

# نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

DOR:

## تحلیل تجربی و عددی پارامترهای هندسی موثر بر میزان جذب انرژی در سازه‌های با نسبت پواسون منفی از جنس آلیاژ آلومینیوم ۱۱۰۰

احسان اعتمادی<sup>۱\*</sup>, علیرضا ملا محمد زمانی<sup>۲</sup> و محسن صفائی خانی نسیم<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده فنی و مهندسی

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده مهندسی مکانیک

<sup>۳</sup> فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده مهندسی مکانیک

یادداشت پژوهشی، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۱۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۱/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۳۱

### چکیده

در این مقاله به بررسی تجربی و عددی پارامترهای هندسی موثر بر میزان جذب انرژی توسط سازه‌های آگزتیکی) پرداخته می‌شود. در قسمت تجربی سازه‌ای با ساختار آگزتیکی درون سو از جنس آلومینیوم ۱۱۰۰ ساخته شده و تحت فشار شبه استاتیکی قرار گرفته و نمودار تنش-کرنش و از آنجا میزان جذب انرژی و میزان جذب انرژی مخصوص محاسبه می‌شود؛ همچنین مقدار نسبت پواسون منفی در هر حالت بارگذاری بدست می‌آید. سپس نتایج تجربی با نتایج به روش المان محدود مقایسه می‌شوند. توافق خوبی بین نتایج تجربی و روش المان محدود وجود دارد. در ادامه به بررسی پارامترهای هندسی سلول واحد بر میزان جذب انرژی پرداخته می‌شود. این پارامترها شامل، عضو افقی، مایل، زاویه اولیه و ضخامت ساختار است. به طور خلاصه، نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت ساختار و کاهش زاویه اولیه، طول عضو افقی و مایل میزان جذب انرژی و انرژی جذب شده مخصوص افزایش پیدا می‌کند. در انتها نتایج نشان می‌دهد که ساختار آگزتیکی درون سو؛ جاذب انرژی؛ روش اجزاء محدود؛ بارگذاری شبه استاتیک.

**کلمات کلیدی:** ساختار آگزتیکی درون سو؛ جاذب انرژی؛ روش اجزاء محدود؛ بارگذاری شبه استاتیک.

## Experimental and Numerical Analysis of Effective Geometrical Parameters for Energy Absorbing of the Structures with Negative Poisson's Ratio Made from Aluminium Alloy 1100

E. Etemadi<sup>1,\*</sup>, A. Molla-Mohammad Zamani<sup>2</sup>, M. Safikhani Nasim<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assis. Prof, Mech. Eng., Hikim Sabzevari Univ., Sabzevar, Iran.

<sup>2</sup> Ms. Student, Mech. Eng., Hikim Sabzevari Univ., Sabzevar, Iran.

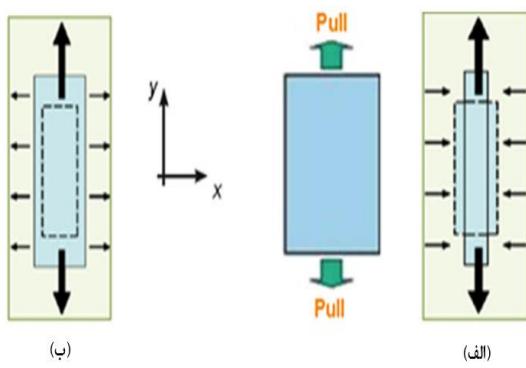
<sup>3</sup> Ms. Graduated, Mech. Eng., Hikim Sabzevari Univ., Sabzevar, Iran.

### Abstract

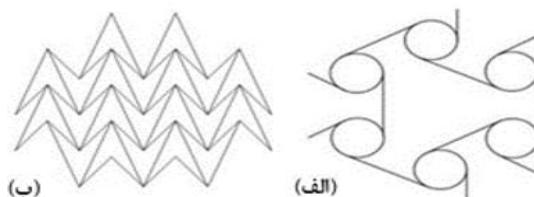
Through experimental work and finite element simulations this paper investigates the effective geometrical parameters which absorb energy for structures with negative Poisson's ratio (auxetic structures). In the experimental section, the re-entrant auxetic structure is made from aluminum 1100 and subjected to quasi-static loading as well as stress-strain diagram. Then, the energy absorbing and specific energy absorbing values are calculated. Also, the amount of negative Poisson's ratio (NPR) is evaluated for every step of loading, and the results are compared with the finite element method. Good agreements are found between the experimental and FE results. Next, the effective parameters for energy absorbing including horizontal and oblique strut, initial angle, and structural thickness are investigated. The results show with the increase of the structural thickness and decrease of the initial angle, both horizontal and oblique strut length absorbing energy and specific absorbing energy increase. Finally, the results show, comparing to the honeycomb, the auxetic structure has higher ability to absorb energy.

**Keywords:** Re-entrant Auxetic Structure; Energy Absorber; Finite Element Method; Quasi-static Loading.

وقتی فشرده می‌شوند، ساختار منقبض می‌شود. این نوع رفتار بدلیل ایجاد نسبت پواسون منفی است و سبب افزایش خواص مکانیکی سازه می‌شود [۷]. ساخت ساختارهای سلولی سه بعدی آگزتیک<sup>۱</sup>، از گسترش متناوب یک سلول آگزتیک ایجاد شده که در روش تولید افزودنی<sup>۲</sup> کل ساختار آگزتیک بصورت یکپارچه بوجود آمده و در روش مونتاژ به هم پیوسته<sup>۳</sup>، ساختار به صورت قطعه قطعه، درون یکدیگر قرار می‌گیرند و سپس بوسیله پرج، چسب یا جوش مونتاژ می‌شوند [۸]. صنعتی و همکاران [۹] به بررسی جذب انرژی ساختارهای آگزتیکی با هندسه آنتی تری کایرال<sup>۴</sup> و سرنیزهای<sup>۵</sup> (شکل ۲) پرداختند و به این نتیجه رسیدند که فرم‌های آگزتیکی، انرژی بیشتری در برابر ضربه جذب می‌کنند.



شکل ۱-۱- تغییر شکل در بارگذاری کششی (الف) ماده غیر آگزتیک (ب) ماده آگزتیک [۵]



شکل ۲- ساختار هندسی (الف) آنتی تری کایرال و (ب) سرنیزهای [۹]

## ۱- مقدمه

نسبت پواسون به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود [۱]:

$$\nu_{xz} = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} \quad (1)$$

که  $\epsilon_x$  کرنش جانبی (عرضی) و  $\epsilon_z$  کرنش محوری (طولی) در راستای بارگذاری در راستای z است. بیشتر مواد و سازه‌ها دارای نسبت پواسون مثبت هستند و نسبت پواسونی نزدیک به  $0/3$  دارند. مثبت بودن نسبت پواسون یک ماده به این معنا است که اگر ماده تحت بارگذاری تک محوره در جهتی فشرده شود، در صفحه عمود بر محور نیرو در تمامی جهات منبسط و طول آن افزایش می‌یابد [۲].

نوع جدیدی از سازه‌ها و مواد مصنوعی وجود دارد که دارای نسبت پواسون منفی می‌باشند. مواد و سازه‌های آگزتیکی<sup>۱</sup>، مواد و سازه‌هایی هستند که نسبت پواسون منفی دارند [۳]. این مواد و سازه‌ها تحت بارگذاری تک محوره، رفتاری بر عکس مواد و سازه‌های معمولی (نسبت پواسون مثبت) دارند. بدین معنا که این مواد هنگام فشرده شدن در راستای طولی دچار جمع شدگی عرضی می‌شوند [۴]. شکل ۱ تفاوت عملکرد مواد آگزتیک و غیر آگزتیک تحت بارگذاری کششی نشان می‌دهد [۵] که خط ممتد، ابعاد جسم بعد از تغییر شکل و خط چین، بیانگر ابعاد جسم قبل از تغییر شکل است.

