



بررسی انتقال حرارت گذرا در دیواره‌های شیپوره همگرا-واگرا

نوید رهایی^۱، ایرج جعفری گاوزن^{۲*} و روح اله رفعی^۳

^۱ کارشناس ارشد، مهندسی هوا فضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

^۲ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

^۳ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۰۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۲۶

چکیده

این مقاله به بررسی انتقال حرارت گذرا و نیروی پیشران در نازل همگرا-واگرا پرداخته است. معادلات میانگین گیری شده زمانی ناویراستوکس تراکم‌پذیر به روش حجم محدود، حل شده است جریان متقارن محوری، شبیه سازی شده و نتایج آن با آزمایش‌های تجربی مقایسه گردیده است. در هندسه‌های مختلف، پارامترهای جریان و انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج نشان داد که مدل آشفتگی $k-\omega$ در مقایسه با سایر مدل‌ها، انطباق بهتری با نتایج آزمایش‌های تجربی دارد. برای طول ثابت نازل، افزایش زاویه واگرایی نازل باعث افزایش عدد ماخ خروجی و کاهش فشار و دما در خروجی گردید. نازل‌های زنگوله‌ای عدد ماخ خروجی بیشتر و دما و فشار خروجی کمتری از نازل‌های مخروطی داشتند. کاهش زاویه در خروجی نازل زنگوله‌ای، باعث افزایش عدد ماخ و نیروی پیشران و همچنین کاهش دما و فشار خروجی شده است. در نازل‌های مختلف، در مقاطعی که سطح ثابتی نسبت به گلوگاه دارند، انتقال حرارت از دیواره و مقادیر دما در سطح و عمق دیواره ثابت مانده است. دمای خروجی نازل زنگوله‌ای بیشتر از نازل مخروطی است. ضریب انتقال حرارت جابجایی در گلوگاه دارای مقدار بیشینه بود. نازل زنگوله‌ای، نیروی پیشران بیشتری دارد و با افزایش زاویه خروجی نازل نیروی پیشران کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی: نازل همگرا-واگرا؛ انتقال حرارت؛ عدد ماخ، فشار؛ دما.

Investigation of Transient Heat Transfer inside Walls of Convergent-Divergent Nozzle

N. Rahaei¹, I. Jafari Gavzan^{2,*}, R. Rafee³

¹ M.Sc., Aerospace Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

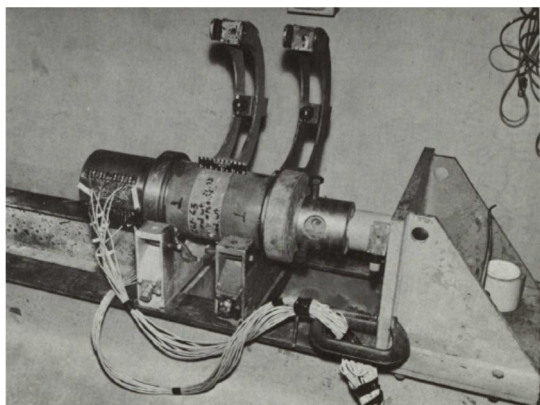
² Assit. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

³ Assoc. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

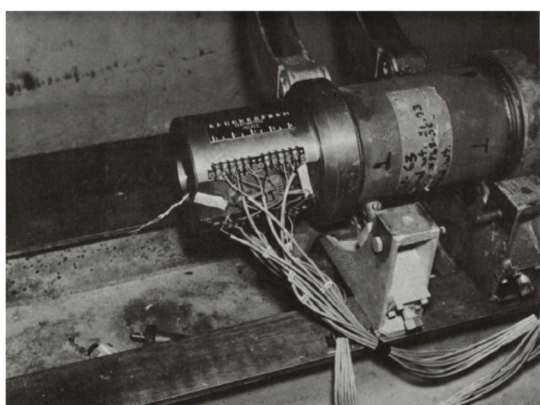
Abstract

This paper investigates the transient heat transfer inside a convergent-divergent nozzle. Compressible Time-averaged Navier Stokes equations were solved by the finite volume method. The flow is axisymmetric and the results of simulations were compared with available experimental data. The flow and heat transfer parameters were investigated in different nozzle geometries. The results revealed that the SST $k-\omega$ turbulence model gives better predictions compared to other models. Also, for a constant length of the nozzle, increasing the divergence angle caused higher exit Mach numbers and lower exit pressure and temperature. Bell nozzles had more exit Mach numbers and less exit temperature and pressures compared to the conical nozzles. Decreasing in the exit angle of the bell nozzle led to an increase in the Mach number and thrust and causes lower exit temperature and pressure. For various nozzle shapes, the values of the heat flux and temperatures were nearly constant at the sections which have the same area ratios. The outlet temperature of the bell nozzle is greater than the conical nozzle. The maximum value of the convection heat transfer coefficient occurred at the nozzle throat. The maximum thrust was obtained by bell shape nozzle and higher outlet angles gave lower thrusts.

Keywords: Convergent-Divergent Nozzle; Heat Transfer; Mach Number; Pressure; Temperature.



(الف)



(ب)

شکل ۱- بدست آوردن توزیع دما در دیواره نازل توسط آزمایش [۱]

توسط ایشان نشان داده شده است. در این مقاله از نازل گرافیتی برای بررسی انتقال حرارت و سایش برای دو نوع سوخت جامد حاوی ذرات آلومینیوم استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که در شرایط پایا در ناحیه گلوگاه، میزان انتقال حرارت نسبت به نواحی دورتر از گلوگاه بیشتر است؛ همچنین نرخ سایش نیز در گلوگاه بیشتر بوده و برای دو نوع سوخت با هم مقایسه شده است. آنها از معادلات رینولدز میانگین گیری شده استفاده کردند و جریان را بصورت متقارن محوری فرض کردند. مدل آشفستگی به کار برده شده در این مقاله، مدل یک معادله ای اسپالارت آلماراس است که توزیع دمای سطح دیواره نیز در دو نوع سوخت بدست آمده و با هم مقایسه شده است.

۱- مقدمه

نازل یکی از مهمترین اجزاء در یک سیستم پیشرانشی است که وظیفه آن انبساط بهینه گازهای حاصل از احتراق برای ایجاد نیروی پیشران است. در یک موتور سوخت جامد طراحی نازل و در نظر گرفتن انتقال حرارت در دیواره‌های آن، یکی از مهمترین مسائل است. به عبارت دیگر، در یک موتور از نوع عکس‌العملی^۱، نازل یک پروفیل دقیق است که انتهای محفظه احتراق قرار داشته و انبساط گازهای حاصل از احتراق را به صورتی کنترل می‌نماید که انرژی آزاد شده در محفظه احتراق با بهترین بازده یعنی با تولید نیروی پیشران بیشتر، به انرژی جنبشی تبدیل گردد؛ بنابراین نازل با تبدیل انرژی حاصل از احتراق به انرژی جنبشی، باعث ایجاد نیروی پیشران می‌شود. نرخ انتقال حرارت و توزیع دما در دیواره جامد یک نازل با توجه به جریان عبوری از نازل و جنس دیواره، به هندسه نازل وابسته است. وقتی برای بررسی انتقال حرارت به نازل یک موتور سوخت جامد فراصوت که عموماً به صورت همگرا-واگرا می‌باشد، پرداخته می‌شود، موضوع انتقال حرارت با گذشت زمان اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌نماید. با گذشت زمان، دمای سطح افزایش پیدا می‌نماید. نکته مهم در این بحث، از بین رفتن دیواره در اثر افزایش دمای سطح و یا ذوب شدن فلزات استفاده شده خواهد بود؛ بنابراین در تحلیل‌های پیش رو می‌بایست جریان و انتقال حرارت در حالت گذرا مورد بررسی قرار گیرد.

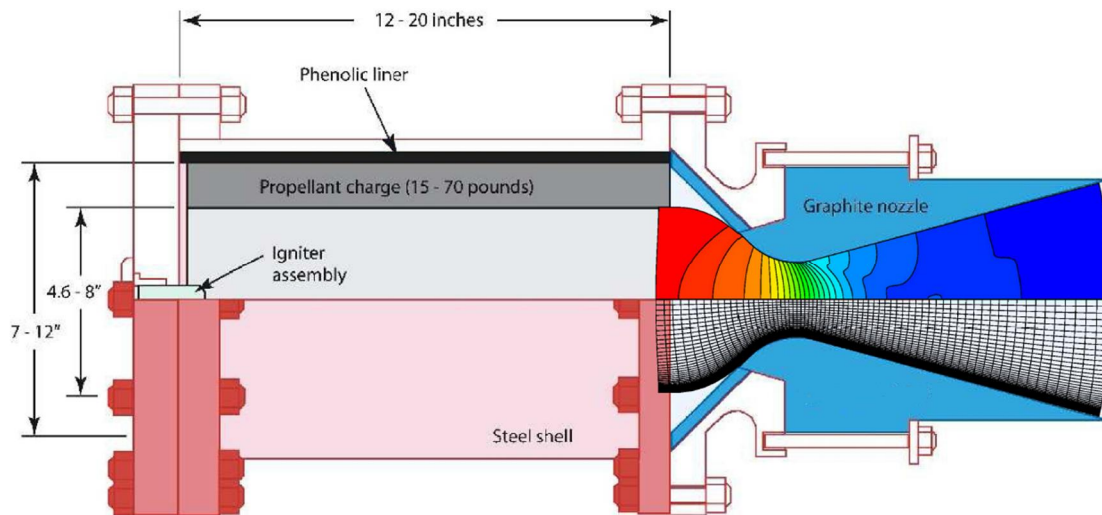
همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، اسمیت^۲ [۱] روش تجربی استفاده از ترموکوپل را برای توزیع دما در دیواره یک نازل مورد استفاده قرار داده است. از نتایج تجربی، انتقال حرارت در دیواره را بدست آورده و ضرایب انتقال حرارت را با روش نیمه تجربی ارائه شده توسط بارتز [۱۸] مورد مقایسه قرار می‌دهد.

