گرادیان دما در طول کانال است. از مقایسه نمودارهای بدست آمده در جریان آرام و مغشوش مشاهده می‌شود که در جریان مغشوش به علت افزایش مومنتوم و گردابه‌های جریانی به وجود آمده ناشی از غلبه بر تنش‌های لزج، عدد ناسلت نسبت به جریان آرام بیشتر است. تغییرات عدد ناسلت با عدد رینولدز و تغییرات کسر حجمی، متقارن بودن نمودارها و روند افزایش و کاهش عدد ناسلت در ابتدای کانال مشابه جریان آرام است.

لزجت سینماتیکی	$\nu$
لزجت سینماتیکی مغشوش	$\nu_t$
چگالی	$\rho$
زیر نویس ها	
سیال پایه	bf
نانو سیال	nf

۱۰- مراجع

- [1] Basak T, Roy S, Balakrishnan AR (2006) Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity. Int J Heat Mass Transf 49: 4525-4535.
- [2] Nithyadevi N, Kandaswamy P, Sivasankaran S (2006) Natural convection in a square cavity with partially active vertical walls: Time-periodic boundary condition. Math Probl Eng 2006: 1-16.
- [3] Deng QH (2008) Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source-sink pairs. Int J Heat Mass Transf 51: 5949-5957.
- [4] Mohebbi R, Lakzayi H, Nor Azwadi Che Sidik, Japar Wan Mohd Arif Aziz (2018) Lattice Boltzmann method based study of the heat transfer augmentation associated with Cu/Water nanofluid in a channel with surface mounted blocks. Int J Heat Mass Transf 117: 425-435.
- [5] Ma Y, Mohebbi R, Rashidi MM, Yang Z (2019) Effect of hot obstacle position on natural convection heat transfer of MWCNTs-Water nanofluid in U-shaped enclosure using Lattice Boltzmann method. Int J Numer Method Heat Fluid Flow 29(1): 223-250.
- [6] Ranjbar P, Mohebbi R, Heidari H (2018) Numerical investigation of nanofluids heat transfer in a channel consisting of rectangular cavities by Lattice Boltzmann method. Int J Modern Phys C 29(11): 1850108.
- [7] Sajjadi H, Amiri Delouei A, Izadi M, Mohebbi R (2019) Investigation of MHD natural convection in a porous media by double MRT Lattice Boltzmann method utilizing MWCNT-Fe3O4/Water hybrid Nanofluid. Int J Heat Mass Transf 132: 1087-1104.
- [8] Nemati H, Farhadi M, Sedighi K, Fattahi E, Darzi AA (2010) Lattice Boltzmann simulation of nanofluid in lid-driven cavity. Int Commun Heat Mass Transf 37: 1528-1534.
- [9] He Y, Qi C, Hu Y, Qin B, Li F, Ding Y (2011) Lattice Boltzmann simulation of alumina-water



شکل ۳۹- تغییرات عدد ناسلت دیوار بالا در کسر حجمی های مختلف برای  $Re=3000$

۹- فهرست علائم

ضریب هدایت حرارتی	k
فشار	P
عدد پراتل	Pr
عدد رینولدز	Re
دما	T
علائم یونانی	
ضریب پخش مغشوش	$\alpha_t$
دمای بی بعد	$\theta$
گام مکانی	$\Delta x$
گام زمانی	$\Delta t$
کسر حجمی نانوذرات	$\phi$
ضریب تخفیف	$\tau$
ضریب تخفیف مربوط به میدان دما	$\tau_c$
ضریب تخفیف مربوط به میدان جریان	$\tau_v$
ضریب وزنی شبکه	$\omega$
لزجت دینامیکی	$\mu$