مواد آگزتیک را می‌توان در طبیعت یافت، اما تمرکز روی مواد و ساختارهای آگزتیکی است که توسط انسان ساخته شده است. در مواد آگزتیکی ویژگی نسبت پواسون منفی جز ذات ماده است. در سازه آگزتیکی ساخته شده، مواد استفاده شده در سازه ویژگی نسبت پواسون منفی ندارند، بلکه چینش و آرایش اجزاء سازه به گونه‌ای است که رفتار آگزتیک را از خود بروز می‌دهد. دست‌یابی به ویژگی‌های منحصر به فرد سازه‌های آگزتیک، از طریق تنظیمات ساختار هندسی مواد به جای ترکیبات شیمیایی بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۶]. نسبت پواسون یک ساختار را بوسیله طراحی سازه آگزتیکی، می‌توان از مثبت به منفی تبدیل کرد. ساختارهای سلولی آگزتیکی از تعدادی سلول واحد تشکیل شده‌اند. به گونه‌ای که هنگام کشش ساختار کلی گسترش می‌یابد و

<sup>2</sup> 3D Periodic Auxetic Cellular Structures

<sup>3</sup> Additive Manufacturing Method

<sup>4</sup> Interlocking Assembly Method

<sup>5</sup> Anti-Trichiral

<sup>6</sup> Arrowhead

<sup>۱</sup> Auxetic

کرده و تحت آزمایش شبه استاتیکی قرار دادند و نتایج را با نتایج حاصل از روش المان محدود صحه‌گذاری کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که سازه مورد نظر به علت تقارن و داشتن دو نسبت پواسون منفی، قابلیت جذب انرژی بالای خواهد داشت.

نجفی و همکاران [۱۶]، خواص فشاری سازه آگزتیک درون‌سو، سرنیزه‌ای، آنتی‌تراتاکایرال<sup>۳</sup> و سازه لانه زنبوری را مورد بررسی قرار دادند و میزان جذب انرژی سازه‌ها را مقایسه کردند. ازدی و همکاران [۱۷] خواص مکانیکی درون‌صفحه‌ای و رفتار لانه زنبوری‌های کایرال<sup>۴</sup> مطالعه کردند. چوی و لیکز [۱۸]، مواد فومی با نسبت پواسون منفی ساختند و به این نتیجه رسیدند که با تبدیل ساختار سلول فوم به شکل درون‌سو، مدول یانگ فوم با نسبت فشرده‌سازی حجمی ثابت ساختار سلول، کاهش می‌یابد. رفتار الاستیک ساختارهای لانه زنبوری درون‌سو با نسبت پواسون منفی، توسط یانگ و همکاران [۱۹]، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدول الاستیک به طور قابل توجهی تحت تاثیر پارامترهای هندسی سازه است و می‌توان با طراحی پارامترهای هندسی لانه زنبوری، عملکرد مکانیکی سازه را برای کاربردهای خاص بهینه کرد. ایمبالزانو و همکاران [۲۰]، مقاومت در برابر انفجار سازه‌های لانه زنبوری غیر آگزتیک و آگزتیک درون‌سو را بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که سازه درون‌سو به دلیل داشتن نسبت پواسون منفی، استحکام بیشتری از خود در برابر ضربه حاصل از انفجار نشان می‌دهد. صفحه‌خانی و اعتمادی [۲۱]، به روش اجزاء محدود به بررسی رفتار یک کامپوزیت با نسبت پواسون منفی پرداخته‌اند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد، هندسه و نحوه چینش الیاف، نقش بسزایی در رفتار آگزتیکی کامپوزیت ایفا خواهد کرد.

با این پیشینه تحقیق، در این مقاله سازه‌ای با ساختار آگزتیکی درون‌سو، تحت آزمایش تجربی شبه استاتیکی قرار گرفته و نتایج آن با روش اجزاء محدود مقایسه می‌شود؛ همچنین رفتارهای مکانیکی سازه و سپس پارامترهای موثر بر میزان جذب انرژی مانند، زاویه اولیه، ضخامت دیواره‌ها، طول

یانگ و همکاران [۱۰] به مطالعه نفوذ بر ساختار آگزتیکی پرداخته و نتیجه گرفتند که سرعت پرتابه هنگام برخورد به سازه آگزتیک کاهش بیشتری نسبت به سازه‌های رایج، پیدا کرده و در نتیجه نسبت پواسون منفی سازه، علت اصلی افزایش مقاومت در برابر نفوذ و کاهش بیشتر سرعت پرتابه است. جریستیک و همکاران [۱۱] با استفاده از محاسبات دینامیک مولکولی، رفتار آگزتیک سازه را برای حفاظت بالستیک بررسی کرده و به این نتیجه رسیدند که حداقل فشار و شتاب در ساختار آگزتیک کاهش پیدا می‌کند.

غزنوی اسگوئی و شرعیات [۱۲] با استفاده از تئوری عمومی- محلی مرتبه بالای اصلاح شده با روایط سه‌بعدی الاستیسیته، رفتار تنشی و جابجایی ورق‌های ساندویچی ضخیم و نازک با هسته تغییر شکل پذیر آگزتیکی تحت بارهای استاتیکی ارائه کرده‌اند.

شکری‌راد و همکاران [۱۳، ۱۴]، تاثیر استفاده از سلول واحد آگزتیک برای ساخت سازه‌های جاذب انرژی بررسی کردند. آن‌ها جذب انرژی ساختارهای سلولی آگزتیکی با هندسه متفاوت را تحت بارگذاری دینامیکی و شبه استاتیکی به صورت عددی بررسی کردند و نتایج آن‌ها نشان می‌دهد، سلول‌های واحد آگزتیک، انرژی بیشتری نسبت به سلول‌های معمولی جذب می‌کنند.

اینگوره و همکاران [۶] با طراحی و ساخت چند سازه آگزتیکی مختلف از سلول واحد درون‌سو<sup>۱</sup> به مقایسه میزان جذب انرژی و جذب انرژی ویژه برای سازه‌ها پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که افزایش ضخامت در محل اتصال سلول‌ها به یکدیگر سبب افزایش جذب انرژی می‌شود. تمام سازه‌ها تنها در یک راستا نسبت پواسون منفی داشته است و تحلیل آن‌ها با روش کرنش صفحه‌ای انجام می‌پذیرد. مینا و سیگنامنی [۷]، به روش تجربی و المان محدود و با فرض کرنش صفحه‌ای به بررسی اثر انحنا در مقدار نسبت پواسون یک سازه آگزتیکی صفحه‌ای پرداخته‌اند.

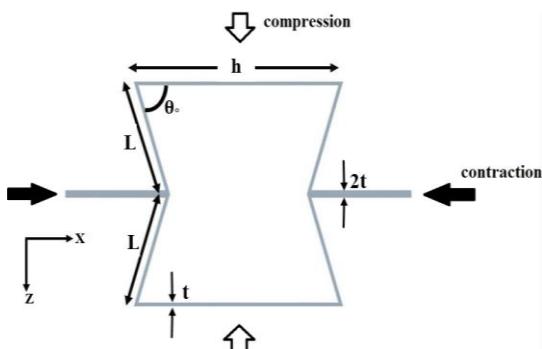
صفه‌خانی و اعتمادی [۱۵]، بر اساس یک سلول تار و پودی<sup>۲</sup>، سازه آگزتیکی سه‌بعدی متناوب تارو پود را طراحی

<sup>3</sup> Anti-tetra Chiral

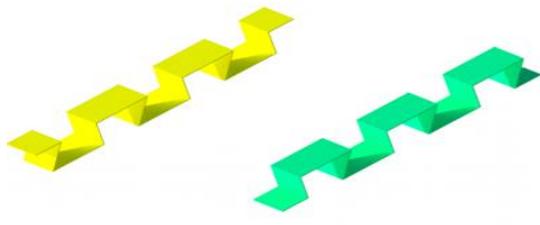
<sup>4</sup> Hierarchical Honeycombs

<sup>۱</sup> Re-entrant

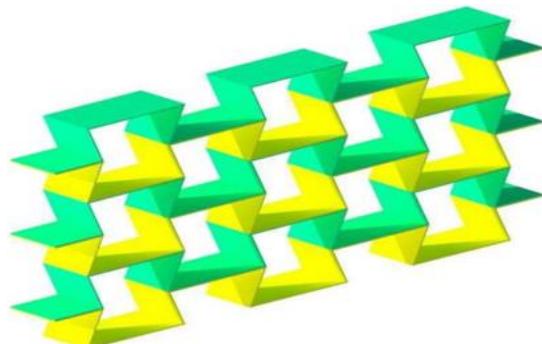
<sup>۲</sup> Warp and Woof



شکل ۳- نمای دو بعدی از یک سلول آگزتیک ساختاری



شکل ۴- شماتیک قطعات بالایی و پایینی برای ساخت سازه آگزتیک



شکل ۵- شماتیک سازه آگزتیکی سه بعدی

**۲-۲- آزمایش تجربی**  
به منظور بررسی اثر نسبت پواسون منفی و رفتار مکانیکی سازه آگزتیکی تولید شده، تست فشار شبه استاتیک، بر طبق استاندارد ASTMD ۱۶۲۱ بوسیله دستگاه آزمایش Instron ۵۹۰۰ در دانشگاه حکیم سبزواری، انجام شده است. این آزمایش در دمای اتاق ۲۵ درجه سانتی گراد انجام شد و سرعت جابجایی عمودی فک دستگاه روی ۲ mm/min تنظیم شده است.