بیانچی^۳ و همکارانش [۲]، شبیه سازی عددی جریان داخل نازل یک موتور سوخت جامد انجام دادند و فرسایش دیواره و انتقال حرارت هدایتی گذرا را در نظر گرفتند. در شکل ۲ کانتورهای فشار، شکل و ابعاد موتور بررسی شده

^۱ Reaction Engine

^۲ Dewey M. Smith

^۳ Daniele Bianchi



شکل ۲- موتور سوخت جامد تحلیل شده با نمایش شبکه بندی نازل و کانتور فشار [۲]

گلرنگ و رفعی [۵]، اثر تغییر زاویه واگرایی یک شیپوره متحرک را بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیشران مورد بررسی قرار دادند. نازل به صورت دو قسمتی بوده و قسمت واگرا می‌تواند نسبت به بدنه موشک دوران کند؛ بنابراین با تغییر جهت جت خروجی می‌توان گشتاوری خول مرکز جرم موشک ایجاد نمود و آن را چرخاند. در این مقاله که از روش حجم محدود استفاده شده است، به کمک حل عددی جریان، مشخص گردید که نتایج مدل RNG k-ε با دقت قابل قبولی با داده‌های تجربی تطابق دارد. افزایش زاویه واگرایی شیپوره، باعث کاهش فاکتور بزرگنمایی و نیروی پیشران شده است.

شبیه سازی جریان در بررسی‌های انجام شده به روش عددی با استفاده از نرم افزار فلوئنت بسیار به چشم می‌خورد و در اغلب موارد ضرایب انتقال حرارت نیز استخراج شده و با نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی تطبیق داده شده است. با توجه به اینکه توزیع دما و انتقال حرارت در دیواره جامد یک نازل مورد نظر است، ابتدا باید یک نازل همگرا-واگرا انتخاب گردد که داده‌های تجربی برای آن موجود است. برای این منظور، داده‌های بدست آمده از آزمایش‌های تجربی لی [۶] که با ترموکوپل دمای دیواره نازل را اندازه‌گیری کرده،

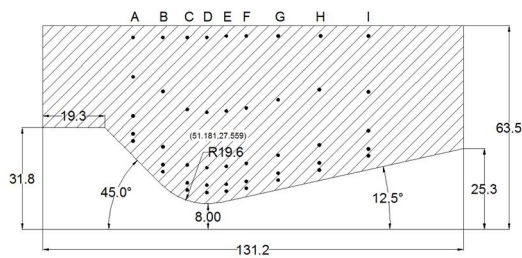
حامدی استخرسر و جهرمی [۳]، شبیه سازی عددی جریان های تراکم پذیر آشفته را در یک نازل همگرا-واگرا انجام دادند. مقایسه نتایج مدل‌های آشفتگی مختلف، نشان می‌دهد که مدل آشفتگی SST k-ω جریان را بهتر پیش بینی می‌کند؛ همچنین ضریب نیروی پیشران با تغییر در زاویه واگرایی، در نسبت فشارهای مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان داده است که برای یک زاویه واگرایی مشخص، افزایش نسبت فشار سکون در ورودی نازل به فشار محیط، موجب افزایش ضریب نیروی پیشران نازل می‌شود و همچنین برای یک نازل با نسبت فشار مشخص، با کاهش زاویه واگرایی، ضریب نیروی پیشران نازل افزایش می‌یابد.

کاستیک^۱ و همکارانش [۴]، با کمک شبیه سازی CFD، جریان هوای مافوق صوت عبوری از یک نازل دو بعدی با مانع در خروجی و بدون مانع در خروجی را با هم مقایسه نموده‌اند که عدد ماخ هوای خروجی از نازل ۲/۶ بوده است. نتیجه آن با نتایج آزمایش تجربی در تست تونل باد مقایسه و تأثیر وجود مانع در خروجی نازل بررسی شده است. از معادلات میانگین گیری شده رینولدز با مدل آشفتگی SST k-ω استفاده شده که نتایج فشار و دما در طول نازل تطبیق خوبی با نتایج آزمایش‌های تجربی داشته است.

² Ronald E. Lee

¹ Olivera P. Kostić

است که در آن از یک دیواره جامد نازل با جنس مولیبدن استفاده شده است. همانطور که دیده می‌شود، نازل مذکور با ۴۵ عدد ترموکوپل در ۹ مقطع محوری در طول نازل تجهیز شده است. ترموکوپل‌ها درون نازل به منظور اندازه‌گیری دمای نازل و یک ترموکوپل در محفظه احتراق به منظور تعیین دمای حاصل از احتراق در نظر گرفته شده است. نتایج تجربی برای زمان‌های ۳، ۶ و ۹/۵ ثانیه پس از شروع عملکرد نازل ارائه شده است [۶].



شکل ۳- هندسه‌ی مساله مورد بحث [۶] (ابعاد به میلی‌متر)

۳- معادلات حاکم

معادلات بقای جرم، بقای ممنتوم، بقای انرژی میانگین‌گیری شده و معادله حالت گاز کامل، به صورت زیر بیان می‌شوند [۷].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho u_i' u_j') \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(k + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right] + S_h \quad (3)$$

$$P = \rho RT \quad (4)$$

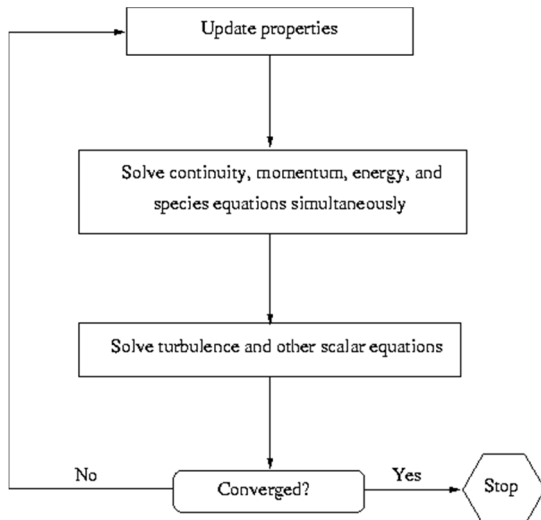
استفاده شده است. حل عددی با نرم افزار انسیس فلونت انجام شده و با داده‌های تجربی مقایسه خواهد شد.

هرچند در راستای موضوع این تحقیق بصورت پراکنده مطالعاتی انجام شده است، بررسی همزمان اثر تغییر شکل نازل، ابعاد و زوایای آن و نیز انتقال حرارت گذرا در دیواره‌های نازل به صورت همزمان انجام نشده است. در این تحقیق سعی بر آن است که به کمک نرم افزار انسیس فلونت، پارامترهای مربوط به جریان و انتقال حرارت و دمای دیواره در یک نازل همگرا-واگرا مورد بررسی قرار گیرد. بررسی تأثیر زاویه واگرایی نازل روی این پارامترها تشریح شده است. در یک موتور سوخت جامد، با گذشت زمان، دما و نرخ انتقال حرارت از دیواره تغییر قابل ملاحظه ای خواهد کرد؛ لذا اهمیت بررسی پارامترهای مذکور به صورت گذرا روشن می‌شود. شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده قبلی، در شرایط پایا انجام شده است؛ در حالیکه در این تحقیق، جریان عبوری از نازل همگرا-واگرا را به صورت گذرا بررسی می‌کند. علاوه بر آن نیروی پیشران حالت‌های مختلف با یکدیگر مقایسه خواهد شد. برای حالت گذرا در یک موتور سوخت جامد که از سوخت دوپایه استفاده می‌نماید، در هندسه‌های متفاوت نازل، پارامترهای جریان، انتقال حرارت، دما در دیواره و نیروی پیشران با هم مقایسه می‌شود. این مقایسه‌ها در کارهای قبلی انجام نشده است.

۲- هندسه مساله مورد بحث

تست عملکردی نازل موشک مذکور در آزمایشگاه فیزیک کاربردی دانشگاه جان هاپکینز^۱ انجام شده است. سوخت استفاده شده نوعی از سوخت دو پایه استاندارد^۲ بوده که به صورت سیگاری سوز^۳ مورد استفاده قرار می‌گیرد و گرین^۴ در نظر گرفته شده توسط آزمایشگاه بالستیک آگانی^۵ مدت زمان ۱۰ ثانیه عملکرد را فراهم می‌آورد [۶]. فشار و دمای اسمی محفظه احتراق به ترتیب ۱۱۵۰ psi و ۲۵۰۰ کلوبین می‌باشد. مشخصات هندسی نازل در شکل ۳ نشان داده شده

¹ Johns Hopkins
² Standard Double Base
³ End Burning
⁴ Grain
⁵ Allegany Ballistics Laboratory



شکل ۴- فلوچارت حل در روش چگالی مبنا

جریان بصورت متقارن محوری^۴ مدل می‌شود. معادلات به صورت حالت گذرا^۵ حل شده است. در روش حجم محدود^۶ برای حل معادلات می‌توان از دو روش سلول مبنا^۷ و گره مبنا^۸ استفاده کرد، در روش سلول مبنا مقادیر در مرکز هر سلول ذخیره می‌شود، اما در گره مبنا روی نقاط ذخیره می‌شود که برای حل از روش سلول مبنا استفاده شده است. در انتخاب مدل‌های آشفستگی، از مدل آشفستگی اسپالارت-آلماراس برای اعتبار سنجی در قسمت واگرای نازل استفاده شده و در اعتبار سنجی دیگری در سرتاسر نازل، مدل‌های آشفستگی با هم مقایسه می‌شوند.

۵- شرایط مرزی

نازلی که در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است، از یک سمت به موتور سوخت جامد متصل شده و گازهای حاصل از سوزش سوخت از یک سمت نازل وارد و از سمت دیگر خارج می‌شوند [۶]. مرزهای مختلف جریان در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل تقارن حول محور وجود دارد. در ناحیه ورودی و خروجی لزجت آشفته $1\text{m}^2/\text{s}$ و شدت

که در آن دلتای کرونیگر، E انرژی کل، k ضریب هدایت حرارتی موثر و $(\tau_{ij})_{eff}$ تانسور تنش انحرافی^۱، نشان دهنده گرمای ناشی از ویسکوزیته است که توسط رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (5)$$

استفاده از فرض بوزینسک^۲ یک روش معمول برای ایجاد رابطه بین تنش‌های رینولدز و گرادیان‌های متوسط سرعت است. لزجت موثر، در اثر لزجت سینماتیکی و لزجت آشفته در جریان آشفته سیال حاصل می‌شود. مدل‌های آشفستگی به تشریح روابط برای بدست آوردن پارامتر لزجت موثر پرداخته‌اند.

