



کمی‌سازی عدم قطعیت جریان و انتقال حرارت مغشوش در خنک‌کاری لایه‌ای

اکبر محمدی احمر^۱، سعید صالحی^۲، مهرداد رئیسی دهکردی^{۳*}

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

^۲ محقق پسادکتری، دانشگاه چالمرز، سوئد

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۱/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۱۹

چکیده

در مقاله حاضر کمی‌سازی عدم قطعیت میدان جریان و انتقال حرارت مغشوش در خنک‌کاری لایه‌ای، مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور عدد رینولدز جریان (Re) و عدد پراتل جریان مغشوش (Pr_t) با تابع توزیع احتمال یکنواخت و شش پارامتر غیرقطعی دیگر (نسبت دمش (M))، نسبت چگالی جریان خنک‌کننده به جریان اصلی (DR)، شدت آشفتگی جریان اصلی و خنک‌کننده در ورودی (I_h) و طول مقیاس جریان اصلی و جریان خنک‌کننده در ورودی (L_c و L_h) با تابع توزیع احتمال به شکل بتا در نظر گرفته شدند. در این مقاله، ابتدا کمی‌سازی عدم قطعیت در نسبت دمش پایین، $M = 0.5$ و سپس در نسبت دمش بالا، $M = 2$ انجام گرفته است. برای انتشار عدم قطعیت‌ها در میدان جریان و انتقال حرارت مغشوش از روش بسط چندجمله‌ای آشوب غیرمداخله‌گر با مرتبه $p = 3$ استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که پارامترهای غیرقطعی تاثیر چشمگیری روی ضریب اثربخشی آدیاباتیک خنک‌کاری لایه‌ای دارند. از میان پارامترهای تصادفی در نظر گرفته شده، Re، DR و M به ترتیب بیشترین تاثیر را روی ضریب اثربخشی دارند؛ در حالیکه پارامترهای I و L جریان اصلی و خنک‌کننده کمترین تاثیر را نشان دادند.

کلمات کلیدی: کمی‌سازی عدم قطعیت؛ بسط چندجمله‌ای آشوب؛ خنک‌کاری لایه‌ای؛ عدم قطعیت‌های عملیاتی.

Uncertainty Quantification of the Turbulent Flow and Heat Transfer of Film Cooling

A. Mohammadi-Ahmar¹, S. Salehi², M. Raisee^{3,*}

¹ Ph.D. Student, School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

² Postdoctoral researcher, Chalmers University of Technology, Sweden.

³ Associate Professor, School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

Abstract

In the present paper, Uncertainty Quantification (UQ) of the turbulent flow and heat transfer of film cooling is investigated. For this end, two stochastic flow and heat transfer parameters, namely Reynolds number (Re) and turbulent Prandtl number (Pr_t) with the uniform Probability Distribution Functions (PDFs), along with six stochastic film cooling parameters, namely the blowing ratio (M), the density ratio (DR), the turbulent intensity and the length scales of mainstream and coolant flow (I_h, I_c, L_h, L_c) all with the Beta PDF are considered. To quantify the effects of uncertainty in different conditions, UQ analysis is investigated for low (i.e., $M = 0.5$) and high (i.e., $M = 2$) blowing ratios. The uncertainties are propagated using the Non-Intrusive Polynomial Chaos Expansion (NIPCE) method with polynomial order $p = 3$. The non-deterministic CFD results show that considering stochastic conditions causes a significant effect on the film cooling effectiveness. Among the considered random parameters, Re, DR and M mostly influence the cooling effectiveness. The remaining random parameters (i.e. I_h, I_c, L_h and L_c) show negligible effects.

Keywords: Uncertainty Quantification; Polynomial Chaos Expansion; Film Cooling; Operational Uncertainties.

۱- مقدمه

هندسی است و در نتیجه امکان کاهش (یا حداقل امکان برطرف کردن کامل) آنها وجود ندارد.

بدیهی است به منظور رسیدن به نتایج قابل اطمینان در کاربردهای مهندسی از طریق پیش‌بینی‌های CFD، تمامی منابع عدم‌قطعیت سیستماتیک و تصادفی موجود در سیستم بایستی شناسائی و در نظر گرفته شوند. چندین روش توسط پژوهشگران برای انجام کمی‌سازی عدم‌قطعیت^۴ انجام یافته است. رایج‌ترین روش برای نیل به این هدف، روش مونت‌کارلو^۵ است که می‌تواند بسادگی انجام شود. اما نارسائی اساسی این روش این است که برای رسیدن به نتایجی با دقت مطلوب نیاز به تعداد بسیار زیادی نمونه دارد که معادل افزایش زمان محاسبات عددی است. برای کاهش زمان محاسبات تحلیل UQ، چندین روش کارا ارائه شده است که یکی از کاربردی‌ترین این روش‌ها، روش بسط چندجمله‌ای آشوب (PCE)^۶ است. این روش مبتنی بر بسط طیفی خروجی سیستم تصادفی بوده [۱، ۲] که در ابتدا این روش بصورت مداخله‌گر^۷ توسعه داده شد. برای اعمال روش مداخله‌گر بایستی حل گرهای قطعی موجود را تغییر اساسی داد که روندی پیچیده و نیاز به دانش از جزئیات حل گر عددی دارد. از این روی، روش بسط چندجمله‌ای آشوب بصورت غیرمداخله‌گر^۸ توسعه یافته است و در چندین پژوهش نیز بکار گرفته شده است [۳-۶]. مزیت روش NIPCE این است که بجای وارد کردن عدم‌قطعیت در معادلات حاکم و رسیدن به تعداد زیادی معادلات جدید، تنها در تعدادی نمونه که بصورت مناسب انتخاب شده‌اند، حلگرهای قطعی را فراخوانی می‌نمایند.

آنچه که امروزه به عنوان بسط چندجمله‌ای آشوب (PCE) شناخته می‌شود، برای اولین بار توسط وینر [۲] ارائه گردید. قائم و اسپانوس [۱]، این روش را برای اولین بار وارد مسائل مهندسی کردند. آنها از این روش بصورت مداخله‌گر برای بررسی عدم‌قطعیت در مسائل مکانیک جامدات و در ترکیب با روش المان محدود، استفاده کردند. پس از آن،

پیشرفت‌های اخیر در روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی^۱ این امکان را برای پژوهشگران فراهم کرده است که با دقت بیشتری میدان‌های جریان و انتقال حرارت در هندسه‌های پیچیده را مطالعه نمایند. مبنای روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی قطعی با این فرض است که همه ورودی‌های مسئله معلوم هستند. در حالیکه در عمل، شرایط کاری، ثوابت مدل‌های فیزیکی و ابعاد هندسه مورد بررسی همواره با عدم‌قطعیت‌های همراه هستند. واضح است که چشم‌پوشی از این عدم‌قطعیت‌ها می‌تواند به نتایج غیردقیقی منجر گردد. با استفاده از کمی‌سازی عدم‌قطعیت می‌توان ممان‌های آماری همچون متوسط و واریانس را برای کمیت‌های موردنظر بدست آورد. علاوه بر این می‌توان تابع چگالی احتمال را برای کمیت‌های مورد نظر تعیین نمود. با استفاده از تابع چگالی احتمال می‌توان در مورد کیفیت طراحی یا بهینه‌سازی انجام شده اظهارنظر نمود. بر این مبنای یک طراحی استوار دارای یک تابع توزیع احتمال کاملاً متمرکز با دامنه تغییرات کوچک در پیرامون نقطه طراحی یا بهینه بدست آمده است. در فرآیند بهینه‌سازی استوار، علاوه بر بهینه‌سازی مقدار تابع، به حداقل رسانیدن تغییرات در پاسخ سیستم تحت تأثیر متغیرهای غیرقطعی موجود در مسأله نیز مدنظر است.

خنک‌کاری لایه‌ای مثالی از جریان‌های پیچیده صنعتی است که حساسیت بالایی به شرایط کاری و هندسی دارد. از این رو برای رسیدن به طراحی استوار و قابل اطمینان، بایستی اثرات عدم‌قطعیت‌های ورودی روی خروجی موردنظر سیستم در نظر گرفته شود. بطور کلی، عدم‌قطعیت‌ها به دو گروه اصلی یعنی سیستماتیک^۲ و تصادفی^۳ دسته بندی می‌شوند. گروه اول به نقصان و کمبود دانش از فرآیند فیزیکی مورد بررسی مربوط می‌شوند که با استفاده از مدل‌سازی دقیق‌تر و افزایش دانش نسبت به ماهیت فیزیکی مسأله می‌توان این عدم‌قطعیت‌ها را تا حد زیادی کاهش داد. در حالیکه، عدم‌قطعیت‌های دسته دوم به دلیل تصادفی بودن ذاتی خواص مواد، شرایط مرزی و

^۴ Uncertainty Quantification (UQ)

^۵ Monte Carlo (MC)

^۶ Polynomial Chaos Expansion (PCE)

^۷ Intrusive

^۸ Non-Intrusive PCE (NIPCE)

^۱ Computational Fluid Dynamic (CFD)

^۲ Epistemic

^۳ Aleatoric

از روش نمونه برداری ابرمکعب لاتین^۴ برای پارامترهای غیرقطعی استفاده کردند و سپس دبی جرمی و میدان سرعت را بعنوان توابع هدف انتخاب کردند. نتایج آنها نشان داد که پارامترهای هندسی و لزجت سیال بیشترین و چگالی سیال و دما کمترین تاثیر را روی توابع هدف نشان دادند.