عضوهای افقی و مایل و جنس مواد ساختار از طریق آزمون تجربی و شبیه‌سازی اجزاء محدود بحث شده است؛ همچنین نتایج سازه آگزتیکی در میزان جذب انرژی با سازه لانزنبوری مقایسه می‌شود. در بخش ۲ نحوه آزمایش‌های تجربی صورت گرفته شده روی سازه آگزتیکی ساخته شده تشریح خواهد شد. در بخش ۳ نحوه شبیه‌سازی به روش المان محدود توضیح داده خواهد شد و در بخش ۴ بررسی و بحث در مورد نتایج انجام می‌شود.

**۲- آزمایش‌های تجربی****۲-۱- ساختارهای آگزتیک**

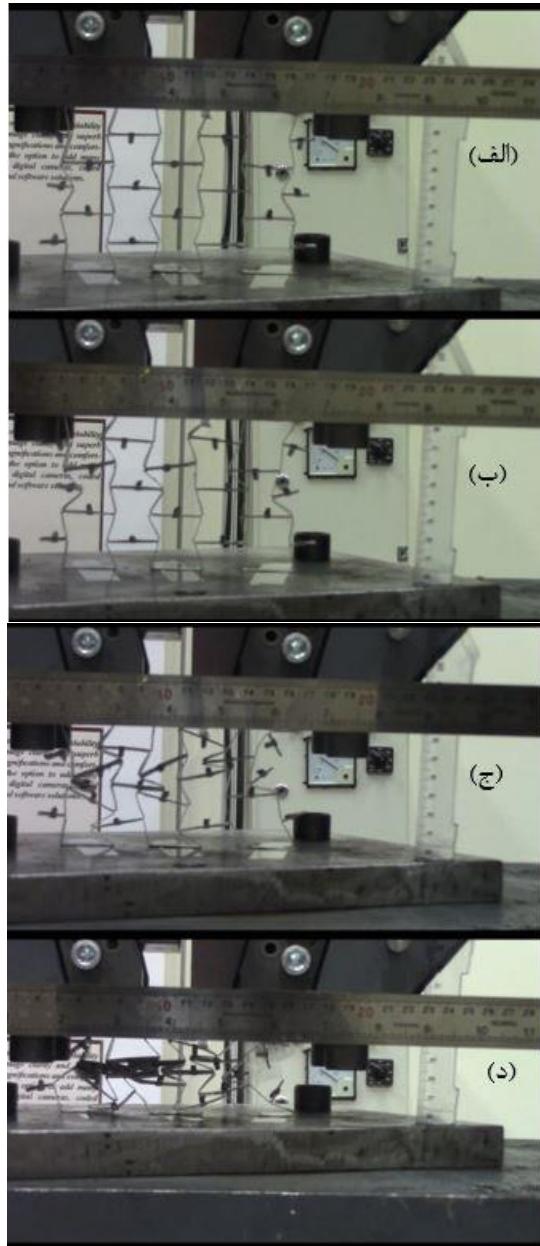
ساختار آگزتیک درون سو مورد مطالعه در این تحقیق، از گسترش سلول‌های واحد آگزتیک شش ضلعی ساخته شده است. شکل ۳ نمای دو بعدی از یک سلول آگزتیکی درون سو است که در آن  $h$ ,  $t$  و  $\theta_0$  به ترتیب عضو<sup>۱</sup> افقی، عضو مایل، ضخامت دیواره‌ها و زاویه اولیه است. برای سازه آزمایشگاهی، مقادیر هریک از پارامترها  $h = ۰/۰\text{۳}$  m,  $t = ۰/۰\text{۱۵}$  m,  $\theta_0 = ۷۰^\circ$  و  $\theta_0 = ۰/۵^\circ$  mm مانند نیز آلمینیوم ۱۱۰۰ در نظر گرفته شده است که خواص مکانیکی آن در جدول ۱ ارائه شده است. با توجه به شکل ۳ و نحوه اعمال بار فشاری، رفتار ساختار آگزتیکی به این صورت است که اعمال بار فشاری در جهت z سبب انقباض سلول در جهت x و در نتیجه ایجاد نسبت پواسون منفی سازه می‌شود.

مطابق شکل ۴ هر سلول آگزتیک از دو قطعه پایینی (part 1) و بالایی (part 2) تشکیل شده است که در نهایت از مونتاژ کردن آن‌ها، سازه نهایی حاصل می‌شود که شامل ۱۳ سلول آگزتیکی است (شکل ۵). شکل ۶ نمایانگر ساخت آگزتیکی ساخته شده از آلمینیوم ۱۱۰۰ است. برای ساخت سازه آگزتیکی، قطعه پایینی و بالایی از یک ورق نازک توسط دستگاه Charmilles Robofil ۴۰۰ در یک برش بریده شده و سپس عملیات خم کاری روی قطعات صورت گرفته و در نهایت مونتاژ سازه از طریق پرج کردن قطعات با قطر ۲ mm صورت گرفته است.

<sup>۱</sup> Strut

جدول ۱- خواص مکانیکی و پارامترهای پلاستیک مواد [۱۵]

$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	n	B (MPa)	A (Mpa)	E (Gpa)	نمونه
۰/۲۷	۲۷۱۰	۰/۱۸	۳۶۱	۱۴۸	۶۹	AL1100
۰/۳۴	۸۹۶۰	۰/۳۱	۲۹۲	۹۰	۱۲۹/۸	Cu OFHC
۰/۲۹	۷۸۳۰	۰/۲۶	۷۹۲	۷۹۲	۲۰۰	St 4340



سازه در میان دو صفحه بالا و پایین دایره‌ای شکل قرار می‌گیرد. حرکت صفحه پایینی سازه را فشرده می‌کند، در حالی که صفحه بالایی ثابت است. نیروی عمودی ( $F$ ) در هر مرحله از بارگذاری که به سازه اعمال می‌شود، توسط نیروسنجه<sup>۱</sup> بدست می‌آید که در صفحه پایینی نصب شده است. سطح تماس سازه  $S = 9\text{cm}^2$  است و فرض می‌شود، این مقدار در طول تغییر شکل ثابت است؛ بنابراین تنش اسمی ساختار از رابطه (۲) محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2)$$

در طول انجام تست فشار شبه استاتیکی، جابجایی عمودی نمونه به طور مستقیم توسط دستگاه ثبت شده است. با اندازه‌گیری جابجایی عمودی، کرنش محوری  $\epsilon_x$  نیز بدست می‌آید. حال با رسم منحنی تنش-کرنش، می‌توان میزان انرژی جذب شده در سازه‌هایی با هندسه‌ها و از جنس‌های مختلف را محاسبه کرد. برای بدست آوردن نسبت پواسون به طور همزمان، جابجایی عرضی نمونه از طریق نصب یک دوربین تایمرشات در فاصله ۵۰ سانتی‌متری جلوی نمونه اندازه‌گیری شده است. به منظور اندازه‌گیری کرنش عرضی، در کل بازه انجام آزمایش، ۳۰ عکس با بازه زمانی ۱۰ ثانیه گرفته شده مقدار کرنش عرضی در هر بازه زمانی محاسبه می‌شود. بعد از این که کرنش محوری  $\epsilon_x$  و کرنش عرضی  $\epsilon_y$  به دست آمد، نسبت پواسون سازه از رابطه ۱ محاسبه می‌شود. شکل ۶ (الف-د)، بیانگر نحوه تغییر شکل ساختار آنگرتیکی در درصد فشردگی‌های مختلف است؛ همچنین شکل ۶-ه تصویر نهایی سازه خارج از دستگاه تست فشار را نشان می‌دهد. شکل ۷ بیانگر فلوچارت فرآیند انجام آزمایش تجربی است.

<sup>۱</sup> Load Cell

انرژی جنبشی<sup>۴</sup> مقایسه می‌شوند. شکل ۸ مقایسه این دو نمودار را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۸، انرژی جنبشی در زمان‌های مختلف بارگذاری صفر و یا بسیار نزدیک به صفر بوده و نشان می‌دهد که تحلیل شبه استاتیک به درستی انجام شده است. برای توضیحات بیشتر به مرجع [۱۵] مراجعه شود.