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (6)$$

با توجه به اینکه در قسمت جامد، جریان وجود ندارد و سرعت جریان صفر است، معادله انرژی به شکل زیر ساده خواهد شد.

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (7)$$

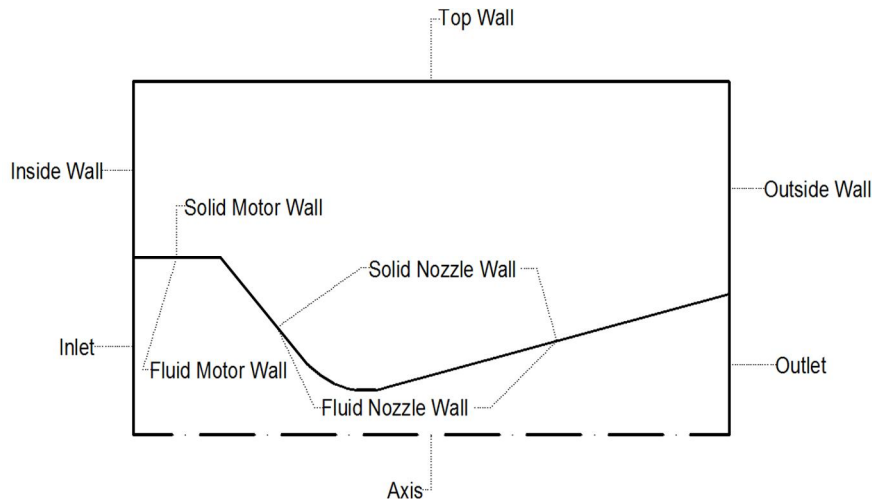
برای تعیین ویسکوزیته توربولانسی از مدل‌های مختلف نظیر SST k- ω استفاده شده است.

۴- روش عددی

برای شبیه سازی عددی انتقال حرارت و جریان از نرم افزار انسیس فلوننت با روش چگالی مبنا^۳ و فرمولاسیون ضمنی گذرا استفاده شده است. در روش چگالی مبنا مقادیر چگالی و دما در سلول‌های شبکه با تجزیه و حل معادلات پیوستگی و انرژی به دست می‌آیند. سپس میدان فشار با استفاده از معادله حالت تعیین می‌شود. در این روش کلیه معادلات حاکم در نرم افزار به صورت همزمان حل می‌شوند. فلوچارت حل در شکل ۴ آمده است.

⁴ Axisymmetric
⁵ Transient
⁶ Finite Volume
⁷ Cell Based
⁸ Node Based

¹ Deviatoric Stress Tensor
² Boussinesque hypothesis
³ Density based Solver



شکل ۵- شرایط مرزی در نظر گرفته شده در نرم افزار انسیس فلوئنت

خواص ترمودینامیکی سیال عبوری از نازل همگرا-واگرا از نرم افزار تحلیل تعادل شیمیایی^۱ استفاده شده است که به اختصار CEA خوانده می شود [۱۳] و خروجی آن در نرم افزار فلوئنت با در نظر گرفتن شرایط گاز ایده آل برای گازهای عبوری از نازل وارد شده است.

۶- بررسی استقلال جواب‌ها از شبکه

باید بعد از تمام مراحل شبیه‌سازی و استخراج نتایج، میزان استقلال جواب‌ها از شبکه حل سنجیده شود تا بتوان به داده‌های خروجی اطمینان کرد. به همین خاطر ابتدا مسئله با شبکه‌بندی اولیه با تعداد شبکه ۴۹۰۰ تایی حل می‌شود. سپس با ریزتر کردن شبکه در تعداد شبکه ۱۴۲۱۰ تایی و تحلیل مجدد، نتایج استخراج می‌شود. نتایجی که پس از تغییر در شبکه بندی در این بخش مورد ارزیابی قرار گرفته است، نتایج حاصله از عدد ماخ در راستای محور نازل است. مشاهده می‌شود که نتایج بدست آمده با نتایج مرحله اول تفاوت دارد که نشان از حساس بودن تحلیل به نوع شبکه‌بندی است. در مرحله بعد، شبکه‌بندی با تعداد شبکه ۲۳۵۸۰ تایی، ریزتر از مرحله دوم می‌شود و دوباره نتایج تحلیل استخراج می‌شود که در این مرحله نتایج با مرحله

آشفته‌گی ۵٪ در نظر گرفته شده است [۱۱]. فشار ورودی ۱۱۵۰psi و دمای ورودی ۲۳۰۰K، با قطر هیدرولیکی ۶۳/۵mm و فشار خروجی ۱۴/۷psi و دمای خروجی ۳۰۰K، با قطر هیدرولیکی ۵۰mm است. تمامی دیواره‌های خارجی در معرض جریان هوا با دمای ۳۰۰K و ضریب انتقال حرارت $100 \text{ W/m}^2\text{K}$ می‌باشند. البته دیواره نازل در محل تماس با موتور به صورت عایق در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی دیواره‌های جامد در محل تماس با دیواره به صورت "کوپل شده" با جریان سیال در نظر گرفته شده است؛ یعنی دمای دیواره با دمای سیال مساوی بوده و نیز شار حرارتی وارد شده از سیال به عنوان شار حرارتی ورودی به بخش جامد فرض می‌شود.

دمای سکون و فشار سکون در محفظه احتراق، ناشی از سوختن نوعی سوخت دوپایه به شرح جدول ۱ است [۲۰] و گازهای تولیدی در محفظه احتراق از طریق مجرای نازل به سمت خروجی نازل حرکت می‌کنند. دیواره‌های در نظر گرفته شده از جنس فلز مولیبدن است. خواص ترموفیزیکی مولیبدن متغیر با دما در نرم افزار فلوئنت تعریف شده است. خنک کاری نازل مذکور در دمای محیط و بدون در نظر گرفتن سیستم خنک کاری تحلیل می‌شود. دما و فشار محیط نیز که نازل در آن قرار گرفته شده، شرایط استاندارد ۳۰۰K و ۱۰۱۳۲۵Pa در نظر گرفته می‌شود. به منظور تعریف

¹ Chemical Equilibrium With Application

در نظر گرفته شده در شبیه سازی نرم افزاری معتبر بوده است.

جدول ۱- ترکیب شیمیایی سوخت ARP [۲۰]

ردیف	ترکیب شیمیایی	فرمول شیمیایی	درصد وزنی
۱	NITROCELLULOSE (12.6PERCENT N)	NC(12.6%)	۵۰/۸
۲	NITROGLYCERIN	NG	۳۵/۷
۳	TRIA CETIN	TA	۷/۸
۴	LEAD SALICYLATE	PbSal	۲/۰
۵	LEAD BETA RECORCYLATE	LBR	۲/۰
۶	NITRO DIPHENYL AMINE	NDPA	۱/۷
۷	CARBON BLACK	Carbolac I (Added)	۰/۲
۸	9C14H12F6N3O(TVOPA)	T.V	۰/۶

دوم، اختلاف مشاهده نمی‌شود؛ بنابراین با انجام این کار، شبکه‌بندی بهینه بدست می‌آید.

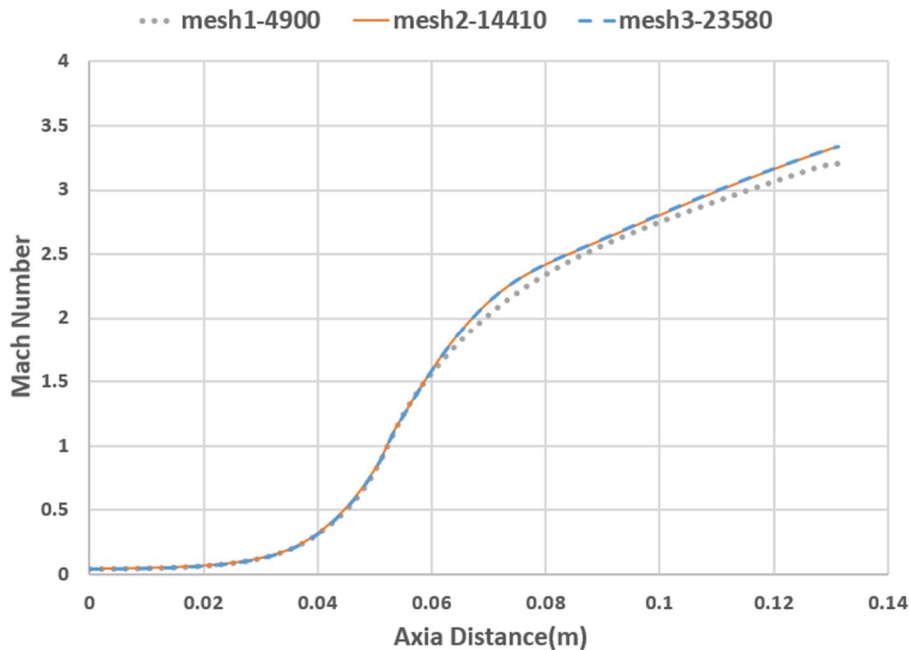
به منظور مقایسه تغییرات پس از اصلاح شبکه، منحنی تغییرات عدد ماخ حالت‌های ذکر شده در شکل ۶ جمع شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود، منحنی شبکه بندی دوم و سوم کاملاً بر یکدیگر منطبق می‌باشند که نشان دهنده استقلال جواب‌ها از شبکه حل است.

۷- اعتبار سنجی

نتایج توزیع دما در دیواره نازل توسط شبیه سازی عددی با نرم افزار فلوئنت در ایستگاه‌های مختلف بدست آمده است. با توجه به اینکه هدف بررسی تأثیر زاویه واگرایی بر پارامترهای جریان و انتقال حرارت بوده، توزیع دما در دیواره نازل در ایستگاه G که در قسمت واگرا واقع شده، با نتایج تجربی مقایسه گردید. نتایج در زمان‌های ۳، ۶، و ۹/۵ ثانیه پس از عملکرد نازل با هم مقایسه شده است.

همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، مقایسه دماها در این ایستگاه با درصد قابل قبولی از خطا با نتایج تجربی همخوانی دارد. بدین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که روش

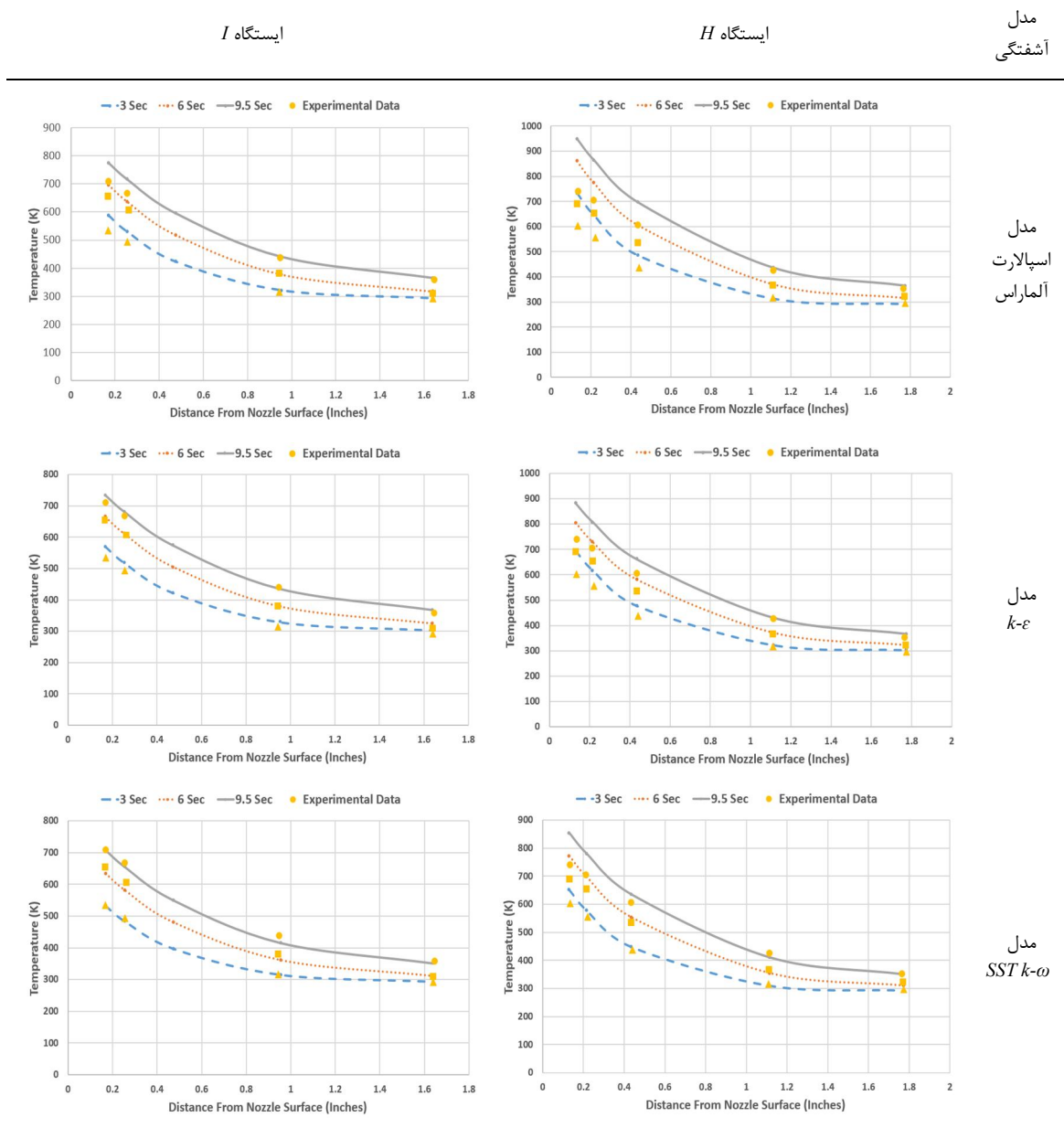


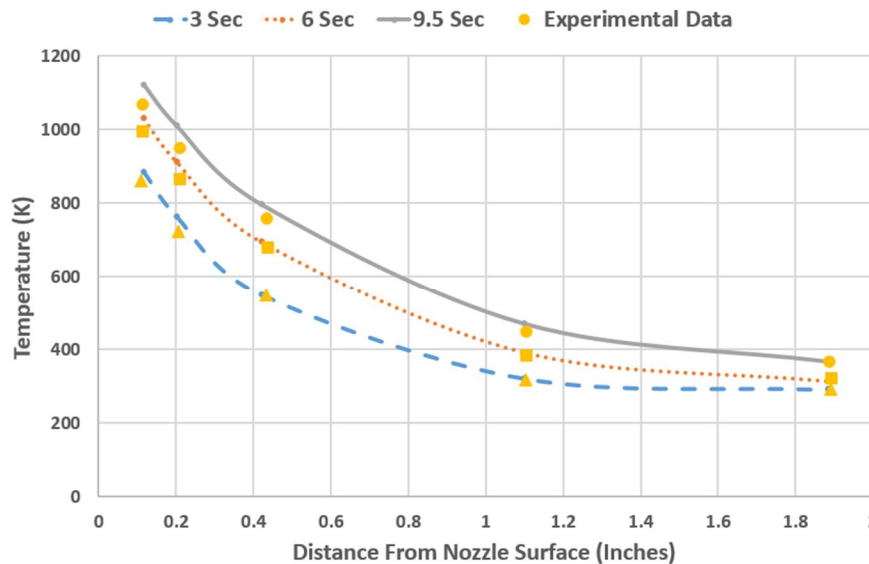
شکل ۶- مقایسه منحنی عدد ماخ در شبکه بندی‌های مختلف به منظور بررسی استقلال جواب‌ها از شبکه حل

آمده در ایستگاه‌های مذکور را، برای انتخاب مدل آشفستگی بهتر در نظر گرفت. از مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی برای ایستگاه‌های H و I در مدل‌های آشفستگی مختلف، می‌توان نتیجه گرفت که مدل آشفستگی $k-\omega$ با خطای کمتری نسبت به سایر مدل‌ها، انطباق بهتری با نتایج آزمایش‌های تجربی دارد.

لازم به ذکر است، اعتبار سنجی دیگری با نتایج آزمایش‌های تجربی در مدل‌های مختلف آشفستگی اسپالارت آلماراس، $k-\epsilon$ و $k-\omega$ انجام شده و انطباق داده‌ها در شکل‌های جدول ۲ ارائه شده است. با توجه به اینکه این اعتبار سنجی در ایستگاه‌های H و I در قسمت واگرای نازل انجام شده، می‌توان خطای بدست

جدول ۲- مقایسه مدل‌های آشفستگی در هندسه نازل با زاویه واگرایی ۱۲/۵ درجه [۶]





شکل ۷- مقایسه توزیع دمایی روش عددی و آزمایش تجربی (اعتبار سنجی) در ایستگاه G [۶]

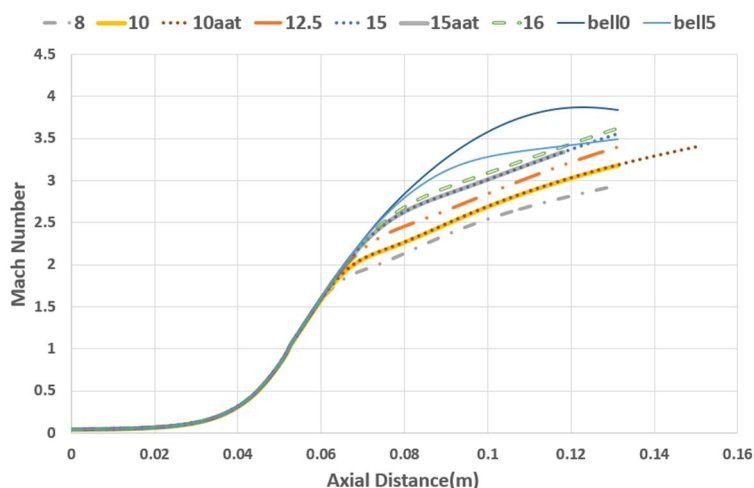
۸- نتایج و بحث

پس از اعتبار سنجی و انتخاب مدل آشفتگی $k-\omega$ در هندسه‌های مختلف با تغییر در زاویه واگرایی نازل، مقادیر عدد ماخ محوری، فشار و دمای محوری، دمای سطح، فاصله بدون بعد اولین سلول از دیواره، نیروی پیشران و ضریب انتقال حرارت با هم مقایسه شده است. در این تحقیق برای چهار نازل مخروطی با طول ثابت و با زوایای واگرایی ۸، ۱۰، ۱۵ و ۱۶ درجه در نظر گرفته شده که در شکل‌ها با نمادهای ۸، ۱۰، ۱۵، ۱۶ نشان داده شده‌اند؛ همچنین دو نازل مخروطی با زوایای ۱۰ درجه و ۱۵ درجه با نسبت مساحت خروجی نازل به مساحت گلوگاه ثابت بررسی شده‌اند که در شکل‌ها با نمادهای 10aat، 15aat نشان داده شده‌اند. در ضمن دو نازل زنگوله‌ای با زوایای صفر درجه و پنج درجه در پروفیل شکل نازل در خروجی و نسبت مساحت خروجی به گلوگاه ثابت نیز بررسی شده‌اند که در شکل‌ها با نماد bell0 و bell5 نشان داده شده‌اند. نتایج موارد ذکر شده با نتایج به دست آمده برای نازل ۱۲/۵ درجه مقایسه گردیده است. هندسه همه نازل‌ها در قسمت همگرا یکسان است. در شکل‌های ۸ الی ۱۷ مقایسه‌های مذکور ارائه شده است.