- [22] Rahmati AR, Gheibi A, Roshani B (2017) Large Eddy simulation of turbulent natural convection of nanofluids in a T-shaped channel. The 25th Annual International Conference on Mechanical Engineering 25: 71-72.
- [23] Shi X, Huang X, Zheng Y, Ji T (2017) A hybrid algorithm of lattice Boltzmann method and finite difference-based lattice Boltzmann method for viscous flows. *Int J Numer Methods Fluids* 85(11): 641-661.
- [24] Yang F, Yang H, Yan Y, Guo X, Dai R, Liu C (2017) Simulation of natural convection in an inclined polar cavity using a finite-difference lattice Boltzmann method. *J Mech Sci Technol* 31(6): 3053-3063.
- [25] Kanao S, Sato T, Oyama H (2018) Numerical simulation on the Poiseuille flow using a finite-difference Lattice Boltzmann method. *OCEANS - MTS/IEEE Kobe Techno-Oceans (OTO), Kobe*.
- [26] KhakRah H, Hooshmand P, Ross D, Jamshidian M (2019) Numerical analysis of free convection and entropy generation in a cavity using compact finite-difference lattice Boltzmann method. *Int J Numer Method Heat Fluid Flow* 30(2): 977-995.
- [27] Fakhari A (2015) Phase-field modeling of multiphase flows using the lattice Boltzmann method with adaptive mesh refinement. Doctoral dissertation, The City College of New York.
- [28] Hou S, Sterling J, Chen S, Doolen GD (1996) A Lattice Boltzmann subgrid model for high Reynolds number flows. *ArXiv Preprint Comp-Gas* 6: 151-166.
- [29] Teixeira CM (1998) Incorporation turbulence models into the Lattice- Boltzmann method. *Int J Mod Phys C* 9: 1159-1175.
- [30] Krafczyk M, Tolke J, Luo LS (2003) Large-eddy simulations with a multiple-relaxation-time LBE model. *Int J Mod Phys B* 17: 33-39.
- [31] Zou Q, He X (1977) On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Phys Fluids* 6: 1591-1598.
- [32] Maxwell JC (1881) *A treatise on electricity and magnetism*. Clarendon Press.
- [33] Davis DV (1983) Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. *Int J Numer Methods Fluids* 3: 249-264.
- [34] Basak T, Chamkha A (2012) Heatline analysis on natural convection for nanofluids confined within square cavities with various thermal boundary conditions. *Int J Heat Mass Transf* 55: 5526-5543.
- [35] Sajjadi H, Gorji M, Kefayati G, Ganji D, Shayannia M (2012) Numerical analysis of turbulent natural convection in a square cavity using large-Eddy simulation in lattice Boltzmann method. *International Conference on Aerospace, nanofluid in a square cavity*. *Nanoscale Res Lett* 6: 184-188.
- [10] Rahmati AR, Niazi S, Beni MN (2012) Natural convection flow simulation of nanofluid in a square cavity using an incompressible generalized lattice Boltzmann method. *Defect Diffus Forum* 329: 69-79.
- [11] Quiet J, Reggio M, Vasseur P (2012) Natural convection of nanofluids in a square enclosure with a protruding heater. *Adv Mech Eng* 4: 167-176.
- [12] Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K, Nemati H (2012) Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids. *Int J Therm Sci* 52: 137-144.
- [13] Mehrizi AA, Farhadi M, Afroozi HH, Sedighi K, Darz AR (2013) Mixed convection heat transfer in a ventilated cavity with hot obstacle: Effect of nanofluid and outlet port location. *Int Commun Heat Mass Transf* 39: 1000-1008.
- [14] H. Sajjadi and G.R. Kefayati () Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in tall enclosures”, *Therm. Sci.*, vol. 19, pp. 155-166, 2015.
- [15] Rahmati AR, Roknabadi AR, Abbaszadeh M (2016) Numerical simulation of mixed convection heat transfer of nanofluid in a double lid-driven cavity using lattice Boltzmann method. *Alex Eng J* 55: 3101-3114.
- [16] Qi C, Liang L, Rao Z (2017) Study on the flow and heat transfer of liquid metal based nanofluid with different nanoparticle radiuses using two-phase lattice Boltzmann method. *Int J Heat Mass Transf* 94: 316-326.
- [17] Sheikholeslami M, Ashorynejad HR, Rana P (2017) Lattice Boltzmann simulation of nanofluid heat transfer enhancement and entropy generation. *J Mol Liq* 214: 86-95.
- [18] Rahmati AR, Tahery AA (2017) Numerical study of nanofluid natural convection in a square cavity with a hot obstacle using lattice Boltzmann method. *Alex Eng J* 21: 196-203.
- [19] Sajjadi H, Gorji M, Kefayati GR, Ganji DD (2012) Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in tall enclosures using Cu/water Nanofluid. *Numer Heat Transf A-Appl* 62: 512-530.
- [20] Sidik NA, Khakbaz M, Jahanshaloo L, Samion S, Darus AN (2013) Simulation of forced convection in a channel with nanofluid by the lattice Boltzmann method. *Nanoscale Res Lett* 8: 178-188.
- [21] Bahrami M, Bagheri N (2017) Numerical simulation of forced convection turbulent nano fluid flow using lattice boltzmann method. *1st Iran Congress on Industrial Applications of Advanced Materials and Manufacturing* 1: 24-31.

parallel implementation of Lattice Boltzmann method on GPUs. Doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

Mechanical, Automotive and Materials Engineering 61: 954-961.

[36] Celik SB (2012) Analysis of single phase fluid flow and heat transfer in slip flow regime by