



## بررسی تجربی و عددی ارتعاشات ورق کامپوزیتی کمانش یافته تقویت شده با سیم آلیاژ حافظه‌دار تحت عملیات حرارتی

رضا خرم‌آبادی<sup>۱</sup> و جلیل رضائی پزند<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه سازه‌های هوشمند و کامپوزیتی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

<sup>۲</sup>استاد، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه سازه‌های هوشمند و کامپوزیتی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۲۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۱/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۰۹

### چکیده

آلیاژهای حافظه‌دار عنوان گروهی از مواد هوشمندند با رفتار تنش- کرنش غیرخطی که شامل پدیده‌های حافظه‌داری و شبه‌الاستیک که مبتنی بر تغییرات فاز آستنیت به مارتنزیت و بالعکس است. اثرات عملیات حرارتی بر خواص آلیاژهای حافظه‌دار و در نتیجه ارتعاشات غیرخطی ورق کامپوزیتی کمانش یافته تقویت شده با این آلیاژها، مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. اثرات عملیات حرارتی بر خواص آلیاژ حافظه‌دار به صورت آزمایشگاهی مشخص شده و دماهای استحاله با استفاده از آنالیز گرماسنجی افتراقی (DSC) بدست آمده‌اند. با توجه به عدم تعریف اولیه آلیاژهای حافظه‌دار در نرم‌افزار آباکوس، با توسعه و استفاده از زیرروال یومت (UMAT) بر پایه مدل بوید و لاگوداس، امکان استفاده از امکانات نرم‌افزار جهت تحلیل آلیاژهای حافظه‌دار در این نرم‌افزار فراهم شده و انجام گرفته است. در پایان این تحقیق، اثرات حضور آلیاژ حافظه‌دار، مقدار پیش فشردگی و تغییر خواص آن در اثر عملیات حرارتی بر ارتعاشات ورق کامپوزیتی قبل و بعد از کمانش حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دادند که دما و زمان عملیات حرارتی به ترتیب باعث کاهش و افزایش دماهای استحاله شدند؛ همچنین پیش کرنش آلیاژهای حافظه‌دار در ورق کامپوزیتی باعث بهبود چشم‌گیر پاسخ دینامیکی آن شدند.

**کلمات کلیدی:** آلیاژ حافظه‌دار؛ زیرروال یومت؛ ارتعاشات؛ کمانش؛ آنالیز گرماسنجی افتراقی.

## Experimental and Numerical Study of Vibration of Buckled Composite Plates with Embedded Heat Treated SMA Wires

R. khoramabadi<sup>1</sup>, J. Rezaeepazhand<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Ph.D Student, Mech. Eng., Smart and Composite Structures Lab, Ferdowsi Univ. of Mashhad, Mashhad, Iran.

<sup>2</sup> Prof., Mech. Eng., Smart and Composite Structures Lab, Ferdowsi Univ. of Mashhad, Mashhad, Iran.

### Abstract

Shape Memory Alloys (SMAs) are a group of smart materials which demonstrate two particular non-linear stress-strain behavior, Shape Memory Effect and Super elasticity based on Austenite to Martensite transformation and vice versa. Effects of heat treatment on SMA wire property and the vibration of composite plate with embedded SMA wires are investigated in current study. Heat treatment effects was studied experimentally and transformation temperatures is determined by differential scanning calorimetry (DSC). Since the ABAQUS software is not capable of analysis the shape memory alloy structures, the UMAT subroutine in the software is used to implement the Boyd and Lagoudas model to any shape memory alloy finite element analysis in ABAQUS. Extensive numerical results are depicted to provide an insight into the effects of volume fraction, pre-strain and shape memory alloy properties, transformation temperatures and stress- strain curve changing duo to heat treatment on pre and post-buckled composite plate are discussed. Results reveals that temperature and time of heat treatment result in decreasing and increasing of transformation temperatures, respectively. Moreover, the dynamic response is improved significantly due to SMA pre-strain.

**Keywords:** Shape Memory Alloys; UMAT Subroutine; Vibration, Buckling; Differential Scanning Calorimetry.

## ۱- مقدمه

آلیاژهای حافظه‌دار عنوان گروهی از مواد هوشمند هستند که رفتار تنش- کرنش غیرخطی آنها شامل، پدیده‌های حافظه‌داری و شبه‌الاستیک می‌شود که مبتنی بر تغییرات فاز آستنیت به مارتنزیت و بالعکس آن است [۱]. دو اثر دمایی خاص شامل، اثر شبه‌الاستیک و حافظه‌داری که بروز آن بستگی به دمای اولیه آلیاژ دارد در کنار توسعه روزافزون آلیاژهای حافظه‌دار به شکل سیم، میله و شکل‌های متنوع دیگر، آنها را به مواد بسیار مهمی در ساختار سازه‌های مهندسی تبدیل کرده که کاربردهای این مواد طیف گسترده‌ای را در بر می‌گیرد.

دما و زمان گرم کردن از مهمترین عوامل در ایجاد شکل اولیه آلیاژهای حافظه‌دار بوده و روی خواص آلیاژ از جمله دماهای استحاله، قسمت‌های تغییر فاز نمودار تنش و کرنش و همچنین تنش حد نهایی تاثیر مستقیم می‌گذارد. در این پژوهش اثرات دما و زمان عملیات حرارتی برای ایجاد شکل اولیه در آلیاژ حافظه‌دار بر تمامی موارد یاد شده بررسی خواهد شد. پس از آن اثرات این تغییرات در ارتعاشات ورق کامپوزیتی قبل و پس از گمانش بررسی خواهد شد. در این زمینه‌ها تحقیقات زیادی انجام شده است که به مرور آن پرداخته خواهد شد. صدرا نژاد و همکاران [۲] در سال ۱۹۹۷ تاثیر عملیات پیرسازی بر مقاومت الکتریکی آلیاژهای حافظه‌دار با درصدهای متفاوت نیکل را بررسی کرده و نتیجه گرفتند که افزایش مقدار تیتانیوم باعث افزایش مقاومت الکتریکی خواهد شد. آنها همچنین تاثیرات زمان عملیات حرارتی را روی دماهای استحاله بررسی کردند. در سال ۲۰۰۱ میلر و لاگوداس [۳] تاثیر عملیات سردکاری و عملیات حرارتی بر کرنش تغییر فاز و کرنش پلاستیک را بررسی کرده و متوجه شدند سردکاری باعث کاهش کرنش پلاستیک و کرنش انتقال فاز خواهد شد. در سال ۲۰۰۴ مورگان و برودلی [۴]، تاثیر دما و زمان پخت را روی قسمت بالای تغییر فاز نمودار تنش و کرنش سوپرالاستیک، تنش حد نهایی و دمای پایان مارتنزیتی شدن،  $A_f$  را بررسی کرده و متوجه شدند که دما و زمان پخت باعث کاهش تمام موارد فوق می‌شود. در سال ۲۰۰۷ درکسل و سلوادوری [۵]، اثرات عملیات حرارتی و سردکاری را بر خواص آلیاژهای حافظه‌دار بررسی کردند. در سال ۲۰۱۰ وینک [۶]، اثرات عملیات

حرارتی و آنیل کردن را بر تنش‌های شروع انتقال فاز و حد نهایی بررسی کرد. در سال ۲۰۱۴ عبدی و همکاران [۷]، اثرات عملیات حرارتی را بر کرنش قابل بازیابی آلیاژهای حافظه‌دار سوپرالاستیک بررسی کرده و به این نتیجه رسیدند که عملیات حرارتی در دمای بالاتر باعث افزایش کرنش قابل بازیابی خواهد شد. در سال ۲۰۱۷ الحیدری و همکاران [۸]، آلیاژهای حافظه‌دار با پایه مس، آلومینیوم و بریلیوم را تحت عملیات حرارتی و پیرسازی قرار داده اثرات آنها را بر سختی میکرونی و اثر حافظه‌داری مورد مطالعه قرار دادند. در سال ۲۰۱۴ اسدی و همکاران [۹]، حل دقیقی برای گمانش حرارتی غیرخطی تیر کامپوزیتی تیموشنکو دارای الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه کردند. مدل استفاده شده در حل آنها برای آلیاژ حافظه‌دار، مدل یک بعدی برینسون بود.