از مدل الاستیک-پلاستیک برای مدل‌سازی سازه استفاده شده است. برای بررسی اثر جنس ماده در نحوه رفتار سازه آگزیتیکی و میزان جذب انرژی آن، از سه ماده آلومینیوم ۱۱۰۰، مس OFHC و فولاد ۴۳۴۰ استفاده شده است. خواص الاستیک مواد (مدول یانگ و نسبت پواسون) در جدول ۱ نشان داده شده است. بدليل بارگذاری شبه استاتیکی، برای بیان رفتار پلاستیکی مواد از اثرات نرخ کرنش و دما در تنش جریان صرف نظر شده و تنش جریان با توجه به معادله (۳) محاسبه شده است :

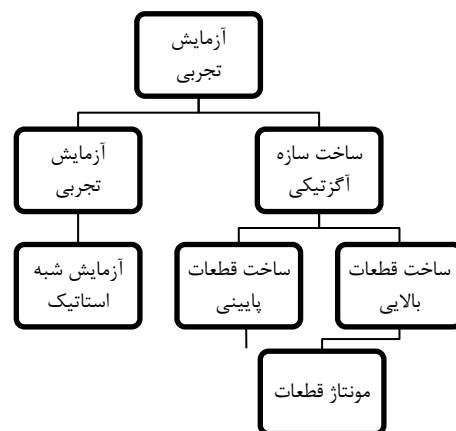
$$\sigma_f = A + B\varepsilon_p^n \quad (3)$$

در این معادله  $\sigma_f$  و  $\varepsilon_p$  تنش جریان و کرنش پلاستیک معادل هستند؛ همچنین  $A$  و  $B$  و  $n$  ثوابتی هستند که در جدول ۱ برای مواد مختلف بررسی شده، آورده شده است. مدل‌ها به صورت سه‌بعدی با ضخامت ۱۰ میلی‌متر طراحی شده‌اند. خواص اندرکنشی که برای تماس تعريف شد به صورت همه سطوح با هم (All With Self) با ضریب اصطکاک ۰/۱ است. شرایط مرزی<sup>۵</sup> تعريف شده و نحوه اعمال بار در نرم‌افزار نیز به ترتیب در شکل ۹ و ۱۰ نشان داده شده است.

در این تحقیق، اثر پارامترهای هندسی بر رفتار سازه آگزیتیکی بررسی شده است؛ همچنین به مقایسه رفتار ساختار آگزیتیکی درون سو و لانه زنبوری پرداخته شده است. بدین منظور، پروفیل سلول واحد سازه درون سو و لانه زنبوری به ترتیب در شکل ۳ و شکل ۱۱-الف نشان داده شده است. ابعاد سلول واحد سازنده هر یک از مدل‌ها در جدول ۲ آمده است. شکل ۱۱-ب نشان دهنده ساختار کلی سازه لانه زنبوری در نرم‌افزار شبیه‌سازی اجزاء محدود است. در این تحقیق، تعداد سلول‌ها و ابعاد کلی سازه لانه زنبوری در طول و عرض و ارتفاع با سازه آگزیتیکی یکسان باشد.



شکل ۶- تغییر شکل ساختار آگزیتیک به روش تجربی در درصد فشردنگی (الف)، (ب)، (ج)، (د)٪، (ه)٪، (ن)، (ج)٪، (د)٪، (ه)٪ سازه در پایان بارگذاری



شکل ۷- فلوچارت فرآیند انجام آزمایش تجربی

### ۳- شبیه‌سازی به روش اجزاء محدود

برای صحت سنجی نتایج آزمایش تجربی از روش اجزای محدود و نرم افزار آباکوس<sup>۱</sup> استفاده شده است. این نرم افزار اجزاء محدود قادر به انجام تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی برای فلزات [۱۹]، سازه‌های کامپوزیتی [۲۲-۲۴] و ساندویچی [۲۰، ۲۵-۲۸] است. لازم به ذکر است که یکی از کاربردهای سازه‌های ساندویچی، جذب انرژی است. برای شبیه‌سازی فشار شبه استاتیک از روش اعمال بار به صورت ملایم<sup>۲</sup> استفاده شده است؛ چراکه اعمال بار به صورت ناگهانی سبب ناپایداری سازه می‌شود. برای کسب اطمینان از صحت انجام شبیه‌سازی به صورت شبه استاتیکی، انرژی داخلی<sup>۳</sup> و

<sup>4</sup> Kinetic Energy

<sup>5</sup> Boundary Condition

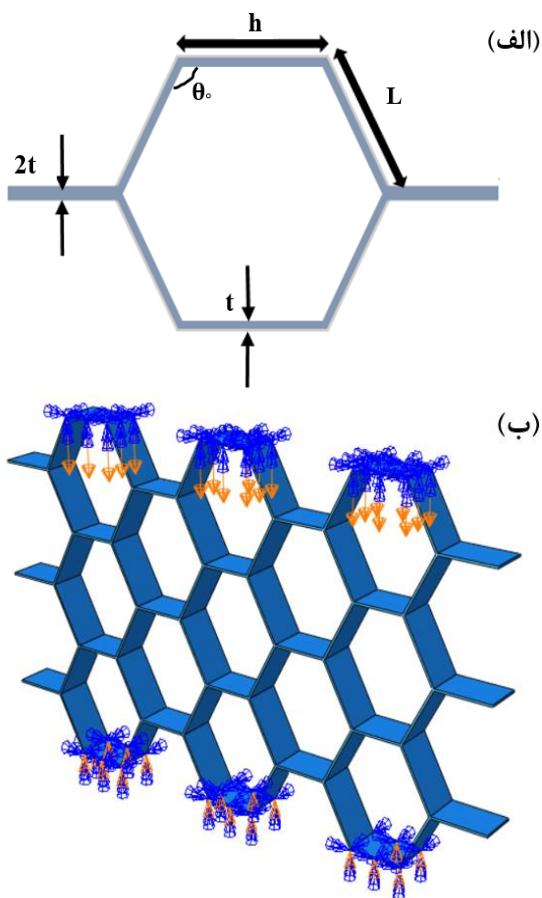
<sup>1</sup> Abaqus

<sup>2</sup> Smooth

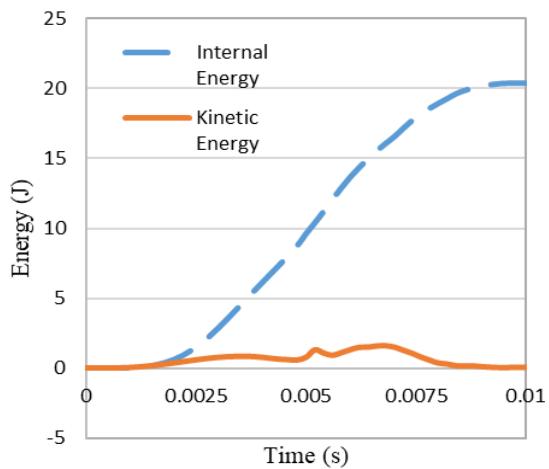
<sup>3</sup> Internal Energy

جدول ۲- ابعاد هر یک از سلول واحدها

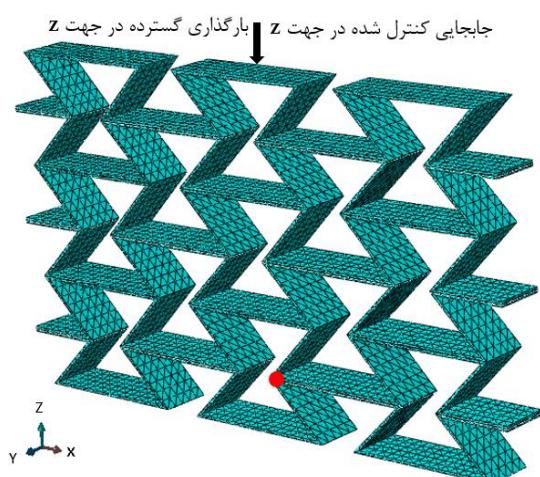
$\theta_{\circ}$ (Degree)	t (mm)	L (mm)	h (mm)	ساختار
۷۰	۰/۵	۱۵	۳۰	A1
۴۰	۰/۵	۱۵	۳۰	θ1
۵۵	۰/۵	۱۵	۳۰	θ2
۷۰	۱	۱۵	۳۰	t1
۷۰	۱/۵	۱۵	۳۰	t2
۷۰	۰/۵	۱۷/۵	۳۰	l1
۷۰	۰/۵	۲۰	۳۰	l2
۷۰	۰/۵	۱۵	۴۵	h1
۷۰	۰/۵	۱۵	۶۰	h2
۱۲۰	۰/۵	۱۶	۲۰	H1



