



## آنالیز تحلیلی و تجربی پدیده گیر قطعه‌کار در قید و بندها با استفاده از مکانیزم بلوک و دست

هادی پروز<sup>۱\*</sup>، ناصرالدین سپهری<sup>۱</sup> و محمد کیهانی یزدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

<sup>۲</sup> دانش‌آموخته کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۱۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۱۹

### چکیده

گیر قطعات در قید و بند، یک پدیده ناخواسته در حین بارگذاری با باربرداری است که مطالعه شرایط وقوع آن در جاسازی قطعات در قید و بند و تعیین شرایط لازم برای اجتناب از وقوع آن به‌عنوان یکی از مراحل صحت‌سنجی در طراحی قید و بندها مطرح می‌شود. در پژوهش حاضر، آنالیز تحلیلی و تجربی برای مطالعه شرایط وقوع این پدیده با استفاده از مطالعه موردی بلوک و دست ارائه شده است. مدل تحلیلی بر مبنای اصل کمترین اندازه جواب پایه‌ریزی شده است. از مدل‌های تحلیلی ارائه شده در پژوهش‌های پیشین نیز استفاده شده است که وقوع گیر را در شرایط شبه‌استاتیکی بررسی کرده‌اند. برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیل، آزمایش تجربی طراحی و اجرا گردید. برای این منظور، مجموعه آزمایشگاهی برای مطالعه موردی بلوک و دست ساخته شد. پس از اندازه‌گیری تجربی ضریب اصطکاک بین بلوک، سطح پایه و اهرم، مسافت پیمایش شده توسط بلوک برای وقوع گیر با استفاده از روش‌های پردازش تصویر و داده‌برداری به‌کمک انکودر زاویه‌ای اندازه‌گیری شد. بیشینه مقدار خطا بین پیش‌بینی تحلیل و نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش‌های تجربی برای مسافت پیمایش بلوک جهت وقوع گیر برابر با ۶/۸ میلی‌متر (معادل خطای نسبی ۳/۸٪) به‌دست آمد که نشان‌دهنده دقت مناسب تحلیل ارائه شده است.

**کلمات کلیدی:** بلوک و دست؛ ضریب اصطکاک؛ طراحی قید و بند؛ اصل کمینه اندازه؛ گیر.

## Theoretical and Experimental Analysis of Jamming of Workpiece in the Fixture by using the Block and Palm Study

H. Parvaz<sup>1,\*</sup>, N. Sepehry<sup>1</sup>, M. Keyhani Yazdi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

<sup>2</sup> B.Sc., Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

### Abstract

Jamming of workpiece in the fixture is an unwanted phenomenon which usually occurs during its loading or unloading processes. Investigating the conditions of the jamming occurrence and determining the conditions in which jamming would not occur, are considered as the important steps in the verification stage of the fixture design procedure. In this paper, analytical and experimental analysis is conducted for studying the jamming occurrence conditions using the block and palm study. Theoretical model is established based on the minimum norm principle. The proposed theoretical models in the previous studies which investigated the jamming phenomenon in the quasi-static conditions are also incorporated. Experiments are also designed and implemented for validation of the theoretical predictions. For this purpose, experimental setup is designed and fabricated for the block and palm case study. After measurement of the coefficient of friction between the block, base plate and palm, the jamming-in travel of block (distance in which jamming occurred) is then measured using a rotary encoder and the image processing techniques. The worst-case error equal to 6.8mm (equivalent to 3.8%) is obtained for the jamming-in travel of block between the theoretical predictions and experimental results which indicated the accuracy of the suggested theoretical model.

**Keywords:** Block and Palm; Coefficient of Friction; Fixture Design; Minimum Norm Principle; Jamming.

## ۱- مقدمه

گیر قطعه‌کار در قید و بند به صورت محدود شدن تمام درجات آزادی آن در حین بارگذاری و باربرداری در فیکسچر<sup>۱</sup> تعریف می‌شود. وقوع این پدیده می‌تواند ناشی از نقایص در طرح جاسازی قید و بند، طراحی نامناسب مسیر بارگذاری و باربرداری قطعه‌کار و خطای اپراتور باشد. از آنجا که قید و بندها یکی از اصلی‌ترین عوامل تامین‌کننده و حفظ‌کننده دقت در سیستم‌های گرفتن و ثابت نگهداشتن قطعات در حین ماشین‌کاری به‌شمار می‌روند، هرگونه عامل اغتشاش احتمالی در حفظ این دقت می‌تواند منجر به تولید محصول معیوب و به‌تبع آن، افزایش هزینه‌های تولید گردد. احتمال وقوع پدیده گیر در سیستم‌هایی وجود دارد که تعداد عوامل محدودکننده حرکت در یک راستای مشخص بیشتر از کمترین تعداد لازم برای محدودکردن حرکت در آن راستا باشد؛ لذا، وقوع گیر علاوه بر قید و بندها (با اعمال شش جاساز به قطعه‌کار) در سیستم‌های گرفتن اشیاء در کارکردهای رباتیک نیز مشاهده می‌شود. استفاده از اصل ۱-۲-۳ برای طراحی سیستم جاسازی قطعات صلب، شرایط را برای وقوع این پدیده در قید و بندها فراهم می‌سازد. گیر قطعه‌کار در قید و بند می‌تواند منجر به افزایش غیرمتراف نیروها در نقاط تماس بین قطعه‌کار و قید و بند شده و تغییر شکل‌های شدیدی را در قطعه‌کار یا اجزاء قید و بند به‌وجود آورد؛ لذا، گیر قطعه‌کار یکی از عوامل آسیب‌زا احتمالی در طراحی و ساخت قید و بندها به‌شمار می‌رود که وقوع آن می‌تواند منجر به کاهش دقت جاسازی و تولید محصول با رواداری<sup>۲</sup>‌هایی خارج از بازه مورد نیاز شود. همین دلایل را می‌توان به‌عنوان توجیه قوی برای اجرای فرآیندهای مدل‌سازی تحلیلی، شبیه‌سازی و آنالیز تجربی این پدیده در سیستم‌های قید و بند مطرح نمود.

در مطالعه پیشینه پژوهش‌های مرتبط با آنالیز پدیده گیر، می‌توان دو کارکرد عمده طراحی قید و بند و گرفتن اشیاء در رباتیک را عنوان نمود. معمولاً، اکثر پژوهش‌های منتشر شده به مدل‌سازی تحلیلی و تعیین شرایط وقوع این پدیده پرداخته و پیش‌بینی‌های تحلیلی را با استفاده از دو

مطالعه موردی جاساز-سوراخ<sup>۳</sup> و بلوک-دست<sup>۴</sup> با نتایج پژوهش‌های منتشر شده قبلی مقایسه کرده‌اند. در پژوهش‌های پیشین، عموماً مدل‌سازی تحلیلی پدیده گیر در شرایط شبه‌استاتیکی و دینامیکی انجام شده است. ترینکل و همکاران [۱]، شرایط عدم وقوع گیر قطعه‌کار در قید و بند را در شرایط شبه‌استاتیک بررسی کردند. با محاسبه حالت تماس<sup>۵</sup> (غلزشی<sup>۶</sup> یا لغزشی<sup>۷</sup> بودن آن) در نقاط تماس بین قطعه‌کار و اجزاء قید و بند و فرض این‌که تمام تماس‌ها در حالت اولیه لغزشی قرار دارند، وقوع گیر به‌صورت تغییر حالت حداقل یکی از نقاط تماس از لغزش به غلزش عنوان شد. با در نظر گرفتن این فرضیات، مدل‌سازی ریاضیاتی برای پیاده‌سازی این تحلیل ارائه گردید و شرایط لازم برای عدم وقوع گیر با استفاده از دو مطالعه موردی جاساز-سوراخ و بلوک-دست تعیین شد. در [۲]، پژوهشی برای مدل‌سازی تحلیلی پدیده گیر در شرایط دینامیکی ارائه شد که در آن، از روش تماس اصطکاکی اجسام صلب با همدیگر در قالب یک مسأله مکملی جفت نشده<sup>۸</sup> استفاده گردید. با محاسبه مقادیر سرعت و شتاب در نقاط تماس و فرض اصطکاک غیرخطی کولمب در این نقاط، مسأله مکملی جفت نشده حل شد. نتیجه بر آن شد که با فرض اینکه نقاط تماس در حالت اولیه غلزشی باشند، همواره حداقل یک جواب برای مسأله تماس اصطکاکی اجسام صلب وجود دارد.

از آنجا که جهت و شدت نیرو-ممان‌های خارجی و نوع نقاط تماس (لغزشی یا غلزشی بودن آن‌ها)، نقش تعیین‌کننده‌ای در وقوع یا عدم وقوع گیر دارند، پژوهش‌هایی در زمینه مطالعه اثر این پارامترها روی شرایط وقوع گیر منتشر شده است که از آن جمله می‌توان به [۳] اشاره نمود. در این پژوهش، حالت از پیش تعیین‌شده‌ای برای نقاط تماس تعریف شده و بر اساس آن، نیرو-ممان‌های خارجی تعیین شد که منجر به وقوع این حالات در نقاط تماس می‌شود. نتیجه بر آن شد که اعمال این نیرو-ممان‌ها بر قطعه‌کار در کارکرد قید و بند منجر به عدم وقوع گیر می‌شود. در [۴]، از روش حل

<sup>3</sup> Peg in Hole

<sup>4</sup> Block and palm

<sup>5</sup> Contact Mode

<sup>6</sup> Rolling Mode

<sup>7</sup> Sliding Model

<sup>8</sup> Uncoupled Complementary Problem

<sup>1</sup> Fixture

<sup>2</sup> Tolerance

روی فاصله وقوع گیر را می‌توان به‌عنوان مهم‌ترین نقاط ضعف این پژوهش نام برد؛ همچنین هیچ آزمایش تجربی برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیلی در پژوهش مزبور اجرا نشده است که با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده در تحلیل و آنالیز عددی، اجرای آن ضروری به‌نظر می‌رسد.

ارائه راهبرد‌های مختلف برای مونتاژ جاساز در سوراخ و استفاده از آن به‌عنوان مطالعه موردی برای ارزیابی عملکرد تحلیل‌های کنترلی در رباتیک را می‌توان به‌عنوان دو زمینه پژوهشی قابل توجه در چند سال اخیر نام برد. کلارک و همکاران [۱۱]، از این مکانیزم برای ارزیابی عملکرد ربات دو بازویی استفاده کردند که برای اجرای عملیات مشخصی از فاصله دور طراحی شده بود. برای این منظور یک ربات پوشیدنی با سنسورهای نیرو طراحی شد که کاربر با استفاده از آن، حس یک لمس واقعی از شرایط مونتاژ جاساز و سوراخ داشت. آزمایش‌های تجربی توسط افراد مختلف با استفاده از این ربات پوشیدنی برای اجرای فرآیند مونتاژ صورت گرفت. برای اجرای آزمایش‌ها، دو بازوی ربات با برداشتن جعبه‌ای با رنگ مات یا شفاف که حاوی سوراخ در سطح زیرین بود، اقدام به مونتاژ آن در یک جاساز می‌کرد. نتایج آزمایش‌های تجربی بیانگر قابلیت استفاده از بازخوردگیری لمسی نیرو در کارکردهایی بود که امکان بازخورد بصری وجود ندارد. پژوهش‌های مشابهی نیز در این زمینه چاپ شده‌اند که از آن جمله می‌توان به [۱۲ و ۱۳] اشاره کرد. در [۱۲] از مکانیزم جاساز و سوراخ برای ارزیابی عملکرد سیستم کنترل امپدانس هماهنگی برای یک ربات دو بازویی و در [۱۳] از یک مطالعه موردی شبیه مکانیزم جاساز و سوراخ برای سنجش قابلیت‌های راهبرد پیشنهادی برای کنترل خود-تطبیقی جهت‌گیری قطعات بزرگ مونتاژی استفاده شد. آزمایش تجربی نیز در هر دو پژوهش برای سنجش عملکرد راهبردهای پیشنهادی کنترلی با استفاده از اندازه‌گیری نیرو و گشتاور سب‌بعدی و مقایسه آن‌ها با مقادیر پیش‌بینی شده از تحلیل اجرا شد. برای افزایش سهولت مونتاژ جاساز و سوراخ و کاهش اصطکاک خطی بین آن‌ها، ایده استفاده از حرکت پیچ و مهره در [۱۴] مطرح گردید. این حرکت با اعمال گشتاور حول محور جاساز به‌صورت همزمان با اعمال نیرو در راستای این محور به

عددی زمانی<sup>۱</sup> برای محاسبه مقادیر سرعت نسبی قطعه‌کار و سطح پایه در نقطه تماس استفاده شد. مقدار نیروی اصطکاک در نقاط تماس بین قطعه‌کار و قید و بند به‌دست آمد. مسأله تماس اصطکاکی اجسام صلب به‌صورت عددی و به‌کمک روش تکراری گاوس-سایدل<sup>۲</sup> آحل شده و نتایج آن، با داده‌های به‌دست‌آمده از روش مکملی جفت نشده مقایسه شد. لیو و همکاران [۵]، مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع گیر قطعه-کار در قید و بند ارائه کردند. مدل بر اساس این فرضیه بنا نهاده شد که امکان وقوع گیر قطعه‌کار در قید و بند در حالتی وجود ندارد که تمام تماس‌ها به‌صورت لغزشی باشند. مدل ارائه شده با محاسبه مقادیر سرعت و شتاب نسبی در نقاط تماس بین قطعه‌کار و اجزاء قید و بند، به پیش‌بینی وقوع گیر در حالت دینامیکی کامل می‌پرداخت. نتایج به-دست‌آمده از این روش برای مطالعات موردی جاساز-سوراخ و بلوک-دست با نتایج به‌دست‌آمده از آنالیز شبه‌استاتیک [۱] مقایسه گردید و منابع خطا، بررسی و آنالیز شد. در پژوهشی که توسط فلیکینگر و همکاران [۶]، برای شبیه‌سازی عددی تماس اجسام صلب منتشر شد، کارکرد روش‌های عددی مختلف سنجش و مقایسه شد. به‌عنوان نمونه، با مقایسه روش هندسه دقیق چندوجهی<sup>۳</sup> و روش استوارت-ترینکل [۷ و ۸]، نتیجه گرفته شد که روش استوارت-ترینکل نیاز به گام‌های زمانی کوچک‌تری جهت نیل به دقت روش هندسه دقیق چندوجهی دارد. پروژ و ناطق [۹] مدلی تحلیلی بر مبنای اصل کمترین اندازه جواب برای پیش‌بینی وقوع گیر قطعه‌کار در قید و بندها ارائه کردند. با حل مدل تحلیلی، پیش‌بینی-های تحلیل برای سه مطالعه موردی شامل، مکانیزم‌های جاساز-سوراخ، بلوک-دست و یک قطعه‌کار سب‌بعدی با هندسه شکل-آزاد با نتایج پژوهش‌های پیشین مقایسه شد. در [۱۰] مدل‌سازی گیر قطعات در قید و بندها با استفاده از مطالعه موردی بلوک و دست اجرا شد. برای صحت‌سنجی پیش‌بینی‌های تحلیلی، از آنالیز عددی استفاده شد که در نرم‌افزار ادمز برای مطالعه موردی بلوک و دست انجام شد. فرضیات ساده‌سازی اعم از فرض تماس بلوک و دست در دو نقطه ابتدا و انتها و عدم احتساب اثرات نیروی اینرسی بلوک

<sup>۱</sup> Time-stepping method

<sup>۲</sup> Gauss-Seidel

<sup>۳</sup> Polyhedral exact geometry

<sup>۴</sup> Strategy

استفاده شد. آزمایش تجربی نیز برای صحت‌سنجی عملکرد راهبرد پیشنهادی اجرا گردید.

با توجه به آنچه در پیشینه پژوهش ذکر شد، اکثر پژوهش‌های ارائه شده در زمینه مطالعه پدیده گیر، مدل‌سازی تحلیلی این پدیده را در شرایط شبه‌استاتیک یا دینامیک انجام داده و پیش‌بینی‌های تحلیلی را با مقادیر گزارش‌شده در پژوهش‌های پیشین مقایسه کرده‌اند. از آنجا که هر نوع مدل‌سازی تحلیلی با فرض‌های ساده‌سازی همراه است، آزمایش تجربی برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیلی ضروری به‌نظر می‌رسد. پژوهش اجرا شده در [۱۰] را می‌توان به‌عنوان مرتبط‌ترین مقاله در زمینه اجرا شده در پژوهش حاضر برشمرد؛ هرچند، مقاله مزبور یک پژوهش صرفاً تحلیلی و عددی همراه با فرضیات ساده‌سازی هم‌چون فرض تماس بلوک و سطح پایه در دو نقطه ابتدا و انتها و صرف‌نظر کردن از اثرات پارامترهای دینامیکی حاکم بر حرکت بلوک روی مسافت ورود به گیر است. علاوه بر این، هیچ‌گونه آزمایش تجربی برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیلی در پژوهش مزبور اجرا نشده است. با مطالعه پیشینه پژوهش ارائه شده، مشخص می‌شود که هیچ پژوهشی در زمینه مطالعه معتبر تجربی پدیده گیر قطعه‌کار در قید و بند با استفاده از مکانیزم بلوک و دست گزارش نشده است؛ لذا، اجرای این آزمایش‌ها برای صحت‌سنجی مقادیر پیش‌بینی‌شده تحلیلی، یک پژوهش اصیل و نو به‌شمار می‌آید؛ لذا، سؤال اصلی که در پژوهش حاضر به آن پاسخ داده می‌شود، این است که آیا نتایج ارائه شده در پژوهش‌های پیشین و تحلیل ارائه شده در پژوهش حاضر بر مبنای اصل کمترین اندازه جواب، در آزمایش تجربی نیز قابل حصول و اعتماد است. برای این منظور، مجموعه آزمایشگاهی باید طراحی و ساخته شده و نتایج به‌دست‌آمده از آن، با پیش‌بینی تحلیلی مقایسه گردد. بر این اساس، ادامه مقاله به‌صورت زیر ارائه می‌شود. در بخش ۲، مدل‌سازی تحلیلی پدیده گیر با استفاده از اصل کمترین اندازه جواب ارائه شده و اشاره‌ای گذرا به یکی از تحلیل‌های ارائه‌شده در پژوهش‌های پیشین (صرفاً به دلیل استفاده از نتایج آن در بخش ۴) می‌شود. بخش ۳ مشتمل بر نحوه ساخت مجموعه آزمایشگاهی و اجرای آزمایش‌های مربوطه خواهد بود. مقایسه پیش‌بینی تحلیلی پیشنهادی، تحلیل ارائه‌شده در پژوهش‌های پیشین و نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش-

جاساز اعمال می‌شد. مدل‌سازی تحلیلی برای دو نوع انطباق لقی‌دار<sup>۱</sup> و پرسی در دو حالت تماس نقطه‌ای و سطحی انجام شد. دیاگرام‌های نیرو و گشتاور پیش‌بینی شده از تحلیل با استفاده از آزمایش تجربی و اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور از سنسور نصب شده در انتهای بازوی ربات راستی‌آزمایی شدند. کیم و سئو [۱۵]، یک مدل تحلیلی برای مونتاژ یک جسم شبیه به جاساز در یک سوراخ کم‌عمق (مثل قرار دادن باتری در دستگاه تلفن همراه) ارائه کردند. برای مدل‌سازی تحلیلی و تعیین موقعیت گرفتن جسم در هر مرحله از مونتاژ، از روش تعادل نیروها و گشتاورهای داخلی و خارجی استفاده شد. دیاگرام‌های پیش‌بینی تحلیلی با استفاده از شش نوع جسم مختلف راستی‌آزمایی شدند که باید در یک سوراخ کم عمق قرار می‌گرفتند.

زمینه پژوهشی دیگری که اخیراً مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، مونتاژ جاساز و سوراخ دوگانه<sup>۲</sup> است. ژانگ و همکاران [۱۶ و ۱۷]، یک مدل فازی برای محاسبه و کنترل نیروها و حالت‌های تماس در مکانیزم جاساز-سوراخ دوگانه ارائه کردند. مدل‌های تحلیلی ارائه شده برای پیش‌بینی شرایط وقوع گیر در این مکانیزم در هر دو حالت جاساز-سوراخ صلب و انعطاف‌پذیر عملکرد مناسبی نشان دادند. یک راهبرد بهینه برای کنترل نیرو در نقاط تماس بین جفت جاسازها و سوراخ‌ها ارائه شد و عملکرد آن، توسط آزمایش‌های تجربی بررسی گردید. در [۱۸]، یک راهبرد برای گرفتن و موقعیت‌دهی قطعه‌کار توسط ربات دو بازویی پیشنهاد شد که هدف از آن، اجرای عملیات مونتاژ مکانیزم جاساز-سوراخ دوگانه بود. راهبرد پیشنهاد شده بر مبنای اطلاعات به‌دست‌آمده از دوربین نصب شده در محرک پایانی ربات، عملیات مونتاژ را همراه با بازخوردگیری برای جبران خطا انجام می‌داد. آزمایش تجربی برای اعمال راهبرد پیشنهادی در مکانیزم جاساز-سوراخ دابل اجرا گردید. یک راهبرد کنترل امیدانس برای مونتاژ خودکار مکانیزم جاساز-سوراخ دوگانه در [۱۹] ارائه گردید. مدل ارائه شده منتج به حل یک مسأله بهینه‌سازی شد. روش ترکیبی الگوریتم تکاملی همراه با رگرسیون بردار پشتیبان<sup>۳</sup> برای حل مسأله بهینه‌سازی

<sup>1</sup> Clearance Fit

<sup>2</sup> Dual

<sup>3</sup> Support Vector Regression

های تجربی، شالوده بخش ۴ (بخش نتایج و بحث) را تشکیل خواهد داد. نهایتاً، نتیجه گیری از پژوهش اجرا شده در بخش ۵ ارائه خواهد شد.

## ۲- مدل سازی و تحلیل

روش هایی که تاکنون برای مدل سازی ریاضیاتی پیش بینی وقوع پدیده گیر ارائه شده اند، اکثراً بر مبنای محاسبه مقادیر سرعت و شتاب نسبی در نقطه تماس و تعیین حالت تماس در نقطه تماس بین قطعه کار و سطح پایه آن (به عنوان دو جسم صلب) بوده است. با توجه به حجم بالای محاسبات لازم برای محاسبه پارامترهای سینماتیکی و دینامیکی، معمولاً این تحلیل ها به لحاظ حجم پردازش مقرون به صرفه نیستند. در پژوهش حاضر، مدلی نیرویی برای محاسبه مقادیر نیروهای عکس العمل در نقاط تماس ارائه می شود که بر اساس مقدار این پارامترها، می توان حالت تماس بین قطعه کار و جاسازها (در کارکرد قید و بند) را تعیین کرده و وقوع یا عدم وقوع گیر را پیش بینی نمود. از آنجا که سیستم قید و بند با در نظر گرفتن شش جاساز، یک سیستم نامعین استاتیکی به شمار می آید، استفاده از معادلات تعادل استاتیک کافی نبوده و نیاز به افزودن معادلات کمکی برای حل شدن مسأله، ضروری به نظر می رسد. استفاده از روش اجزاء محدود به دلیل نیاز به پردازش بالا، وابستگی شدید جواب ها به شرایط مرزی، عدم قابلیت مدل سازی تماس اجسام صلب در محیط آنالیز اجزاء محدود و حصول جواب های گاهاً نادرست با در نظر گرفتن اصطکاک (به ویژه در تماس هایی که هر دو جسم دارای هندسه شکل آزاد<sup>۱</sup> هستند) توجیه پذیر و مقرون به صرفه نیست. در استفاده از این روش برای محاسبه مقادیر نیروهای عکس العمل، مدل سازی تماس ها تأثیر قابل توجهی روی پاسخ نهائی دارد که در [۲۰] بررسی شده است. در پژوهش مزبور، سه نوع شرط مرزی شامل نیرو در گره، جابجایی در گره و مدل تماس اصطکاکی همراه با دو نوع هندسه تماس شامل تماس تخت-تخت و تخت-کروی در نظر گرفته شد. تماس تکی بین دو جسم صلب با شرایط مرزی مزبور مدل شده و نتیجه هر یک از آن ها روی تغییر شکل الاستیک اجسام در تماس و اندازه نیروی تماسی بررسی شد. نتایج

تحلیل نشان دهنده وابستگی جواب ها به شرایط مرزی در تماس بود. طبق تجربه نویسندگان مقاله حاضر نیز امکان نیل به پاسخ اشتباه از روش اجزاء محدود برای مدل سازی تماس هم زمان شش جاساز با قطعه کار وجود دارد. این موضوع در تماس هایی تشدید می شود که دو جسم دارای هندسه شکل آزاد بوده و یا قطعه کار انعطاف پذیر باشد. علاوه بر این، در مراحل اولیه طرح ریزی قید و بند که طرح جاسازی و راهبرد بارگذاری قطعه کار طراحی می شود، اطلاعات کاملی درباره مقادیر و جهت نیروهای اعمالی به قطعه کار در حین بارگذاری، نحوه تماس قطعه کار با جاسازها، نوع هندسه جاسازها و مدل تماس بین جاسازها و قطعه کار وجود ندارد؛ لذا، طراح نمی تواند با اطلاعات کامل از روش اجزاء محدود برای تعیین مقادیر نیروهای عکس العمل و پیش بینی وقوع گیر استفاده کند.

در پژوهش حاضر، از اصل کمینه اندازه جواب برای محاسبه مقادیر نیروهای عکس العمل با در نظر گرفتن اصطکاک بین قطعه کار و جاسازها استفاده می شود. این اصل معادل اصل کمینه انرژی در حالت ارتجاعی بوده و جوابی را برای مجموعه معادلات تعادل در سیستم های نامعین استاتیکی به عنوان پاسخ درست ارزیابی می کند که دارای کمترین اندازه برداری باشد. مشخصاً، پیاده سازی این اصل در حالت سه بعدی برای قید و بند یک قطعه کار با شش جاساز، منتج به یک مسأله بهینه سازی غیرخطی مرتبه چهارم می شود که بصورت رابطه (۱) قابل ارائه است:

$$\begin{aligned} \omega &= \|R\| \\ R &= (R_1, R_2, \dots, R_6) \\ R_i &= (R_n, R_{t_1}, R_{t_2})_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

قیدها:

$$\begin{aligned} AR + F &= 0 \\ (R_n)_i &> 0 \\ (R_t)_i - \mu(R_n)_i &< 0 \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن،  $\omega$  اندازه بردار برآیند  $(R)$  نیروی عکس العمل حاصل از بردارهای نیروهای عکس العمل در شش جاساز است. هر یک از این شش بردار جاسازی با  $R_i$  نشان داده

<sup>2</sup> Elastic

<sup>1</sup> Freeform

حداقل یکی از قیود دوم یا سوم در مسأله ارضا نشده است. این بدین معنی است که یا قطعه‌کار تماس خود را با حداقل یکی از جاسازها از دست داده و یا مقدار نیروی مماسی در نقاط تماس به اندازه‌ای افزایش یافته که از بیشینه مقدار ممکن فراتر رفته است. معمولاً، در کارکردهای سه‌بعدی قید و بندها، در صورت طراحی صحیح مسیر بارگذاری و اعمال نیروی بست و بارگذاری در جهت مناسب، قطعه‌کار تماس خود را با جاسازها حفظ می‌کند؛ لذا، عدم حصول جواب برای مسأله بهینه‌سازی، ناشی از ارضا نشدن قانون اصطکاک کولمب است. هرچند در برخی از مسایل دویعدی، این موضوع را می‌توان با ارضا نشدن قید دوم نیز مرتبط دانست. چنانچه مسأله بهینه‌سازی به جواب منتج شود، قید اصطکاک کولمب رعایت شده و نیروی مماسی در تمام جاسازها در داخل مخروط اصطکاک قرار گرفته است. در این حالت، گیر قطعه‌کار در قید و بند اتفاق افتاده است.

### ۳- آزمایش تجربی

برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر و تحلیل‌های پیشنهادشده در پژوهش‌های پیشین، مجموعه آزمایشگاهی برای اجرای آزمایش‌های تجربی، طراحی و ساخته شد. این مجموعه آزمایشگاهی برای مکانیزم بلوک و دست طراحی گردید که مدل آن در شکل ۱ نشان داده شده است. مدل ارائه شده شامل، یک بلوک است که توسط یک اهرم (دست) به سمت جلو رانده می‌شود. بلوک روی سطح پایه و در مسیر مشخصی که مقدار بسیار اندکی تورفتگی دارد، قرار گرفته و با حرکت اهرم، به حرکت در می‌آید. اهرم حرکت زاویه‌ای را توسط یک شفت محرک می‌گیرد که انتهای شفت توسط اتصال‌دهنده به یک موتور الکتریکی متصل شده است. دو تکیه‌گاه نیز برای شفت در نظر گرفته شده است که داخل هر یک از آن‌ها، بلبرینگ شعاعی برای سهولت حرکت شفت نصب شده است. بلوک پس از به حرکت در آمدن و لغزیدن بر روی سطح پایه، پس از طی مسافت مشخصی دچار گیر می‌شود که به آن، مسافت پیمایش شده برای وقوع گیر اطلاق می‌شود. از یک انکودر زاویه‌ای برای محاسبه این طول و زاویه چرخش اهرم متناظر

شده‌اند که شماره هر یک از جاسازها با  $i$  (به‌صورتی که  $i = 1, 2, \dots, 6$ ) نمایش داده می‌شوند. هر یک از این شش بردار جاسازی (که بر روی نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها تعریف می‌شوند)، دارای سه مؤلفه عمودی  $R_{T_i}$ ، مؤلفه مماسی اول  $R_{T_{i1}}$  و مؤلفه مماسی دوم  $R_{T_{i2}}$  هستند. این مؤلفه‌ها روی سیستم مختصات محلی تعریف می‌شوند که در هر نقطه تماس قرار داده شده‌اند. در رابطه (۱)،  $A$  ماتریس تبدیل از دستگاه‌های مختصات محلی به دستگاه مختصات جهانی،  $F$  نیروممان برآیند خارجی وارد بر قطعه‌کار،  $R_T$  بردار برآیند نیروی مماسی متشکل از دو مؤلفه  $R_{T_{i1}}$  و  $R_{T_{i2}}$  و نهایتاً،  $\mu$  ضریب اصطکاک بین قطعه‌کار و جاساز است.

منظور از مؤلفه عمودی بردار جاسازی در نقطه تماس  $i$ ام (یعنی  $R_{T_i}$ )، مؤلفه در راستای بردار نرمال مشترک قطعه‌کار و جاسازها در نقطه تماس است. بردارهای مماسی نیز روی صفحه مماس بین قطعه‌کار و جاسازها تعریف می‌شوند. از آنجا که هدف، کمینه‌سازی مقدار نیروی عکس‌العمل برای نیل به جواب صحیح است، بردار برآیند تمام بردارهای نیروی عکس‌العمل جاسازی تشکیل شده و با اعمال قیود مناسب، بهینه‌سازی انجام می‌شود. قید اول در مجموعه قیود رابطه (۱)، قید تعادل استاتیکی بین برآیند نیروهای داخلی و خارجی در دستگاه مختصات جهانی است. ماتریس تبدیل  $A$  در این معادله، به‌صورت رابطه (۲) قابل محاسبه است:

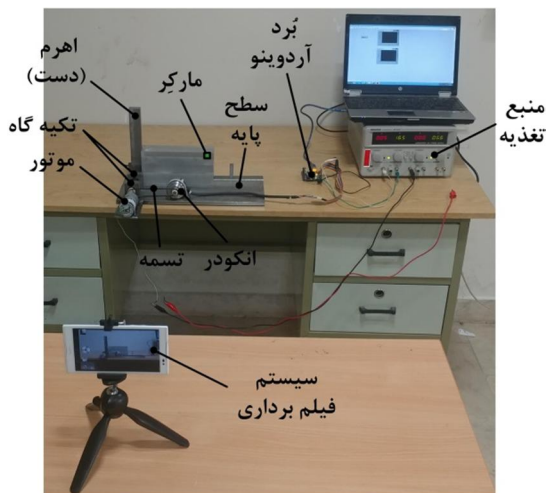
$$\Lambda = \Lambda_i = \begin{bmatrix} r_i \\ r_i \times n_i \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

که در آن،  $r_i$  و  $n_i$  به‌ترتیب موقعیت نقطه جاسازی  $i$ ام در دستگاه مختصات جهانی و بردار عمود بر صفحه مماس مشترک بین قطعه‌کار و جاساز در همان نقطه است. نیروممان  $F$  شامل، نیرو و گشتاورهای ناشی از آن است که شامل نیروهای بارگذاری، بست و وزن است که تماماً در دستگاه مختصات جهانی محاسبه می‌شوند. قید دوم در مسأله بهینه‌سازی ارائه شده در رابطه (۱)، شرط حفظ تماس بین قطعه‌کار و جاساز در نقاط جاسازی شش‌گانه است. قید سوم نیز لزوم برقراری قانون اصطکاک کولمب در نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها را نشان می‌دهد. این قید، خاصیت غیرخطی را به مسأله بهینه‌سازی اضافه می‌کند که طبیعتاً، پردازش لازم برای حل مسأله را افزایش خواهد داد.

اگر مسأله بهینه‌سازی حل شده و منتج به جواب برای نیروهای عکس‌العمل در جاسازها نگردد، بدین معناست که

<sup>1</sup> Coupling

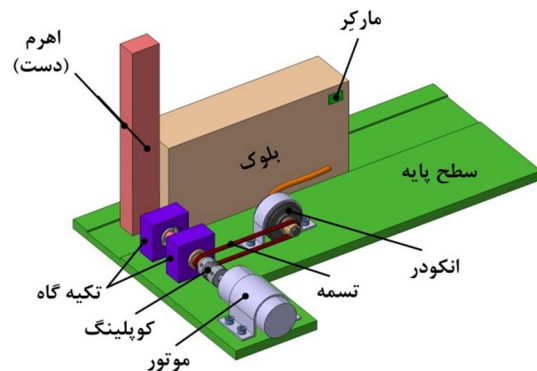
با آن استفاده شده است که توسط دو پولی و یک تسمه به شفت محرک متصل شده است. داده‌های خروجی انکودر شامل، مقدار حرکت زاویه‌ای اهرم و همچنین سرعت زاویه‌ای اهرم حول محور شفت محرک است که با استفاده از آن‌ها می‌توان زاویه ورود به گیر را برای بلوک اندازه‌گیری نمود. برای اندازه‌برداری مستقیم مقدار حرکت خطی بلوک جهت وقوع گیر و سرعت حرکت خطی بلوک، از روش اندازه‌گیری مستقیم با استفاده از دوربین و پردازش تصویر استفاده می‌شود. برای این منظور، یک علامت<sup>۱</sup> با رنگ سبز در انتهای بالای سمت راست بلوک نصب گردیده و با استفاده از دوربین، ویدیو حرکت بلوک ذخیره‌سازی می‌شود. با پردازش ویدیو و روش ردگیری شیء<sup>۲</sup>، داده‌های موقعیت و سرعت خطی بلوک جمع‌آوری شد.



شکل ۲- مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده برای مکانیزم بلوک و دست

برای اطمینان از عدم برخورد کف اهرم با سطح پایه، سوراخ در انتهای اهرم با فاصله مشخصی تا کف ایجاد گردید. سپس، شفت محرک در سوراخ قرار گرفته و با استفاده از جوشکاری، به اهرم متصل شد. جنس شفت از فولاد کم‌کربن، قطر و طول آن به ترتیب برابر با ۱۰ و ۱۳۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. شفت از میلگرد با قطر بزرگتر از ۱۰ میلی‌متر بریده شده و با روتراشی و کف تراشی، به ابعاد مورد نیاز رسانده شد. دو تکیه‌گاه برای شفت طراحی شد که داخل هریک از آن‌ها، بلبرینگ شعاعی برای اطمینان از سهولت حرکت زاویه‌ای شفت نصب شد. انتهای شفت توسط اتصال-دهنده منعطف به یک موتور الکتریکی متصل گردید. موتور مورد استفاده همراه با گیربکس بوده و توان اسمی آن (بدون

با آن استفاده شده است که توسط دو پولی و یک تسمه به شفت محرک متصل شده است. داده‌های خروجی انکودر شامل، مقدار حرکت زاویه‌ای اهرم و همچنین سرعت زاویه‌ای اهرم حول محور شفت محرک است که با استفاده از آن‌ها می‌توان زاویه ورود به گیر را برای بلوک اندازه‌گیری نمود. برای اندازه‌برداری مستقیم مقدار حرکت خطی بلوک جهت وقوع گیر و سرعت حرکت خطی بلوک، از روش اندازه‌گیری مستقیم با استفاده از دوربین و پردازش تصویر استفاده می‌شود. برای این منظور، یک علامت<sup>۱</sup> با رنگ سبز در انتهای بالای سمت راست بلوک نصب گردیده و با استفاده از دوربین، ویدیو حرکت بلوک ذخیره‌سازی می‌شود. با پردازش ویدیو و روش ردگیری شیء<sup>۲</sup>، داده‌های موقعیت و سرعت خطی بلوک جمع‌آوری شد.



شکل ۱- مدل مجموعه آزمایشگاهی برای مکانیزم بلوک و دست

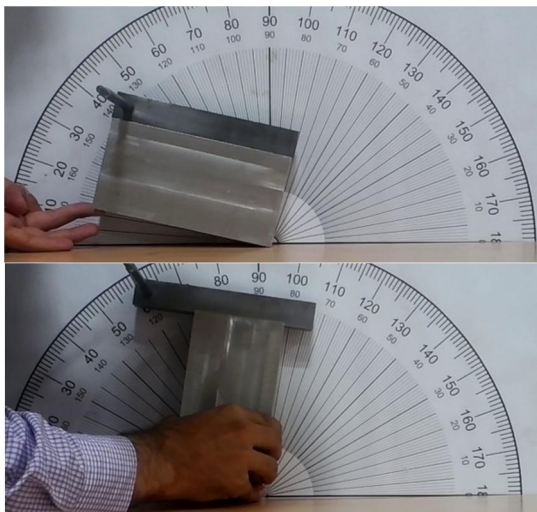
برای ساخت مجموعه آزمایشگاهی، پس از طراحی مدل سه‌بعدی، نقشه‌های اجرایی از هریک از قطعات آماده گردیده و فرآیند ساخت انجام شد. شکل ۲ نشان‌دهنده مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده است. سطح پایه از فولاد کم‌کربن با ضخامت ۱۰ میلی‌متر بریده شده و پس از ماشین‌کاری به ابعاد مورد نیاز رسانده شد. قسمت فرو رفته سطح پایه که برای اطمینان از حرکت یک‌بعدی بلوک در نظر گرفته شده بود، با استفاده از فرزکاری به عمق دو میلی‌متر و عرض ۵۴

<sup>۱</sup> Marker

<sup>۲</sup> Object Tracking

بندی نصب‌شده، اندازه‌برداری گردید. با استفاده از این روش، مقدار ضریب اصطکاک بین سطوح کف و فوقانی بلوک با سطح تورفته پایه اندازه‌گیری شد. تعداد تکرار هر یک از این آزمایش‌ها، شش بار بود و مقدار میانگین آزمایش‌ها، به‌عنوان نتیجه نهائی ضریب اصطکاک محاسبه و استفاده شد.

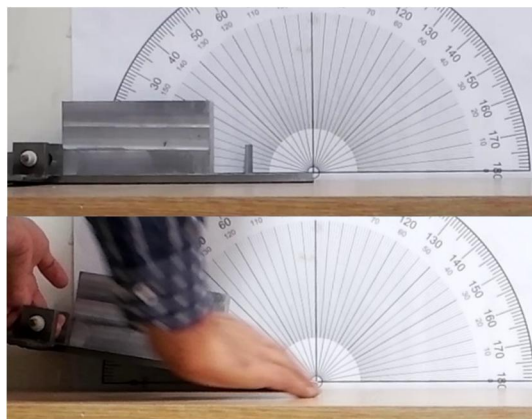
از آنجاکه وقوع لغزش بین اهرم و بلوک، شرط اساسی حرکت بلوک است، نیروی اعمالی توسط اهرم به بلوک می‌بایست در راستای لبه مخروط اصطکاک رسم شده در نقطه تماس اهرم و بلوک باشد. رسم مخروط اصطکاک در این نقطه نیاز به دانستن مقدار دقیق ضریب اصطکاک بین اهرم و بلوک دارد. از آنجاکه اهرم با بلوک در راستای یک لبه تماس پیدا می‌کند، امکان محاسبه ضریب اصطکاک بین این دو جسم با هیچ‌یک از روش‌های اندازه‌گیری ضریب اصطکاک میسر نیست. مطابق با شکل ۴، مقدار ضریب اصطکاک بین اهرم و دو سطح تشکیل‌دهنده لبه تماس با استفاده از روش استفاده شده در شکل ۳، اندازه‌گیری گردیده و مقدار میانگین آن‌ها، به‌عنوان ضریب اصطکاک بین اهرم و بلوک در نظر گرفته شد.



شکل ۴- آزمایش اندازه‌گیری ضریب اصطکاک بین بلوک و اهرم

از آنجاکه آزمایش اصلی برای تعیین وقوع گیر برای هر دو سطح زیرین و فوقانی بلوک با سطح پایه طراحی شده بود، مقدار ضریب اصطکاک بین اهرم و بلوک در دو لبه تماس (که در قطر بلوک قرار دارند) اندازه‌گیری شد. آزمایش‌های اندازه-

بار) برابر با ۳۰ وات بود. برای خواندن زاویه ورود به گیر و همچنین سرعت زاویه‌ای اهرم، از انکودر زاویه‌ای ساخت شرکت کویو الکترونیکس<sup>۱</sup> استفاده شد. با اتصال انکودر به مدار آردوینو<sup>۲</sup>، داده‌ها توسط نرم‌افزار متلب جمع‌آوری شدند. برای اجرای آزمایش، ابتدا باید مقدار دقیق ضریب اصطکاک بین بلوک و سطح پایه تعیین می‌شد. برای این منظور، از آزمایش سطح شیب‌دار استفاده گردید. به این ترتیب که، ابتدا یک درجه‌بندی زاویه‌ای در مقیاس بزرگ تهیه شد. این مقوای درجه‌بندی شده زاویه‌ای، بر روی دیوار در پشت بلوک به‌گونه‌ای نصب شد که مبدأ آن روی نقطه دوران مجموعه سطح پایه و بلوک قرار گیرد. نمایی از این سیستم در شکل ۳ نشان داده شده است. برای اندازه‌گیری ضریب اصطکاک، بلوک روی سطح پایه قرار گرفته و با زاویه دادن به سطح پایه و حفظ انطباق نقطه انتهای آن روی نقطه مبدأ درجه‌بندی، زاویه‌ای اندازه‌گیری شد که بلوک در آن شروع به لغزش بر روی سطح پایه می‌کرد.



شکل ۳- آزمایش اندازه‌گیری ضریب اصطکاک بین بلوک و سطح پایه

برای اندازه‌گیری این زاویه، ویدیویی از کل حرکت با استفاده از سیستم فیلم‌برداری ضبط شده و با بررسی دقیق و فریم<sup>۳</sup> به فریم حرکت بلوک، زاویه‌ای را که در آن لغزش بلوک شروع می‌شود، تعیین شده و زاویه با استفاده از درجه-

<sup>۱</sup> Koyo Electronics TRD-N series

<sup>۲</sup> Arduino

<sup>۳</sup> Frame



جدول ۱- مقادیر اندازه‌گیری شده از آزمایش تجربی برای ضریب اصطکاک بلوک-سطح پایه و بلوک-اهرم

تکرار	بلوک-سطح پایه		بلوک-اهرم	
	سطح زیرین	سطح فوقانی	لبه یک* س. اول	لبه دو** س. اول
۱	۰/۳۰۶	۰/۲۶۸	۰/۲۱۲	۰/۲۴۹
۲	۰/۳۰۶	۰/۲۶۸	۰/۲۳۱	۰/۲۳۱
۳	۰/۳۴۴	۰/۲۸۷	۰/۲۳۱	۰/۲۳۱
۴	۰/۳۰۶	۰/۲۶۸	۰/۲۳۱	۰/۲۳۱
۵	۰/۳۲۵	۰/۲۶۸	۰/۲۳۱	۰/۲۴۹
۶	۰/۳۰۶	۰/۲۶۸	۰/۲۳۱	۰/۲۴۹
میانگین	۰/۳۱۵	۰/۲۷۱	۰/۲۳۱	۰/۲۴۹
ضریب اصطکاک	۰/۳۱۵	۰/۲۷۱	۰/۲۲۹	۰/۲۳۲

\* لبه یک، لبه ای از بلوک در تماس با اهرم است در حالتی که سطح زیرین بلوک با سطح پایه در تماس باشد.  
\*\* لبه دو، لبه مقابل لبه یک است که در قطر بلوک قرار دارد)

که در آن،  $T$  گشتاور شفت محرک اهرم بر حسب  $N.m$ ،  $\omega$  سرعت زاویه‌ای شفت بر حسب  $rad/s$ ،  $V$  ولتاژ ورودی موتور و  $I$  جریانی است که توسط موتور از منبع تغذیه دریافت می‌شود. نیروی اعمالی در فاصله مشخص از مرکز دوران اهرم، رابطه مستقیم با گشتاور شفت محرک دارد که بصورت  $T = r \times F$  است. از آنجا که نیرو و بردار موقعیت اعمال آن، در راستای عمود بر هم هستند، می‌توان رابطه را به صورت ساده‌تر  $T = rF$  در نظر گرفت. منبع تغذیه استفاده شده در آزمایش‌ها، دارای بیشینه جریان خروجی برابر با سه آمپر بود. با تنظیم مقدار ولتاژ روی شش ولت، می‌توان مقدار انرژی الکتریکی ورودی موتور (صورت کسر در رابطه (۳)) را برابر با ۱۸ وات محاسبه نمود؛ لذا، مقدار نیروی اعمالی توسط اهرم بر بلوک با استفاده از رابطه (۳) قابل محاسبه خواهد بود.

نمودار ارائه شده برای نیرو، از میانگین‌گیری مقادیر نیروهای اندازه‌گیری شده در شش آزمایش محاسبه شده است. در نقطه پایانی نمودارهای شکل ۵، از آنجا که مقدار  $\omega$  کاهش پیدا می‌کند، اندازه نیرو همزمان با وقوع گیر و کاهش

گیری ضریب اصطکاک بین بلوک و اهرم نیز، شش بار تکرار شده و مقدار میانگین آن‌ها به‌عنوان ضریب اصطکاک نهائی بین بلوک و اهرم استفاده گردید.

پس از اندازه‌گیری ضرایب اصطکاک مورد نیاز، آزمایش‌های اصلی انجام شد. برای این منظور، با شروع چرخش موتور الکتریکی، بلوک توسط اهرم در راستای مستقیم جابجا شده و در فاصله مشخصی، گیر اتفاق افتاد. تمام این مراحل توسط دوربین فیلم‌برداری گردید که از آن، برای پردازش داده‌ها استفاده شد. آزمایش‌ها برای هر دو سطح زیرین و فوقانی بلوک انجام شد و مقدار پیمایش بلوک جهت مشاهده گیر، اندازه‌گیری گردید. هر یک از این آزمایش‌ها شش بار تکرار شد و مقدار میانگین نتایج، به‌عنوان فاصله ورود به گیر در سیستم بلوک-دست گزارش گردید.

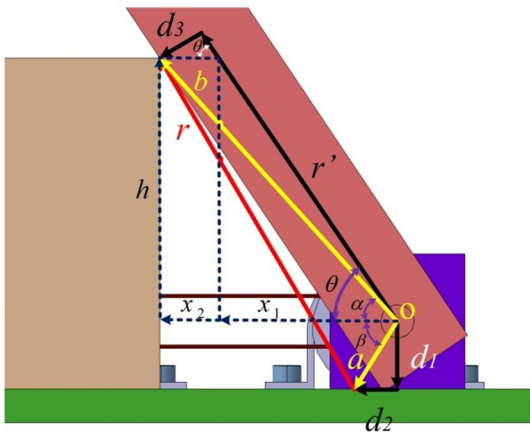
#### ۴- نتایج و بحث

در این بخش، فاصله ورود به گیر در مکانیزم بلوک و دست از تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر و تحلیل پیشنهاد شده در [۱] که به بررسی وقوع گیر در حالت شبه‌استاتیک پرداخته است، تعیین شده و با نتایج حاصل از اجرای آزمایش تجربی مقایسه می‌شود. برای اجرای این مقایسه، ابتدا مقادیر ورودی مورد نیاز برای تحلیل‌ها، از آزمایش تجربی اندازه‌گیری شده و با جاگذاری آن‌ها در تحلیل‌های اشاره شده، نتایج با هم مقایسه می‌شوند. جدول ۱ نشان‌دهنده مقادیر به‌دست‌آمده از اجرای آزمایش ضریب اصطکاک بین بلوک و سطح پایه و همچنین بین بلوک و اهرم است.

منظور از س. اول و س. دوم در جدول ۱، سطوح متقاطع بلوک در لبه‌هایی است که با اهرم در تماس هستند. با در نظر گرفتن مقادیر ضریب اصطکاک در سطوح مختلف، می‌توان مسافت پیمایش بلوک تا وقوع گیر را، با داشتن مقادیر جرم بلوک و نیروی وارده از اهرم به بلوک، از تحلیل پیشنهادی محاسبه نمود. جرم بلوک با ترازوی دقیق آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده و در تحلیل پیشنهادی استفاده گردید. مقدار نیروی وارده توسط اهرم به لبه بلوک، توسط هیچ یک از روش‌های مرسوم اندازه‌گیری نیرو قابل اندازه‌گیری نبود؛ لذا، مقدار آن می‌بایست از رابطه (۳) به‌دست آید:

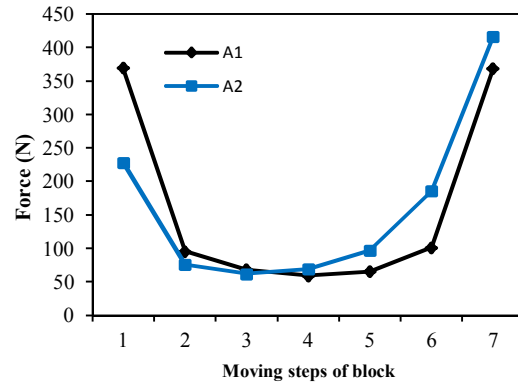
$$P = T\omega = VI \rightarrow F = VI/r\omega \quad (3)$$

ارائه این شکل، محاسبه مقدار واقعی بازوی گشتاور ( $|\vec{r}|$ ) است. اندازه بردارهای  $x_1$  و  $x_2$  از دو مثلث قائم‌الزاویه نشان داده شده در شکل ۶ محاسبه می‌شود. مجموع این دو بردار، مقدار پیمایش بلوک است. محاسبه زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  برای محاسبه اندازه بردار برآیند  $r$  نیز ضروری است. بر اساس مشخصات طرح مجموعه آزمایشگاهی،  $|\vec{d}_1| = 22\text{mm}$  و  $|\vec{d}_2| = |\vec{d}_3| = 15\text{mm}$  است. با در دست داشتن زاویه  $\theta$ ، که توسط انکودر نسبت به محور مرکز شفت خوانش می‌شود، مقدار  $|\vec{x}_1 + \vec{x}_2|$  محاسبه می‌شود. با جاگذاری این مقادیر در رابطه (۴) مقدار واقعی بازوی گشتاور ( $|\vec{r}|$ ) محاسبه می‌شود.



شکل ۶- محاسبات برداری برای تعیین پارامتر  $r$

برای اندازه‌گیری مسافت طی‌شده توسط بلوک برای مشاهده اولین گیر، از داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط انکودر و نتایج حاصل از پردازش تصویر استفاده گردید. جدول ۲ نشان‌دهنده مقادیر به‌دست‌آمده از این دو روش برای مسافت وقوع گیر بلوک و مقایسه آن‌ها است. بیشینه مقدار خطا بین داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط انکودر و پردازش تصویر برابر با ۰/۱۸٪ است که بیانگر دقت مناسب داده‌برداری انکودر، تحلیل‌های مربوط به تبدیل داده‌های زاویه‌ای انکودر به داده‌های خطی و پردازش تصویر است. می‌توان مقدار میانگین داده‌های به‌دست‌آمده از انکودر و پردازش تصویر را به‌عنوان مسافت پیمایش شده توسط بلوک برای وقوع گیر در نظر گرفت. بر این اساس، مقدار این پارامتر برای سطح زیرین برابر با ۰/۱۶۶۴ متر و برای سطح فوقانی برابر با ۰/۱۸۰۸ متر به‌دست می‌آید. نمونه‌هایی از ردگیری مارکر سبز رنگ در



شکل ۵- دیاگرام نیروی اعمالی توسط اهرم به بلوک (A1): سطح زیرین بلوک در تماس با سطح پایه و A2: سطح فوقانی بلوک در تماس با سطح پایه

دور موتور، به‌شدت افزایش پیدا خواهد کرد. به‌عبارت دیگر، وقوع گیر در پیمایش مشخص بلوک، منجر به افزایش شدید نیرو می‌شود. البته، این افزایش نیرو هیچ تاثیری در رفع گیر و حرکت مجدد بلوک نخواهد داشت. برای محاسبه مقدار نیرو در دیاگرام شکل ۵، پارامتر  $r$  که بازوی گشتاور محسوب می‌شود، می‌بایست از نقطه گوشه سمت چپ و پایین بلوک (در شکل ۱) محاسبه شود. این در حالیست که داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط انکودر نسبت به محور مرکز شفت محرک اندازه‌گیری شده است؛ لذا، مطابق با شکل ۶، اصطلاح پارامتر  $r$  می‌بایست انجام شود تا مقادیر واقعی برای محاسبه نیرو استفاده گردد. با توجه به شکل ۶، می‌توان پارامتر  $r$  را به‌صورت رابطه (۴) محاسبه نمود:

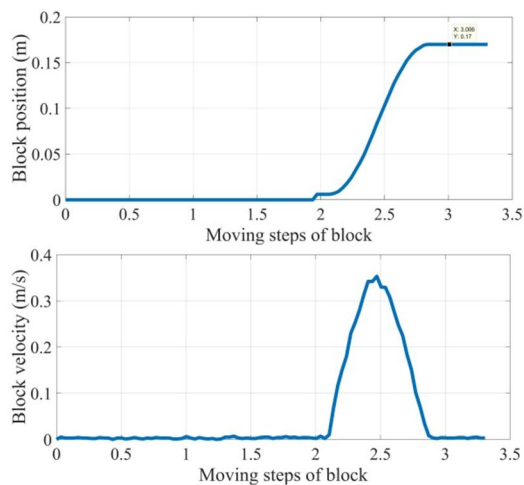
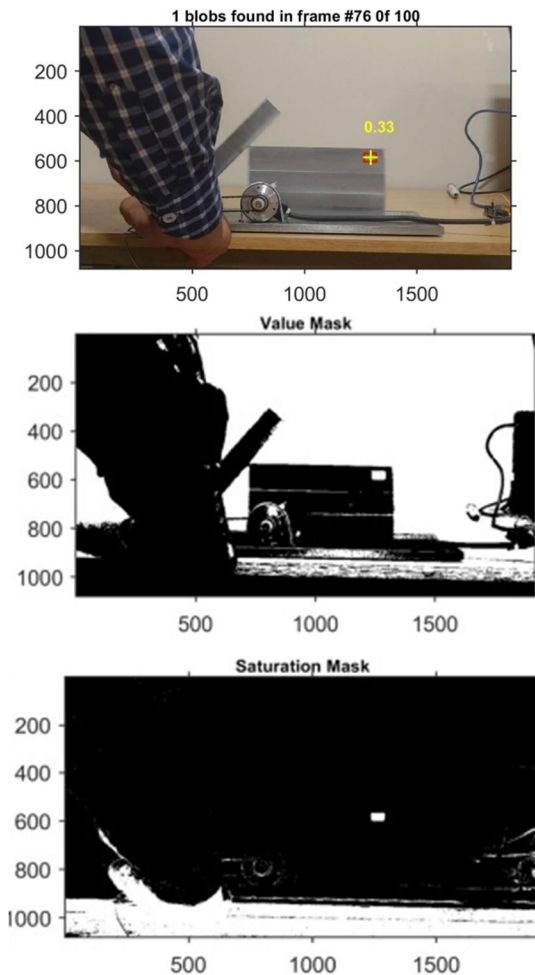
$$|\vec{r}| = |\vec{b} - \vec{a}|$$

$$|\vec{a}| = |\vec{d}_1 + \vec{d}_2|$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{h^2 + (|\vec{x}_1| + |\vec{x}_2|)^2}$$

$$= \sqrt{h^2 + \left(\frac{h}{\tan(\theta)} + \frac{|\vec{d}_3|}{\sin(\theta)}\right)^2}$$

که در آن،  $\vec{a}$  بردار برآیند حاصل از بردارهای  $\vec{d}_1$  و  $\vec{d}_2$  بوده و  $\vec{b}$  بردار برآیند حاصل از بردارهای  $\vec{r}'$  و  $\vec{d}_3$  است. بردار  $\vec{d}_1$  برداری با اندازه به فاصله مرکز شفت محرک تا کف تورفته سطح پایه،  $\vec{d}_2$  برداری با اندازه نصف عرض اهرم،  $\vec{r}'$  برداری با اندازه بازوی گشتاور نیروی اعمالی از اهرم به بلوک نسبت به محور شفت و نهایتاً،  $\vec{d}_3$  برداری با اندازه نصف عرض اهرم در جهت نیروی اعمالی به بلوک در نقطه لبه آن است. هدف از



شکل ۷- پردازش تصویر و دیاگرام‌های موقعیت و سرعت بلوک

پردازش تصویر همراه با دیاگرام‌های حاصله برای موقعیت و سرعت بلوک در شکل ۷ نشان داده شده است. در پردازش تصویر، با تبدیل عکس از حالت آر-جی-بی<sup>۱</sup> به اچ-اس-وی<sup>۲</sup> و فیلتر کردن مقادیر رنگ<sup>۳</sup>، اشباع<sup>۴</sup> و روشنایی<sup>۵</sup>، شناسایی و ردگیری موقعیت و سرعت بلوک انجام گردید.

جدول ۲- مسافت پیمایش شده توسط بلوک برای وقوع گیر (از داده‌های انکودر و پردازش ویدئو) (m)

تکرار	سطح زیرین		سطح فوقانی	
	انکودر	پردازش ویدئو	انکودر	پردازش ویدئو
۱	۰/۱۶۴۲	۰/۱۶۵۶	۰/۱۸۰۲	۰/۱۷۹۱
۲	۰/۱۶۷۶	۰/۱۶۵۹	۰/۱۸۲۶	۰/۱۸۱۲
۳	۰/۱۶۷۶	۰/۱۶۸۰	۰/۱۸۰۸	۰/۱۷۹۱
۴	۰/۱۶۴۲	۰/۱۶۴۳	۰/۱۸۲۵	۰/۱۸۱۲
۵	۰/۱۷۱۱	۰/۱۶۵۶	۰/۱۷۹۱	۰/۱۸۲۲
۶	۰/۱۶۷۶	۰/۱۶۵۶	۰/۱۸۲۴	۰/۱۷۹۱
میانگین	۰/۱۶۷۱	۰/۱۶۵۸	۰/۱۸۱۳	۰/۱۸۰۳

برای محاسبه این پارامترها، برنامه‌ای در نرم‌افزار متلب نوشته شد که در آن، ابتدا ویدئو به فریم‌ها تبدیل شده و در هر ویدئو، مقیاسی با واحد متر بر پیکسل تعریف گردید. تعداد پیکسل‌های تشکیل‌دهنده طول بلوک به دست آمده و از آنجا که طول بلوک ۲۰۰ میلی‌متر است، مقیاس مشخصی برای آن تعریف شد. موقعیت مرکز مارکر تشخیص داده شد و با کم کردن موقعیت فعلی از موقعیت قبلی، مقدار مسافت طی شده در هر فریم مشخص گردید. به عبارت دیگر، مقدار سرعت بر حسب پیکسل بر فریم مشخص گردید. با ضرب کردن مقیاس (متر بر پیکسل) در سرعت بلوک (پیکسل بر

<sup>1</sup> RGB  
<sup>2</sup> HSV  
<sup>3</sup> Hue  
<sup>4</sup> Saturation  
<sup>5</sup> Value (Intensity)

اصطکاک  $\mu_1 \neq \mu_2$  به مقدار به‌دست‌آمده از تحلیل پیشنهادی منطبق بر واقعیت خواهد بود. از آنجا که ضریب اصطکاک بلوک-سطح پایه الزاماً برابر با ضریب اصطکاک بلوک-اهرم نیست، حالت اصطکاک  $\mu_1 \neq \mu_2$  انطباق بیشتری بر واقعیت دارد.

جدول ۳- مسافت پیمایش‌شده توسط بلوک برای وقوع گیر (از تحلیل پیشنهادی و تحلیل ارائه شده در [۱]) (m)

$\mu_1 \neq \mu_2$	$\mu_1 = \mu_2$	اندازه نیرو		$( F )$
		ت.پ* [۱]	ت.ا.** [۱]	
۰/۱۴۵۸	۰/۱۶۴۲	۰/۱۴۵۸	۰/۱۳۹۷	368N
۰/۱۴۵۸	۰/۱۶۹۱	۰/۱۴۵۸	۰/۱۴۳۶	1000N
۰/۱۴۵۸	۰/۱۷۱۷	۰/۱۴۵۸	۰/۱۴۵۶	10kN
۰/۱۴۵۸	۰/۱۷۲۰	۰/۱۴۵۸	۰/۱۴۵۸	100kN
۰/۱۷۱۷	۰/۱۸۰۶	۰/۱۷۱۷	۰/۱۶۵۷	416N
۰/۱۷۱۷	۰/۱۸۴۷	۰/۱۷۱۷	۰/۱۶۹۲	1000N
۰/۱۷۱۷	۰/۱۸۷۶	۰/۱۷۱۷	۰/۱۷۱۵	10kN
۰/۱۷۱۷	۰/۱۸۷۶	۰/۱۷۱۷	۰/۱۷۱۷	100kN

(ت.پ: تحلیل پیشنهادی \*\*ت.ا: تحلیل ارائه شده در [۱])

با توجه به اینکه دقت تحلیل پیشنهادی در حالت  $\mu_1 = \mu_2$  اثبات شد، می‌توان به مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط آن در حالت  $\mu_1 \neq \mu_2$  نیز اطمینان نمود؛ لذا، مقدار پیمایش بلوک برای وقوع گیر در حالت واقعی ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ) از تحلیل پیشنهادی برای سطح زیرین و فوقانی به ترتیب برابر با ۰/۱۷۲۰ و ۰/۱۸۷۶ متر به‌دست می‌آید. با مقایسه این مقادیر با مقادیر به‌دست‌آمده از آزمایش‌های تجربی (۰/۱۶۶۴ متر برای سطح زیرین و ۰/۱۸۰۸ متر برای سطح فوقانی بلوک) می‌توان انطباق مناسبی بین آن‌ها مشاهده کرد. مقدار خطای مطلق برای مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط تحلیل پیشنهادی برای سطوح زیرین و فوقانی بلوک برابر با ۵/۶ و ۶/۸ میلی‌متر (معادل خطای نسبی ۳/۳٪ و ۳/۸٪) به‌دست می‌آید. در مکانیزم مورد مطالعه در پژوهش حاضر، خطای مطلق، شاخص بهتری برای بیان دقت پیش‌بینی تحلیل نسبت به

فریم) در نرخ فریم بر ثانیه ویدیو (فریم بر ثانیه)، مقدار دقیق سرعت بلوک در هر لحظه بر حسب متر بر ثانیه محاسبه شد.

برای مقایسه مقادیر پیش‌بینی تحلیل با نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش‌های تجربی، برنامه آماده شده در متلب برای محاسبه مسافت ورود به گیر بلوک استفاده شد. ورودی‌های مسأله بهینه‌سازی پیشنهادی در رابطه (۱)، شامل جرم بلوک، مقادیر نیرو و ضریب اصطکاک بین بلوک-سطح پایه و بلوک-اهرم دقیقاً منطبق بر داده‌های واقعی به‌دست‌آمده از آزمایش تجربی اعمال گردید. نتایج مقایسه در جدول ۳ نشان داده شده است. منظور از سطح زیرین و سطح فوقانی در این جدول، حالت تماس هریک از این سطوح با سطح پایه است. کمترین مقدار نیرو در اولین ردیف جدول برای هریک از سطوح زیرین و فوقانی، از دیگرام شکل ۵ برداشت شده است. از آنجا که مقدار نیرو با شروع گیر به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، مقادیر بالاتر نیرو نیز در جدول ۳ استفاده شده است. با نزدیک‌شدن بلوک به موقعیت وقوع گیر، نیرو به دلیل کاهش دور شفت محرک، به‌شدت بالا می‌رود. این نیرو تمایل دارد که بلوک را وادار به حرکت نماید؛ اما، امکان چنین حرکتی به لحاظ سینماتیکی وجود ندارد؛ لذا، بلوک از حرکت ایستاده و نیرو پس از ایستادن بلوک، به صفر می‌رسد. منظور از  $\mu_1$  و  $\mu_2$  نیز ضریب اصطکاک بین بلوک-سطح پایه و بلوک-اهرم است. تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر امکان استفاده از این دو پارامتر را به‌صورت مجزا در نقاط تماس بلوک-سطح پایه و بلوک-اهرم دارد. این در حالی است که تحلیل ارائه شده در [۱] چنین قابلیت را نداشته و یک ورودی را به‌عنوان ضریب اصطکاک برای هر دو این تماس‌ها استفاده می‌کند. با مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل پیشنهادی و تحلیل ارائه شده در [۱]، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش نیرو، مقدار پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی در حالت  $\mu_1 = \mu_2$  به نتایج تحلیل ارائه شده در [۱] همگرا می‌شود؛ ولی، مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط تحلیل پیشنهادی در حالت  $\mu_1 \neq \mu_2$ ، تفاوت اندکی با نتایج تحلیل [۱] دارد. از آنجا که با در نظرگرفتن نیرو برابر با 100kN در حالت  $\mu_1 = \mu_2$  مقدار پیش‌بینی شده توسط تحلیل پیشنهادی کاملاً برابر با نتایج گزارش شده در [۱] است، می‌توان نتیجه گرفت که با در نظرگرفتن همین مقدار نیرو و تغییر حالت

تحلیل‌های مذکور، با اجرای آزمایش‌های تجربی، صحت-سنجی شد. برای این منظور، مجموعه آزمایشگاهی ساخته شد و پس از اجرای آزمایش‌های مربوط به اندازه‌گیری ضریب اصطکاک، آزمایش‌های اصلی برای اندازه‌گیری مسافت پیمایش بلوک برای وقوع گیر با استفاده از دو روش اندازه‌گیری شامل داده‌برداری با انکودر و پردازش تصویر انجام شد. با مقایسه نتایج اندازه‌گیری این دو روش در آزمایش تجربی، بیشینه مقدار خطا در اندازه‌گیری مسافت پیمایش بلوک برای وقوع گیر برابر با  $0.08\%$  به دست آمد. با مقایسه مقدار این مسافت از تحلیل پیشنهادی و تحلیل ارائه شده در پژوهش-های پیشین، نتیجه بر آن شد که در حالتی که ضریب اصطکاک در تمام سطوح تماس بین بلوک، سطح پایه و اهرم مساوی در نظر گرفته شود، با افزایش مقدار نیروی اعمالی از اهرم به بلوک، مقدار پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر به نتایج گزارش شده در پژوهش‌های پیشین همگرا می‌شود. انطباق کامل بین پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی با نتایج پژوهش‌های پیشین در نیروی اعمالی با بیشینه شدت مشاهده شد. با استفاده از روابط ریاضیاتی و هندسه حاکم بر مسأله، مشاهده شد که فرض نیرو با شدت بیشینه در تحلیل پیشنهادی، برای نیل به نتایج تحلیل پژوهش‌های پیشین منطقی است. هرچند، تحلیل پیشنهادی با نیروی اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های تجربی نیز انطباق مناسب با نتایج پژوهش‌های پیشین (با بیشینه خطای  $0.42\%$ ) دارد. تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر، امکان استفاده از ضرایب اصطکاک متفاوت در سطوح تماس مختلف بین بلوک، اهرم و سطح پایه را دارد. با این فرض و با استفاده از ضرایب اصطکاک به دست آمده از آزمایش‌های تجربی، مسافت پیمایش بلوک برای وقوع گیر برای سطوح زیرین و فوقانی بلوک برابر با  $0.1664$  و  $0.11808$  متر اندازه‌گیری شد. مقدار تحلیلی این دو مسافت از تحلیل پیشنهادی برابر با  $0.1720$  و  $0.11876$  متر پیش‌بینی شد که این مقادیر دارای خطای مطلق برابر با  $5/6$  و  $6/8$  میلی‌متر بودند.

استفاده از تحلیل پیشنهادی برای پیش‌بینی وقوع گیر قطعه‌کار در قید و بند در حالت سه‌بعدی و اجرای آزمایش تجربی در حالت سه‌بعدی برای صحت‌سنجی نتایج را می‌توان به‌عنوان پیشنهاد برای اجرای پژوهش‌های آتی در این زمینه

خطای نسبی به‌شمار می‌رود. منابع اصلی خطا در تحلیل پیشنهادی شامل فرض تماس بین بلوک و سطح پایه در دو نقطه ابتدا و انتهای بلوک و صرف‌نظر از اثرات اینرسی بلوک است. خطاهایی که در فرآیند اجرای آزمایش تجربی دخیل هستند، شامل خطا در اندازه‌گیری ضریب اصطکاک و خطا در داده‌برداری توسط انکودر با مکانیزم تسمه و پولی است. البته، برخی از این خطاها را می‌توان با تکرار آزمایش‌ها تا حد قابل قبولی کاهش داد که در پژوهش حاضر به این روش عمل شده است.

بر اساس آنچه در این بخش ارائه شد، می‌توان نتیجه گرفت که تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر یک ابزار چابک و دقیق را برای طراح قید و بند فراهم می‌آورد. طراح با استفاده از این ابزار می‌تواند به محاسبه مقادیر نیروهای عکس‌العمل در نقاط تماس و پیش‌بینی وقوع گیر بدون نیاز به اجرای آنالیز اجزاء محدود کند. با مقایسه پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی با تحلیل ارائه شده در پژوهش‌های پیشین و صحت‌سنجی آن‌ها با داده‌های به دست آمده از آزمایش‌های تجربی، قابلیت اطمینان آن تأیید شد. در استفاده از این تحلیل، می‌توان مقادیر متفاوتی از ضریب اصطکاک را در هریک از نقاط تماس به‌صورت جداگانه وارد کرده و وقوع گیر را پیش‌بینی کرد. برای مسأله موردی بلوک و دست، این موضوع در حالت  $\mu_1 \neq \mu_2$  ارائه شده در جدول ۳ راستی-آزمائی شد؛ لذا، نوآوری دقیق پژوهش حاضر، ارائه یک تحلیل چابک و دقیق بر مبنای اصل کمینه اندازه جواب برای پیش-بینی وقوع گیر در قید و بندها، اجرای آزمایش تجربی برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیل، حذف نیاز به اجرای آنالیز اجزاء محدود برای تعیین حالت تماس است. تحلیل ارائه شده قابلیت پیاده‌سازی در حالت سه‌بعدی را برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل و پیش‌بینی وقوع گیر دارد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، تحلیل تئوری و تجربی وقوع پدیده گیر قطعه-کار در قید و بند با استفاده از مطالعه موردی مکانیزم بلوک و دست اجرا شد. تحلیل تئوری این پدیده بر اساس مدل‌سازی ریاضیاتی پیشنهادی بر مبنای اصل کمترین اندازه جواب همراه با تحلیل ارائه شده در پژوهش‌های پیشین انجام شد. پیش‌بینی مقدار مسافت پیمایش بلوک برای وقوع گیر از

- [10] Parvaz H (2019) Theoretical and numerical investigation of workpiece jamming in fixture using block and palm case study. *Iran J Manuf Eng* 6(3): 20-27.
- [11] Clark JP, Lentini G, Barontini F, Catalano MG, Bianchi M, O'Malley MK (2019) On the role of wearable haptics for force feedback in teleimpedance control for dual-arm robotic teleoperation. *Proc Int Conf Robot Autom Montreal Canada* 5187-5193.
- [12] Zhang F, Qu J, Liu H, Fu Y (2019) A multi-priority control of asymmetric coordination for redundant dual-arm robot. *Int J Human Robot* 16(2): 1-25.
- [13] Du F, Wen K, Yu H (2019) A self-adaptive alignment strategy for large components based on dynamic compliance center. *Assem Autom* 39(2): 345-355.
- [14] Liu Z, Song L, Hou Z, Chen K, Liu S, Xu J (2019) Screw insertion method in peg-in-hole assembly for axial friction reduction. *IEEE Access* 7: 13-25.
- [15] Kim CH, Seo J (2019) Shallow-depth insertion: peg in shallow hole through robotic in-hand manipulation. *IEEE Robot Autom Letter* 4(2): 383-390.
- [16] Zhang K, Xu J (2017) Force control for a rigid dual peg-in-hole assembly. *Assem Autom* 37(2): 200-207.
- [17] Zhang K, Xu J, Chen H, Zhao J, Chen K (2018) Jamming analysis and force control for flexible dual peg-in-hole assembly. *IEEE T Ind Elec* 66(3): 1930-1939.
- [18] Huang Y, Zhang X, Chen X, Ota J (2017) Vision-guided peg-in-hole assembly by Baxter robot. *Adv Mech Eng* 9(12): 1-9.
- [19] Hou Z, Philipp M, Zhang K, Guan Y, Chen K, Xu J (2018) The learning-based optimization algorithm for robotic dual peg-in-hole assembly. *Assem Autom* 38(4): 369-375.
- [20] Satyanarayana S, Melkote S (2004) Finite element modeling of fixture-workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification. *Int J Mach Tool Manuf* 44(9): 903-913.
- معرفی نمود. این پیشنهاد به صورت یک پژوهش مجزا در حال اجرا توسط نویسندگان مقاله است.

## ۶- مراجع

- [1] Trinkle JC, Yeap SL, Han L (1996) When quasistatic jamming is impossible. *Proc IEEE Int Conf Robot Autom Minneapolis USA*, 3401-3406.
- [2] Pang JS, Trinkle JC, Lo G (1996) A complementarity approach to a quasistatic multi-rigid-body contact problem. *Comput Optim Appl* 5(2): 139-154.
- [3] Balkcom DJ, Trinkle JC (2002) Computing wrench cones for planar rigid body contact tasks. *Int J Robot Res* 21(12): 1053-1066.
- [4] Liu T, Wang MY (2005) Computation of three-dimensional rigid-body dynamics with multiple unilateral contacts using time-stepping and Gauss-Seidel methods, *IEEE T Autom Sci Eng* 2(1): 19-31.
- [5] Liu T, Wang MY, Low KH (2009) Non-jamming conditions in multi-contact rigid-body dynamics. *Multibody Sys Dyn* 22(2): 269-295.
- [6] Flickinger DM, Williams J, Trinkle JC (2014) Performance of a method for formulating geometrically exact complementarity constraints in multibody dynamic simulation. *J Comput Nonlinear Dyn* 10(1): 1-12.
- [7] Stewart D, Trinkle JC (1996) An implicit time-stepping scheme for rigid body dynamics with inelastic collisions and coulomb friction. *Int J Numer Methods Eng* 39(15): 2673-2691.
- [8] Stewart D, Trinkle JC (2000) Implicit time-stepping scheme for rigid body dynamics with coulomb friction. *Proc IEEE Int Conf Robot Autom San Francisco USA*, 162-169.
- [9] Parvaz H, Nategh MJ (2016) Development of an efficient method of jamming prediction for designing locating systems in computer-aided fixture design. *Int J Adv Manuf Tech* 86(9-12): 2459-2471.