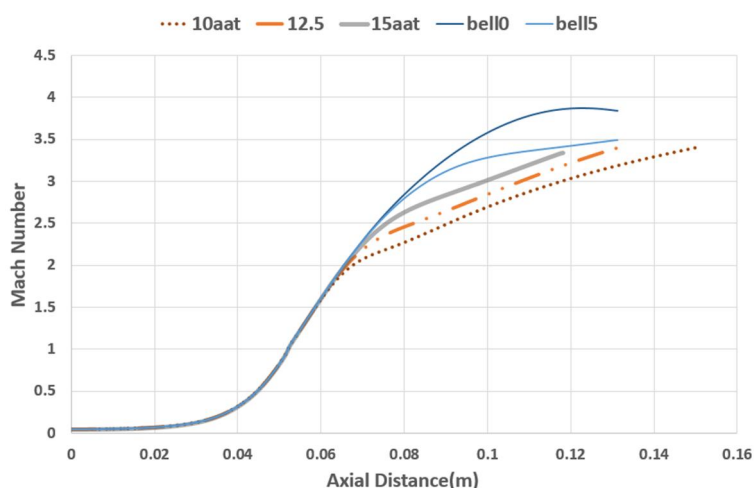
با کاهش نسبت فشار خروجی به فشار سکون، عدد ماخ در گلوگاه زیاد می‌شود تا اینکه به عدد یک و حالت صوتی برسد. پس از آن با کاهش بیشتر فشار حالت جریان به حالت

صوتی باقی می‌ماند و دبی جریان بیشتر نمی‌شود [۱۶]. شکل ۸-الف نشان می‌دهد که عدد ماخ محوری در نازل‌های مورد مطالعه تا گلوگاه افزایشی و بریکدیگر انطباق دارند و مقدار عدد ماخ در گلوگاه به یک می‌رسد. عدد ماخ یک در گلوگاه به منزله برابر شدن سرعت جریان با سرعت صوت و خفگی نازل است. از گلوگاه به بعد با افزایش زاویه واگرایی به دلیل افزایش نسبت مساحت واگرا به مساحت گلوگاه، عدد ماخ افزایش می‌یابد و جریان در قسمت واگرایی، مافوق صوت می‌شود.

در شکل ۸-ب مشاهده می‌شود که در نازل‌های مخروطی که دارای نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه ثابت می‌باشند، عدد ماخ با کاهش زاویه واگرایی، افزایش جزئی داشته است. در نازل‌های زنگوله‌ای که نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه با نازل مخروطی ۱۲/۵ درجه برابر است، عدد ماخ مقدار بیشتری دارد. همچنین نازل زنگوله‌ای دارای زاویه صفر درجه در مقطع خروجی نسبت به نازل زنگوله‌ای دارای زاویه پنج درجه در مقطع خروجی، عدد ماخ خروجی بیشتر بوده است. این افزایش ناشی از همراستا شدن جریان با محور نازل به دلیل هندسه نازل در مقطع خروجی بوده است. هر چقدر جریان به صورت محوری از نازل خارج شود، عدد ماخ بیشتر خواهد بود. به دلیل تأثیر لایه مژری، سرعت در مقطع خروجی در راستای عمود بر محور یکسان



(الف)



(ب)

شکل ۸- مقایسه عدد ماخ محوری در نازل‌های مورد مطالعه

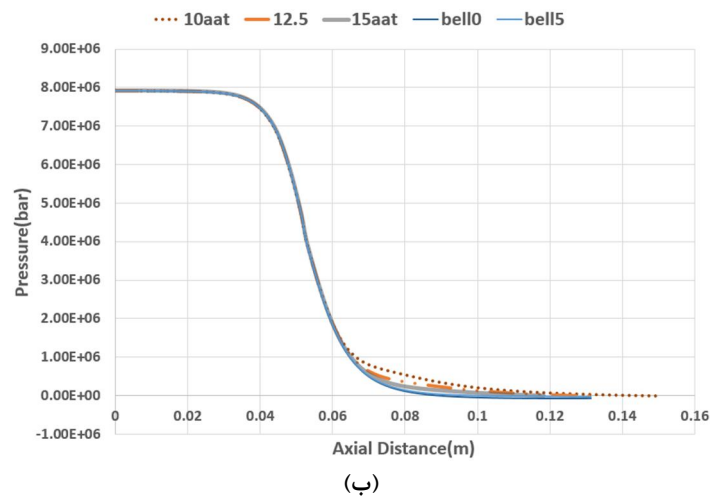
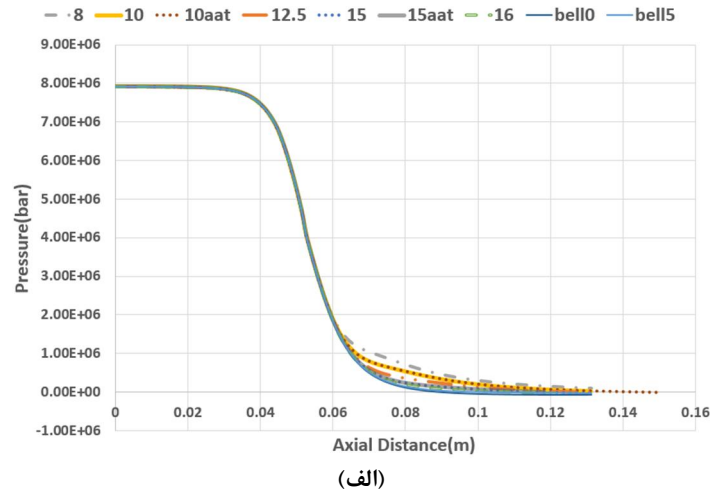
زنگوله‌ای نسبت به نازل‌های مخروطی با سطح مقطع خروجی ثابت، فشار کاهش داشته است.

خواص سکون بیانگر یک حالت مرجع در جریان تراکم پذیر است. فشار سکون در یک نقطه از جریان عبارت است از: فشار حاصل، چنانچه جریان به صورت آیزنتروپیک به حالت سکون درآید.

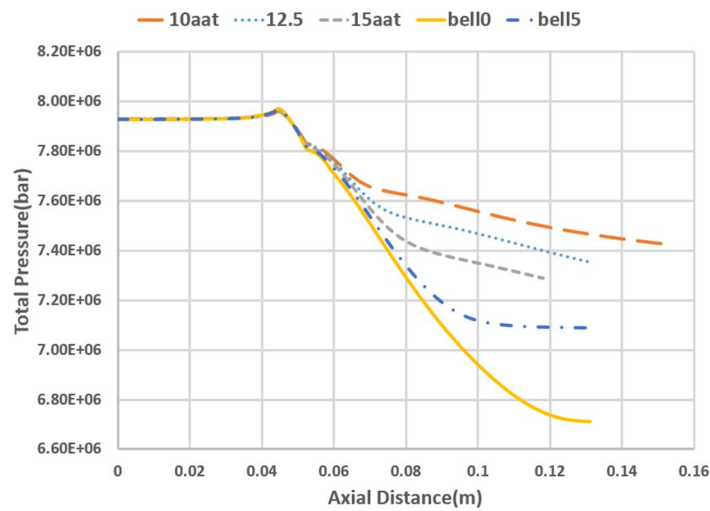
با توجه به اینکه در نازل مورد نظر انتقال حرارت از نازل وجود دارد، لذا فشار سکون در طول نازل ثابت نبوده و تغییر می‌کند. شکل ۱۰ تغییرات فشار سکون را در هندسه‌های مختلف نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه واگرایی در نازل مخروطی، فشار سکون کاهش

نیوده و از مقدار ماکزیمم در محور، تا مقدار صفر در مرز مشترک سیال و جامد، کاهش می‌یابد.

شکل ۹- الف نشان می‌دهد که فشار محوری در طول نازل کاهش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن هندسه نازل‌های مورد مطالعه تا گلوگاه، فشار یکسان بوده و از گلوگاه به بعد با افزایش زاویه واگرایی، در مواردی که نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه افزایش یافته است، فشار کاهش داشته است. در شکل ۹- ب در مواردی که نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه ثابت بوده است، کاهش زاویه واگرایی تأثیر چندانی در فشار خروجی نداشته است؛ همچنین در نازل‌های



شکل ۹- مقایسه فشار محوری در نازل های مورد مطالعه



شکل ۱۰- مقایسه فشار سکون روی محور در نازل های مورد مطالعه

یکسان بوده است. از گلوگاه به بعد، دمای سطح نازل کاهش داشته است. افزایش زاویه واگرایی که منجر به افزایش نسبت مساحت مقطع واگرایی به مساحت گلوگاه شده است، باعث کاهش دمای سطح شده است. در مواردی که نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه ثابت است، دمای سطح خروجی تقریباً ثابت و در حدود ۶۳۸ کلوین بوده است. نازل‌های زنگوله‌ای نسبت به نازل‌های مخروطی، دمای سطح بیشتری دارند. لازم به ذکر است، دمای سطح در تمام هندسه‌ها حتی در مقطع گلوگاه که دارای مقدار بیشینه است، کمتر از دمای ذوب مولیبدن بدست آمده است که نشان دهنده مقاومت نازل مورد استفاده در برابر ذوب شدگی فلز به کار برده شده است.

در شکل ۱۳ فاصله بدون بعد اولین سلول از دیواره نشان داده شده است. کوچک بودن این فاصله به معنای این است که لایه مجاور دیواره در شبکه بندی به حدی کوچک بوده است که در محاسبات نیازی به استفاده از تابع دیواره در سلول‌های نزدیک به دیواره وجود نداشته است. نرم افزار در فاصله ۵ تا ۳۰، از تابع دیواره استفاده می‌نماید [۱۷].

در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ مقایسه توزیع دما به ترتیب در ایستگاه G و مقطع خروجی، در هندسه‌های مختلف در زمان ۹/۵ ثانیه پس از عملکرد نازل نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، دما از محور نازل تا سطح دیواره و سپس داخل دیواره از سطح دیواره نازل که در مجاورت سیال داغ قرار دارد، تا دمای محیط کاهش می‌یابد که در پشت نازل و در معرض هوای محیط قرار دارد. در موارد مورد بررسی که نسبت مساحت مقطع خروجی به مساحت گلوگاه ثابت بوده، زاویه واگرایی تأثیر خاصی روی دمای قرائت شده در عمق دیواره نیز نخواهد داشت. همانطور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود و در قسمت دمای سطح نیز به آن اشاره شد، با توجه به اینکه دمای سطح در نازل‌های زنگوله‌ای در مقطع خروجی بیشتر بوده است، دما در مقطع خروجی از مقدار بیشتری به دمای محیط در عمق دیواره کاهش خواهد داشت. در نهایت دمای پشت دیواره همان دمای محیط خواهد بود. این بدان معنی است که دما در طول کارکرد نازل در پشت دیواره خیلی بالا نرفته و بنابراین به خنک کاری نیز نیاز ندارد.