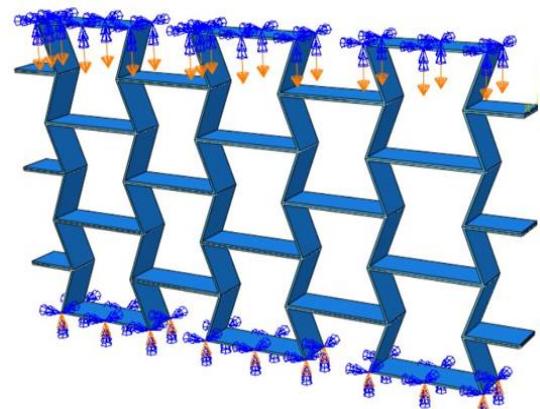
شکل ۱۱- (الف) سلول واحد تشکیل دهنده سازه لانه زنیبوری  
و (ب) اعمال بار و شرایط مرزی در آباکوس



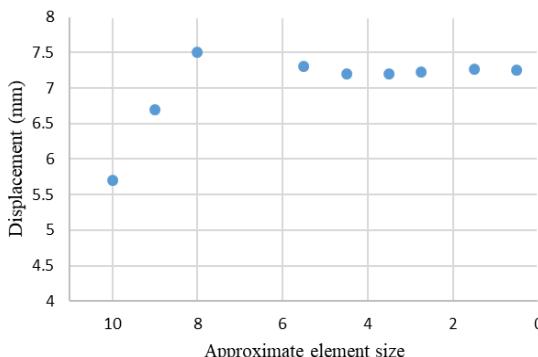
شکل ۸- مقایسه انرژی داخلی و جنبشی



شکل ۹- شرایط مرزی و بارگذاری



شکل ۱۰- اعمال شرایط مرزی و بارگذاری در آباکوس



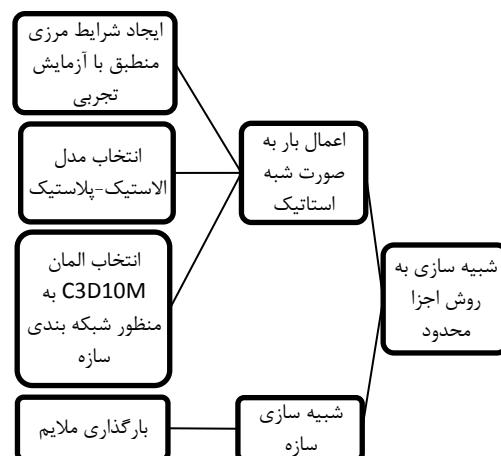
شکل ۱۳- مقدار بهینه برای اندازه المان بندی

## ۴- نتایج و بحث

### ۱-۴- صحت سنجی نتایج

شکل ۱۴ بیانگر نمودار تنش-کرنش مدل‌سازی بارگذاری فشاری شبه استاتیکی مربوط به ساختار ساختمان A1 به روش تجربی و المان محدود است. بیشترین مقدار تنش در حالت تجربی و عددی به ترتیب  $19/1 \text{ KPa}$  و  $18/9 \text{ KPa}$  است که درصد خطأ برابر  $1/1$  است. با توجه به نتایج توافق خوبی بین نتایج تجربی و عددی وجود دارد؛ همچنین با توجه به شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که در سازه آگزتیکی سه مرحله رفتار وجود دارد: در مرحله اول فشرده‌سازی در کرنش بین  $0$  تا  $15/0$ ، تنش بصورت خطی افزایش پیدا می‌کند. که علت این پدیده، مقاومت اولیه سازه در برابر بارگذاری است. در دومین مرحله از کرنش  $15/0$  تا  $0/35$ ، شبیه افزایش تنش فشاری بسیار کند است، یعنی با افزایش کرنش، تنش به میزان کمی افزایش پیدا می‌کند که این نوع رفتار ساختار آگزتیک بیشتر شبیه به مواد میرا کننده و جاذب انرژی است؛ یعنی در این مرحله، تغییر شکل پلاستیک سازه تحت افزایش تنش مشخصی، زیاد است و در نتیجه میزان انرژی جذب شده افزایش پیدا می‌کند که سطح زیر منحنی تنش-کرنش است. در مرحله سوم و بعد از کرنش  $0/35$  با توجه به تئیده شدن ساختار داخل یکدیگر، تنش با شبیه زیادی در حال افزایش است. به این مرحله در اصطلاح چگال شدن<sup>۳</sup> گویند و در این حالت، مقدار مدول یانگ ساختار بسیار زیاد می‌شود.

شکل ۱۲ بیانگر فلوچارت فرآیند انجام شبیه‌سازی عددی است.



شکل ۱۲- فلوچارت فرآیند انجام شبیه‌سازی عددی

به منظور شبکه‌بندی، به دلیل تحلیل سه بعدی سازه از المان سه بعدی C3D10M استفاده شده است که المانی  $10 \times 10 \times 10$  گره‌ای چهار وجهی<sup>۱</sup> بهبود یافته با قابلیت کنترل پدیده Hourglass واحد مناسب است که در آنجا تمرکز تنش و تغییر شکل زیادی وجود دارد. در تحلیل اجزاء محدود لازم است، از تاثیر حساسیت المان‌بندی<sup>۲</sup> روی نتایج اطمینان کسب کرد و اندازه‌ای بهینه باشد که برای المان بندی انتخاب شده است. بدین منظور، ابتدا المانی به طول  $10 \text{ mm}$  برای سازه انتخاب شده و جابجایی گره مشخص شده در شکل ۹ اندازه‌گیری می‌شود و سپس این المان تا طول  $0/5 \text{ mm}$  کاهش پیدا می‌کند. با توجه به شکل ۱۲ از المانی به طول  $4/5 \text{ mm}$  تغییر محسوسی در مقدار جابجایی مشاهده نمی‌شود؛ در نتیجه المانی به طول  $4/5 \text{ mm}$  برای شبیه‌سازی سازه انتخاب شده است. برای این اندازه المان تعداد کل المان‌های سازه برابر ۸۷۷۲ است.

<sup>3</sup> Densification

<sup>1</sup> Tetrahedron

<sup>2</sup> Mesh Sensitivity

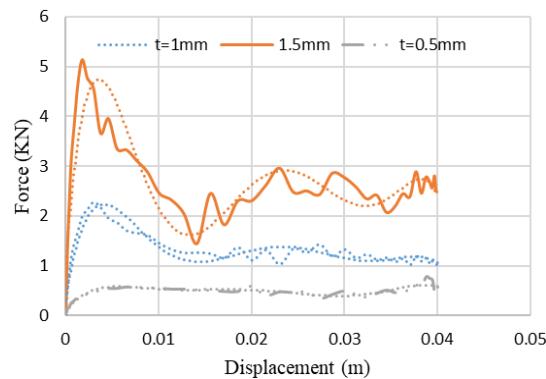
#### ۲-۴- بررسی اثر هندسه

به منظور بررسی اثر اندازه هندسه بر رفتار سازه آگزتیکی به روش اجزاء محدود، ساختارهای مختلفی که در جدول ۲ آورده شده است، با یکدیگر مقایسه می‌شوند. لازم به ذکر است که نتایج بدست آمده تا پایان مرحله دوم رفتار سازه مطابق شکل ۱۴، یعنی مرحله جاذب انرژی بودن سازه رسم شده است.

به منظور بررسی اثر ضخامت دیواره، نمودارهای نیرو-جایجایی، تنش-کرنش و نسبت پواسون برحسب کرنش ساختارهای A1، A1 و A2 به ترتیب در شکل‌های ۱۶ و ۱۸ آورده شده است. در شکل ۱۸ بیشترین مقدار نسبت پواسون منفی، برای ساختار A2 با مقدار ۰-۱۵۹ است. با توجه به شکل ۱۷ با افزایش ضخامت دیواره سلول، میزان تنش وارد شده بر ساختار آگزتیکی افزایش پیدا می‌کند. علت این پدیده را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که با افزایش ضخامت دیواره، دیوارهای سلول در برابر خمش و فروپاشی سلول مقاومت کرده و دیواره سلول‌ها زودتر به یکدیگر برخورد کرده که این امر سبب می‌شود، برای ایجاد جایجایی به نیروی بیشتری نیاز باشد.