یکی از مسائل چالشی در دینامیک سیالات محاسباتی، خنک کاری لایه‌ای است که بصورت گسترده در موتورهای توربین‌های گازی برای خنک کاری قطعات در معرض گازهای داغ استفاده می‌شود. در خنک کاری لایه‌ای، سطح در معرض جریان گازهای داغ بوسیله تزریق سیال ثانویه نسبتاً سرد خنک شده و در نتیجه با تشکیل لایه‌ی خنکی اطراف سطح محافظت می‌شود. در خنک کاری لایه‌ای، پارامترهای متعددی وجود دارند که روی خنک کاری تاثیر می‌گذارند که برای نمونه می‌توان به عدد رینولدز جریان اصلی، نسبت چگالی جریان اصلی و ثانویه، نسبت دمش، قطر و طول سوراخ و زاویه تزریق اشاره کرد [۱۵]. هر یک از پارامترهای اشاره شده، با عدم قطعیت‌هایی همراه هستند که می‌توانند روی پارامترهای خنک کاری لایه‌ای تاثیر گذار باشند.

بر اساس مطالعات نویسندگان مقاله حاضر، کمی‌سازی عدم قطعیت روی خنک کاری لایه‌ای تنها در چند پژوهش محدود مورد ارزیابی قرار گرفته است. در هر یک از این مطالعات، تنها یک پارامتر بصورت غیرقطعی در نظر گرفته شده است و اثر آن روی ضریب اثربخشی خنک کاری لایه‌ای ارزیابی شده است. برای مثال مونتوملی و همکاران [۱۷]، اثر کمی‌سازی عدم قطعیت شعاع فیلد در خروجی سوراخ از پلنوم^۵ را روی ضریب تخلیه و همچنین ضریب اثربخشی خنک کاری لایه‌ای بررسی کردند. آنها محدوده تغییرات شعاع فیلد را در محدوده $r/D = 0 - 5\%$ و بصورت توزیع نرمال^۶ در نظر گرفتند. آنها گزارش کردند که ضریب تخلیه بدست آمده از نتایج عددی که بصورت قطعی شبیه‌سازی شده بود، در مقایسه با نتایج تجربی در حدود $20\% - 10\%$ کمتر پیش‌بینی می‌شود که برای اعداد ماخ بالا، این اختلاف افزایش می‌یابد؛ در حالیکه با در نظر گرفتن عدم قطعیت،

پژوهشگران مختلفی، روش بسط چندجمله‌ای آشوب را بطور موفقیت‌آمیز به محدوده وسیعی از مسائل CFD اعمال کرده‌اند (برای اطلاعات بیشتر به [۷-۱۱] مراجعه شود).

موضوع کمی‌سازی عدم قطعیت در تعداد محدودی از پژوهش‌های داخلی نیز مورد بررسی قرار گرفته است که برای نمونه می‌توان به کار صالحی و رئیسی اشاره کرد که در آن کمی‌سازی عدم قطعیت در دینامیک سیالات محاسباتی را با استفاده از روش چندجمله‌ای آشوب و روش متعامدسازی گرام-اشمیت ارزیابی کردند [۱۲]. آنها این روش را برای اولین بار برای تولید چند جمله‌ای‌های متعامد بسط چندجمله‌ای آشوب در روش رگرسیون استفاده کردند. آنها حل گر توسعه داده شده را ابتدا برای توابع چگالی احتمال گوسی و یکنواخت با چندجمله‌ای‌های استاندارد مقایسه کردند و سپس روش عددی توسعه یافته را بر روی یک تابع تحلیلی چالشی و سپس برای انتقال حرارت در یک کانال شیاردار مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج آنها تطابق بسیار خوب بین نتایج چندجمله‌ای گرام-اشمیت و مونته-کارلو را نشان داد. در یک پژوهش دیگر اصفهانیان و همکاران کمی‌سازی عدم قطعیت مدل‌های آشفستگی متوسط‌گیری به روش رینولدز^۱ برای جریان سیال غیرنیوتونی توانی را بررسی کردند [۱۳]. آنها در ابتدا یک مدل آشفستگی برای سیال غیرنیوتونی توانی بر مبنای مدل اغتشاش $k-\epsilon$ ارائه و برای شبیه‌سازی جریان داخل لوله استفاده کردند. آنها فرض کردند که تمامی عدم قطعیت‌های موجود، در محاسبه تنش رینولدز و تنش توانی رقیق شده تجمیع شده‌اند. آنها تفاوت این دو تنش در روش شبیه‌سازی عددی مستقیم^۲ و مدل‌های RANS را به کمک میدان تصادفی گاوسی مدل کردند. سپس با استفاده از بسط کارهونن-لو^۳، این عدم قطعیت را درون روند حل پخش کردند و اثر آن را روی سرعت جریان بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که روش ارائه شده دقت قابل قبولی در تخمین این عدم قطعیت ارائه می‌کند. نوری و رئیسی تحلیل عدم قطعیت جریان الکترواسموتیک در یک میکروکانال تی‌شکل را بررسی کردند [۱۴]. آنها در مرحله نخست

^۴ Latin Hypercube

^۵ Plenum

^۶ Gaussian Distribution

^۱ Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

^۲ Direct Numerical Simulation (DNS)

^۳ Karhunen-Loève

بیشتری از پارامترهای مهم که در ادبیات فن معرفی شده‌اند، بصورت غیرقطعی در نظر گرفته شود. بدین منظور، در پژوهش حاضر هشت پارامتر تصادفی در نظر گرفته شده است. از این هشت پارامتر، دو پارامتر غیرقطعی یعنی عدد رینولدز جریان (Re) و عدد پرانتل جریان مغشوش (Pr_f) با تابع توزیع احتمال یکنواخت و شش پارامتر غیرقطعی دیگر یعنی نسبت دمش (M)، نسبت چگالی جریان خنک‌کننده به جریان اصلی دمش (DR)، شدت آشفته‌گی جریان اصلی و خنک‌کننده در ورودی (I_c و I_h)، طول مقیاس جریان اصلی و جریان خنک‌کننده در ورودی (L_c و L_h) با تابع توزیع احتمال به شکل بتا در نظر گرفته شده است [۶]. ذکر این نکته ضروری است که در پژوهش حاضر برای اولین بار تاثیر همه پارامترهای غیرقطعی در نظر گرفته شده (بجز پارامتر نسبت دمش، M) روی ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای ارزیابی شده‌اند. برای اینکه تحلیل کمی‌سازی عدم‌قطعیت محدوده وسیعی از خنک‌کاری لایه‌ای را شامل شود، محاسبات ابتدا در نسبت دمش پایین ($M = 0.5$) و سپس در نسبت دمش بالا ($M = 2$) انجام یافته است. علاوه بر این برای اینکه سهم تاثیر هریک از این پارامترها روی ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای مشخص شود، تحلیل حساسیت با استفاده از اندیس‌های سوپول نیز ارائه گردیده است.

۲- هندسه خنک‌کاری لایه‌ای مورد بررسی

هندسه جریان مورد بررسی در مقاله حاضر بر اساس کار تجربی پاپل [۲۰] ارائه گردیده است. این هندسه شامل، خنک‌کاری لایه‌ای از طریق شیار روی صفحه تخت بررسی می‌شود که در شکل ۱ نشان داده شده است. در کاربردهای خنک‌کاری قطعات داغ توربین گاز، زمانی از شیار برای تزریق خنک‌کننده به سطح داغ استفاده می‌شود که سطح خنک‌شده استحکام ساختاری کافی را داشته باشد [۲۱].

مطابق شکل ۱ ناحیه محاسباتی دو بعدی بوده و طول و عرض دامنه محاسباتی بترتیب برابر $144D$ و $32D$ است که D اندازه شیار بوده و برابر $6/33 \text{ mm}$ گزارش شده است. هوای داغ از طریق ورودی جریان اصلی و همزمان هوای سرد نیز از طریق ورودی جریان ثانویه از شیار وارد دامنه

نتایج عددی بدست آمده تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی نشان دادند. نتایج مشابهی نیز برای ضریب اثربخشی با استفاده از حل غیرقطعی بدست آمد. در پژوهش دیگری آمارو و مونتوملی [۱۸]، تاثیر عدم‌قطعیت فشار کل ورودی جریان اصلی و جریان خنک‌کننده را روی ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای در صفحه تخت مورد ارزیابی قرار دادند. توزیع نرمال برای فشار کل ورودی در نظر گرفته شد. آنها برای محاسبه تنش‌های آشفته‌گی متوسط از مدل آشفته‌گی دو معادله‌ای $k-\omega$ استفاده کردند. با توجه به محدوده نتایج بدست آمده برای ضریب اثربخشی و با استناد به پژوهش هان و همکاران [۱۶] آنها نتیجه گرفتند که در بدترین حالت (حداقل خنک‌کاری) عمر پره پنج برابر کمتر از حالت متوسط است و در بهترین حالت (حداکثر خنک‌کاری) نیز عمر پره هشت برابر حالت متوسط بدست می‌آید. بابایی و همکاران [۱۹]، اثر تصادفی بودن نسبت دمش را روی اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای روی صفحه تخت و با استفاده از روش بسط چندجمله‌ای آشوب بررسی کردند. تغییرات نسبت دمش با فرض توزیع نرمال بریده شده^۱ با متوسط $0/3$ و انحراف معیار $0/1$ مورد بررسی قرار گرفت. آنها نشان دادند که با افزایش نسبت دمش از $0/004$ تا $0/2044$ ، اثربخشی خنک‌کاری در همه نقاط سطح بهبود می‌یابد. در حالیکه افزایش نسبت دمش به $0/2538$ منجر به کاهش اثربخشی خنک‌کاری در مجاورت خروجی جت می‌گردد. همچنین آنها گزارش نمودند که بسط چندجمله‌ای آشوب همگرایی سریع تری نسبت به مونت‌کارلو در کاربرد خنک‌کاری لایه‌ای دارد و استفاده از آن باعث کاهش هزینه محاسباتی خواهد داشت.

همانطور که اشاره گردید، مهمترین پارامتر خروجی در تحلیل خنک‌کاری لایه‌ای، ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای است؛ درحالیکه پارامترهای مختلفی روی این ضریب تاثیر می‌گذارند [۱۵]. با توجه به مروری که از پژوهش‌های انجام یافته در مورد کمی‌سازی عدم‌قطعیت در خنک‌کاری لایه‌ای انجام شد، مشخص شد که در هر یک از این پژوهش‌ها تنها اثر کمی‌سازی یک پارامتر روی خروجی موردنظر بررسی شده است؛ در حالیکه نیاز است تا تعداد

^۱ Truncated Gaussian Distribution

ایده‌آل^۱ (چگالی با استفاده از دمای محلی و فشار کاری سیستم از طریق معادله حالت تعیین می‌شود) [۲۲، ۲۳] در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، شکل تانسوری معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای جریان مغشوش تراکم‌ناپذیر در شرایط حالت دائم بصورت زیر ارائه می‌شود [۲۱]:

$$\frac{\partial(\rho U_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (۴)$$

$$\frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) \quad (۵)$$

$$\frac{\partial(\rho U_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j t} \right) \quad (۶)$$

در معادلات (۴)، (۵) و (۶)، x_j بیانگر مختصات، ρ چگالی هوا و T ، p ، U_i بترتیب دما، فشار استاتیک و سرعت متوسط است. در پژوهش حاضر، مدل آشفتگی $k-\omega$ SST در بدلیل توانائی در پیش‌بینی دقیق میدان‌های جریان و انتقال حرارت خنک‌کاری لایه‌ای در پژوهش‌های قبلی، بکار گرفته شده است [۱۸، ۲۴]. در این مدل آشفتگی، تانسور تنش‌های رینولدز، $-\overline{\rho u_i u_j}$ ، و شارهای حرارتی مغشوش، $-\overline{\rho C_p u_j t}$ ، بترتیب با استفاده از روابط (۷) و (۸) بدست می‌آیند:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - 2/3 \rho \delta_{ij} k \quad (۷)$$

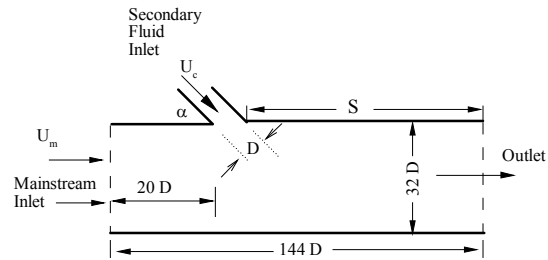
$$-\overline{\rho u_j t} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (۸)$$

در رابطه (۸)، Pr_t ، عدد پراانتل مغشوش است که برابر ۰/۸۵ در نظر گرفته شده است [۲۱]. در کاربردهای خنک‌کاری لایه‌ای، ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای، η ، بعنوان پارامتر هدف در نظر گرفته می‌شود که بصورت معادله (۹) ارائه می‌شود [۱۸]:

$$\eta = \frac{T_\infty - T_w}{T_\infty - T_c} \quad (۹)$$

در رابطه (۹)، T_∞ و T_c ، T_w بترتیب بیانگر دمای جریان اصلی، دمای خنک‌کننده و دمای سطح خنک‌کننده است. علاوه بر این، نسبت دمش، M ، پارامتر دیگری است که در خنک‌کاری لایه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد و بصورت زیر تعریف می‌گردد:

محاسباتی شده و با هم ترکیب می‌شوند. زاویه α تزریق بر اساس کار تجربی 90° در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- نمایش شماتیک هندسه و شرایط مرزی

۱-۲- سیال کاری

در پژوهش حاضر، هوا بعنوان سیال عامل برای جریان اصلی و ثانویه در نظر گرفته شده است. برای در نظر گرفتن تغییرات خواص سیال با دما، چندجمله‌ای‌های مرتبه چهار و سه ضریب هدایت حرارتی، k_{th} ، ضریب گرمای ویژه، C_p و لزجت دینامیکی، μ بصورت تابعی از دما (بر حسب کلوین) بترتیب در روابط (۱) تا (۳) در نظر گرفته شده است [۲۱]:

$$k_{th} = (7.9957 \times 10^{-12})T^3 - (2.4013 \times 10^{-08})T^2 + (8.3047 \times 10^{-05})T + 2.8822 \times 10^{-03} \quad (۱)$$

$$C_p = (9.0813 \times 10^{-11})T^4 - (4.8066 \times 10^{-07})T^3 + (8.0735 \times 10^{-04})T^2 - 0.32136T + 1.0450 \times 10^{-03} \quad (۲)$$

$$\mu = (1.7020 \times 10^{-14})T^3 - (4.0405 \times 10^{-11})T^2 + (6.8539 \times 10^{-08})T - 1.0616 + 1.0450 \times 10^{-06} \quad (۳)$$

۳- شبیه‌سازی قطعی

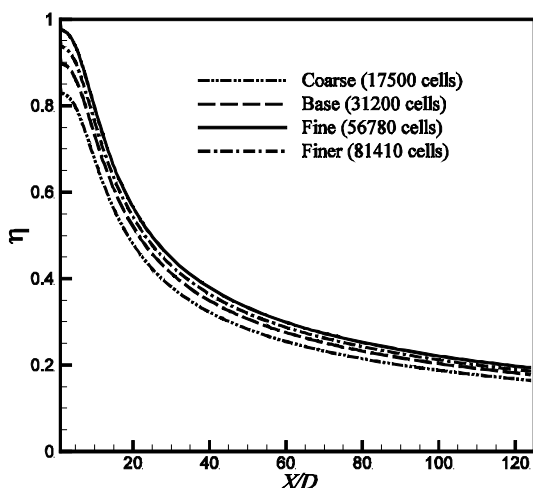
در این بخش، معادلات حاکم بر میدان جریان و انتقال حرارت مغشوش، روش عددی و شبکه محاسباتی بکار رفته ارائه می‌گردند.

۱-۳- معادلات حاکم

در پژوهش حاضر بدلیل اینکه عدد ماخ جریان کمتر از ۰/۳ است، بنابراین سیال عامل بصورت جریان تراکم‌ناپذیر گاز

^۱ Incompressible Ideal Gas

بدست آوردن نتایج عدم قطعیت از این شبکه محاسباتی استفاده شده است. شکل ۳ شبکه محاسباتی ریز بکار رفته را نشان می‌دهد. مطابق شکل، بدلیل تغییرات شدید کمیت های هیدرودینامیکی و حرارتی در نزدیک دیواره، تراکم شبکه محاسباتی در مجاور دیواره‌ها افزایش یافته است تا معیار $y^+ < 1$ ارضا شود.



شکل ۲- نتایج مطالعه استقلال از شبکه برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک

۳-۴- اعتبارسنجی با استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف

برای اعتبارسنجی مدل محاسباتی، نتایج شبیه‌سازی‌های عددی حاضر با نتایج تجربی پاپل [۲۰] مقایسه شده است. نتایج حاصل برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک، η با استفاده از پنج مدل آشفتگی مختلف در شکل ۴ ارائه شده است. مطابق شکل ۴ نتایج بدست آمده از مدل آشفتگی دیگر توافق بهتری با نتایج تجربی دارند. اختلاف نتایج مدل $SST k - \omega$ با داده‌های تجربی حدود ۱۹٪ است. در میان پنج مدل آشفتگی، نتایج مدل $Std k - \epsilon$ بیشترین اختلاف (۳۸٪) را با نتایج تجربی دارد. بنابراین در ادامه از مدل $SST k - \omega$ بعنوان مدل آشفتگی مناسب استفاده شده است.

$$M = \frac{\rho_c U_c}{\rho_\infty U_\infty} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، U_c ، ρ_c ، U_∞ و ρ_∞ بترتیب چگالی و سرعت سیال خنک‌کننده و جریان اصلی می‌باشند.

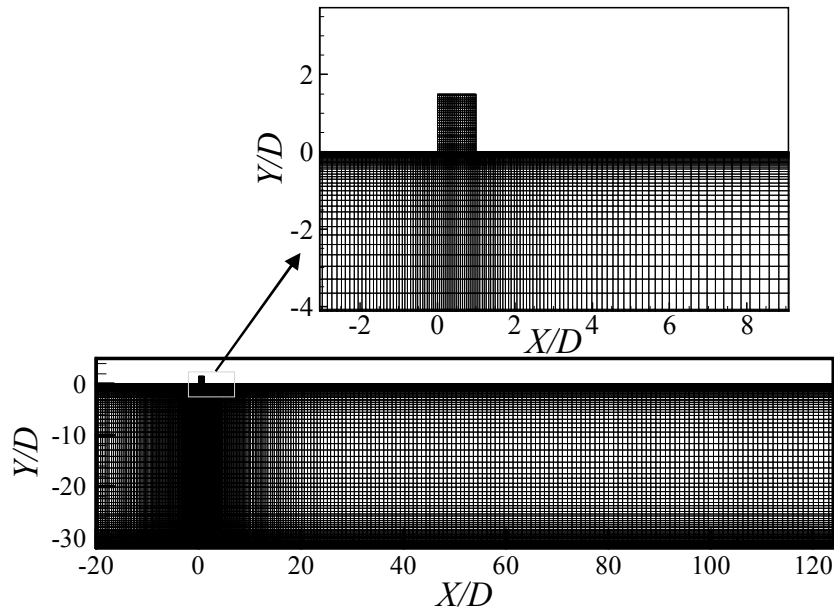
۳-۲- روش عددی

محاسبات عددی در مطالعه حاضر با استفاده از کد متن باز اپن‌فوم [۲۵] بر پایه روش حجم محدود، انجام گردیده است. عبارت‌های جابجایی غیرخطی در همه معادلات انتقال با استفاده از طرح بادسو^۱ مرتبه دو گسسته‌سازی شده است. الگوریتم سیمپل^۲ برای مرتبط کردن سرعت و فشار استفاده شده و معیار همگرایی برای تمامی متغیرها 10^{-6} در نظر گرفته شده است [۲۶]. شرط مرزی عدم‌لغزش برای سرعت و آدیاباتیک برای دما، برای دیواره‌های شیار و دامنه محاسباتی اعمال شده است. عدد رینولدز جریان ورودی برابر 4×10^4 و دمای ورودی جریان اصلی و خنک‌کننده نیز بترتیب $833 K$ و $294 K$ در نظر گرفته شده اند. سرعت ورودی جت خنک‌کننده، بر اساس مقدار نسبت دمش، M ، در نظر گرفته می‌شود. شدت آشفتگی در ورودی برای جریان اصلی و خنک‌کننده برابر ۵٪ در نظر گرفته شده است [۲۷]. نهایتاً در مرز خروجی از شرط گرادیان صفر برای همه متغیرها بجز p استفاده شده است.

۳-۳- شبکه محاسباتی

برای مشخص نمودن شبکه محاسباتی مناسب و بررسی استقلال جواب از شبکه محاسباتی، چهار شبکه درشت، متوسط، ریز و ریزتر بترتیب با تعداد ۱۷۵۰۰، ۳۱۲۰۰، ۵۶۷۸۰ و ۸۱۴۱۰ سلول تولید گردید. نتایج استقلال از شبکه برای چهار شبکه مختلف با استفاده از مدل آشفتگی $SST k - \omega$ برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک، η در شکل ۲ نشان داده شده است. مطابق شکل ۲، اختلاف بین نتایج شبکه‌های ریز و ریزتر کمتر از ۴٪ است. بنابراین بمنظور کاهش زمان محاسبات عددی و با توجه به دقت قابل قبول نتایج حاصل از شبکه ریز با ۵۶۷۸۰ گره، در ادامه برای

¹ Upwind
² Simple



شکل ۳- شبکه محاسباتی بکار رفته

پارامتر غیرقطعی دیگر یعنی نسبت دمش (M)، نسبت چگالی جریان خنک‌کننده به جریان اصلی (DR)، شدت آشفتگی جریان اصلی و خنک‌کننده در ورودی (I_h و I_c)، طول مقیاس جریان اصلی و جریان خنک‌کننده در ورودی (L_h و L_c) با تابع توزیع احتمال به شکل بتا در نظر گرفته شده است [۲۸]. مقادیر متوسط، نوع توزیع و بازه عدم قطعیت برای هشت پارامتر در جدول ۱ ارائه شده است.

تابع چگالی احتمال^۱ بتا بصورت متقارن توسط رابطه (۱۱) مشخص می‌شود [۲۹]:

$$\text{Beta PDF}(\xi) = \frac{(1-\xi)^\alpha (1+\xi)^\alpha \Gamma(\alpha+\beta+2)}{2^{\alpha+\beta+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(\beta+1)} \quad (11)$$

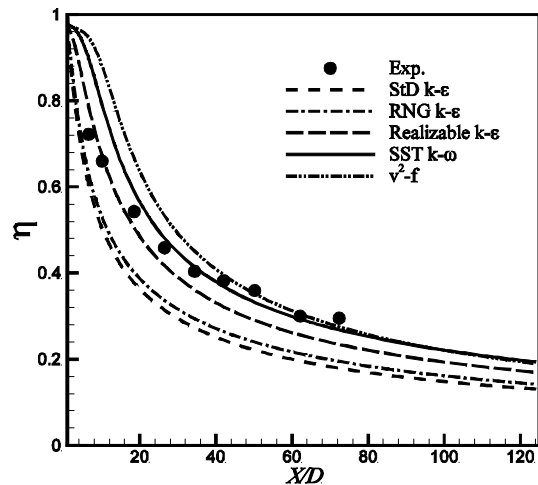
که در آن $\alpha = \beta = 4$ ارائه شده است. شکل ۵ تابع توزیع چگالی احتمال بتا را در بازه [۰ ۱] نشان می‌دهد.

۵- چارچوب احتمالاتی

۵-۱- بسط چندجمله‌ای آشوب غیرمداخله‌گر

در مقاله حاضر، روش چندجمله‌ای آشوب (PCE) برای تحلیل عدم قطعیت استفاده شده است. فرض کنید $y = \mathcal{M}(\xi)$

¹ Probability Distribution Function (PDF)



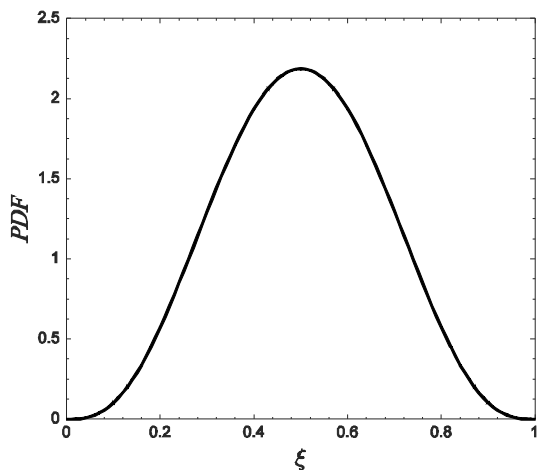
شکل ۴- مقایسه نتایج شبیه‌سازی حاضر با نتایج تجربی پاپل [۲۰] برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک محلی

۴- شرایط غیرقطعی

برای بدست آوردن نتایج عددی معتبر، تعریف شرایط کاری واقع‌گرایانه ضروری است. در پژوهش حاضر، نتایج عددی تحت شرایط کاری غیرقطعی بدست آمده‌اند. عدم قطعیت‌ها در شرایط کاری خنک‌کاری لایه‌ای اعمال گردیده‌اند. بدین منظور عدد رینولدز جریان (Re) و عدد پراختل جریان مغشوش (Pr_t) با تابع توزیع احتمال یکنواخت [۶] و شش

جدول ۱- عدم قطعیت‌های شرایط کاری

پارامتر	متوسط (μ)	بازه تغییرات	توزیع
عدد رینولدز ($Re \times 10^4$)	۴	۳/۹-۴/۱	یکنواخت
نسبت دمش (M)	۲,۰/۵	۰/۲-۰/۸ ۱/۷-۲/۳	بتا
نسبت چگالی (DR)	۲	۱/۴-۲/۶	بتا
شدت آشفنگی جریان اصلی (I_R)	۵	۳/۵-۶/۵	بتا
شدت آشفنگی جریان خنک‌کننده (I_c)	۵	۳/۵-۶/۵	بتا
مقیاس طول آشفنگی جریان اصلی (L_R)	2D	۸/۹-۱۶/۵	بتا
مقیاس طول آشفنگی جریان خنک‌کننده (L_c)	D/3	۲/۱-۲/۸	بتا
عدد پرانتل آشفته	۰/۸۵	۰/۷-۱/۰	یکنواخت



شکل ۵- PDF توزیع بتا

در رابطه (۱۲)، u_i ها جملات مجهولی هستند که بایستی تعیین شوند و $\psi_i(\xi)$ ها نیز متعلق به چندجمله‌ای‌های چند متغیره بوده که نسبت به تابع توزیع احتمال مشترک $f(\xi)$ متعامد یکه^۳ هستند؛ یعنی $\langle \psi_i(\xi), \psi_j(\xi) \rangle = \delta_{ij}$ ، که در آن δ_{ij} بیانگر دلتای کرونکر است [۲۷]. بدلیل استفاده از توزیع‌های یکنواخت و بتا برای متغیرهای غیرقطعی ورودی،

بصورت یک مدل ریاضی یا فیزیکی باشد که در آن y و $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_d\}$ به ترتیب بیانگر پاسخ مدل یا کمیت هدف^۱ و مجموعه متغیرهای ورودی غیر قطعی می باشند. در صورتی که بردار ورودی ξ از طریق تابع توزیع احتمال مشترک^۲ $f(\xi)$ غیرقطعی باشند، y نیز تصادفی خواهد گردید.

با استفاده از تئوری آشوب همگن [۲]، سویز و قائم [۳۰] نشان دادند، هنگامی که متغیرهای تصادفی ورودی ξ مستقل باشند، می‌توان پاسخ مدل را بصورت یک سری از پایه‌های چندجمله‌ای متعامد بیان کرد؛ بنابراین میدان تصادفی با مرتبه p برای d متغیر تصادفی $\xi \equiv \{\xi_i\}_{i=1}^d$ را می‌توان بشکل بسط چندجمله‌ای آشوب بصورت رابطه (۱۲) ارائه کرد:

$$u(x; \xi) = \sum_{i=0}^p u_i(x) \psi_i(\xi) \quad (12)$$

که تعداد جملات در عبارت جمع از رابطه (۱۳) بدست می‌آید:

$$P + 1 = \binom{P + d}{d} = (p + d)! / (p! d!) \quad (13)$$

³ Orthonormal

¹ Quantity of Interest (QoI)

² Joint probability Distribution Function

به خود اختصاص داده است. هر اندیس سوپول S_{i_1, \dots, i_s} میزان حساسیت مقدار کل واریانس از عدم قطعیتها در مجموعه پارامترهای ورودی $\{i_1, \dots, i_s\}$ است. اندیسهای سوپول بر اساس بسط چند جمله‌ای آشوب از رابطه (۱۷) تعیین می‌شود.

$$S_{i_1, \dots, i_s} = \frac{1}{\sigma^2} \left(\sum_{\alpha \in \mathcal{G}_{i_1, \dots, i_s}} u_{\alpha}^2 \langle \psi_{\alpha}, \psi_{\alpha} \rangle \right) \quad (17)$$

که در آن $\mathcal{G}_{i_1, \dots, i_s}$ مجموعه‌ای از چندتایی‌های است؛ بطوری‌که تنها اندیس‌های (i_1, \dots, i_s) غیر صفر هستند [۳۳، ۳۴]:

$$\mathcal{G}_{i_1, \dots, i_s} = \left\{ \alpha \mid \begin{array}{l} \alpha_k > 0 \quad \forall k = 1, \dots, n, \quad k \in (i_1, \dots, i_s) \\ \alpha_k > 0 \quad \forall k = 1, \dots, n, \quad k \notin (i_1, \dots, i_s) \end{array} \right\} \quad (18)$$

علاوه براین، اندیس‌های کلی بر اساس بسط چند جمله ای آشوب بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$S_{j_1, \dots, j_s}^T = \sum_{(i_1, \dots, i_s) \in \mathcal{G}_{j_1, \dots, j_s}} S_{i_1, \dots, i_s} \quad (19)$$

۵-۳- اعتبارسنجی حل گر کمی سازی عدم قطعیت

حل گر توسعه یافته برای کمی سازی عدم قطعیت با استفاده از روش بسط چند جمله ای آشوب با استفاده از تابع چالشی سوپول مورد اعتبارسنجی قرار گرفت [۳۵]. این تابع بصورت رابطه (۲۰) ارائه می‌شود:

$$Y = \prod_{i=1}^q \frac{|4X_i - 2| + a_i}{1 + a_i} \quad (20)$$

که در آن متغیرهای ورودی X_i ، $i = 1, \dots, q$ بصورت یکنواخت در بازه‌ی [۰ ۱] توزیع شده‌اند و a_i ها مقادیر مثبت هستند. در کاربردهای عددی، q برابر ۸ است و همچنین $a = [1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 500]$ است. واریانس، D ، تابع Y و اندیس‌های سوپول را می‌توان بصورت تحلیلی از روابط زیر محاسبه کرد.

$$D = \prod_{i=1}^q (D_i + 1) - 1, \quad D_i = \frac{1}{3(1 + a_i)^2} \quad (21)$$

$$S_{i_1, \dots, i_s} = \frac{1}{D} \prod_{i=1}^s D_i \quad (22)$$

چندجمله‌ای‌های لژاندر و ژاکوبی، بترتیب پایه‌های متناظر PCE در مطالعه حاضر هستند.

۵-۱-۱- محاسبه ممان‌های آماری

در پژوهش حاضر، روش رگرسیون^۱ برای محاسبه ضرایب مجهول PCE استفاده شده است [۲۸]. روش محاسبه به این صورت است که در ابتدا مجموعه از $N = 2(P + 1)$ نمونه تصادفی $\Xi = \{\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(N)}\}$ تولید گردیده و سپس کمیت هدف $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}, \dots, \mathbf{y}^{(N)}\}^T$ برای هر یک از نمونه‌ها محاسبه می‌شود که $\mathbf{y}^{(i)} = \mathcal{M}(\xi^{(i)})$ است. در نهایت با حل سیستم خطی فرامعین زیر با روش حداقل مربعات^۲، ضرایب مجهول بسط آشوب محاسبه می‌شوند [۳۱].

$$\begin{bmatrix} \psi_0(\xi^1) & \dots & \psi_i(\xi^1) & \dots & \psi_P(\xi^1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \psi_0(\xi^S) & \dots & \psi_i(\xi^S) & \dots & \psi_P(\xi^S) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \psi_0(\xi^N) & \dots & \psi_i(\xi^N) & \dots & \psi_P(\xi^N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\xi^1) \\ \vdots \\ u_i(\xi^S) \\ \vdots \\ u_P(\xi^N) \end{bmatrix} \quad (14)$$

در پژوهش حاضر برای تولید نمونه‌ها، از روش نمونه‌گیری شبه تصادفی سوپول استفاده گردیده است [۳۲]. بدلیل اینکه پایه‌های PCE متعامد یک‌ه هستند؛ بنابراین مقادیر متوسط و واریانس مورد علاقه بترتیب از روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه می‌گردند [۳۰].

$$\mu(x) = \langle u(x; \xi) \rangle = u_0(x) \quad (15)$$

$$\sigma^2(x) = \sum_{i=1}^P u_i^2(x) \langle \psi_i \psi_i \rangle \quad (16)$$

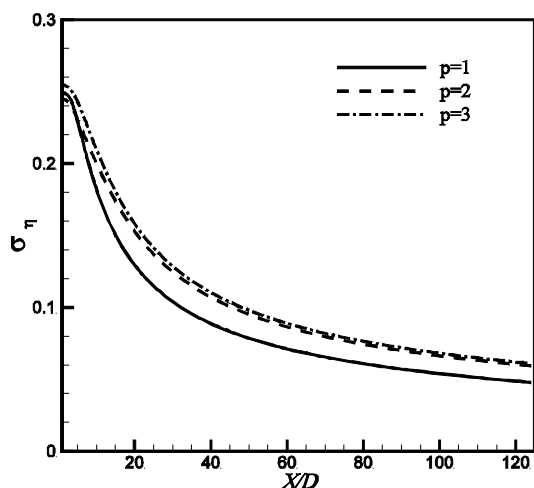
۵-۲- تحلیل حساسیت^۳ با استفاده از اندیس‌های سوپول

روش تحلیل حساسیت با استفاده از اندیس‌های سوپول، اثرات متغیرهای تصادفی ورودی (یا ترکیبی از آنها) روی واریانس پاسخ سیستم را شناسایی می‌کند. اندیس‌های سوپول بدلیل ارائه اطلاعات دقیق در بیشتر مسائل کاربردی، توجه زیادی را

¹ Regression

² Least-Square

³ Sensitivity Analysis



شکل ۶- مقایسه انحراف استاندارد پارامتر ضریب اثربخشی،
به ازای مرتبه‌های مختلف PCE ،

۶-۱- میدان دما در خنک‌کاری لایه‌ای

در این قسمت نتایج میدان دمای بی‌بعد، پارامتر هدف در خنک‌کاری لایه‌ای یعنی ضریب اثربخشی آدیاباتیک، η ، ارائه خواهند گردید. شکل ۷(الف) تا (د) بترتیب کانتورهای متوسط و انحراف معیار θ ، را برای نسبت دمش‌های $M = 0.5, 2.0$ نشان می‌دهد. نسبت دمش نشان دهنده نسبت شار جرمی خنک‌کننده به جریان اصلی است. بعبارت دیگر نسبت دمش بالاتر منجر به تزریق خنک‌کننده بیشتر می‌شود. مطابق شکل با افزایش نسبت دمش، جریان جداشده ناحیه بزرگتری را خنک می‌نماید. اما مسئله مهم در این حالت این است که با افزایش نسبت دمش، سرعت خنک‌کننده افزایش می‌یابد، بطوریکه جریان ثانویه بجای جاری شدن روی سطح داغ از روی سطح بلند می‌شود. از اینرو، ناحیه بلافاصله بعد از شیار در این حالت کاهش دمای کمتری در مقایسه با نسبت دمش $M = 0.5$ را تجربه می‌کند. مقایسه کانتورهای انحراف معیار در دو نسبت دمش کم و زیاد نشان می‌دهد که با افزایش نسبت دمش، ناحیه بزرگتری از سطح داغ تحت تاثیر عدم‌قطعیت‌ها قرار می‌گیرد، اگر چه میزان این تاثیر بدلیل گسترش آن کاهش می‌یابد. نکته بعدی این است که در نسبت دمش کم، ناحیه بلافاصله بعد از تزریق، تغییرات دمای بالاتری را نشان می‌دهد. در حالیکه با افزایش نسبت دمش، مقدار تغییرات کاهش یافته ولی ناحیه تغییرات بزرگتر است.

نتایج بدست آمده از روش عددی با نتایج تحلیلی در جدول ۲ مقایسه شده اند. مطابق جدول ۲، حل گر UQ توسعه یافته توانسته با خطاهای ۰/۰۱٪ و ۱/۵٪ بترتیب میانگین و واریانس تابع را پیش بینی نموده است. علاوه بر این مقادیر خطای نسبی بدست آمده برای کلیه اندیس‌های سوپول، کمتر از ۲٪ می باشد.

جدول ۲- نتایج UQ تابع سوپول

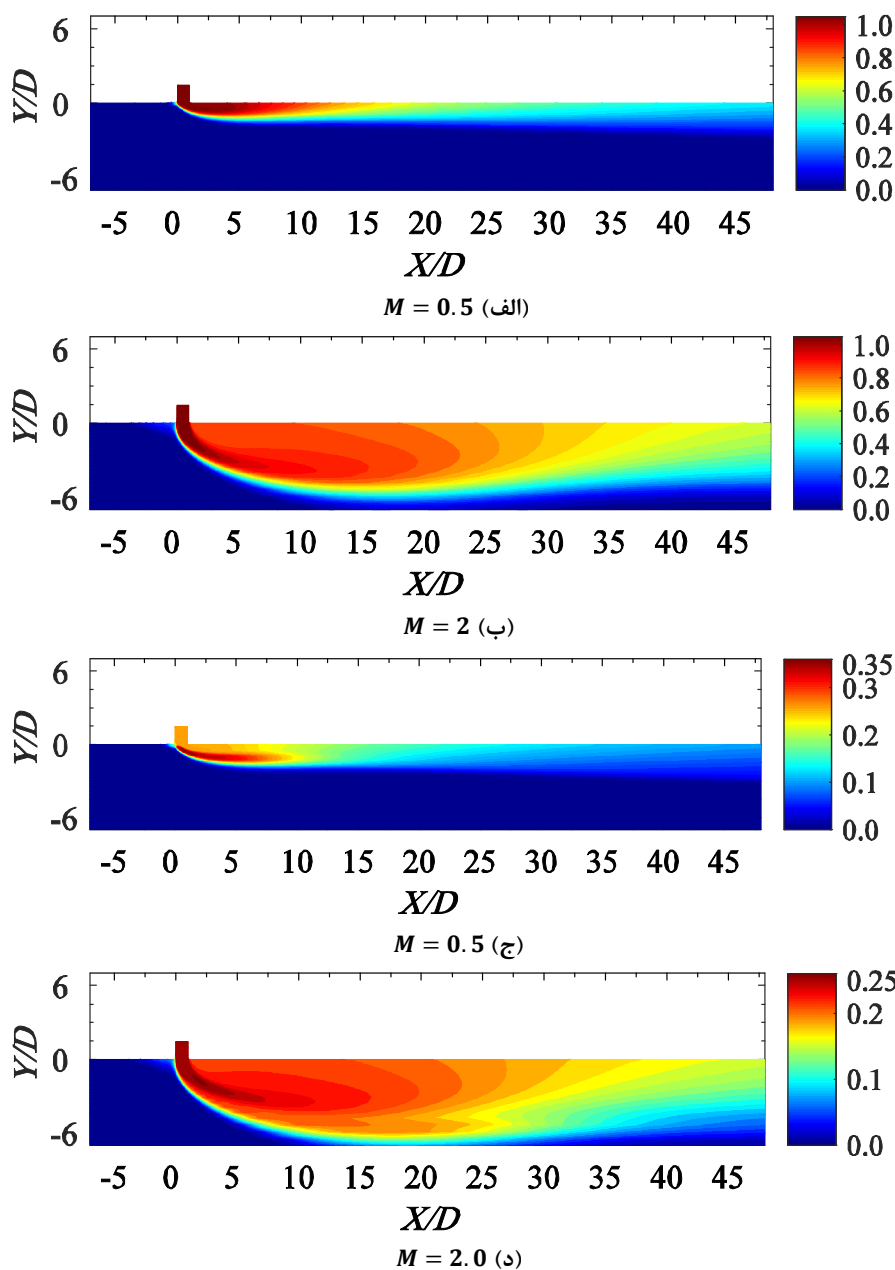
پارامتر	تحلیلی	PCE	خطای نسبی (%)
μ	۱/۰	۱/۰	۰/۰۱
σ^2	۰/۱۴	۰/۱۴	۱/۵۲
S_1	۰/۶۰	۰/۵۹	۱/۸۱
S_2	۰/۲۷	۰/۲۶	۱/۷۱
S_3	۰/۰۷	۰/۰۷	۱/۹۴
S_4	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۵۰
S_5	۰/۰۱	۰/۰۱	۱/۸۵
S_6	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
S_7	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
S_8	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰

۶-۲ نتایج و بحث

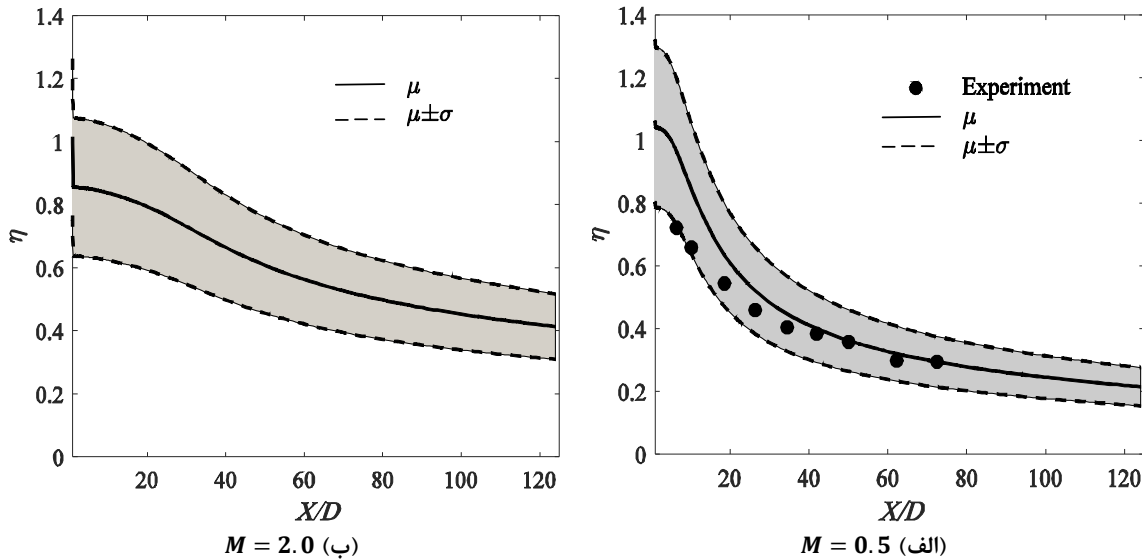
در این قسمت با توجه به عدم‌قطعیت‌های شرایط کاری مفروض در جدول ۱، نتایج دینامیک سیالات تصادفی با استفاده از روش NPC ارائه و بحث خواهند گردید. برای تعیین مرتبه مناسب بسط چندجمله‌ای آشوب، تحلیل عدم‌قطعیت برای بسط از درجات مختلف $p = 1, 2, 3$ انجام گردید. نتایج تحلیل برای انحراف معیار ضریب اثربخشی آدیاباتیک، (η) ، در شکل ۶ ارائه شده است. مطابق این شکل ملاحظه می‌شود که نتایج به ازای مرتبه‌های $p = 2, 3$ مشابه هم هستند؛ بطوریکه اختلاف نتایج حدود ۳٪ است؛ بنابراین در ادامه نتایج برای بسط مرتبه سه $p = 3$ ارائه خواهند گردید.

قطعی ممکن است، باعث شکست پره گردد و هزینه‌های جبران‌ناپذیری را تحمیل نماید. شکل ۸ تغییرات ضریب اثربخشی آدیاباتیک به همراه کران بالا و پایین در دو نسبت دمش $M = 0.5, 2.0$ را نشان می‌دهد. علاوه بر این نتایج تجربی پاپل [۲۰] برای نسبت دمش $M = 0.5$ نیز جهت مقایسه ارائه شده است.

این نتیجه در طراحی سیستم خنک‌کاری مخصوصاً در نسبت دمش کم حائز اهمیت است. زیرا مطابق شکل، میزان تغییرات ناشی از شرایط غیرقطعی هم اندازه مقادیر متوسط است. از اینرو صرفنظر کردن از شرایط تصادفی و طراحی سیستم خنک‌کاری بر اساس نتایج دینامیک محاسباتی



شکل ۷- کانتورهای دمای بی‌بعد، θ (الف)، (ب) متوسط و (ج)، (د) انحراف معیار



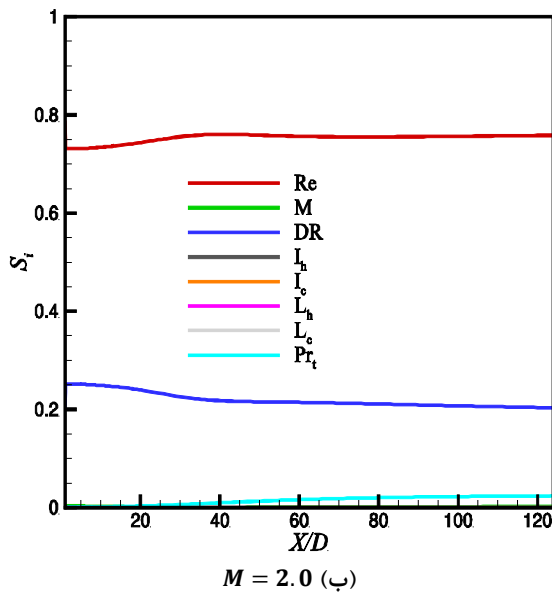
شکل ۸- پروفیل‌های ضریب اثربخشی آدیاباتیک محلی، به‌همراه کران بالا و پایین

اصلی، بترتیب سیال خنک‌کننده به سطح نزدیکتر و یا دورتر می‌شود. از اینرو در حالتی که عدد Re افزایش می‌یابد، ضریب اثربخشی در سطح بلافاصله بعد از جت خنک‌کننده افزایش می‌یابد؛ در حالیکه با کاهش عدد رینولدز ناحیه وسیع‌تری خنک می‌شود. نکته جالب در مقایسه شکل ۹ (الف) و (ب) آن است که با افزایش نسبت دمزش، تاثیر تصادفی بودن پارامتر M ، روی η کاهش می‌یابد بطوریکه در نسبت دمزش $M = 2$ این تاثیر قابل چشم‌پوشی است.

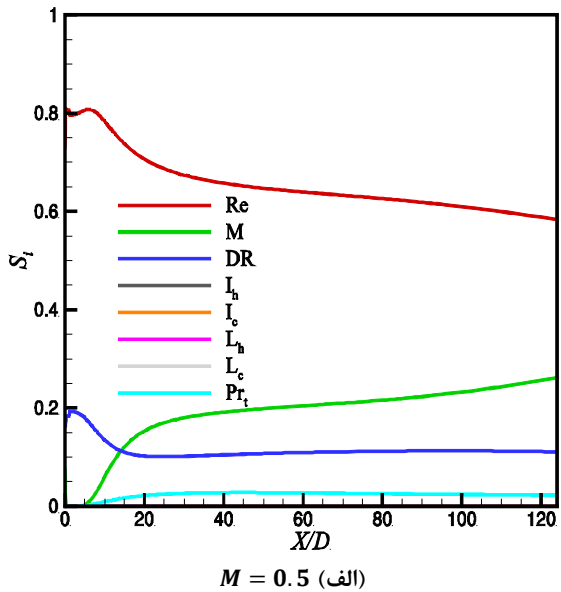
نتیجه بدست آمده به این دلیل است که در نسبت دمزش کم، بدلیل اینکه ناحیه چرخشی ناشی از جدایش جریان وجود ندارد (یا بسیار کوچک است) سطح بعد از تزریق بیشترین خنک‌کاری را تجربه می‌کند ($0 \leq X/D \leq 10$). از این‌رو افزایش نسبت دمزش (تا محدوده $0/8$) باعث افزایش بلندشدگی جت شده، ولی به دلیل اینکه هنوز بلندشدگی جت کم است، ناحیه نزدیک شیار از این تغییر تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد، بلکه نواحی دورتر ($20 \leq X/D \leq 123$) سهم بیشتری از این تغییر را تجربه می‌کنند. دقیقاً عکس این نتیجه برای نسبت چگالی اتفاق می‌افتد؛ در حالیکه در نسبت دمزش‌های زیاد ($M = 2$) بدلیل بیشتر بلندشدن جت، افزایش بیشتر آن (حد بالای محدوده عدم‌قطعیت در نظر گرفته شده) تاثیری روی میزان خنک‌کاری ندارد.

مطابق شکل بیشترین انحراف نتایج عددی و نتایج تجربی (۱۹٪) در ناحیه بلافاصله بعد از تزریق (برخورد دو جریان اصلی و جداشده) رخ می‌دهد. در ناحیه برخورد ($X/D = 0$) بدلیل پیچیدگی شدید جریان ناشی از: ۱- زاویه تماس بیشتر جت خنک‌کننده با جریان اصلی در ناحیه برخورد و ۲- گردابه‌های تشکیل یافته بدلیل اندرکنش دو جریان، بیشترین تاثیرپذیری از شرایط غیرقطعی اتفاق می‌افتد. علاوه‌براین، مطابق شکل ۸ (الف)، محدوده در نظر گرفته شده برای پارامترهای غیرقطعی بخوبی توانسته مقادیر تجربی را در برگردد و بتدریج با فاصله گرفتن از ناحیه برخورد تاثیر آنها (محدوده جواب) کم می‌شود. مقایسه شکل ۸ (الف) و (ب) نشان می‌دهد که در نسبت دمزش کم ($M = 0.5$) ناحیه بلافاصله بعد از تزریق، دمای کمتری را در مقایسه با نسبت دمزش بالا ($M = 2.0$) بدلیل بلندشدگی جت تجربه می‌کند. در حالیکه نواحی دورتر در نسبت دمزش بالا خنک‌کاری بیشتری را نسبت به $M = 0.5$ تجربه می‌کنند.

اندیس‌های سوپول ضریب اثربخشی محلی روی دیواره (سطح خنک شده)، η ، در دو نسبت دمزش $M = 0.5, 2$ در شکل ۹ (الف) و (ب) نشان داده شده است. مطابق شکل در هر دو نسبت دمزش، عدد رینولدز، Re ، جریان اصلی بیشترین تاثیر (بترتیب ۶۵٪ و ۷۶٪) را روی η دارد. نتیجه بدست آمده به این دلیل است که با افزایش و کاهش عدد رینولدز جریان



M = 2.0 (ب)



M = 0.5 (الف)

شکل ۹- پروفیل اندیس‌های سوپول بر روی سطح خنک‌شده برای ضریب اثربخشی محلی،

نیز در شکل ۱۱ نشان داده شده است. مطابق شکل در هر دو نسبت دمش کم ($M = 0.5$) و زیاد ($M = 2.0$) اختلافی بین مقدار قطعی و متوسط η_{ave} دیده نمی‌شود. علاوه بر این، شکل ۱۱ نشان می‌دهد که بازه تغییرات η_{ave} در هر دو نسبت دمش بسیار زیاد است. بنابراین، برای نیل به کارکرد ایمن و استوار، بایستی طراحی برای مقادیر حداقل η_{ave} انجام شود تا از شکست احتمالی پره جلوگیری شود. بدلیل اینکه توابع چگالی احتمال خروجی بدست آمده شبیه به توزیع گاوسی می‌باشند، معیار $3\sigma - \mu$ می‌تواند برای تعیین کمترین مقدار ضریب اثربخشی استفاده شود. در این حالت، مقادیر μ و σ از توزیع احتمالی ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای با استفاده از تحلیل عدم قطعیت بدست می‌آید.

۷- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر کمی‌سازی عدم قطعیت میدان جریان و انتقال حرارت مغشوش در خنک‌کاری لایه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک نشان داد که با افزایش نسبت دمش، محافظت از سطح داغ در سطح وسیع‌تری ایجاد می‌گردد و جریان ثانویه ناحیه بزرگتری را خنک می‌نماید. ناحیه بلافاصله بعد از شیار در این حالت کاهش دمای کمتری در مقایسه با نسبت دمش

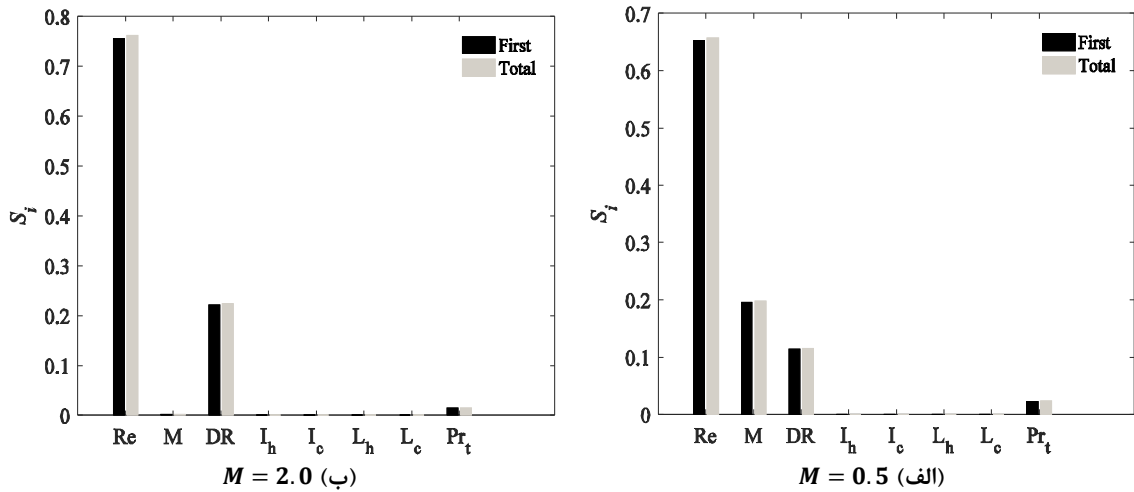
اندیس‌های حساسیت اول و کلی برای ضریب اثربخشی آدیاباتیک متوسط، η_{ave} بر روی دیواره که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_{ave} = \frac{1}{S} \int_0^S \eta dx \quad (23)$$

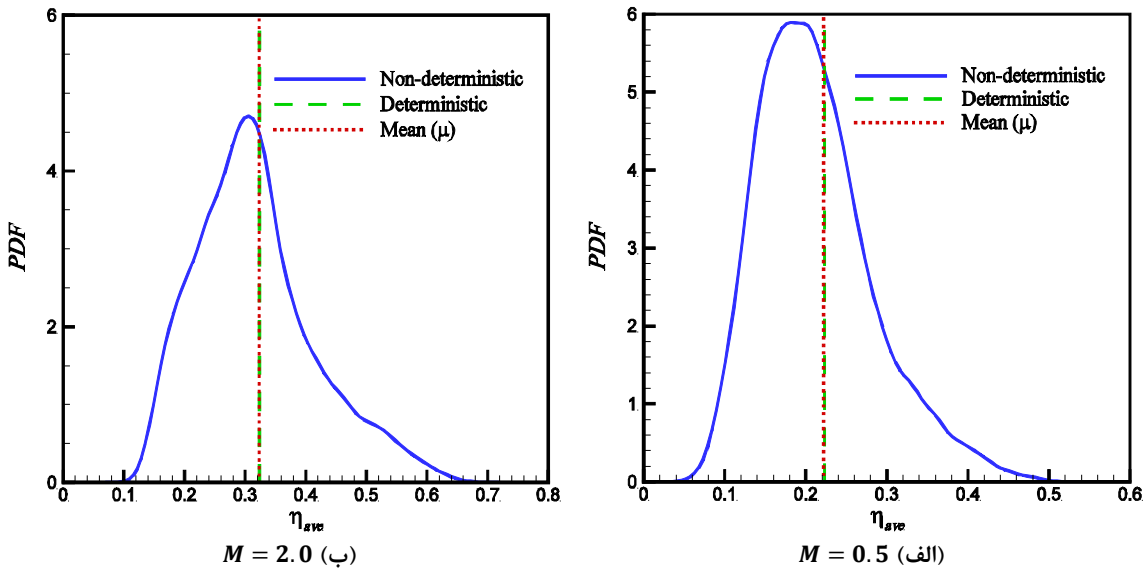
در شکل ۱۰ ارائه شده است.