می‌یابد. در نازل زنگوله‌ای فشار سکون کمتر از نازل مخروطی بوده و با کاهش زاویه در مقطع خروجی این نوع نازل، فشار سکون کاهش بیشتری دارد.

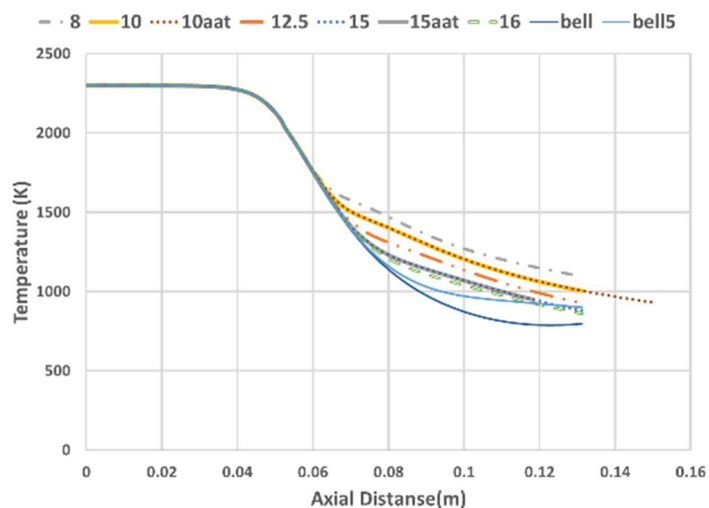
لازم به ذکر است که دمای سکون نیز در طول نازل کاهش می‌یابد و از دمای محفظه احتراق، کمتر می‌شود که حدوداً ۲۳۰۰ کلوین است.

شکل ۱۱-الف و شکل ۱۱-ب نشان می‌دهد که دمای محوری در طول نازل، از دمای محفظه احتراق، ۲۳۰۰ کلوین تا دمای محیط، ۳۰۰ کلوین کاهش می‌یابد. دمای خروجی در نازل‌های مخروطی که دارای نسبت سطح خروجی به سطح گلوگاه ثابت می‌باشند، در حدود ۹۳۰ کلوین بوده و با افزایش زاویه واگرایی، افزایش جزئی یافته است. در نازل‌های زنگوله‌ای نسبت به نازل‌های مخروطی دما کمتر بوده و در نازل زنگوله‌ای با زاویه خروجی صفر درجه، به ۸۰۰ کلوین می‌رسد؛ همچنین در مواردی که افزایش زاویه واگرایی منجر به افزایش مساحت خروجی نازل شده است، دما کاهش یافته است. کاهش دما در نازل‌های زنگوله‌ای نسبت به نازل‌های مخروطی، نشان دهنده مزیت نازل‌های زنگوله‌ای در تبدیل مقدار بیشتری از انرژی گاز به نیروی پیشران است.

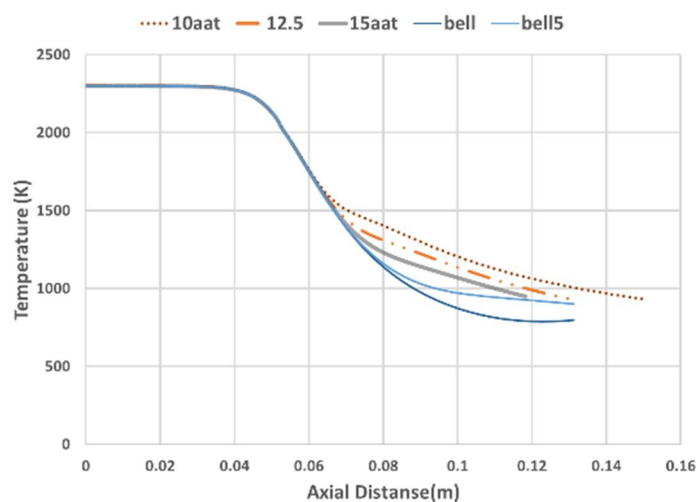
دما نیز همانند سرعت محوری که قبلاً اشاره گردید، از مقدار ماکزیمم در محور نازل تا دمای دیواره که در مرز مشترک سیال و جامد کاهش می‌یابد. این موضوع به دلیل اثر لایه مرزی حرارتی در مرز نزدیک به دیواره اتفاق می‌افتد. البته لازم به ذکر است که دمای دیواره نیز با گذشت زمان و بر اساس میزان انتقال حرارت به دیواره، افزایش می‌یابد.

همانطور که ذکر شد، اختلاف بین دمای سکون و استاتیک ناشی از انرژی جنبشی جریان است. با توجه به اینکه انتقال حرارت از جریان به دیواره‌ها انجام می‌شود، دمای سکون در طول نازل دائماً کاهش می‌یابد (شکل ۱۱-ج را ببینید)، تغییرات دما با میزان تبدیل انرژی سیال به انرژی جنبشی، قابل توجه است. هرچقدر که توانایی نازل در تبدیل انرژی سیال به انرژی جنبشی بیشتر باشد، مقدار دمای استاتیک در طول نازل کاهش بیشتری خواهد داشت. این موضوع در شکل‌های ارائه شده، مشهود است.

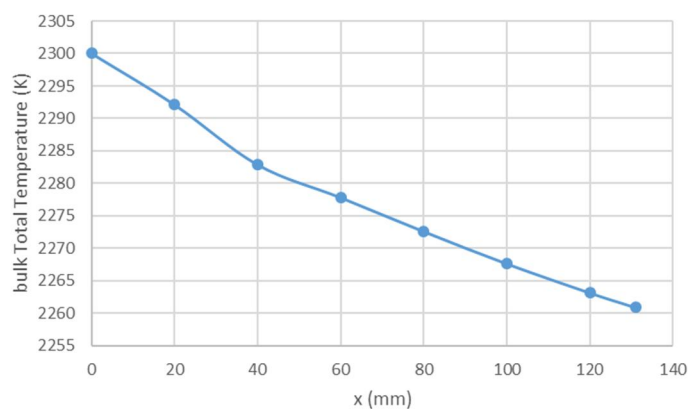
شکل ۱۲ دمای سطح نازل‌های مورد مطالعه را در ۹/۵ ثانیه پس از کارکرد نازل نشان می‌دهد. دمای سطح در طول نازل تا گلوگاه افزایشی و به دلیل ثابت بودن هندسه نازل،



(الف)

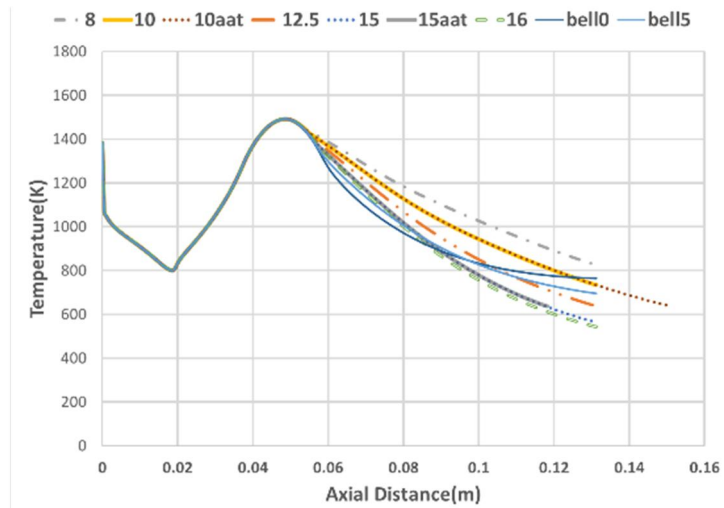


(ب)

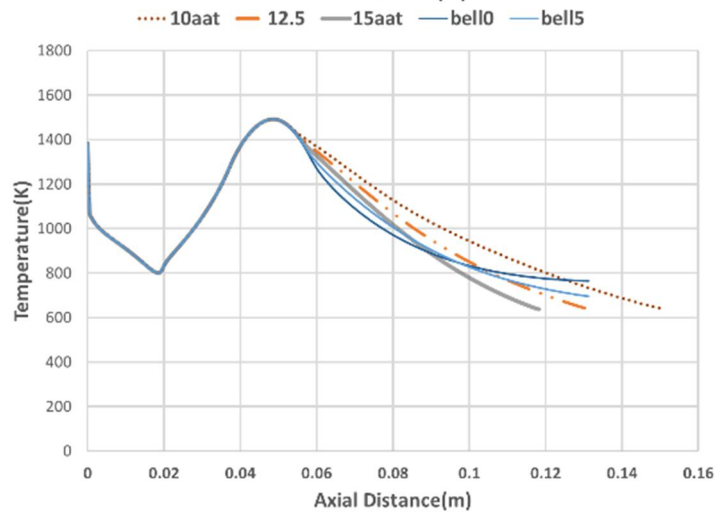


(ج)

شکل ۱۱- الف و ب) مقایسه دمای استاتیک محوری در نازل های مورد مطالعه و ج) تغییرات دمای سکون متوسط در نازل مخروطی با زاویه ۱۲/۵ درجه

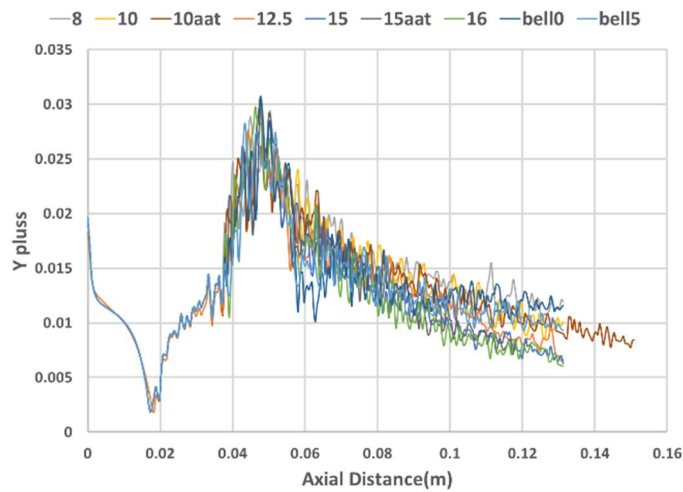


(الف)