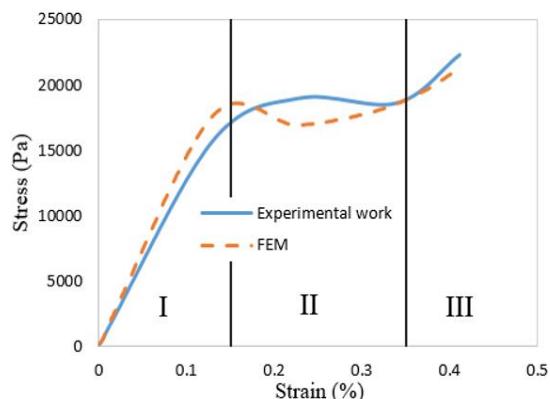
در این تحقیق، قابلیت جذب انرژی سازه نیز مورد بررسی قرار گرفته است. انرژی جذب شده توسط سازه از لحظه شروع بارگذاری تا پایان مرحله دوم بوسیله نمودار تنش-کرنش محاسبه می‌شود که خود نیز از نمودار نیرو-جایجایی بدست می‌آید. طبق رابطه ۴ مساحت زیر نمودار تنش-کرنش برابر با مقدار انرژی جذب شده بر واحد حجم است:

$$W = \int_0^{\epsilon} \sigma(\epsilon) d\epsilon \quad (4)$$

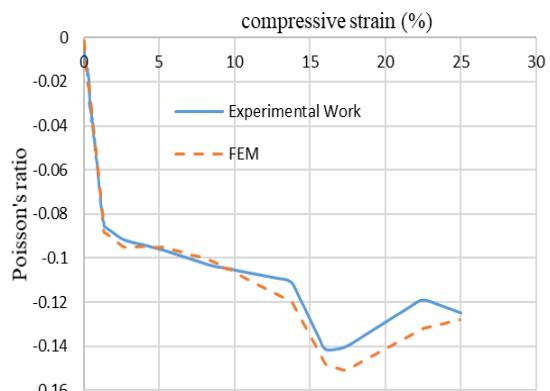


شکل ۱۶- مقایسه نمودار نیرو جایجایی با تغییر پارامتر  $t$

شکل ۱۵ بیانگر مقایسه نسبت پواسون در حالت‌های تجربی و المان محدود است؛ همچنین جدول ۳ بیانگر درصد خطای بیشترین مقدار نسبت پواسون منفی در حالت تجربی و روش المان محدود است که نشان می‌دهد، توافق خوبی بین نتایج تجربی و عددی وجود دارد. شکل ۱۵ بیانگر آنست که سازه ساخته شده و شبیه‌سازی شده، سازه آگزتیکی است.



شکل ۱۴- مقایسه نمودار تنش کرنش برای دو روش تجربی و شبیه‌سازی اجزاء محدود



شکل ۱۵- نمودار نسبت پواسون برحسب کرنش برای روش اجزاء محدود و کار تجربی

جدول ۳- درصد خطای بیشترین مقدار نسبت پواسون منفی در حالت تجربی و روش المان محدود

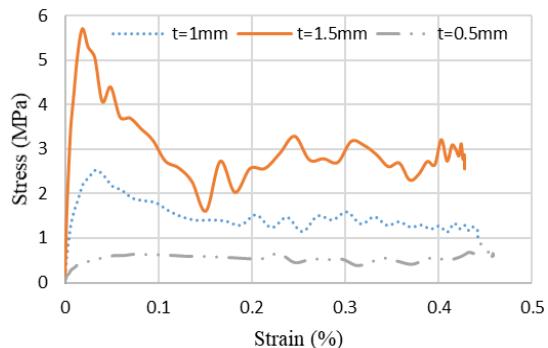
درصد فشرده سازی	آزمایش تجربی	شبیه‌سازی المان محدود	درصد خطا المان محدود
۱۶	-۰/۱۴۲۵	-۰/۱۴۸۵	۴/۲

با توجه به مقادیر انرژی جذب شده و انرژی جذب شده ویژه در جدول ۴ برای ساختارهای A1، t1 و t2، با افزایش ضخامت دیواره میزان انرژی جذب شده و از همه مهم‌تر میزان انرژی جذب شده مخصوص، افزایش پیدا می‌کند.

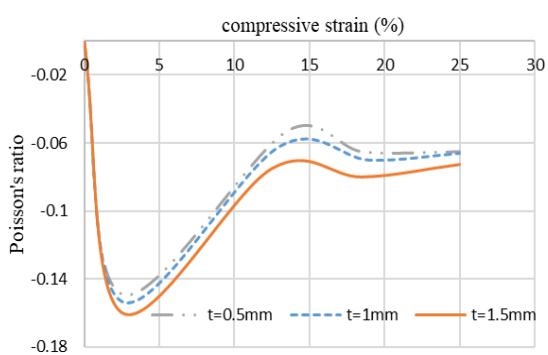
جدول ۴- مقایسه جذب انرژی ساختارها با تغییر پارامترهای هندسی

انرژی جذب شده (J/kg) ویژه	انرژی جذب شده (kJ/m³)	ساختار
۹۲	۲۵۲	A1
۱۶۲	۴۳۳/۷	θ1
۱۰۰	۲۷۰	θ2
۲۴۵	۶۵۵/۴	t1
۴۷۰/۸	۱۲۷۵	t2
۵۸/۸	۱۶۱	l1
۴۰/۷	۱۱۱	l2
۶۱/۶	۱۶۷/۵	h1
۴۷	۱۳۰	h2
۶۴/۸	۱۷۰	H1
۲۵	۲۲۴/۵	مس
۵۴/۵	۴۲۷	فولاد

در شکل ۱۹ نمودار تنش بر حسب کرنش برای سه مقدار مختلف زاویه اولیه (ساختارهای A1، θ1 و θ2، نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۹، با کاهش زاویه اولیه از ۷۰° به ۴۰° مقدار مدول یانگ افزایش پیدا می‌کند که برابر شیب ناحیه تنش-کرنش در حالت الاستیک است. در این حالت مدول یانگ برای ۷۰°،  $\theta_0 = ۵۵^\circ$  و  $\theta_0 = ۴۰^\circ$  به ترتیب ۱۵ MPa، ۱۵ MPa و ۸ MPa است. علت این امر آن است که با کاهش زاویه اولیه، ساختار تحت یک نیروی یکسان تغییر شکل کوچکتری در ناحیه الاستیک خواهد داشت و در نتیجه مدول یانگ ساختار کاهش پیدا می‌کند؛ همچنین با کاهش زاویه اولیه میزان جذب انرژی سازه نیز



شکل ۱۷- مقایسه نمودار تنش کرنش با تغییر پارامتر t



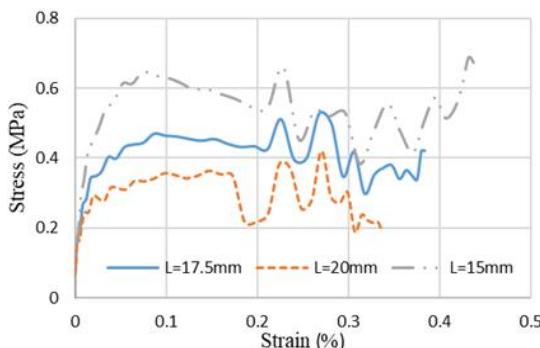
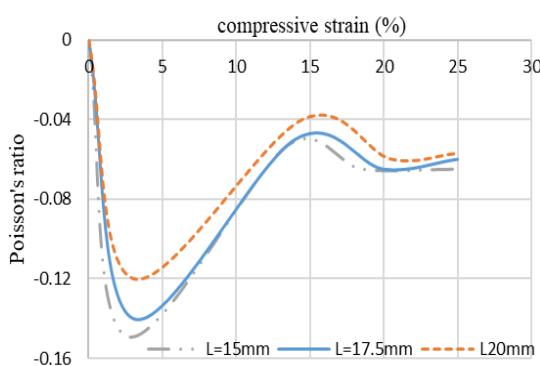
شکل ۱۸- مقایسه نمودار نسبت پواسون بر حسب کرنش با تغییر پارامتر t

مقدار انرژی جذب شده مخصوص، معیار خوبی برای مقایسه توانایی سازه‌ها در جذب انرژی است. به منظور دست‌یابی به میزان انرژی جذب شده مخصوص، نیاز است تا پارامتر چگالی نسبی تعریف شود. براساس رابطه ۵ چگالی نسبی یک سازه لانه زنبوری و آکرنتیکی که با  $\rho \Delta$  نمایش داده می‌شود، از نسبت چگالی سولول واحد به چگالی ماده تعريف می‌شود [۲۹].

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{t/l(\frac{h}{l}+2)}{2 \cos\theta(\frac{h}{l}+\sin\theta)} \quad (5)$$

در این رابطه  $\rho^*$ ، چگالی ساختار و  $\rho_s$  چگالی ماده‌ای است که سازه از آن تشکیل شده است. همانطور که در رابطه ۵ مشاهده می‌شود، چگالی نسبی سازه‌ها کاملاً به هندسه وابسته است؛ بدین صورت که با افزایش پارامترهای t و  $\theta$  و کاهش پارامترهای h و l چگالی نسبی افزایش می‌یابد. در نهایت، انرژی ویژه جذب شده توسط رابطه (۶) تعیین می‌شود:

$$W_s = \frac{\int_0^{\epsilon} \sigma(\epsilon) d\epsilon}{\Delta \rho \rho_s} \quad (6)$$

شکل ۲۱- مقایسه نمودار تنش کرنش با تغییر پارامتر  $L$ شکل ۲۲- مقایسه نمودار نسبت پواسون بر حسب کرنش با تغییر پارامتر  $L$ 

می‌یابد؛ همچنین در شکل ۲۲ بیشترین مقدار نسبت پواسون منفی، برای ساختار A1 با مقدار ۰/۱۴۸ است. در جدول ۴ مقادیر انرژی ذخیره شده نشان داده شده است.

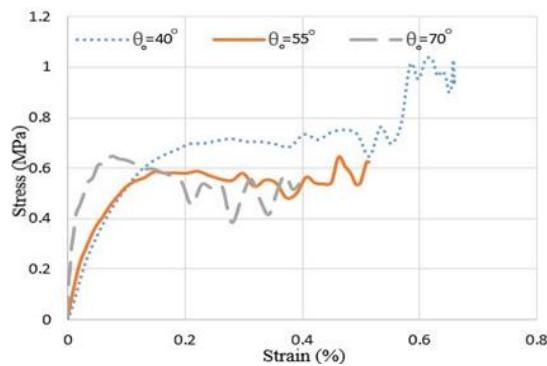
#### ۴-۳- بررسی اثر جنس ماده

برای مقایسه اثر جنس ماده بر رفتار سازه، از سه نوع فلز و آلیاژ آلومینیوم ۱۱۰۰، مس OFHC و فولاد ۴۳۴۰ مربوط به ساختار A1 که در جدول ۲ مشخصات هندسی آن آمده است، استفاده شده است. لازم به ذکر است که خواص مکانیکی و ثوابت مورد نیاز برای هر فلز یا آلیاژ در جدول ۱ آورده شده است. در شکل ۲۳ نمودار تنش-کرنش مربوط به هر سه مدل آورده شده است؛ همچنین مقدار جذب انرژی بر واحد حجم هر مدل در جدول ۴ نشان داده شده است. طبق نتایج بدست آمده، فولاد بیشترین مقدار انرژی جذب شده و جذب شده مخصوص و مس کمترین میزان را دارد.

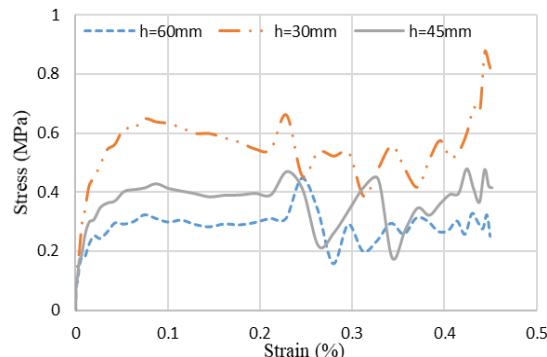
افزایش می‌یابد که در جدول ۴ نشان داده شده است. این امر ناشی از آن است که با افزایش زاویه ورودی، بدليل بروخورد زودتر دیوارهای به یکدیگر و متراکم شدن زود هنگام سازه، برای اعمال کرنش بیشتر به تنش بیشتری نیاز است.

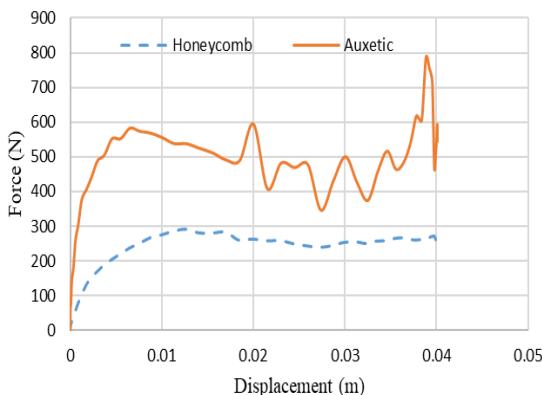
در شکل ۲۰ نمودار تنش بر حسب کرنش برای سه مقدار مختلف پارامتر  $h$  (ساختارهای A1، h1 و h2)، آورده شده است. با توجه به شکل ۲۰، بدليل افزایش مقدار پارامتر  $h$  مقدار سطح مقطعی که بار به آن اعمال می‌شود نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین مقدار تنش کمی شود؛ همچنین مقدار جذب انرژی نیز کاهش می‌یابد که در جدول ۴ قابل مشاهده است.

شکل ۲۱ و ۲۲ به ترتیب بیانگر نمودار تنش-کرنش و نمودار نسبت پواسون بر حسب کرنش با توجه به افزایش عضو مایل (۱) برای ساختارهای A1، h1 و h2 است. با توجه به شکل ۲۱، با کاهش مقدار  $h$ ، نسبت جابجایی به طول اولیه سازه، افزایش پیدا می‌کند و همچنین سازه متراکمتر خواهد شد، بنابراین مقدار انرژی ذخیره شده بر واحد حجم، افزایش

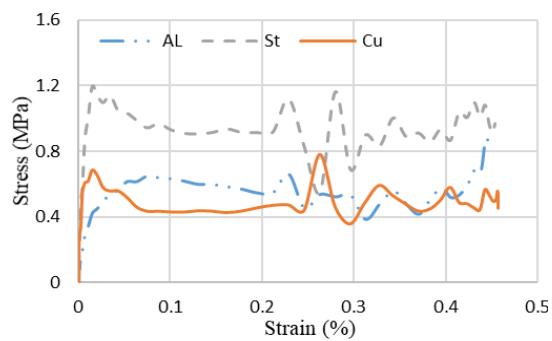


شکل ۱۹- مقایسه نمودار تنش کرنش با تغییر زاویه اولیه

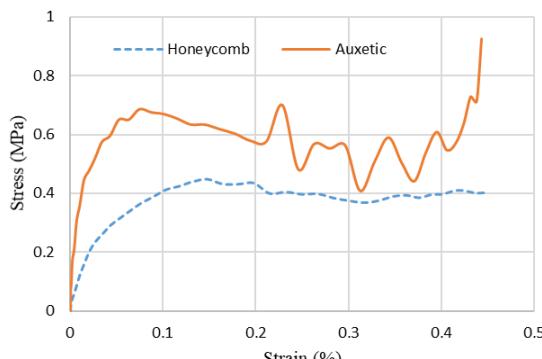
شکل ۲۰- مقایسه نمودار تنش کرنش با تغییر پارامتر  $h$



شکل ۲۴- مقایسه نمودار نیرو جابجایی لانه زنبوری و آگزتیکی



شکل ۲۳- مقایسه نمودار تنش کرنش با تغییر جنس ماده



شکل ۲۵- مقایسه نمودار تنش کرنش لانه زنبوری و ساختار آگزتیک

ردیفهای سازه این کاهش و افزایش تنش بصورت پی در پی داده خواهد داشت؛ بنابراین قلهای پیاپی در نمودارها ایجاد می‌شود؛ همچنین در این مرحله با افزایش کرنش، تنش به میزان کمی افزایش پیدا می‌کند که این نوع رفتار ساختار آگزتیک بیشتر شبیه به مواد میرا کننده است. در مرحله سوم تحمل اعمال بار زمانی که تمامی سازه دچار تخریب و فروریزی شود، مقدار تنش افزایش پیدا می‌کند.

همچنین در این تحقیق، پارامترهای موثر بر میزان جذب انرژی مانند زاویه اولیه، ضخامت دیواره‌ها، طول عضوهای افقی و مایل و جنس مواد ساختار از طریق شبیه‌سازی اجزاء محدود بحث شده است. نتایج مربوط به اثر پارامترهای هندسی نشان می‌دهد که با افزایش سه برابری ضخامت دیواره‌های سازه، میزان جذب انرژی %۴۱۰ و با کاهش زاویه اولیه از ۷۰° به ۴۰° میزان جذب انرژی %۷۷ افزایش پیدا

در شکل ۲۴ نمودار نیرو جابجایی مربوط به ساختار ساختمان A1 و لانه زنبوری (ساختمان H1) آورده شده است. با توجه به شکل ۲۵ و جدول ۴، بیشترین مقدار تنش، میزان جذب انرژی و همچنین میزان جذب انرژی مخصوص در سازه آگزتیکی بیشتر از لانه زنبوری است. این امر نشان دهنده آن است که با تغییر هندسه ساختار از لانه زنبوری به آگزتیکی، می‌توان انتظار جذب انرژی بیشتری از سازه داشت. از طرفی در ساختار لانه زنبوری، بر خلاف ساختار آگزتیکی شاهد قله‌های متوالی نیستیم و دلیل آن عدم برخورد و تماس اعضای افقی و مایل سازه است.

## ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق به صورت تجربی و عددی سازه‌هایی با ساختار آگزتیکی درون‌سو، تحت بارگذاری شبیه استاتیکی قرار گرفته شده و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شده است که توافق خوبی بین نتایج تجربی و عددی وجود دارد.

در نمودار تنش بر حسب کرنش در هر دو روش ذکر شده، سه نوع رفتار وجود دارد: در مرحله اول بارگذاری برای تمامی سازه‌ها یک ناحیه خطی وجود دارد که در مقابل اعمال بار از خود مقاومت نشان می‌دهد. در مرحله دوم، زمانی که سازه فشرده می‌شود، دیواره سلول‌ها دچار خمش می‌شود و با افزایش بار، دیواره سلول‌ها به دلیل کمانش شروع به فروپاشی می‌کنند. هنگام شروع فروپاشی ردیفهای سازه، مقدار تنش کاهش می‌یابد. هنگامی که دیواره‌های سلول با یکدیگر تماس پیدا می‌کنند، سفتی سازه افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین مقدار تنش نیز افزایش می‌یابد. با شروع فروپاشی هر یک از

- [9] Sanami M, et al (2014) Auxetic materials for sports applications. *Procedia Engineer* 72(Supplement C): 453-458.
- [10] Yang S, et al (2013) A comparative study of ballistic resistance of sandwich panels with aluminum foam and auxetic honeycomb cores. *Adv Mech Eng* 5: 589216.
- [11] Grujicic M, et al (2015) A zeolite absorbent/nano-fluidics protection-based blast-and ballistic-impact-mitigation system. *J Mater Sci* 50(5): 2019-2037.
- [۱۲] غزنوی اسگوئی، ا، شریعتی م (۲۰۱۹) تحلیل تنش و جابجایی ورق‌های ساندویچی ضخیم دارای هسته آگزتیک تغییر شکل پذیر به کمک تئوری عمومی محلی مرتبه سه بهبود یافته. *مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۱۰(۲): ۱۲۲-۱۰۹.
- [13] Rad MS, et al (2019) Analytical solution and finite element approach to the dense re-entrant unit cells of auxetic structures. *Acta Mech* 230(6): 2171-2185.
- [14] Rad MS, et al (2019) Determination of energy absorption in different cellular auxetic structures. *Mech Ind* 20(3): 302.
- [15] Nasim MS, Etemadi E (2018) Three dimensional modeling of warp and woof periodic auxetic cellular structure. *Int J Mech Sci* 136: 475-481.
- [16] Najafi M, H. Ahmadi, G. Liaghat (2020) Experimental and Numerical Investigation of Energy Absorption in Auxetic Structures under Quasi-static Loading. *Modares Mechanical Engineering* 20(2).
- [17] Ajdari A, et al (2012) Hierarchical honeycombs with tailororable properties. *Int J Solids Struct* 49(11-12): 1413-1419.
- [18] Choi J, Lakes R (1995) Analysis of elastic modulus of conventional foams and of re-entrant foam materials with a negative Poisson's ratio. *Int J Mech Sci* 37(1): 51-59.
- [19] Zhang Z, Hu H, Xu B (2013) An elastic analysis of a honeycomb structure with negative Poisson's ratio. *Smart materials and structures* 22(8): 084006.
- [20] Imbalzano G, et al (2018) Blast resistance of auxetic and honeycomb sandwich panels: Comparisons and parametric designs. *Compos Struct* 183: 242-261.
- [21] Safikhani Nasim M, Etemadi E (2017) Analysis of effective parameters of auxetic composite structure made with multilayer orthogonal reinforcement by finite element method. *Modares Mechanical Engineering* 17(4): 247-254.
- [22] Biarjemandi M, Etemadi E, Lezgy-Nazargah M (2020) Evaluation of mechanical properties of fiber reinforced composites filled with hollow spheres: A micromechanics approach. *J Compos Mater*.

کرده است؛ همچنین با کاهش دوبرابری مقدار طول عضو افقی از ۶۰ به ۳۰ میلی‌متر، مقدار انرژی جذب شده ۹۲٪ و با کاهش طول عضو مایل از ۱۵ به ۲۰ میلی‌متر، مقدار انرژی جذب شده افزایش پیدا کرده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت ساختار و کاهش زاویه اولیه و طول عضوهای افقی و مایل میزان جذب انرژی و انرژی جذب شده مخصوص افزایش پیدا می‌کند و پارامتر ضخامت بیشترین و طول عضو افقی، کمترین تاثیر گذاری بر میزان جذب انرژی سازه دارند.

همچنین نتایج نشان می‌دهد، جذب انرژی سازه با جنس فولاد ۹۰٪ بیشتر از مس است و با انتخاب ماده ساختار با سفتی بیشتر، مقدار جذب انرژی سازه نیز افزایش می‌یابد و در بخش دیگر نتایج سازه آگزتیکی در میزان جذب انرژی با سازه لانه‌زنیبری مقایسه شده است، نتایج نشان می‌دهد که ساختار آگزتیکی به علت جمع شدن در برابر بارگذاری فشاری، ۴۸٪ قابلیت جذب انرژی بالاتری نسبت به سازه‌های لانه‌زنیبری دارد.

## ۶- مراجع

- [1] Yang W, et al (2004) Review on auxetic materials. *J Mater Sci* 9(10): 3269-3279.
- [2] Wan H, et al (2004) A study of negative Poisson's ratios in auxetic honeycombs based on a large deflection model. *Eur J Mech Solids* 23(1): 95-106.
- [3] Mir M, et al (2014) Review of mechanics and applications of auxetic structures. *Adv Mater Sci Eng* 2014.
- [4] Voigt W (1893) Bestimmung der Elasticitätsconstanten für das chlorsaure Natron. *Ann Phys* 285(8): 719-723.
- [5] Uzun M (2012) Mechanical properties of auxetic and conventional polypropylene random short fibre reinforced composites. *Fibres & Textiles in Eastern Europe*.
- [6] Ingrole A, Hao A, Liang R (2017) Design and modeling of auxetic and hybrid honeycomb structures for in-plane property enhancement. *Mater Des* 117: 72-83.
- [7] Meena K, Singamneni S (2019) A new auxetic structure with significantly reduced stress concentration effects. *Mater Des* 173: 107779.
- [8] Schwerdtfeger J, et al (2010) Auxetic cellular structures through selective electron beam melting. *Phys Status Solidi (b)* 247(2): 269-272.

- [۲۶] عجفری س، رهنما س (۲۰۱۷) بررسی عددی جذب انرژی در سازه‌های ساندویچی کامپوزیتی تحت ضربه کم سرعت. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۵۱-۶۴: ۷(۱).
- [۲۷] عبدالمنافی ع، رحمانی ح (۲۰۲۰) مطالعه تحلیلی و عددی جذب انرژی در ضربه‌گیرهای استوانه‌ای با ضخامت دیواره متغیر. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۹۱-۱۰۲: ۱۰(۳).
- [۲۸] آشنای قاسمی ف، ملکزاده فرد ک، خلیلی م (۲۰۱۵) پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی خمیده دارای هسته انعطاف‌پذیر تحت ضربه شعاعی با سرعت پایین. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۱۲۹-۱۳: ۵(۱).
- [29] Bitzer T (1997) Honeycomb technology: materials, design, manufacturing, applications and testing. Springer Science & Business Media.
- [۲۳] آلبویه ع (۲۰۱۶) تحلیل عددی خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌های متخلخل مزوپروس سیلیکا و هیدروکسی آپاتیت-پلی پروپیلن. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۳۰۹-۲۹۹: ۶(۳).
- [۲۴] قاجار ر، شرعیات م، حسینی س (۲۰۱۵) تحلیل عددی الاستیسیته غیرخطی ضربه کم‌سرعت خارج از مرکز ورق ساندویچی مستطیلی با رویه‌های کامپوزیتی تحت پیش‌بار دو بعدی. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۹۹-۸۷: ۵(۱).
- [25] Toluei A, Etemadi E (2020) Mechanical properties of multifunctional composite structures with z-pin core using numerical simulation of Hopkinson pressure bar test device. Journal of Science and Technology of Composites 7(1): 683-693.