بر اساس شکل ۱، S در رابطه (۲۳) برابر طول سطح خنک‌شده است. مطابق شکل ۱۰، در هر دو نسبت دمش کم و زیاد ($M = 0.5, 2$)، پارامترهای شدت آشفتنگی و طول مقیاس جریان اصلی و ثانویه تاثیر ناچیزی روی ضریب اثربخشی آدیاباتیک متوسط دارند (کمتر از ۰.۱٪). علاوه بر این، اندیس‌های اول و کلی سوپول اختلاف ۰.۰۸٪ را نشان می‌دهند که این نکته بیان می‌کند که اثرات ترکیبی پارامترهای غیرقطعی روی خنک‌کاری لایه‌ای ناچیز است.

همانطور که در مقدمه بیان گردید، در توربین‌های گازی، بار حرارتی زیاد یکی از مهمترین عوامل شکست قطعات توربین گاز است. در نظر گرفتن اثرات تصادفی شرایط جریان و انتقال حرارت مغشوش روی خنک‌کاری لایه‌ای نقش بسیار مهمی در عمر فلز پره بازی می‌کند. در شکل ۱۱ تابع توزیع احتمال ضریب اثربخشی خنک‌کاری لایه‌ای متوسط، η_{ave} در دو نسبت دمش $M = 0.5, 2$ به‌مراه مقادیر قطعی (حل قطعی با شرایط ثابت) و متوسط شرایط تصادفی برای η_{ave}



شکل ۱۰- اندیس‌های سوپول برای ضریب اثربخشی آدیاباتیکی متوسط، ave



شکل ۱۱- تابع توزیع احتمال اثربخشی آدیاباتیکی متوسط، ave ، در مقایسه با مقادیر قطعی و متوسط

۸- مراجع

- [1] Ghanem RG, Spanos PD (1991) Stochastic finite element method: Response statistics, in Stochastic finite elements: a spectral approach. Springer, New York.
- [2] Wiener N (1938) The homogeneous chaos. Am J Math 60(4): 897-936.
- [3] Raisee M, Kumar D, Lacor C (2015) A non-intrusive model reduction approach for polynomial chaos expansion using proper orthogonal decomposition. Int J Numer Methods Eng 103(4): 293-312.

کم ($M = 0.5$) را تجربه کرد. بیشترین اختلاف نتایج عددی و تجربی (۱۹٪) در ناحیه بالا فاصله بعد از تزریق رخ می‌دهد. در این ناحیه بدلیل پیچیدگی جریان، بیشترین تأثیرپذیری از شرایط غیرقطعی دیده شد. در هر دو نسبت دم‌ش، عدد رینولدز، Re ، جریان اصلی بیشترین تأثیر را روی ضریب اثربخشی آدیاباتیکی، η داشت. در حالیکه پارامترهای شدت آشفتگی و طول مقیاس جریان اصلی و ثانویه کمترین تأثیر را روی ضریب اثربخشی آدیاباتیکی متوسط نشان داد.

- [19] Babaee H, Wan X, Acharya S (2014) Effect of uncertainty in blowing ratio on film cooling effectiveness. *J Heat Trans-T ASME* 136(3).
- [20] Papell SS (1960) Effect on gaseous film cooling of coolant injection through angled slots and normal holes. Technical Report, National Aeronautics and Space Administration.
- [21] Singh K, Premachandran B, Ravi M (2015) A numerical study on the 2D film cooling of a flat surface. *Numer Heat Tr A-Appl* 67(6): 673-695.
- [22] Ghorab MG (2014) Film cooling effectiveness and heat transfer analysis of a hybrid scheme with different outlet configurations. *Appl Therm Eng* 63(1): 200-217.
- [23] Naghashnejad M, Amanifard N, Deylami H (2014) A predictive model based on a 3-D computational approach for film cooling effectiveness over a flat plate using GMDH-type neural networks. *Heat Mass Transfer* 50(1): 139-149.
- [24] Carnevale M, et al. (2013) Uncertainty quantification: A stochastic method for heat transfer prediction using LES. *J Turbomach* 135(5): 051021.
- [25] Greenshields CJ (2017) OpenFoam user guide. Version 6. OpenFOAM Foundation Ltd July.
- [26] Versteeg HK, Malalasekera W (2007) An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method. Pearson Education.
- [27] Xiu D, Karniadakis GE (2002) The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations. *SIAM J Sci Comput* 24(2): 619-644.
- [28] Eldred M, Webster C, Constantine P (2008) Evaluation of non-intrusive approaches for Wiener-Askey generalized polynomial chaos. in 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 16th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference, 10th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference, 9th AIAA Gossamer Spacecraft Forum, 4th AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialists Conference.
- [29] Karimi MS, et al. (2019) Probabilistic CFD computations of gas turbine vane under uncertain operational conditions. *Appl Therm Eng* 148: 754-767.
- [30] Soize C, Ghanem R (2004) Physical systems with random uncertainties: chaos representations with arbitrary probability measure. *SIAM J Sci Comput* 26(2):395-410.
- [31] Hosder S, Walters R, Perez R (2006) A non-intrusive polynomial chaos method for uncertainty propagation in CFD simulations. in 44th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit.
- [4] Salehi S, et al. (2018) On the flow field and performance of a centrifugal pump under operational and geometrical uncertainties. *Appl Math Model* 61: 540-560.
- [5] Carnevale M, et al. (2013) Uncertainty quantification: A stochastic method for heat transfer prediction using LES. *J Turbomach* 135(5).
- [6] Mohammadi A, Raisee M (2017) Effects of operational and geometrical uncertainties on heat transfer and pressure drop of ribbed passages. *Appl Therm Eng* 125: p. 686-701.
- [7] Maitre OPL, et al. (2001) A stochastic projection method for fluid flow. I: Basic formulation. *J Comput Phys* 173(2): 481-511.
- [8] Lacor C, Smirnov S (2008) Non-deterministic compressible navier-stokes simulations using polynomial chaos. in Proc. ECCOMAS Conf..
- [9] Dinescu C, et al. (2010) Assessment of intrusive and non-intrusive non-deterministic CFD methodologies based on polynomial chaos expansions. *Int J Eng Syst Model Simul* 2(1-2): 87-98.
- [10] Xiu D, Tartakovsky DM (2006) Numerical methods for differential equations in random domains. *SIAM J Sci Comput* 28(3): 1167-1185.
- [11] Xiu D, Karniadakis GE (2003) Modeling uncertainty in flow simulations via generalized polynomial chaos. *J Comput Phys* 187(1): 137-167.
- [12] Salehi S, Raisee Dehkordi M (2016) Application of Gram-Schmidt orthogonalization method in uncertainty quantification of computational fluid dynamics problems with arbitrary probability distribution functions. *Modares Mechanical Engineering* 15(12): 1-8.
- [13] Esfahanian V, Rahbari I, Mortazavi MH (2015) Uncertainty quantification of RANS turbulence models for power-law non-newtonian fluid flows. *Modares Mechanical Engineering* 15(5): 287-294.
- [14] Nouri R, Raisee M (2017) Uncertainty quantification of electroosmotic flow in a microchannel. *Modares Mechanical Engineering* 17(8): 291-300.
- [15] Bogard DG, Thole KA (2006) Gas turbine film cooling. *J Propul Power* 22(2): 249-270.
- [16] Han JC, Dutta S, Ekkad S (2012) Gas turbine heat transfer and cooling technology. CRC press.
- [17] Montomoli F, et al. (2012) Geometrical uncertainty and film cooling: Fillet radii. *J Turbomach* 134(1).
- [18] D'Ammaro A, Montomoli F (2013) Uncertainty quantification and film cooling. *Comput Fluids* 71: 320-326.

- [34] Sudret B (2008) Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliab Eng Syst Safe* 93(7): 964-979.
- [35] Sobol IM (2003) Theorems and examples on high dimensional model representation. *Reliab Eng Syst Safe* 79(2): 187-193.
- [32] Sobol' IyM (1967) On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals. *Zh Vychisl Mat Mat Fiz* 7(4): 784-802.
- [33] Sobol' IyM (1990) On sensitivity estimation for nonlinear mathematical models. *Mat Model* 2(1): 112-118.