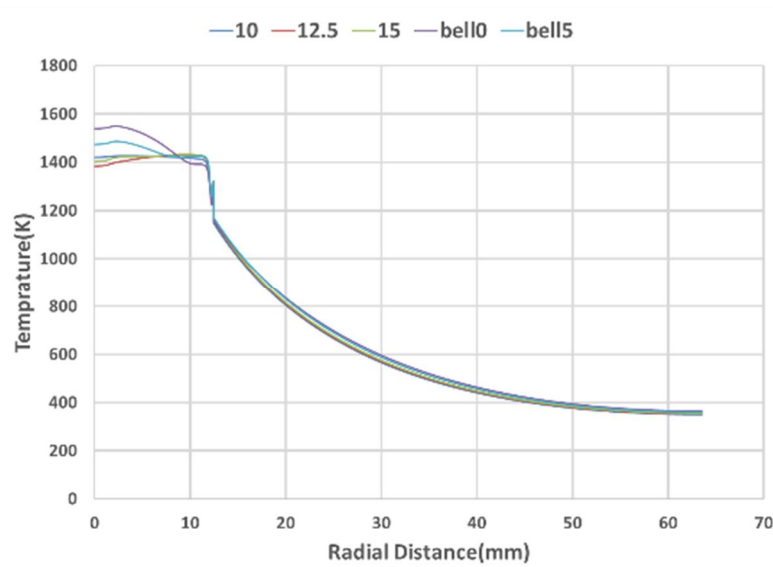


(ب)

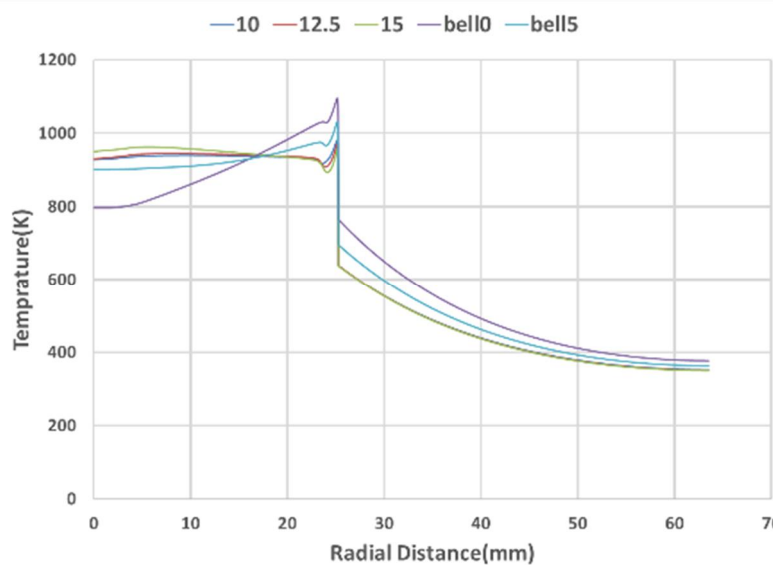
شکل ۱۲- مقایسه دمای سطح در ثانیه ۹/۵ از عملکرد نازل



شکل ۱۳- مقایسه فاصله بدون بعد اولین سلول از سطح دیواره نازل‌های مورد مطالعه در ثانیه ۹/۵ از عملکرد نازل



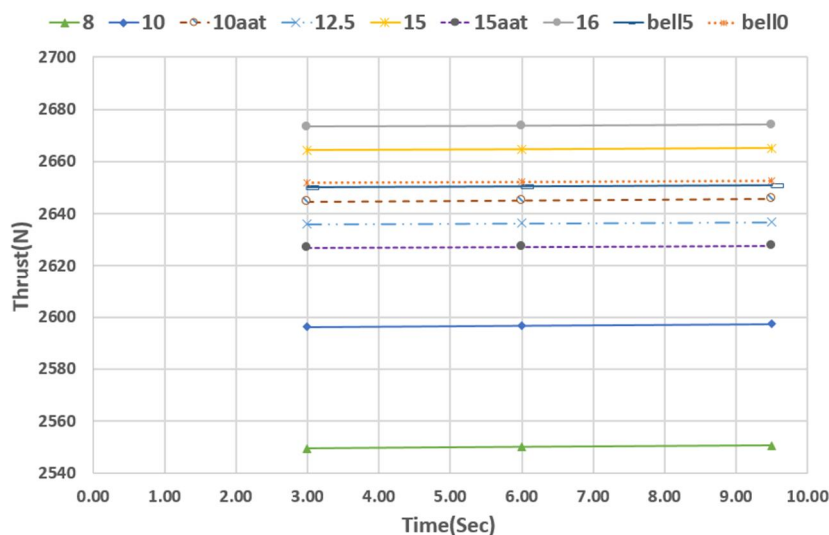
شکل ۱۴- مقایسه توزیع دما در ایستگاه G در ثانیه ۹/۵ از عملکرد نازل



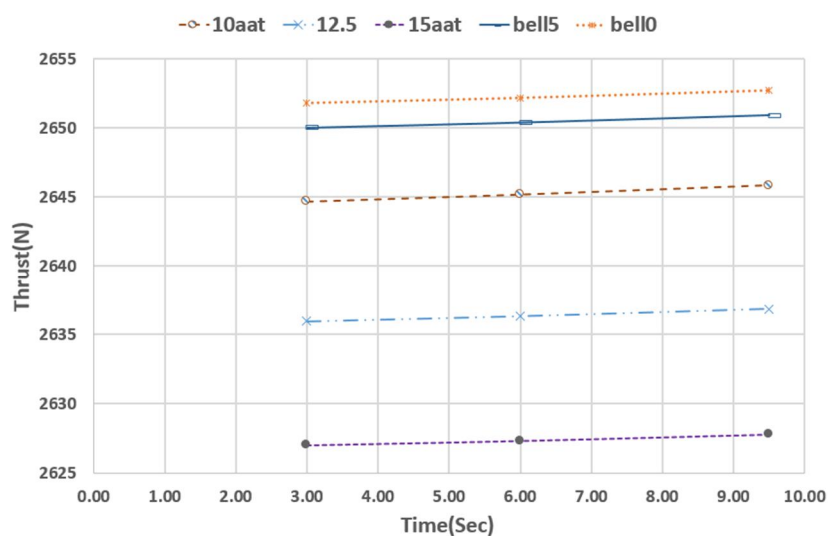
شکل ۱۵- مقایسه توزیع دما در مقطع خروجی در ثانیه ۹/۵ از عملکرد نازل

می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود، نازل‌های زنگوله‌ای شکل، نسبت به نازل‌های مخروطی که دارای مساحت مقطع خروجی به مساحت گلوگاه ثابتی می‌باشند، نیروی پیشران بیشتری را فراهم می‌آورد. دلیل بیشتر شدن نیروی پیشران در این نازل‌ها، هندسه واگرایی است که باعث همراستا شدن بیشتر جریان با محور نازل می‌شود و این موضوع نشان دهنده افت کمتر در نازل‌های زنگوله‌ای می‌باشند.

در شکل ۱۶ مقایسه نیروی پیشران به صورت منحنی در هندسه‌های مختلف و زمان‌های مختلف پس از عملکرد نازل با هم مقایسه شده است. هرچه زاویه خروجی نازل بیشتر شده است، به دلیل افزایش سطح مقطع خروجی، نیروی پیشران موتور نیز افزایش یافته است؛ ولی در نازل‌های مخروطی که دارای سطح مقطع خروجی ثابت بوده‌اند، هرچقدر زاویه خروجی بیشتر شده است، نیروی پیشران کمتر



(الف)



(ب)

شکل ۱۶- مقایسه نیروی پیشران در هندسه‌های مختلف و در زمان‌های مختلف پس از کارکرد نازل

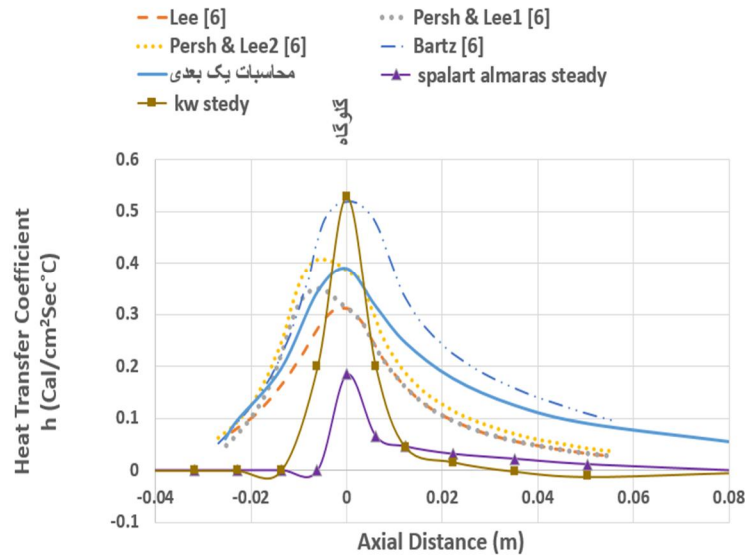
در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ پروفیل‌های سرعت و دمای سیال در مقطع خروجی نازل نشان داده شده است. مؤلفه سرعت در مقطع خروجی به دلیل تأثیرات لایه مرزی سرعت، یکسان نیست. برای مثال سرعت محوری در مقطع خروجی برای نازل ۱۲/۵ درجه به صورت نمودار شکل ۱۸ بدست آمده است. وجود لایه مرزی سرعتی در این شکل به وضوح مشخص است.