مدل‌های یک و سه‌بعدی متعددی برای تحلیل آلیاژهای حافظه‌دار ارائه شده که از مهمترین آنها می‌توان به مدل تاناکا [۱۰]، لیانگ و راجرز [۱۱]، برینسون [۱۲]، آئوریکو [۱۳] و بوید و لاگوداس [۱۴] اشاره کرد. در سال ۲۰۰۰ کیدوی و لاگوداس [۱۵] و در سال ۲۰۰۵ رو و همکاران [۱۶]، با استفاده از معادلات ساختاری سه بعدی و زیرروال یومت در آباکوس، مدل‌هایی را مانند لوله تحت بار پیچشی مورد تحلیل قرار دادند. در سال ۲۰۱۹ بیات و اختراعی [۱۷]، به روش تحلیلی، عدم پایداری تیر کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار تحت حرارت غیر یکنواخت بررسی کردند. اثر درصد حجمی آلیاژ و مکان قرارگیری آنها در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۲۰۱۵ ذاکرزاده و همکاران [۱۸]، با استفاده از مدل برینسون و فیلتر کالمن توسعه یافته توانستند، سفتی فنر در عملگر آلیاژ حافظه‌دار را تخمین بزنند. انصاری و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۳، مطالعاتی را به صورت تجربی را در زمینه عملکرد آلیاژهای حافظه‌دار انجام دادند. آنها تاثیر تنش آموزش را بر عملکرد شش نمونه سیم از جنس آلیاژ حافظه‌دار نیکل - تیتانیوم را در تنش‌های کمتر و بیشتر از تنش آموزش بررسی نمودند. در سال ۲۰۱۷ خرم‌آبادی و رضائی‌پژند [۲۰]، تاثیرات پیچش روی گمانش و فرکانس طبیعی لوله ساخته شده از آلیاژ حافظه‌دار را مورد بررسی قرار دادند. در سال ۲۰۰۸ لی و همکاران [۲۱]، با استفاده از یک مدل اجزا محدود، فرکانس طبیعی قبل و بعد از مدهای

## ۲-۱- بررسی تغییرات فاز در آلیاژ حافظه‌دار بر پایه مدل فیزیکی

بر پایه مدل فیزیکی می‌توان به چگونگی ایجاد کرنش‌ها و همچنین بازیافت آنها پی برد. مهم‌ترین نوع آنها آلیاژی از نیکل و تیتانیوم است که نایتینول نامیده می‌شود. در دماهای بسیار بالا آلیاژ حافظه‌دار در فاز آستونیتی قرار دارد. وقتی دمای آلیاژ کاهش می‌یابد، ماده تغییر فازی از فاز آستونیتی به فاز مارتنزیتی می‌دهد. این تغییر فاز باعث تنش‌ها و کرنش‌های بزرگی شده و هر دو اثر حافظه‌دار بودن و شبه الاستیک از همین تغییر فاز ناشی می‌شوند. این تغییرات فاز مرتبط با دماهای  $M_s$ ،  $M_f$ ،  $A_s$  و  $A_f$  بوده که دماهای  $M$  به ترتیب دماهای شروع و پایان تغییر فاز آستونیتی به مارتنزیتی و دماهای  $A$  به ترتیب دماهای شروع و پایان تغییر فاز مارتنزیتی به آستونیتی بوده و زیرنگاشت‌های  $s$  و  $f$  به ترتیب نشانگر شروع و پایان تغییر فاز مربوطه است. به این ترتیب می‌توان گفت [۲۶]:

$$M_f < M_s < A_s < A_f$$

موضوع مهم دیگری که دانستن آن برای ادامه روند کار بسیار مهم است، این است که چند درصد ماده در فاز آستونیت و چند درصد آن در فاز مارتنزیت است. به همین منظور پارامتری به نام جزء مارتنزیتی که با علامت  $\xi$  نشان داده می‌شود تعریف شده که نشان‌دهنده درصدی از آلیاژ است که در فاز مارتنزیتی قرار گرفته داشته و مقدار آن بین صفر و یک متغیر خواهد بود.

## ۲-۲- معادلات ساختاری و الگوریتم زیرروال یومت

معادلات ساختاری اغلب مواد در طبیعت شبیه به هم بوده و فقط مقادیر ثابت آنها با یکدیگر متفاوت است که این خواص در بخش ماده آباکوس تعریف می‌شود؛ اما مواد بسیار زیادی هم در طبیعت وجود دارند که دارای معادلات ساختاری منحصر به فرد بوده و تعریف آن‌ها در نرم‌افزارها انجام نشده است. از این رو، برای تحلیل این گونه مواد، می‌توان از زیرروال یومت استفاده کرده و معادلات ساختاری را به این نرم افزار وارد کرد. مدل‌های بنیادی یکپارچه برای آلیاژهای حافظه‌دار توسط سه گروه ساتو و تاناکا [۲۱]، لیانگ و راجرز [۲۲] و همچنین بوید و لاگوداس [۱] ارائه گشته که به

کمانش را اندازه گرفته و باهم مقایسه کردند. در سال ۲۰۱۳ برزگری و همکاران، ارتعاشات تیر تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار را بررسی کردند. در سال ۲۰۰۴ پارک و همکاران [۲۲] و در سال ۲۰۱۵ صمدپور و همکاران [۲۳]، تحقیقات مشابهی در مورد ارتعاشات صفحات کامپوزیتی حاوی آلیاژ حافظه‌دار قبل و پس از کمانش انجام دادند و به نتایج مشابهی دست یافتند. در سال ۲۰۱۴ اسدی و همکاران [۲۴] نیز ارتعاشات ورق کامپوزیتی حاوی آلیاژهای حافظه‌دار تحت تحریک خارجی را مورد بررسی قرار دادند.

موضوعی که تاکنون در تحقیقات دیگر مورد بررسی قرار نگرفته این است که تاثیر عملیات حرارتی بر رفتار ماده حاوی آلیاژ حافظه‌دار چیست. در این پژوهش اثرات تغییر خواص در اثر عملیات حرارتی و متعاقبا فرکانس طبیعی صفحه کامپوزیتی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لازم به ذکر است که تمام شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار آباکوس صورت گرفته است. با توجه به عدم تعریف اولیه آلیاژ حافظه‌دار در نرم‌افزار آباکوس، از زیرروال یومت سه‌بعدی بر پایه سه مدل بوید و لاگوداس برای تعریف این ماده در این نرم‌افزار استفاده شده است. تهیه زیرروال یومت خواص آلیاژ حافظه‌دار امکان هرگونه استفاده از امکانات نرم‌افزار جهت تحلیل رفتار سازه‌های هوشمند ساخته شده با آلیاژ حافظه‌دار را برای طراح فراهم می‌سازد. تحلیل ارتعاشات از جمله مواردی است که در این تحقیق مورد بررسی واقع گشته است.

## ۲- معادلات ساختاری آلیاژهای حافظه‌دار

در این بخش رفتار آلیاژهای حافظه‌دار توضیح داده می‌شود و معادلات سه‌بعدی و الگوریتم عددی نوشتن برنامه یومت توضیح داده خواهد شد. یومت ابزاری است که آباکوس برای تعریف رفتار مکانیکی یک ماده در اختیار کاربر قرار می‌دهد. این ابزار بوسیله زیرروال به زبان برنامه‌نویسی فرترن در نرم‌افزار بکار گرفته می‌شود. این نوع زیرروال نویسی مخصوص تحلیل‌های غیرصریح است که در تحلیل‌های استاتیکی و شبه استاتیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۵]. برای شبیه‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار نیاز به بررسی رفتار و معادلات ساختاری این مواد بوده که در بخش بعدی به آن پرداخته خواهد شد.

کرنش کل و انتروپی موثر به ترتیب در معادلات ۹ و ۱۰ تعریف می‌شوند [۱۵]:

$$\varepsilon = -\rho \frac{\partial G}{\partial \sigma} = \mathbf{S} : \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}(T - T_0) + \boldsymbol{\varepsilon}^t \quad (9)$$

$$s = -\frac{\partial G}{\partial T} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\alpha} + c \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + s_0 \quad (10)$$

رابطه بین تانسور کرنش انتقال فاز و جزء مارتنزیتی به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^t = \boldsymbol{\Lambda} \dot{\xi} \quad (11)$$

که  $\boldsymbol{\Lambda}$  تانسور انتقال فاز بوده و مسیرهای کرنش انتقال فاز را تعیین می‌کند و به صورت معادله ۱۲ تعریف می‌شود [۲۴]:

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{cases} \frac{3}{2} H \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\bar{\sigma}} & , \quad \dot{\xi} > 0 \\ H \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{t-r}}{\bar{\varepsilon}^{t-r}} & , \quad \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

$H$  بیشترین کرنش انتقال فاز تک محوره و  $\boldsymbol{\varepsilon}^{t-r}$  کرنش تغییر فاز مارتنزیت به آستونیت است [۱۵]:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^m = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{\sigma}^{m'}\| \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{m'} = \boldsymbol{\sigma}^m - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^m) \mathbf{I} \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}^{t-r} = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\boldsymbol{\varepsilon}^{t-r}\| \quad (15)$$

که طبق تعریف  $\|0\|^2 = (0:0)$ . همچنین ذکر این موضوع بسیار مهم است که نرخ کرنش تغییر فاز،  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^t$ ، بخشی از نرخ کرنش غیر الاستیک،  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{tn}$  است. ترکیب نیروی ترمودینامیکی و جزء مارتنزیتی، معادله زیر را نتیجه می‌شود [۱۵]:

$$\begin{aligned} \pi = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\Lambda} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \Delta \mathbf{S} : \boldsymbol{\sigma} + \Delta \boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\sigma} (T - T_0) \\ - \frac{\partial f}{\partial \xi} - \rho \Delta u_0 + \rho \Delta s_0 T \\ - \rho \Delta c \left[ (T - T_0) - T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

که تغییرات خواص موثر با رابطه (۱۷) تعریف می‌شود:

$$\Delta X = X^M - X^A \quad (17)$$

تابع انتقال فاز بر اساس نیروی ترمودینامیکی در معادله ۱۸ تعریف می‌شود [۱۵]:

$$\phi = \begin{cases} \pi - Y^* & , \quad \dot{\xi} > 0 \\ -\pi - Y^* & , \quad \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (18)$$

$Y^*$  نشان دهنده اتلاف انرژی در زمان تغییر فاز بوده و برابر است با [۱۵]:

معرفی مدل بوید و لاگوداس می‌پردازیم. در این مدل انرژی آزاد گیبس به صورت زیر ارائه شد [۱]:

$$\begin{aligned} G(\boldsymbol{\sigma}, T, \xi, \boldsymbol{\varepsilon}^t) = & \left(-\frac{1}{2}\rho\right) \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{S} : \boldsymbol{\sigma} \\ & - \left(\frac{1}{\rho}\right) [\boldsymbol{\alpha}(T - T_0)] \\ & + c \left[ (T - T_0) - T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \right] \\ & - s_0 T + u_0 + f(\xi) \end{aligned} \quad (1)$$

که در معادله بالا  $\boldsymbol{\sigma}$ ،  $\boldsymbol{\varepsilon}^t$ ،  $T$  و  $T_0$  به ترتیب تانسور تنش کوشی، تانسور کرنش انتقال فاز، جزء مارتنزیتی، دمای کنونی و دمای مرجع است. ثابت‌های ماده  $\boldsymbol{\alpha}$ ،  $\rho$ ،  $c$ ،  $s_0$ ،  $u_0$  و  $f(\xi)$  به ترتیب نمایانگر تانسور سفتی موثر، چگالی، تانسور ضریب انبساط حرارتی موثر گرمای ویژه موثر، انتروپی موثر مرجع، انرژی ورودی موثر خاص و تابع سختی انتقال فاز یا تغییر فاز است. تابع سختی انتقال فاز برای مدل لاگوداس به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۵]:

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho b^M \xi^2 + (\mu_1 + \mu_2) \xi & , \quad \dot{\xi} > 0 \\ \frac{1}{2} \rho b^A \xi^2 + (\mu_1 - \mu_2) \xi & , \quad \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

در معادله ۲،  $\mu_1$ ،  $\mu_2$ ،  $\rho b^M$  و  $\rho b^A$  پارامترهای کرنش سختی ماده در حین تغییر فاز در این مدل بوده و به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$b^A = -\Delta s_0 (A_f - A_s) \quad (3)$$

$$b^M = -\Delta s_0 (M_s - M_f) \quad (4)$$

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \rho \Delta s_0 (M_s + A_f) - \rho \Delta u_0 \quad (5)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{4} (\rho b^A - \rho b^M) \quad (6)$$

خواص موثر ماده از جمله تانسور سفتی، تانسور ضریب انبساط حرارتی، گرمای ویژه انتروپی مرجع و انرژی داخلی مرجع به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۵]:

$$X = X^M + \xi (X^M - X^A) \quad (7)$$

بالانویس‌های  $A$  و  $M$  مربوط به آستونیتی و مارتنزیتی بودن آلیاژ است. انرژی داخلی مرتبط با انرژی آزاد گیبس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(\boldsymbol{\sigma}, T, \xi, \boldsymbol{\varepsilon}^t) = G + Ts + \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

$$\mathcal{L} = \vartheta_{n+1} - H_{n+1} \otimes H_{n+1} \quad (۲۷)$$

$$\Theta = -\mathcal{L} : \alpha_{n+1} - \frac{1}{c} \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial T} H_{n+1} \quad (۲۸)$$

که در آن:

$$c = \sqrt{\frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \sigma} : \vartheta_{n+1} : \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \xi}} \quad (۲۹)$$

$$H_{n+1} = \frac{\vartheta_{n+1} : \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \sigma}}{c} \quad (۳۰)$$

$$\vartheta_{n+1} = \left[ S_{n+1} + (\xi_{n+1} - \xi_n) \frac{\partial \Lambda_{n+1}}{\partial \sigma} \right]^{-1} \quad (۳۱)$$

یکی از مهمترین پارامترهایی در تحلیل آلیاژهای حافظه‌دار وجود دارد جزء مارتنزیتی است. به منظور ایجاد زیرروال یومت آلیاژهای حافظه‌دار، دانستن میزان تغییرات جزء مارتنزیتی نیز مورد نیاز خواهد بود که به ترتیب برای تغییر فاز پیش‌رونده یا آستونیت به مارتنزیت و برای تغییر فاز پس‌رونده یا مارتنزیت به آستونیت در تکرار k ام به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۵]:

$$\Delta \xi_{n+1}^{(k)} = \frac{\phi_{n+1}^{(k)} - \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} : \vartheta_{n+1}^{(k)} : R_{n+1}^{t(k)}}{\frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} : \vartheta_{n+1}^{(k)} : \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} - \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \xi}} \quad (۳۲-الف)$$

$$\Delta \xi_{n+1}^{(k)} = \frac{\phi_{n+1}^{(k)} - \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} : \vartheta_{n+1}^{(k)} : R_{n+1}^{t(k)}}{-\frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} : \vartheta_{n+1}^{(k)} : \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \sigma} - \frac{\partial \phi_{n+1}^{(k)}}{\partial \xi}} \quad (۳۲-ب)$$

که در آن:

$$R_{n+1}^{t(k)} = -\varepsilon_{n+1}^{t(k)} + \varepsilon_n^t + (\xi_{n+1}^{t(k)} - \xi_n) \Lambda_{n+1}^{t(k)} \quad (۳۳)$$

با استفاده از معادلات این بخش، الگوریتمی برای زیرروال یومت آلیاژ حافظه‌دار نوشته شده که در شکل ۳ نشان داده شده است. تلورانسی برابر با یک میکرون برای همگرایی تغییرات جزء مارتنزیتی و تغییرات تابع انتقال فاز در نظر گرفته شده است.

زیرروال یومت نوشته شده برای آلیاژ حافظه‌دار، قابلیت انواع تحلیل‌ها اعم از خمش، پیچش، کشش، ارتعاشات و کمانش را در آباکوس فراهم آورده است. با توجه به در نظر گرفته شدن معادلات مربوط به هر سه مدل بوید و لاگوداس، لیانگ و راجرز و همچنین تاناکا، می‌توان نتایج مربوط مدل‌ها را ارزیابی و مقایسه کرد. تحلیل ارتعاشات و همچنین کمانش از مواردی هستند که در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

$$Y^* = -\frac{1}{2} \rho \Delta s_0 (A_f - A_s) + \frac{1}{4} (M_s - M_f - A_f + M_s) \quad (۱۹)$$

شرایط کان-تاکر برای نرخ جزء مارتنزیتی به صورت معادله ۲۰ تعریف می‌شود [۱۵]

$$\begin{aligned} \dot{\xi} \geq 0, \phi(\sigma, T, \xi) \leq 0 &\rightarrow \dot{\phi} \dot{\xi} = 0 \\ \dot{\xi} \leq 0, \phi(\sigma, T, \xi) \leq 0 &\rightarrow \dot{\phi} \dot{\xi} = 0 \end{aligned} \quad (۲۰)$$

$\phi$  تابع انتقال فاز است که وظیفه تعریف دومین الاستیک را بر عهده دارد. در زمان اعمال نیرو، تمام معادلات باید به صورت همزمان اتفاق بیفتد. در  $\phi \leq 0$  برای برقراری شرط کان-تاکر باید نرخ جزء مارتنزیتی برابر با صفر باشد که نشان دهنده قسمت الاستیک نمودار تنش-کرنش آلیاژ است. از طرف دیگر، شرط کان-تاکر برای تغییر فاز از آستونیتی به مارتنزیتی به صورت  $\phi = 0$  و  $\dot{\xi} > 0$  و مارتنزیتی به آستونیتی به صورت  $\phi = 0$  و  $\dot{\xi} \leq 0$  ارضا می‌شود.

برای بدست آوردن نرخ کرنش غیر الاستیک می‌توان با استفاده از قاعده زنجیری از رابطه کرنش مشتق گرفت:

$$\varepsilon(\sigma, T, \xi) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} \dot{\xi} \quad (۲۱)$$

نرخ کلی تنش غیر الاستیک می‌تواند به صورت نرخ تغییر کرنش کلی بر اثر نرخ تغییر جزء مارتنزیتی تعریف شود [۱۵]:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} \dot{\xi} \quad (۲۲)$$

با تغییر سمت راست معادله به معادله زیر می‌رسیم:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \left[ \Delta S : \sigma + \Delta \alpha (T - T_0) + \frac{\partial \varepsilon^t}{\partial \xi} \right] \dot{\xi} \quad (۲۳)$$

اکنون می‌توان مشاهده کرد که ترم آخر معادله بالا، تانسور انتقال فاز را تداعی می‌کند [۱۵]:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = [\Delta S : \sigma + \Delta \alpha (T - T_0) + \Lambda] \dot{\xi} \quad (۲۴)$$

با استفاده از معادلات ۱۶ و ۱۸ می‌توان مشتق تابع انتقال فاز نسبت به تنش را بدست آورد [۱۵]:

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{in}}{\partial \sigma} = \begin{cases} \Delta S : \sigma + \Delta \alpha (T - T_0) + \Lambda, & \dot{\xi} > 0 \\ -\Delta S : \sigma - \Delta \alpha (T - T_0) - \Lambda, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (۲۵)$$

بنابراین نرخ کرنش غیرالاستیک برابر است با:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \begin{cases} \dot{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}, & \dot{\xi} > 0 \\ -\dot{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (۲۶)$$

در انتها، تانسورهای ژاکوبی مکانیکی و دما به ترتیب در معادلات ۲۷ و ۲۸ تعریف می‌شوند [۱۵]:

۳-۱- آزمایش تجربی اول: تست کشش

برای بدست آوردن نمودارهای تنش- کرنش سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، سیم‌ها در دستگاه آزمایش کشش قرار گرفته و تا گسیختگی کامل تحت کشش قرار گرفتند. سیم آلیاژ حافظه‌دار پس از گسیختگی و دستگاه کشش در شکل ۴ نشان داده شده‌اند.

در بخش‌های بعدی به تاثیر عملیات حرارتی آلیاژ حافظه‌دار روی خواص آن از جمله رفتار تنش- کرنش و پس از آن به تاثیر روی ارتعاشات و گمانش این آلیاژها پرداخته خواهد شد.

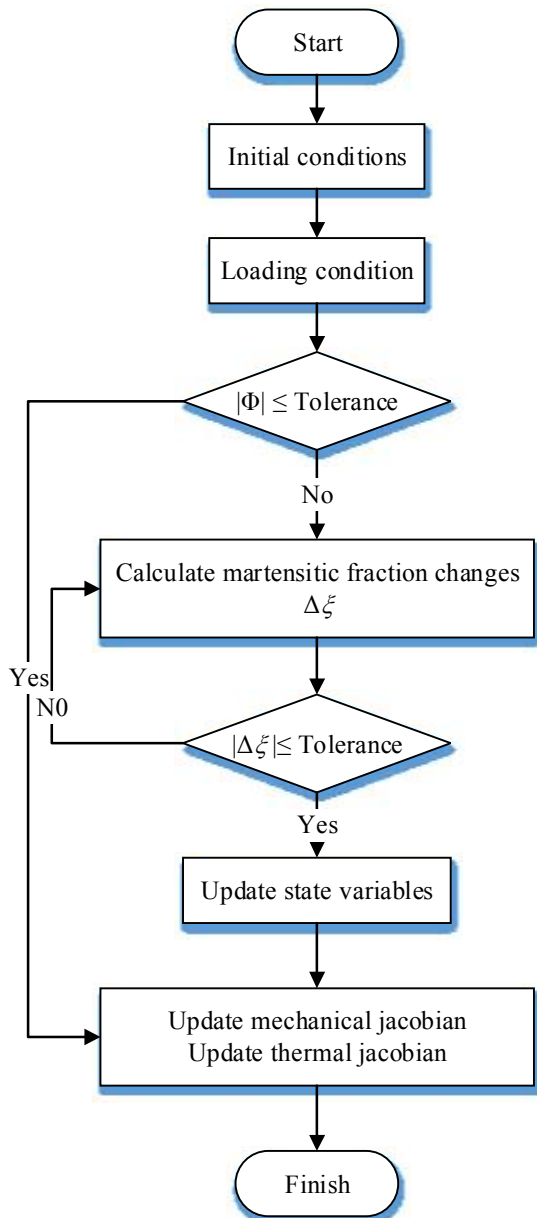
۳- بررسی تجربی اثرات عملیات حرارتی بر خواص آلیاژ حافظه‌دار

برای استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار و بهره گرفتن از خواص حافظه‌داری و یا سوپرالاستیک آن‌ها، ابتدا باید آن‌ها را تحت عملیات حرارتی خاصی قرار داد تا شکل اولیه به آن‌ها آموزش داده شود. قبل از شروع عملیات حرارتی باید آن‌ها را در شکل نهایی موردنظر مقید کرد. پس از مقید کردن، آلیاژ باید در دمای معین و مدت زمان مشخصی که در جدول ۱ نشان داده شده درون کوره قرار گرفته و پس از آن سرد شود. در آزمایش صورت گرفته تعداد ده نمونه سیم آلیاژ حافظه‌دار در دماها و زمان‌های متفاوت درون کوره قرار گرفتند.

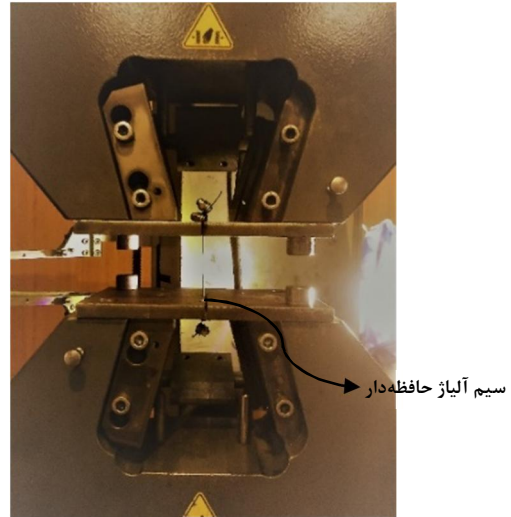
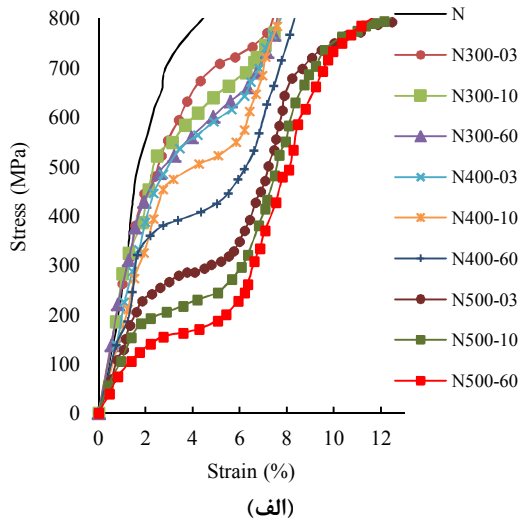
پس از قرارگیری نمونه‌ها در کوره در زمان و دمای مناسب، نمونه‌ها از کوره خارج شده و سرد شدند. لازم به ذکر است که طول سیم‌ها ۱۰ سانتی‌متر و قطر آن‌ها برابر با ۱ میلی‌متر است.

جدول ۱- شرایط دمایی و زمانی مختلف سیم‌های حافظه‌دار

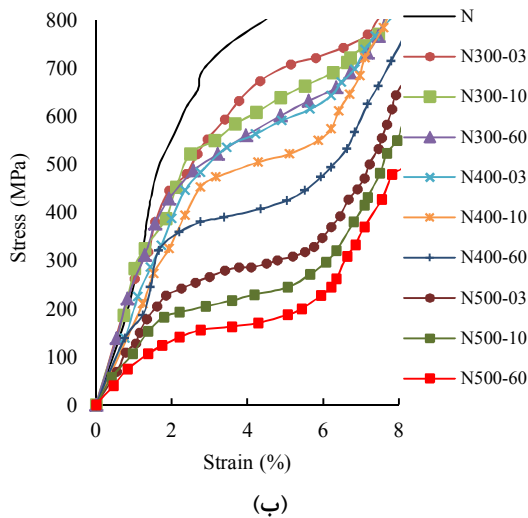
کد نمونه	دمای کوره (درجه سلسیوس)	زمان
N300-03	۳۰۰	۳ دقیقه
N300-10	۳۰۰	۱۰ دقیقه
N300-60	۳۰۰	۶۰ دقیقه
N400-03	۴۰۰	۳ دقیقه
N400-10	۴۰۰	۱۰ دقیقه
N400-60	۴۰۰	۶۰ دقیقه
N500-03	۵۰۰	۳ دقیقه
N500-10	۵۰۰	۱۰ دقیقه
N500-60	۵۰۰	۶۰ دقیقه
N	عملیات حرارتی	عملیات حرارتی
	کارخانه سازنده	کارخانه سازنده



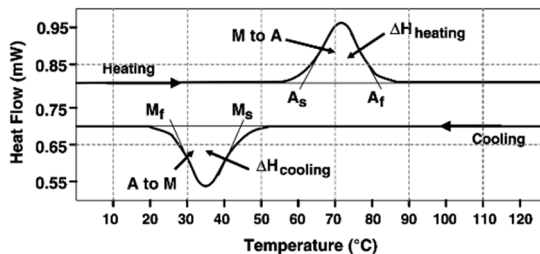
شکل ۳- الگوریتم زیرروال یومت مورد استفاده برای تحلیل آلیاژهای حافظه‌دار در آباکوس



شکل ۴- کشش سیم آلیاژ در دستگاه



شکل ۵- الف) نمودار تنش- کرنش نمونه‌ها تا گسیختگی و ب) نمودار بزرگنمایی تنش- کرنش نمونه‌های متفاوت تا کرنش ۸ درصد



شکل ۶- چگونگی بدست آوردن دماهای استحاله از آنالیز گرماسنج افتراقی [۱۵]

تمامی آزمایش‌های کشش در دمای ۱۴ درجه سانتی‌گراد انجام شده است. در شکل ۵، نمودار تنش- کرنش ۱۰ نمونه تا لحظه گسیختگی و همچنین تا کرنش ۸ درصد نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۵ نشان داده است، دمای عملیات حرارتی باعث کاهش تنش حد نهایی و افزایش کرنش حد نهایی شده است؛ همچنین زمان عملیات حرارتی، در دماهای پایین باعث افزایش تنش حد نهایی و در دماهای بالاتر باعث کاهش آن شده و تاثیر زیادی روی کرنش حد نهایی نداشته است.

۳-۲- آزمایش دوم: نمودار شار حرارتی بر حسب دما دماهای استحاله، بخش دیگری از مشخصات آلیاژ هستند که زمان و عملیات حرارتی روی مقدار آنها تاثیر مستقیم می‌گذارد. برای اندازه‌گیری دماهای استحاله، از دستگاه گرماسنج افتراقی (DSC) استفاده شده است. سیکل گرم کردن و سرد کردن با نرخ یک درجه در دقیقه انجام شده است. با استفاده از تلاقی شیب پیک‌های به وجود آمده در نمودار مزبور، می‌توان دماهای استحاله به دست آورد که در شکل ۶ چگونگی آن نشان داده شده است [۲۷].

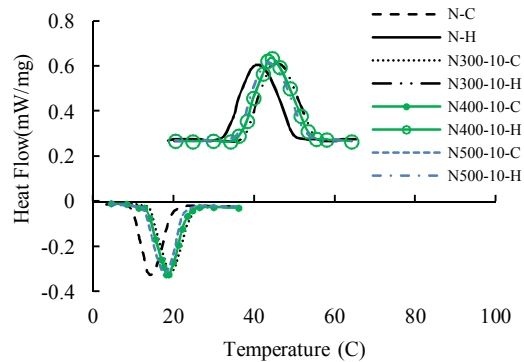
در شکل‌های ۷ و ۸ نتایج دستگاه گرماسنج افتراقی برای نمونه‌های مختلف نشان داده شده است. در این دو شکل H و C به معنای افزایش و کاهش خواهد بود.

جدول ۲- مقادیر دماهای استحاله برای ۱۰ نمونه متفاوت

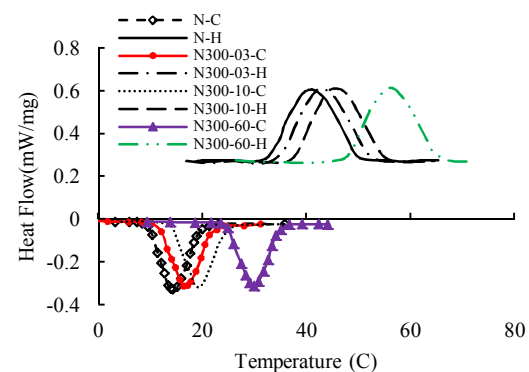
کد نمونه	$M_f$	$M_s$	$A_s$	$A_f$
N300-03	۱۱/۵۷	۲۲/۲۲	۳۵/۳۴	۵۱/۳۹
N300-10	۱۴/۶۶	۲۵/۹۵	۳۸/۴۶	۵۵/۴۴
N300-60	۲۳/۷۳	۳۶/۳۱	۴۸/۶۳	۶۷/۶۳
N400-03	۹/۴۵	۲۰/۴۹	۳۳/۰۱	۴۸/۴۶
N400-10	۱۱/۲۱	۲۲/۸۹	۳۴/۸۳	۵۰/۵۹
N400-60	۱۹/۴۴	۳۲/۳۹	۴۴/۰۸	۶۲/۱۱
N500-03	۷/۸۲	۱۷/۹۵	۲۹/۵۹	۴۴/۸۲
N500-10	۹/۳۸	۲۰/۰۷	۳۱/۸۶	۴۵/۹۳
N500-60	۱۷/۰۱	۲۹/۵۳	۳۹/۹۹	۵۸/۰۵
N	۸/۷۵	۲۰/۳۶	۳۴/۳۵	۴۸/۲۰

گمانشی، سیم‌ها پس از یک پیش کرنش اولیه درون کامپوزیت قرار خواهند گرفت. در شکل ۹ صفحه در نظر گرفته شده با ابعاد  $۴۰ \times ۳۰ \times ۲$  میلی‌متر در دو نمای جانبی و روبرو نشان داده شده است. در این تحلیل ابعاد المان‌ها برابر با  $۴ \times ۳ \times ۱$  میلی‌متر در نظر گرفته شده و در بخش بعد همگرایی مش نیز مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لازم به ذکر است که شرایط مرزی ساده برای هر چهار طرف ورق در نظر گرفته شده است. ضخامت در نظر گرفته شده برای این ورق ۲ میلی‌متر بوده و از ۱۰ لایه با چینش  $[0/30/90/30/0]$  تشکیل شده است. با استفاده از پارتیشن بندی در آباکوس، جنس‌ها به پانل اختصاص داده شده و در نتیجه تمام درجات آزادی بین صفحات صلب شده و هیچ گونه حرکتی نسبت به هم ندارند.

در شکل ۱۰ نیز مقایسه‌ای بین نتایج مطالعه حاضر با استفاده از زیرروال یومت و همچنین نتایج تجربی [۲۸] در دو دمای ۱۰- (اثر حافظه‌داری) و ۵۰ (اثر شبه‌الاستیک) درجه سانتی‌گراد نشان داده شده است. علاوه بر این در اعتبارسنجی زیرروال برای نیروهای کششی و همچنین تحلیل ارتعاشات، نتایج قابل قبولی به دست آمده است [۲۹].



شکل ۷- نمودار شار حرارتی بر حسب دما برای زمان ۱۰ دقیقه



شکل ۸- نمودار شار حرارتی بر حسب دما برای درجه ۳۰۰

همانطور که در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است، هر چه عملیات حرارتی در دمای بالاتری صورت گیرد، دماهای استحاله مقادیر کمتری خواهند داشت، اما زمان بالاتر باعث افزایش دماهای استحاله خواهد شد.

برای درک بهتر این تغییرات، مقادیر دماهای استحاله برای ۱۰ نمونه متفاوت در جدول ۲ آورده شده است. در قسمت بعد به بررسی اثرات عملیات حرارتی بر ارتعاشات و گمانش حرارتی ورق کامپوزیتی آلیاژ حافظه‌دار پرداخته خواهد شد.

#### ۴- اعتبارسنجی و نتایج

در این بخش به بررسی ارتعاشات آزاد ورق کامپوزیتی در دماهای متفاوت پرداخته خواهد شد. برای اثرگذاری بیشتر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بر رفتار گمانشی و افزایش بار



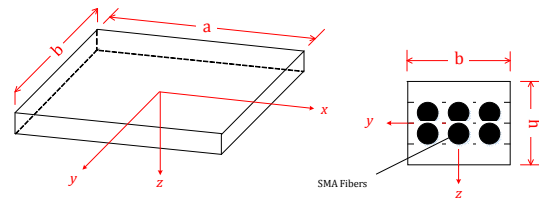
جدول ۴- مشخصات گرافیت اپوکسی [۲۲]

مقدار	کمیت (واحد)
۱۵۵	$E_{1m}$ (GPa)
۸/۰۷	$E_{2m}$ (GPa)
۴/۵۵	$G_{12m}=G_{13m}$ (GPa)
۰/۲۲	$\nu_{12m}$
-۰/۰۷	$\alpha_{1m}$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )
۳۰/۱	$\alpha_{2m}$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )

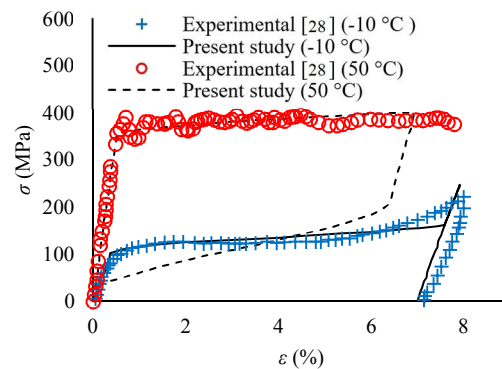
مقدار کرنش اولیه‌ای که برای به تاخیر انداختن کماتش حرارتی به سیم‌ها داده شده مقداری تنش در این سیم‌ها در دماهای مختلف ایجاد می‌کند. مقادیر این تنش‌ها در شکل ۱۱ برای کرنش‌های اولیه متفاوت نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۱، مقدار پیش‌کرنش اولیه بر دمای نهایی تغییر فاز تاثیرگذار خواهد بود، بدین صورت که هر چه مقدار پیش‌کرنش آلیاژ بیشتر باشد، بازه تغییر فاز بیشتر بوده و در دمای بالاتری به پایان خواهد رسید.

همانطور که در بخش ۴ گفته شد، ابعاد المان‌ها برابر با  $4 \times 3 \times 1$  میلی‌متر در نظر گرفته شده، به طوری که اندازه کوچکتر المان‌ها تاثیری در نتایج نداشته و فقط حجم محاسبات را افزایش می‌دهد. نتایج کماتش حرارتی ورق کامپوزیتی که دارای ۱۰ درصد آلیاژ حافظه‌دار فعال در هسته است جهت بررسی همگرایی مش در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، همگرایی نتایج در تعداد ۲۰۰۰۰ المان اتفاق افتاده است.

همانطور که در قسمت قبل مشاهده شد، دما و زمان عملیات حرارتی تاثیر مستقیمی روی مشخصات ماده می‌گذارند که این تاثیر باعث تغییر در پاسخ ارتعاشی و کماتشی ماده خواهد شد. در ابتدا به تاثیر درصد حجمی آلیاژ و کرنش اولیه روی پاسخ ارتعاشی و دمای کماتش پرداخته خواهد شد. در شکل ۱۳ اثرات درصد حجمی آلیاژ بر فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی در پیش‌کرنش ۱ درصد مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۹- ورق در نظر گرفته شده و ابعاد آن



شکل ۱۰- نمودارهای تنش-کرنش مقایسه نتایج تئوری و تجربی اثر شبه‌الاستیک و حافظه‌داری [۲۸]

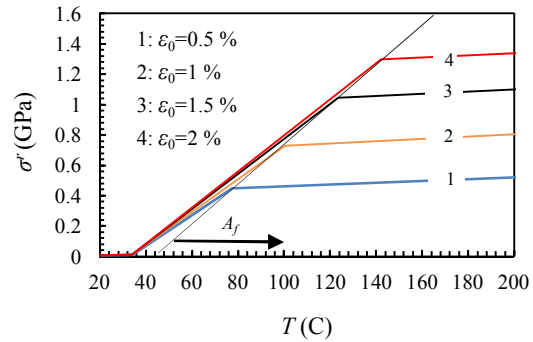
در جدول ۳، مشخصات سیم آلیاژ حافظه‌دار اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های تجربی ارائه شده است. در جدول ۴ نیز مشخصات گرافیت اپوکسی [۲۲] ارائه شده است.

جدول ۳- مشخصات آلیاژ حافظه‌دار [۱۲]

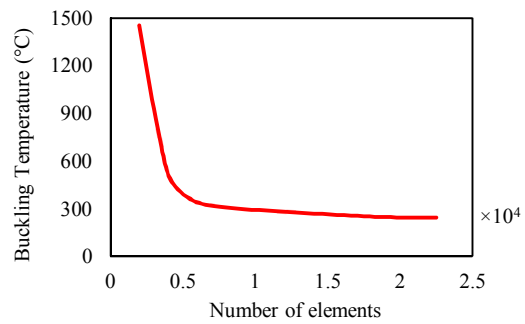
مقدار	کمیت
۶۹ GPa	ضریب الاستیک کششی فاز آستونیت
۲۷/۵ GPa	ضریب الاستیک کششی فاز مارتنزیت
$1.026 \times 10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$	ضریب انبساط حرارتی
$6450 \text{ Kg/m}^3$	چگالی
$20.36 ^{\circ}\text{C}$	دمای شروع مارتنزیتی شدن
$8.75 ^{\circ}\text{C}$	دمای پایان مارتنزیتی شدن
$24.35 ^{\circ}\text{C}$	دمای شروع آستونیتی شدن
$48.20 ^{\circ}\text{C}$	دمای پایان آستونیتی شدن

همانطور که در شکل ۱۳ نشان داده شده است، حضور بیشتر آلیاژ، فرکانس طبیعی را قبل از تغییر فاز کاهش داده و پس از آن به دلیل تنش بازیابی که در اثر پیش کرنش به وجود می‌آید، باعث افزایش فرکانس طبیعی خواهد شد. در این شکل دمای رخ داده کمانش حرارتی برای هر سه حالت، دمای شروع و پایان و همچنین بازه تغییر فاز کاملاً نشان داده شده است. دلیل شکستگی نمودارهایی که مربوط به ورق تقویت شده با آلیاژ می‌باشد، شروع و پایان تغییر فاز است.

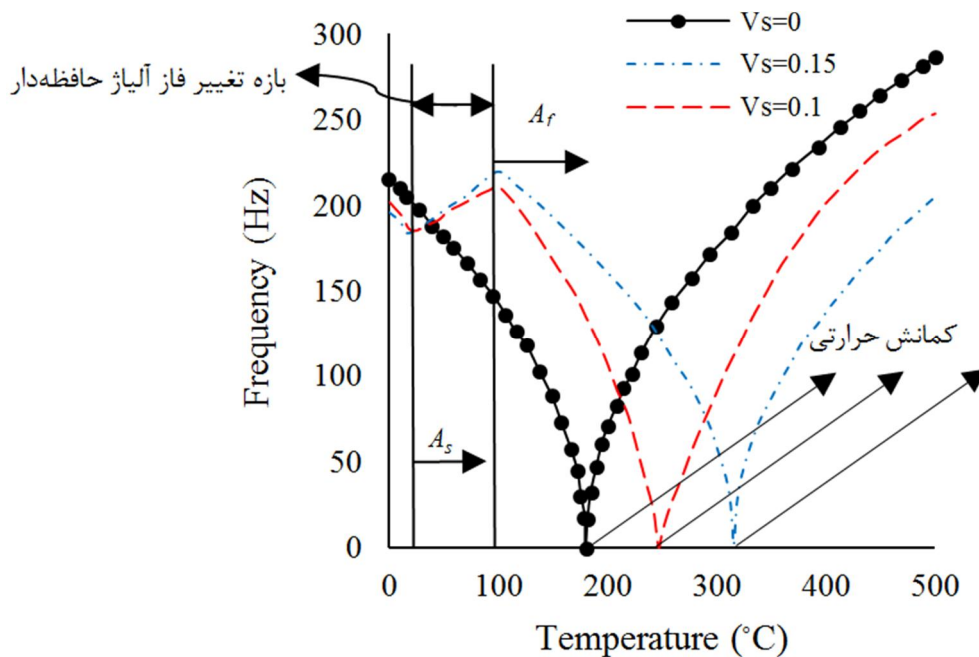
شروع تغییر فاز باعث فعال شدن آلیاژها بوده که سعی در برگشت پیش‌کرنش خود را داشته و تنش زیادی را در جهت خلاف تنش حرارتی ایجاد کرده و کمانش را با تاخیر مواجه می‌کند. لازم به ذکر است که نحوه محاسبه ارتعاشات سیستم قبل و بعد از اتفاق افتادن کمانش در آباکوس متفاوت است. پس از وقوع کمانش حرارتی، روند حل طبق توصیه آباکوس [۲۵]، با تعریف یک نقص اولیه به عنوان ورق کمانش یافته برای ورق کامپوزیتی ادامه خواهد یافت. قبل از اتفاق افتادن کمانش، نیازی به تعریف نقص اولیه نمی‌باشد.



شکل ۱۱- تنش‌های بازیابی برای چهار کرنش اولیه مختلف



شکل ۱۲- بررسی همگرایی مش در تحلیل ورق کامپوزیتی



شکل ۱۳- فرکانس طبیعی قبل و پس از کمانش حرارتی ورق کامپوزیتی برای درصد‌های حجمی متفاوت آلیاژ

دماهای متفاوت قرار گرفته‌اند. در شکل ۱۴ درصد حجمی ۱۶ و پیش‌کرنش ۱ درصد برای آلیاژ در نظر گرفته شده است.

همانطور که در شکل ۱۵ نشان داده شده است، هر چه دمای عملیات حرارتی بیشتر باشد، اثرات حضور آلیاژ حافظه‌دار در ورق کامپوزیتی کمتر شده و فرکانس طبیعی کاهش خواهد یافت؛ همچنین کماتش حرارتی در دمای پایین‌تری اتفاق خواهد افتاد.

برای بررسی اثرات زمان پخت بر فرکانس طبیعی ورق، فرکانس طبیعی کامپوزیت حاوی ۱۶ درصد آلیاژ حافظه‌دار از نمونه‌های ۷، ۸ و ۹ دارای ۱ درصد پیش‌کرنش، در شکل ۱۶ رسم شده است.

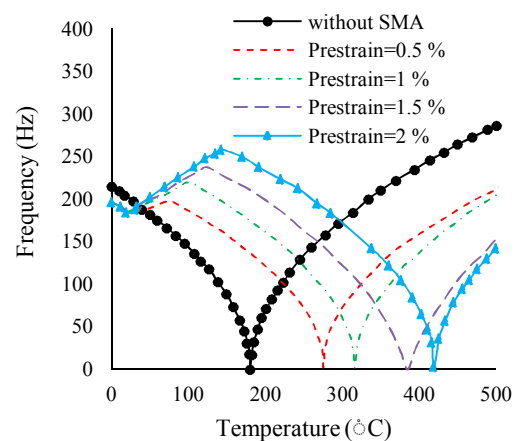
با توجه به شکل ۱۶، زمان‌های بالاتر عملیات حرارتی باعث افت عملکرد آلیاژ در کامپوزیت خواهد شد و فرکانس طبیعی آن را کاهش خواهد داد؛ اما به دلیل افزایش دماهای استحاله در اثر زمان‌های بالاتر عملیات حرارتی، شروع و پایان تغییر فاز دیرتر اتفاق افتاده و در نتیجه باعث تاخیر کماتش حرارتی خواهد شد. به عبارت دیگر، می‌توان زمان بالاتر عملیات حرارتی را در عملکرد ارتعاشی پارامتری منفی و در عملکرد کماتش حرارتی، پارامتری مثبت ارزیابی کرد.

جدول ۵- دمای بحرانی ورق کامپوزیتی

مقدار پیش‌کرنش	درصد حجمی آلیاژ	دمای بحرانی	درصد افزایش
عدم وجود آلیاژ	۰	۱۷۹/۸۱۳	۰
٪۰/۵	۱۰	۲۰۷/۰۱۵	۱۵/۱۲
٪۱	۱۵	۲۷۴/۸۷۶	۵۲/۸۶
٪۱/۵	۱۰	۲۴۷/۱۶۳	۳۷/۴۵
٪۲	۱۵	۳۱۵/۸۶۰	۷۵/۶۶
	۱۰	۳۱۹/۲۰۵	۷۷/۵۲
	۱۵	۳۸۴/۱۵۰	۱۱۳/۶۳
	۱۰	۳۸۶/۴۸۹	۱۱۴/۹۳
	۱۵	۴۱۸/۴۴۹	۱۳۲/۷۱

پارامتر بعدی که مورد بررسی قرار خواهد گرفت، درصد حجمی آلیاژ حافظه‌دار است. در شکل ۱۴ تاثیر پیش‌کرنش آلیاژ بر فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۱۳ نشان داده شده است، حضور آلیاژ حافظه‌دار کماتش حرارتی را به تاخیر خواهد انداخت. همچنین پس از شروع تغییر فاز و تا قبل از کماتش حرارتی باعث افزایش فرکانس طبیعی ورق خواهد شد که افزایش کرنش اولیه آلیاژ و در نتیجه تنش بازیابی بیشتر، باعث تشدید این اتفاقات خواهد شد. لازم به ذکر است که هر چه تنش بازیابی بیشتر باشد، تغییر فاز در دمای بیشتری پایان خواهد یافت که همین موضوع باعث تغییر در شکستگی‌های نمودار می‌شود. برای پی بردن به اهمیت حضور آلیاژهای حافظه‌دار در ماده مرکب، مقدار دمای کماتش برای درصدهای حجمی و پیش‌کرنش‌های مختلف آلیاژ در جدول ۵ گردآوری شده‌اند.

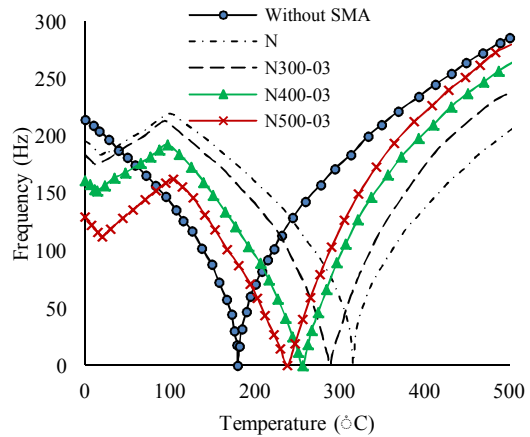


شکل ۱۴- فرکانس طبیعی قبل و پس از کماتش حرارتی ورق کامپوزیتی برای چهار کرنش اولیه مختلف

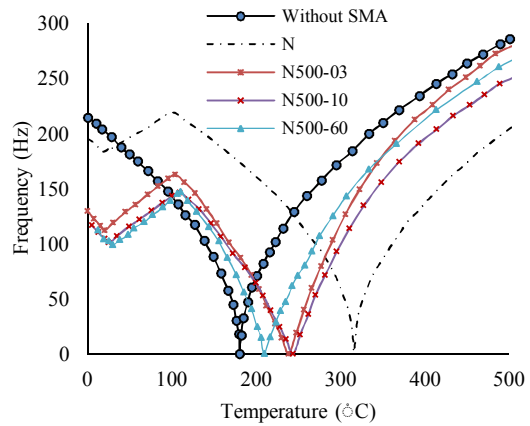
همانطور که در جدول ۵ نشان داده شده، حضور آلیاژ باعث به تاخیر انداختن کماتش شده و در پیش‌کرنش‌های بالاتر، اثری چشم‌گیرتر خواهد داشت.

در نهایت به بررسی تاثیر عملیات حرارتی بر دمای کماتش و فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی پرداخته خواهد شد. در شکل ۱۵ به بررسی فرکانس طبیعی کامپوزیت حاوی نمونه‌هایی پرداخته خواهد شد که در زمان ۳ دقیقه تحت

دما و زمان عملیات حرارتی باعث افت خواص آلیاژ و در نتیجه باعث افت عملکرد آن در کامپوزیت می‌شوند. هر چه دما و زمان عملیات حرارتی بیشتر باشد، افت عملکرد آلیاژ بیشتر و تاثیر حضور آن کمتر خواهد شد. دلیل اصلی بهبود خواص فرکانسی و کمانشی ورق کامپوزیتی در حضور آلیاژ حافظه‌دار، تغییر فاز و تنش است که در نتیجه این تغییر فاز در آلیاژ ایجاد می‌شود. هر چه پیش‌کرنش آلیاژ بیشتر باشد، این تنش بیشتر شده و خواص فرکانسی و کمانشی ورق کامپوزیتی بهبود بیشتری خواهد یافت.



شکل ۱۵- فرکانس طبیعی قبل و پس از کمانش حرارتی ورق کامپوزیتی برای دماهای عملیات حرارتی متفاوت



شکل ۱۶- فرکانس طبیعی قبل و پس از کمانش حرارتی ورق کامپوزیتی برای زمان‌های عملیات حرارتی متفاوت

### ۶- فهرست علائم

دمای شروع مارتنزیتی شدن (°C)	$M_s$
دمای پایان مارتنزیتی شدن (°C)	$M_f$
دمای شروع آستونیتی شدن (°C)	$A_s$
دمای پایان آستونیتی شدن (°C)	$A_f$
انرژی آزاد گیبس (J)	$G$
تنش (Pa)	$\sigma$
دما (°C)	$T$
جزء مارتنزیتی	$\xi$
تانسور کرنش انتقال	$\varepsilon^t$
چگالی ( $kg/m^3$ )	$\rho$
تانسور نرمی	$S$
تانسور ضریب انبساط حرارتی ( $^{\circ}C^{-1}$ )	$\alpha$
گرمای ویژه ( $J/kg^{\circ}C$ )	$c$
تابع سختی انتقال فاز	$f(\xi)$

### ۵- نتیجه‌گیری و بحث

با توجه به تحلیل‌هایی که در قسمت قبل انجام شد، می‌توان گفت که حضور آلیاژ حافظه‌دار باعث تاخیر در کمانش حرارتی خواهد شد. هر چه پیش‌کرنش و درصد حجمی آلیاژ بیشتر باشد کمانش حرارتی دیرتر اتفاق خواهد افتاد. دمای عملیات حرارتی با دماهای استتاله نسبت عکس دارد. بدین معنی که هر چه دمای عملیات حرارتی بالاتر باشد، دماهای استتاله کاهش خواهند یافت. افزایش زمان عملیات حرارتی باعث افزایش دماهای استتاله شده و مقادیر آن‌ها را کاهش خواهد داد.

[11] Liang C, Rogers CA (1990) One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *J Intell Mater Syst Struct* 8(4): 285-302.

[12] Brinson LC (1993) One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *J Intell Mater Syst Struct* 4(2): 229-242.

[13] Auricchio F, Sacco E (1997) A one-dimensional model for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite. *Int J Non Linear Mech* 23(6): 1101-1114.

[14] Lagoudas DC, Bo Z, Qidwai MA (1996) A unified thermodynamic constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites. *Mech Compos Mater Struct* 3(2): 153-179.

[15] Qidwai MA, Lagoudas DC (2000) Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms. *Int J Numer Methods Eng* 47(6): 1123-1168.

[16] Roh JH, Han JH, Lee I (2005) Finite element analysis of adaptive inflatable structures with SMA strip actuator. *Smart Struct Mater* 460-471.

[17] Batat Y, Ekhteraei Tousei H (2019) Analytical layerwise solution of nonlinear thermal instability of SMA hybrid composite beam under nonuniform temperature condition. *Mech Adv Mater Struct* 1-14.

[18] Soltani Gerdefaramarzi M, Bozorg M, Zakerzadeh MR (2015) Robust estimation of spring stiffness in a shape memory alloy actuator using extended kalman filter. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 5(4): 69-81.

[19] Ansari M, Golzar M, Behraves AH (2013) Experimental studies of training stress effect on NiTi SMA performance in higher and lower stress than training stress. *Modares Mechanical Engineering* 13(10): 14-24.

[20] Khorramabadi R, Rezaeepazhand J (2017) Effects of initial twist on critical buckling load and frequency response of SMA tubes. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 7(3): 17-28.

[21] Li H, Liu Z, Ou J (2008) Experimental study of a simple reinforced concrete beam temporarily strengthened by SMA wires followed by permanent strengthening with CFRP plates. *Eng Struct* 30(3): 716-723.

[22] Park JS, Kim JH, Moon SH (2004) Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers. *Compos Struct* 63(2): 179-188.

انرژی داخلی ویژه در حالت مینا	$u_0$
تانسور انتقال	$\Lambda$
ماکزیمم کرنش انتقال	$H$
تانسور ژاکوبی مکانیکی	$\mathcal{L}$
تانسور ژاکوبی گرمایی	$\Theta$

### ۷- مراجع

[1] Lagoudas DC (2008) Shape memory alloys: modeling and engineering applications. Springer, Texas.

[2] Sadmezhad K, Mashhadi F, Sharghi R (1997) Heat treatment of Ni-Ti alloy for improvement of shape memory effect. *Mater Manuf Process* 12(1): 107-115.

[3] Miller DA, Lagoudas DC (2001) Influence of cold work and heat treatment on the shape memory effect and plastic strain development of NiTi. *Mater Sci Eng A* 308(1): 161-175.

[4] Morgan NB, Broadley M (2004) Taking the art out of smart! - forming processes and durability issues for the application of Niti shape memory alloys in medical devices. ASM International.

[5] Drexel M, Selvaduray G, Pelton A (2007) The effects of cold work and heat treatment on the properties of nitinol wire. ASME 2007 2nd Frontiers in Biomedical Devices Conference 89-90.

[6] Vojtech D (2010) Influence of heat treatment of shape memory NiTi alloy on its mechanical properties. International Conference Metals 18-20.

[7] Abdy A, Sadiq H, Al-Mahaidi R (2014) Effect of heat treatment on the recovery stresses generated by super-elastic NiTi shape memory alloy wires. 23rd Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials .

[8] Al-Haidary JT, Mustafa AM, Hamza AA (2017) Effect of heat treatment of Cu-Al-Be shape memory alloy on microstructure, shape memory effect and hardness. *J Mater Sci Eng* 6(6): 1-7.

[9] Ansari M, Golzar M and Behraves AH (2014) Exact solution for nonlinear thermal stability of geometrically imperfect hybrid laminated composite timoshenko beams embedded with SMA fibers. *Compos Struct* 108(1): 811-822.

[10] Tanaka K (1986) A thermomechanical sketch of shape memory effect: One-dimensional tensile behavior. *Res Mech* 18: 251-263.

- [26] Leo DJ (2007) Engineering analysis of smart material systems. Wiley, New York.
- [27] Fernandes FMB (2013) Shape memory alloys: Processing, characterization and applications. Intechopen, Lisboa.
- [28] Liang C (1990) The constitutive modeling of shape memory alloys. PhD Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.
- [29] Khorramabadi R (2014) Modeling the shape memory alloys behavior using UMAT. M.Sc thesis, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad.
- [23] Samadpour M, Sadighi M, Shakeri M, Zamani HA (2015) Vibration analysis of thermally buckled SMA hybrid composite sandwich plate. Compos Struct 119: 251-263.
- [24] Asadi H, Bodaghi M, Shakeri M, Aghdam MM (2014) Nonlinear dynamics of SMA-fiber-reinforced composite beams subjected to a primary/secondary-resonance excitation. Acta Mech 226(14): 1-19.
- [25] ABAQUS Analysis user's manual materials. Other plasticity models. Concrete (2010).