در شکل ۱۹ تغییرات دما در امتداد عمود بر محور در مقطع خروجی ارائه شده است. دمای بخش سیال

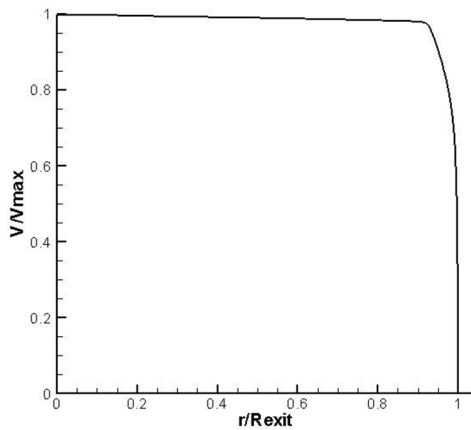
در شکل ۱۷، ضریب انتقال حرارت جابجایی در تئوری‌های مختلف و همچنین شبیه‌سازی عددی که بر اساس نسبت انتقال حرارت به اختلاف دمای بالک و دمای سطح نازل بدست آمده است، در نازل با زاویه واگرایی ۱۲/۵ درجه، با هم مقایسه شده است. انطباق خوبی بین مقایسه‌های انجام شده وجود دارد و در قسمت گلوگاه، مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی مقدار بیشینه را دارا است. تفاوت مقادیر بدست آمده در روش‌های مختلف به تئوری مورد استفاده ارتباط دارد.

می‌رسد (شکل ۱۹-الف). با این حال در یک نگاه نزدیک (شکل ۱۹-ب) عدم وجود پرش دمایی مشهود است.

در نگاه اول پرش دمایی بر روی دیواره (در $r=0.025\text{mm}$) به نظر



شکل ۱۷- ضریب انتقال حرارت جابجایی [۶]



شکل ۱۸- تغییرات سرعت محوری بی بعد در مقطع خروجی نازل

همچنین مشخص گردید که با افزایش زاویه واگرایی در نازل‌های دارای نسبت مساحت ثابت، عدد ماخ در قسمت خروجی واگرا کاهش جزئی می‌یابد. با افزایش زاویه واگرایی، فشار و دما در قسمت خروجی واگرا، تقریباً ثابت و افزایش جزئی خواهد داشت.

۹- نتیجه گیری

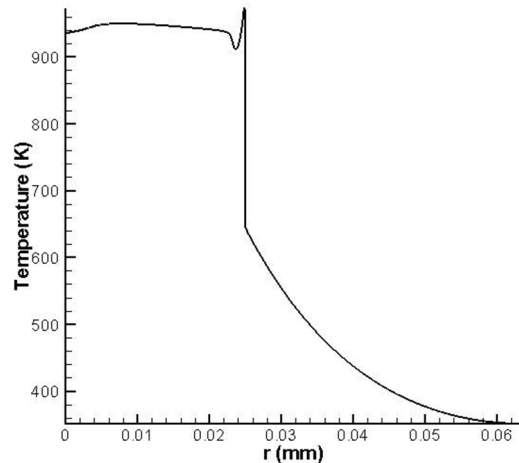
جریان در نازل همگرا واگرا مافوق صوت، از ورودی تا خروجی نازل منبسط شده و پارامترهای جریان تغییرات عمده‌ای خواهند داشت. سرعت جریان در قسمت همگرا افزایش پیدا کرده تا اینکه نازل خفه شده و مقدار سرعت در گلوگاه نازل به عدد ماخ یک می‌رسد و در قسمت واگرایی نازل به صورت مافوق صوت روند افزایشی خواهد داشت. با افزایش سرعت در طول نازل، فشار و دمای سکون که در محفظه احتراق حاکم است تا فشار و دمای محیط کاهش می‌یابد.

در اثر عبور جریان گازهای داغ از میان نازل همگرا واگرا، دمای سطح نازل با گذشت زمان افزایش خواهد داشت. در اثر انتقال حرارت از سیال به دیواره جامد و نفوذ آن در دیواره، دمای درون دیواره نازل نیز شروع به افزایش خواهد کرد. در صورتی که نسبت مساحت مقطع خروجی به مساحت گلوگاه ثابت باشد، زاویه واگرایی تأثیر خاصی روی دمای قرائت شده در عمق دیواره نیز نخواهد داشت. در طول مدت کارکرد نازل دما از سطح دیواره نازل تا دمای محیط در پشت دیواره کاهش یافته و دمای هیچ نقطه‌ای از دیواره از نقطه ذوب فلز به کار برده شده در دیواره بیشتر نمی‌شود.

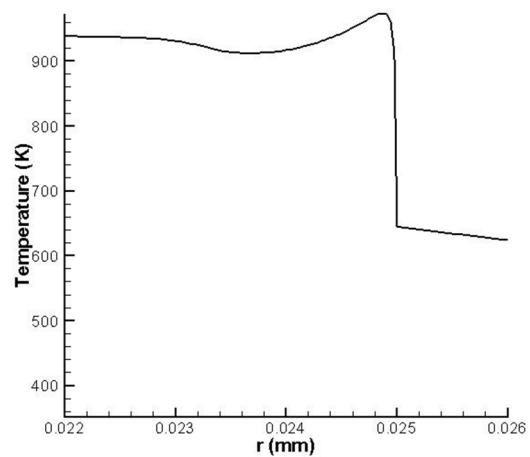
روش‌های تجربی و همچنین محاسبات یک بعدی، رفتار مشابهی را نشان می‌دهد و اختلافات ناشی از روش اندازه‌گیری است. مقدار بیشینه این ضریب در گلوگاه نازل اتفاق می‌افتد.

۱۰- مراجع

- [1] Smith DM (1970) A Comparison of experimental heat transfer coefficients in nozzle with analytical predictions from bartz's method for various combustion chamber pressures in a solid propellant rocket motor. ntrs.nasa.gov, M.Sc. Thesis, Faculty of North Carolina State University at Raleigh.
- [2] Bianchi D, Turchi A, Nasuti F, Onofri M (2012) Coupled CFD analysis of thermochemical erosion and unsteady heat conduction in solid rocket nozzles. 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. & Exhibit. , 30 July - 01 August 2012, Atlanta, Georgia (AIAA 2012-4318).
- [3] Hamed Estakhrsar MH, Jahromi M (2014) Numerical simulation of turbulent compressible flows in a C-D nozzle with different divergence angles. J Heat Mass Transf Res 1: 93-100.
- [4] Kostić OP, Stefanović ZA, Kostić IA (2015) CFD modeling of supersonic airflow generated by 2D nozzle with and without an obstacle at the exit section. FME Transactions 43(2): 107-113.
- [۵] گلرنگ س، رفعی ر (۱۳۹۳) بررسی اثر تغییر زاویه واگرایی یک شیپوره متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیشران. نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک ۱۵-۱: ۲۶(۱).
- [6] Ronald E Lee (1965) Measurements and correlation of transfer in a solid propellant rocket nozzle. U. S. Naval ordnance laboratory white OAK , Maryland.
- [7] Ansys Fluent Users Guide (2013) Release 15, Ansys Inc.
- [8] Spalart P, Allmaras S (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. Tech Rep AIAA-92-0439, Am. Inst Aeronaut Astronaut.
- [9] Orszag SA, Yakhot V, Flannery WS, Boysan F, Choudhury D, Maruzewski J, Patel B (1993) Renormalization group modeling and turbulence simulations. Int Conf Near-Wall Turbulent Flows, Tempe, Arizona.
- [10] Shin TH, Liou WW, Shabbir A, Yang Z, Zhu J (1995) A new k-ε eddy-viscosity model for high reynolds number turbulent flows – model development and validation. Comput Fluids 24(3): 227-238.
- [11] Versteeg HK, Malalasekera W (2007) An introduction to computational fluid dynamics; the



(الف)



(ب)

شکل ۱۹- تغییرات دما در راستای شعاعی و در مقطع خروجی برای نازل مخروطی ۱۲/۵ درجه الف) نمای کلی و ب) نمای نزدیک به دیواره

با ثابت در نظر گرفتن نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه ثابت، عدد ماخ در نازل‌های زنگوله‌ای بیشتر بوده، فشار و دمای محوری کمتر است؛ همچنین کاهش زاویه مقطع خروجی در نازل‌های زنگوله‌ای باعث افزایش بیشتر عدد ماخ و کاهش بیشتر فشار و دمای محوری می‌شود. در نازل‌های زنگوله‌ای نسبت به نازل‌های مخروطی با نسبت سطح ثابت، دمای سطح در مقطع خروجی بیشتر بوده است.

ضریب انتقال حرارت جابجایی در حالت پایا در هندسه نازل با زاویه واگرایی ۱۲/۵ بدست آمده از شبیه‌سازی عددی،

- [۱۷] صنیعی نژاد م (۱۳۹۴) مبانی جریان‌های آشفته و مدل‌سازی آن‌ها، چاپ دوم، انتشارات دانش نگار.
- [۱۸] حسین پور نیکنام ح، منتظری هدش ع (۱۳۹۲) تحلیل تعادل شیمیایی به کمک نرم افزار CEA. ویرایش دوم، انتشارات سرو نگار.
- [19] Bartz DR (1965) Turbulent boundary-layer heat transfer from rapidly accelerating flow of rocket combustion gases and of heated air. *Adv Heat Transf* 2: 1-104.
- [20] RJB Cumberland, WR Lowstuter (1970) Rocket propellant. United States Patent No 3529551.
- [21] Sarkar S, Balakrishnan L (1990) Application of a reynolds-stress turbulence model to the compressible shear layer. ICASE Report 90-18, NASA Contract Rep 182002.
- finite volume method. 2nd edn. Pearson/Prentice Hall, Harlow.
- [12] Menter FR (1994) Two-equation eddy-viscosity turbulence, models for engineering applications. *AIAA J* 32(8):1598-1605.
- [۱۳] رهایبی ن (۱۳۹۸) شبیه سازی عددی جریان و انتقال حرارت گذرا در دیواره های نازل همگرا و واگرا. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده هوافضا، پردیس علوم و فناوری‌های نوین دانشگاه سمنان.
- [14] Sutton O Biblarz (2001) Rocket propulsion elements. 7th edn. John Wiley Sons, New York.
- [15] Wong EY (1968) Solid rocket nozzle design summary. AIAA 4th Propuls Joint Specialist Conf, Ohio, 1-15.
- [۱۶] ئی ج، جان ا (۱۳۹۲) دینامیک گازها. ترجمه علی اکبر عالم رجبی، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان.