

تحلیل مخازن جدار ضخیم کامپوزیتی تحت اثر فشار و دمای سیکلی داخلی

امین نارکی^۱ و پویان قابضی^{۲*}^۱ کارشناس ارشد مکانیک، شرکت بهره برداری نفت و گاز گچساران^۲ دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، تهران

چکیده

یک مسئله مهم در طراحی مخازن تحت فشار، محاسبه تنش‌ها و کرنش‌ها با توجه به تأثیرات هر دو عامل فشار و دمای سیکلی می‌باشد. در تحقیق حاضر تحلیل مخازن تحت فشار کامپوزیتی جدار ضخیم چند لایه هیبریدی، تحت اثر فشار و دمای سیکلی داخلی، مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادلات تنش‌ها و کرنش‌های نوسانی با استفاده از روش‌های تئوری و سپس تغییرات دما در جدار مخزن ناشی از اعمال دمای سیکلی داخلی، با استفاده از روش‌های تفاضل محدود محاسبه گردیده است. در ادامه تغییرات تنش و کرنش در جدار مخزن بر حسب زمان و تأثیر زاویه الیاف، ضخامت مخزن، تعداد لایه‌ها و زاویه الیاف بر ظرفیت تحمل فشار و دما در حالت فشار استاتیکی و دمای حالت پایدار، مورد بررسی قرار گرفته و منحنی‌های فشار-دما با استفاده از تئوری "هافمن"، برای مخازن با لایه‌گذاری‌های مختلف از جنس برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: مخازن تحت فشار؛ کامپوزیت؛ سیلندر جدار ضخیم؛ فشار سیکلی؛ دمای سیکلی؛ تنش‌های حرارتی؛ منحنی‌های فشار-دما.

Analysis of composite cylindrical pressure vessels under the effect of cyclic internal pressure and temperature

A. Naraki¹ and P. Ghabezi^{2,*}¹ MSc. Mech. Eng., National Iranian South Oil Company, Gachsaran Oil and Gas Producing Company, Gachsaran, Iran² Young Researchers and Elites Club, Science and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran

Abstract

A problem common to the pressure vessels' designer is the evaluation of stresses due to the effect of both cyclic temperature and pressure. In this research, analysis of thick walled hybrid laminated composite pressure vessels subjected to both cyclic internal pressure and temperature, is investigated. At first, stress and strain equations by theoretical methods are evaluated and then the time dependent temperature distribution due to internal cyclic temperature within the wall of vessel using a numerical model basis of the finite difference technique is evaluated. Consecutively stresses and strains distribution versus time, the effect of fiber angle on these stresses and strains, effect of vessel thickness and effect of layer number and fiber angle on pressure-temperature vessel capacity are investigated. Pressure-temperature curve is presented for static pressure and steady state temperature using the Hoffman theory for vessel with different laminate boron-epoxy and Graphite-epoxy composites.

Keywords: Pressure vessel; Composite; Thick-wall cylinder; Cyclic pressure and temperature; Thermal stresses; Pressure-Temperature curves.

۱- مقدمه

مخازن تحت فشار بطور گسترده در صنایع مختلف کاربرد دارند. مثالهایی از کاربرد آنها در مهندسی هسته‌ای، صنایع نظامی، صنایع نفت و گاز و در مواردی شکل‌دهی فلزات می باشد. محاسبه تنش‌ها در یک استوانه جدار ضخیم در فاز طراحی بسیار مهم است، بنابراین بسیاری از محققان در تلاشند که ظرفیت مجاز فشار و دما را برای مخازن پیشگویی نمایند. برای دستیابی به استفاده بهینه از مواد و ماکزیمم کردن ظرفیت کارکرد مخازن، روشهای مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است. استفاده از مواد کامپوزیتی در ساخت مخازن تحت فشار باعث صرفه‌جویی در مصرف مواد و کاهش هزینه خواهد شد. معمولاً مخازن تحت فشار کامپوزیتی به منظور کمینه کردن جرم و افزایش ظرفیت تحمل فشار طراحی می-شوند. در چند سال اخیر تحلیل استوانه‌های مرکب چند لایه توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. پرداختن به مسئله تحلیل تنش، کرنش و خستگی در مخازن جدار ضخیم چند لایه کامپوزیتی، برای طراحی اینگونه سازه‌ها توسط مهندسان و پژوهشگران، لازم به نظر می‌رسد. کیم^۱ و همکارانش [۱] به بررسی تأثیر آسیب‌های مختلف در مخازن تحت فشار کامپوزیتی بر توان تحمل خستگی آنها بصورت تجربی و المان محدود پرداخته‌اند. چو^۲ و همکارانش [۲]، استحکام مخازن تحت فشار از جنس الیاف تک جهته کربن را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که میزان استحکام آنها به نرخ بارگذاری و تأثیر آن بر رفتار ویسکوالاستیک ماتریس موجود در کامپوزیت‌ها بستگی دارد. چن^۳ و همکاران [۳] تأثیر حجم الیاف بر ظرفیت مخازن تحت فشار کامپوزیتی را بررسی کرده‌اند. آنها رابطه بین حجم الیاف و فشار قابل تحمل و پارامترهای مهم در کیفیت مخازن تحت فشار کامپوزیتی را بصورت تجربی و تئوری بدست آوردند. تحلیل استاتیکی داده-ها نشان داد که روشهای ساخت و پارامترهای طراحی، در ظرفیت مخزن تحت فشار کامپوزیتی بسیار تأثیر گذار است. پری^۴ و همکارانش [۴] به جمع‌بندی دانش فنی موجود برای طراحی مخازن (مدل‌ها و نتایج تجربی چند بعدی) و تأثیر

نوع فرآیند بر بهبود مدل‌های موجود پرداخته‌اند و روشی نوین برای کاهش تعداد آزمایش‌ها و هزینه‌ها ارائه دادند. کام^۵ و همکاران [۵] استحکام مخازن تحت فشار کامپوزیتی جدار نازک را بصورت تجربی و تئوری مورد بررسی قرار دادند. آنها ابتدا بصورت تجربی، ظرفیت مخزن را با استفاده از روش شکست اولین لایه، برای مخازن با لایه‌گذاری‌های مختلف استخراج کردند سپس با استفاده از روش‌های تئوری شکست اولین لایه، این استحکام را پیش‌بینی کردند. آنها دریافتند که ظرفیت مخزن بدست آمده از روش تجربی بیش از ظرفیت بدست آمده از روش‌های تئوری می‌باشد. همچنین دریافتند که تئوری هافمن نسبت به بقیه تئوری‌ها تخمین مناسب‌تری ارائه می‌دهد. کای^۶ و همکارانش [۶] عملکرد مخازن تحت فشار مورد استفاده در زیر دریا را بر مبنای معیار شکست باکلینگ^۷ مورد ارزیابی قرار داده‌اند. کاربوناری^۸ و همکارانش [۷]، بهینه‌سازی شکل مخازن تحت فشار با تقارن محوری را مورد بررسی قرار داده و مدلی جامع بر مبنای توابع چندمنظوره با هدف مینیمم کردن تنش‌های ون میزز^۹ ارائه داده‌اند. بویان^{۱۰} و همکارانش روش المان محدود را برای محاسبه تنشها و تغییر شکل پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی جدار ضخیم چند لایه که تحت بارگذاری خارجی قرار دارند، ارائه کردند [۸]. در تحقیق آنها چگونگی لایه‌گذاری برای پوسته استوانه‌ای برای بدست آوردن بهترین ترکیب لایه-گذاری که کمترین کرنش شعاعی را داشته باشد، مورد بررسی قرار گرفت. ییفنگ^{۱۱} و همکارانش [۹]، با استفاده از روش مجانب متغیر (VAM)^{۱۲} مدلی کاربردی برای آنالیز رفتار ترمومکانیک پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای ارائه کرده‌اند. وانگ^{۱۳} و لیو [۱۰] روشی تحلیلی برای انتقال حرارت گذرای دو بعدی در کامپوزیت‌های چند لایه معرفی کردند. در این تحلیل همچنین کمینه جرم مخزن با در نظر گرفتن استحکام و سفتی لایه که دو پارامتر مهم در طراحی

⁵ Kam

⁶ Cai

⁷ Buckling

⁸ Carbonari

⁹ Von-Mises

¹⁰ Byon

¹¹ Yifeng

¹² variational asymptotic method

¹³ Wang

¹ Kim

² Chou

³ Chen

⁴ Perry

مختلف، برای انواع لایه‌گذاری‌ها و زوایای الیاف مختلف و غیره بسط داده شده است. روش‌های ارائه شده پیشین معمولاً برای حالت فشار و دمای پایدار بوده و یا محدود به مخازنی تک-ماده‌ای (مخزن تنها از یک جنس ساخته شده است) بوده است، اما در این پژوهش علاوه بر ترکیب جنس-های مختلف، بارگذاری نوسانی (دما و فشار) مخزن مد نظر قرار گرفته است. ترکیب همزمان بارگذاری سیکلی فشار و دما باعث پیچیدگی بیشتر روابط تحلیلی می‌شود که در این پژوهش به این مهم پرداخته شده است. از آنجایی که روابط تحلیلی استخراج شده برای حالت دمای نوسانی بسیار طولانی می‌باشند، در این پژوهش به بررسی نتایج و اثرات آن و ترکیب آن با بارگذاری فشار سیکلی پرداخته شده است.

۲- روش تحلیلی

۲-۱- تعریف مسئله و فرضیات

در این پژوهش یک استوانه کامپوزیتی بلند با N لایه را در نظر گرفته که تحت فشار و دمای سیکلی داخلی قرار گرفته است. شعاع داخلی سیلندر r_i و شعاع خارجی آن r_o می‌باشد. همچنین فرض می‌شود هر لایه در مختصات اصلی مواد (۱۲۳)، هموژن و اورتوتروپیک^۸ باشد. اتصال بین لایه‌ها کامل کامل بوده و شمارش لایه‌ها از داخل به طرف بیرون فرض شده است. در تحلیل مخزن موارد زیر فرض شده است. ۱- دما نسبت به محور سیلندر متقارن است. ۲- تغییر مکان محوری سیلندر صفر است، یعنی وضعیت کرنش صفحه ای $\epsilon_z = 0$ ۳- خواص مواد بکار رفته به دما بستگی ندارد. ۴- دامنه دما و فشار نباید از دما و فشار متوسط تجاوز کند. بنابراین دما و فشار داخل مخزن همواره بزرگتر از صفر باقی می‌ماند. ۵- تغییرات دما فقط در جهت شعاعی است و وابسته به زمان می‌باشد: $T = T(r, t)$. ۶- سطح خارجی مخزن در محیطی نسبتاً بزرگ قرار دارد، بطوریکه دمای محیط اطراف آن ثابت در نظر گرفته شده و از ضریب انتقال گرمای جابجایی متوسط در محاسبات استفاده می‌شود. ابتدا حل الاستیسیته برای این سیلندر تک لایه ارائه می‌شود، سپس با اعمال روابط پیوستگی تغییر مکان شعاعی و همچنین پیوستگی تنش شعاعی در سطح مشترک لایه‌ها، به سیلندر

می‌باشد، محاسبه شده است. چن و پان^۱ [۱۱]، رفتار شکست شکست در مخازن ذخیره سوخت تحت فشار با لایه هوب کامپوزیتی را با وجود ترکی محوری در سطح داخلی مورد بررسی قرار داده‌اند. هاکین^۲ و همکارانش [۱۲] یک مخزن ذخیره هیدورژن از جنس کربن/اپوکسی با لاینر فلزی را بصورت تجربی و تحلیلی مورد ارزیابی قرار دادند، آنها با فرض رفتار همسانگرد کامپوزیت روابط تحلیلی خود را ارائه کرده‌اند. کای^۳ و همکارانش [۱۳] فاکتور قابلیت اطمینان و مقاومت مربوط به یک مخزن کامپوزیتی تحت فشار هیدرواستاتیک در زیر دریا را مورد ارزیابی قرار دادند، آنها معیار شکست باکلینگ را معیار طراحی خود قرار داده و صحت سنجی نتایج تئوری خود را با ساخت نمونه‌هایی کامپوزیتی با استفاده از روش فیلامنت ویندینگ^۴ مورد بررسی بررسی قرار دادند. عزیز آندر^۵ و همکارانش [۱۴] زاویه الیاف بهینه مربوط به مخازن تحت فشار با لایه‌چینی متقارن و غیر متقارن $s[\theta/-\theta]$ ، را مورد بررسی قرار دادند. انصاری و همکارانش [۱۵] با استفاده از الاستیسیته نامتقارن سه بعدی، تنشهای موجود در یک مخزن ساخته شده با روش فیلامنت ویندینگ تحت فشار و دمای داخلی را مورد بررسی قرار داده‌اند. هان^۶ و همکارانش [۱۶] صحت نتایج المان محدود مربوط به یک مخزن استوانه‌ای کامپوزیتی لایه نازک تحت فشار هیدرواستاتیک را مورد ارزیابی قرار دادند، آنها رفتار باکلینگ و پست-باکلینگ اینگونه مخازن را مورد بررسی قرار داده‌اند. ژانگ^۷ و همکارانش [۱۷] تنش‌های ترمو مکانیک موجود در یک مخزن کامپوزیتی چند لایه را بصورت تحلیل مورد بررسی قرار داده‌اند.

این پژوهش با استفاده از ترکیبی از روش‌های تحلیل تئوری و عددی به بررسی مخازن تحت فشار جدار ضخیم کامپوزیتی چند لایه هیبریدی، که تحت تأثیر هر دو عامل فشار و دمای سیکلی داخلی قرار دارند، می‌پردازد. نوآوری تحقیق پیش رو در این است که حل تئوری برای مخازن چند لایه کامپوزیتی ارائه شده و با استفاده از شرایط مرزی

¹ Chen and Pan

² Hocine

³ Cai

⁴ Filament winding

⁵ Ondur

⁶ Han

⁷ Zhang

⁸ Orthotropic

حجم به ضخامت Δr با مساحتی برابر A در جهت عمود بر محور r خواهیم داشت [۱۸].

$$[Aq]_r - [Aq]_{r+\Delta r} + \Delta Vg = \Delta V \cdot \rho \cdot C_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad (۴)$$

این معادله را می‌توان با روشهای عددی بر پایه تفاضل محدود ضمنی حل کرد. برای این کار، جدار مخزن را به گره‌هایی با فواصل مساوی تقسیم کرده، جزء حجم دیفرانسیلی Δr با مساحت A را در اطراف گره m در نظر گرفته و با نوشتن معادله موازنه انرژی برای هر گره یک دسته معادلات جبری تفاضل محدود در جدار مخزن حاصل خواهد شد، که با حل این دسته معادلات در هر لحظه، می‌توان توزیع دما را برای تمام گره‌ها در آن لحظه محاسبه کرد.

روش‌های بسیاری برای نمایش معادلهٔ رسانش وابسته به زمان به صورت تفاضل محدود ارائه شده است (روش صریح، روش ضمنی و ...). روش صریح تفاضل محدود به علت وجود مسئله پایداری از لحاظ اندازه بیشینه فاصله زمانی محدودیت دارد. برای کم کردن چنین مشکلاتی از روش تفاضل محدود ضمنی استفاده شده است. روشهای ضمنی تفاضل محدود، محدودیت‌های ایجاد شده برای اندازه فاصله زمانی Δt را از بین می‌برد.

در این روش دمای گره‌های m و $m+1$ و $m-1$ در Δt ثانیه بعد $(T_{m-1}^{i+1}, T_{m+1}^{i+1}, T_m^{i+1})$ بر حسب دمای گره m در Δt ثانیه قبل (T_m^i) ، و پارامتر $Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$ نوشته می‌شود.

بدین ترتیب با معلوم بودن T_m^i و پارامتر $Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$ برای هر بازه زمانی Δt دستگاه معادلاتی تشکیل خواهد شد، که با حل این دستگاه دمای کلیه گره‌ها در بازهٔ زمانی Δt محاسبه

چند لایه تعمیم داده شده است. سطح داخلی مخزن تحت تأثیر فشار و دمای سیلکی نشان‌داده شده در شکل ۱ می‌باشد. سطح داخلی مخزن بتدریج گرم شده تا به دمای مجاز متوسط T_m برسد. زمانی که طول می‌کشد تا به این دما برسد، زمان گرم شدن نامیده شده است. با گرم کردن تدریجی اثر ناگهانی تنش‌های حرارتی در مخزن را کاهش داده و سپس دمای مجاز مخزن بصورت سیلکی با فرکانس ثابت f و دامنه T_a شروع به نوسان می‌کند بنابراین دما و فشار سطح داخلی را در زمان‌های مختلف می‌توان بصورت زیر بیان کرد (فشار داخلی مخزن قبل از زمان گرم شدن صفر در نظر گرفته شده است).

$$T(ri,t) = T_i + \frac{t}{t_h} (T_m - T_i) \quad (۱)$$

$$P(t) = 0$$

برای $0 \leq t \leq t_h$ و

$$T(ri,t) = T_m + T_a \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \quad (۲)$$

$$p(t) = p_m + p_a \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

برای $t \geq t_h$

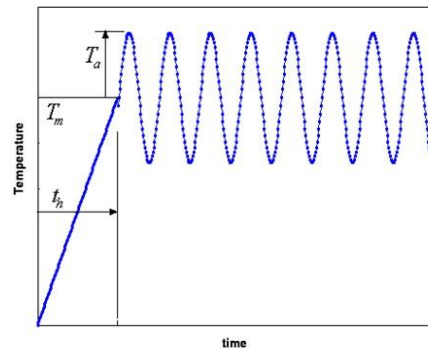
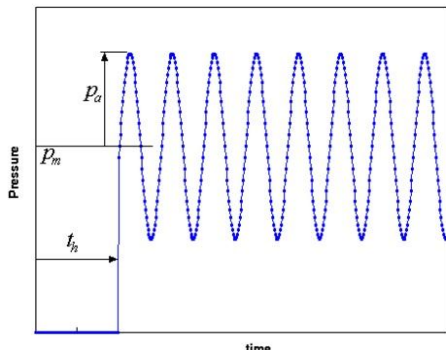
که T_i دمای اولیه می‌باشد و دامنه تغییرات فشار و دما بصورت زیر است.

$$0 \leq T_a \leq T_m \quad (۳)$$

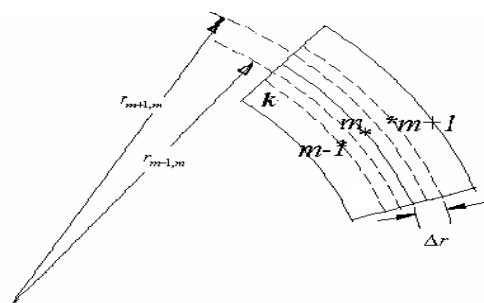
$$0 \leq p_a \leq p_m$$

۲-۲- توزیع دما در جدار مخزن

انتقال حرارت در جدار مخزن یک بعدی و در جهت شعاع مخزن، r ، در نظر گرفته شده است، $T = T(r,t)$ با نوشتن معادله یک بعدی و وابسته به زمان انتقال گرما، برای یک جزء



شکل ۱- تغییرات فشار و دما در سطح داخلی مخزن

شکل ۳- گره m داخل لایه k

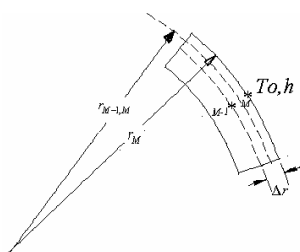
معادله تفاضل محدود این حالت بصورت زیر است [۶].

$$(1 + 2Fo)T_m^{i+1} - Fo \left(\frac{r_{m-1,m}}{r_m} T_{m-1}^{i+1} + \frac{r_{m,m+1}}{r_m} T_{m+1}^{i+1} \right) = T_m^i \quad (۶)$$

که در آن:

$$Fo = \frac{K_k \Delta t}{(\rho.C_p)_k \Delta r^2} \quad (۷)$$

حالت سوم: مربوط به گره M ، است که روی سطح خارجی مخزن واقع می‌شود. معادلات تفاضل محدود در این حالت با توجه به شرایط مرزی نوشته می‌شود (شکل ۴) [۶].

شکل ۴- گره M روی سطح خارجی مخزن

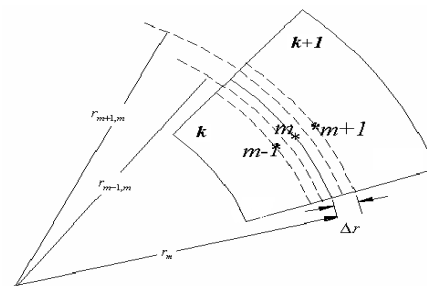
$$\left(1 + 2Fo \left(\frac{r_{M-1,M}}{r_M} + Bi \right) \right) T_M^{i+1} - 2Fo \left(\frac{r_{M-1,M}}{r_M} \right) T_{M-1}^{i+1} - 2Fo Bi T_o = T_M^i \quad (۸)$$

که در آن، $Fo = \frac{K \Delta t}{\rho.C_p \Delta r^2}$ و $Bi = \frac{h \Delta r}{K}$ اعداد فوریه و بیو می-

باشند. با توجه به اینکه در کامپوزیت‌های اورتوتروپیک، در سه جهت مختلف ۱ و ۲ و ۳، ضرایب رسانندگی متفاوت می‌باشد (این سه ضریب K_1 و K_2 و K_3 در سه جهت مختلف، می‌باشند) و انتقال حرارت در جدار مخزن فقط شعاعی در

خواهد شد. بدین ترتیب روشهای ضمنی به این دلیل که در آنها اندازه فاصله زمانی Δt محدودیت‌های ناشی از مسئله پایداری را ندارد مناسب‌تر هستند. اما برای تعیین دمای گره-ها در هر فاصله زمانی، حل دستگاه معادله‌ها برای گره‌ها در آن فاصله زمانی ضروری است. در این پژوهش، بدلیل اینکه در اندازه فاصله زمانی Δt محدودیتی نداشته باشیم و بتوان در هر بازه زمانی دلخواه دمای نقاط را محاسبه کرد از روش تفاضل محدود ضمنی برای رسانش ناپایای گرما استفاده شده است که در زیر آورده شده است. با توجه به اینکه جدار مخزن از لایه‌های با جنس‌های مختلفی تشکیل شده است، گره m را در سه حالت مختلف می‌توان در نظر گرفت و دمای گره m ، را پس از گذشت زمان $(i+1)\Delta t$ محاسبه نمود.

حالت اول: وقتی است که گره m ، روی فصل مشترک دو لایه K و $K+1$ ، با خواص مختلف واقع شود که در شکل ۲ نشان داده شده است.

شکل ۲- گره m روی فصل مشترک دو لایه $k, k+1$

معادله تفاضل محدود برای این حالت به صورت زیر است [۶].

$$\left(\frac{r_{m-1,m} K_k}{r_m} \right) T_{m-1}^{i+1} + \left(\frac{r_{m,m+1} K_k}{r_m} \right) T_{m+1}^{i+1} - \left(\frac{(r_{m-1,m} + r_{m,m+1}) K_k}{r_m} + \frac{(\rho.C_p)_k \Delta r^2}{\Delta t} \right) T_m^{i+1} = - \frac{(\rho.C_p)_k \Delta r^2}{\Delta t} T_m^i \quad (۹)$$

حالت دوم: وقتی است که گره m ، داخل لایه K ، قرار گیرد، که در این حالت خواص هر سه گره اطراف یکسان می‌باشد (شکل ۳).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z - \varepsilon_z^T \\ \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^T \\ \varepsilon_r - \varepsilon_r^T \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{z\theta} - \gamma_{z\theta}^T \end{Bmatrix} \quad (13)$$

که در معادله ۱۱، $\varepsilon_i^T = \alpha_i T$ کرنش‌های حرارتی می‌باشند. در این معادله $[C] = [T_1]^{-1}[C][T_2]$ و T_1 ، ماتریس انتقال تنش‌ها و T_2 ، ماتریس انتقال کرنش‌ها می‌باشند [۲۱].

$$[T_1] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -2mn & 2mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

n و m کسینوس‌ها و سینوس‌های زاویه θ هستند. با معکوس کردن رابطه (۱۳) کرنش‌ها بر حسب تنش در مختصات (r, θ, z) بدست می‌آید

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_z^T \\ \varepsilon_\theta^T \\ \varepsilon_r^T \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_{z\theta}^T \end{Bmatrix} \quad (16)$$

که \bar{S}_{ij} ماتریس‌های کامپلیانس^۱ انتقال یافته می‌باشند و

$$[\bar{S}] = [T_2]^{-1}[S][T_1] \quad (17)$$

با توجه به اینکه $\varepsilon_z = 0$ ، فرض شده و مخزن نسبت به محور Z متقارن است، تنش‌ها نسبت به این محور متقارن بوده و مولفه‌های تنش فقط بستگی به r دارند. همچنین با توجه به تقارن، تنش برشی صفر است بنابراین از رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$\varepsilon_z = \bar{S}_{11}\sigma_z + \bar{S}_{12}\sigma_\theta + \bar{S}_{13}\sigma_r + \varepsilon_z^T \quad (18 \text{ الف})$$

نظر گرفته شده است بنابراین در اینجا منظور از K_3 همان K می‌باشد، که ضریب هدایت در جهت ۳ می‌باشد. با حل همزمان این دسته معادلات جبری برای نقاط مختلف، دمای نقاط مختلف جداره در لحظه $(i+1)\Delta t$ محاسبه می‌شود.

۳- توزیع تنش و کرنش

۳-۱- روابط بین تنش و کرنش و تغییر مکان در مختصات استوانه‌ای

در برخی مسائل نظیر رینگ، دیسک و استوانه‌ها، جسم نسبت به محور z متقارن است. با توجه به توزیع متقارن تنش‌ها، مولفه‌های تنش فقط بستگی به r داشته و σ_θ در هر شعاع انتخابی ثابت است. همچنین با توجه به تقارن، تنش برشی صفر است و معادله تعادل به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۹].

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (9)$$

همچنین با نوشتن معادلات کرنش‌ها بر حسب تغییر مکان‌ها در مختصات استوانه‌ای دو بعدی در حالت تقارن محوری می‌توان کرنش‌ها را بدست آورد [۵]: برای مسائلی که نسبت به محور z متقارن هستند، تغییر مکان مماسی نخواهیم داشت ($v=0$). همچنین کرنش برشی و در نتیجه تنش برشی صفر است ($\tau_{r\theta}=0, \gamma_{r\theta}=0$) و معادلات کرنش به صورت زیر کاهش می‌یابند.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{du}{dr} \quad (10)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (11)$$

که u تغییر مکان شعاعی سیلندر می‌باشد. با توجه به معادلات (۱۰) و (۱۱) می‌توان معادله سازگاری زیر را برای مسائل با تقارن محوری نوشت:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = 0 \quad (12)$$

۳-۲- معادلات ساختاری

روابط ترموالاستیک در دستگاه مختصات کلی (r, θ, z) برای یک لایه اورتوتروپیک که الیاف آن، با محور استوانه زاویه θ می‌سازد، با انتقال حول شعاع استوانه، بشکل زیر در می‌آید [۲۰].

^۱ compliance

۳-۳- توزیع تنشها تحت بارگذاری حرارتی

اگر مخزن فقط تحت بارگذاری حرارتی از داخل باشد، در این حالت، شرایط مرزی برای یک لایه مخزن بصورت زیر است:

$$\begin{cases} r = R_1 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_{1T} \\ r = R_2 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_{2T} \end{cases} \quad (25)$$

با حل معادله دیفرانسیل (۲۳) با این شرایط مرزی، معادله تنش شعاعی ناشی از اعمال دما حاصل خواهد شد. با جایگذاری معادله تنش شعاعی در معادله $\sigma_\theta = r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r$ ، معادله توزیع تنش محیطی و با جایگذاری معادلات توزیع تنشهای محیطی و شعاعی در معادله (۲۱) معادله توزیع تنش محوری ناشی از اعمال دما حاصل می‌شود. به علت بسیار طولانی بودن، این روابط در این پژوهش آورده نشده است [۲۲].

۳-۴- توزیع تنشها تحت بارگذاری فشاری

اگر مخزن فقط تحت فشار باشد معادله (۲۱) و معادله دیفرانسیل (۲۳) بصورت زیر خلاصه می‌شوند.

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} + A \frac{\sigma_r}{r^2} = 0 \quad (26)$$

$$\sigma_z = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}}\sigma_\theta - \frac{\bar{S}_{13}}{\bar{S}_{11}}\sigma_r \quad (27)$$

در این حالت شرایط مرزی داخلی و خارجی برای یک لایه بصورت زیر است.

$$\begin{cases} r = R_1 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_{1p} \\ r = R_2 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_{2p} \end{cases} \quad (28)$$

با حل معادله دیفرانسیل (۲۶) با این شرایط مرزی معادله توزیع تنش شعاعی ناشی از اعمال فشار بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma_{rp} = & -\left(R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} r^{(1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} \right. \\ & - R_2^{(1+\sqrt{-A+1})} r^{(-1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{2p} \\ & - R_2^{(2\sqrt{-A+1})} R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} r^{(-1-\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} \\ & \left. + R_1^{(2\sqrt{-A+1})} R_2^{(1+\sqrt{-A+1})} r^{(-1-\sqrt{-A+1})} \sigma_{2p} \right) / \left(\right. \end{aligned} \quad (29)$$

با جایگذاری معادله (۲۹) در معادله (۶) معادله تنش محیطی ناشی از اعمال فشار بدست می‌آید.

$$\varepsilon_\theta = \bar{S}_{12}\sigma_z + \bar{S}_{22}\sigma_\theta + \bar{S}_{23}\sigma_r + \varepsilon_\theta^T \quad (18 \text{ ب})$$

$$\varepsilon_r = \bar{S}_{13}\sigma_z + \bar{S}_{23}\sigma_\theta + \bar{S}_{33}\sigma_r + \varepsilon_r^T \quad (18 \text{ ج})$$

که در این روابط $\varepsilon_r^T = \alpha_r T$ و $\varepsilon_\theta^T = \alpha_\theta T$ و $\varepsilon_z^T = \alpha_z T$ کرنشهای حرارتی آزاد هستند و T ، تغییر دما می‌باشد. α_z و α_r و α_θ را می‌توان با نوشتن معادله انتقال کرنش بصورت زیر بدست آورد.

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}_{r\theta z} &= [T_2]^{-1} \{\varepsilon\}_{123} \\ \{\varepsilon^T\}_{r\theta z} &= [T_2]^{-1} \{\alpha\}_{123} \Delta T \end{aligned} \quad (19)$$

که با توجه به معادله (۱۹) α_z ، α_r و α_θ بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \alpha_z &= m^2\alpha_1 + n^2\alpha_2 \\ \alpha_\theta &= n^2\alpha_1 + m^2\alpha_2 \\ \alpha_r &= \alpha_3 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\alpha_{z\theta} = 2mn(\alpha_1 - \alpha_2)$$

چون فرض کردیم $\varepsilon_z = 0$ بنابراین از معادله (۱۸-الف) خواهیم داشت.

$$\sigma_z = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}}\sigma_\theta - \frac{\bar{S}_{13}}{\bar{S}_{11}}\sigma_r - \frac{\alpha_z T}{\bar{S}_{11}} \quad (21)$$

از طرفی $\sigma_\theta = r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r$ ، با جایگذاری در معادله (۲۱) خواهیم داشت:

$$\sigma_z = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}} \left(r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r \right) - \frac{\bar{S}_{13}}{\bar{S}_{11}}\sigma_r - \frac{\alpha_z T}{\bar{S}_{11}} \quad (22)$$

با جایگذاری معادلات (۲۲) و (۷) در معادلات (۱۸-ب) و (۱۸-ج)، معادلات کرنش شعاعی و محیطی بر حسب σ_r حاصل می‌شوند. با جایگذاری این معادلات کرنش در معادله سازگاری، به معادله دیفرانسیل زیر خواهیم رسید:

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} + A \frac{\sigma_r}{r^2} + B \frac{dT}{rdr} + C \frac{T}{r^2} = 0 \quad (23)$$

که در آن ضرایب C و B و A توابعی از خواص کامپوزیت می‌باشند.

$$A = \frac{-\bar{S}_{12}^2 + \bar{S}_{11}\bar{S}_{22} + \bar{S}_{13}^2 - \bar{S}_{11}\bar{S}_{33}}{\bar{S}_{11}\bar{S}_{22} - \bar{S}_{12}^2}$$

$$B = \frac{\bar{S}_{11}\alpha_\theta - \bar{S}_{11}\alpha_z}{\bar{S}_{11}\bar{S}_{22} - \bar{S}_{12}^2} \quad (24)$$

$$C = \frac{-\alpha_z\bar{S}_{12} + \bar{S}_{11}\alpha_\theta + \alpha_z\bar{S}_{13} - \alpha_r\bar{S}_{11}}{\bar{S}_{11}\bar{S}_{22} - \bar{S}_{12}^2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zp} = & \left(\left(R_2^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \bar{S}_{12} \sqrt{-A+1} R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} - \left(R_2^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \bar{S}_{13} \sqrt{-A+1} R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} \right. \\ & - R_2^{(\sqrt{-A+1})} \bar{S}_{12} \sqrt{-A+1} R_2 \left(R_1^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p} - R_2^{(\sqrt{-A+1})} \bar{S}_{13} R_2 \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p} \\ & + R_2^{(\sqrt{-A+1})} \bar{S}_{13} R_2 \left(R_1^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p} - R_2^{(\sqrt{-A+1})} \bar{S}_{12} R_2 \sqrt{-A+1} \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p} \\ & \left. + \bar{S}_{12} \sqrt{-A+1} \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} + \bar{S}_{13} \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \sigma_{1p} \right) / \\ & \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \left(\left(R_2^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 - \left(R_1^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \right) r \bar{S}_{11} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

$$u^{(k)} = u^{(k+1)}$$

(۳۲-ب) پیوستگی تغییر مکان شعاعی در محل اتصال لایه‌های $(k=1, \dots, N-1)$.

بدین ترتیب با توجه به روابط فوق تعداد $2(N-1)$ معادله، برای هر حالت اعمال بار خواهیم داشت. دو معادله دیگر، از شرایط مرزی داخل و خارج مخزن بدست می‌آیند که بصورت زیر است:

$$\text{مخزن فقط تحت فشار} \Rightarrow \begin{cases} r=ri \Rightarrow \sigma_r = -p \\ r=ro \Rightarrow \sigma_r = 0 \end{cases} \quad (33)$$

$$\text{مخزن فقط تحت تنش حرارتی} \Rightarrow \begin{cases} r=ri \Rightarrow \sigma_r = 0 \\ r=ro \Rightarrow \sigma_r = 0 \end{cases} \quad (34)$$

با حل دسته معادلات فوق در هر لحظه t و σ_{1p} و σ_{2p} و σ_{1T} و σ_{2T} برای هر لایه، در هر دو حالت اعمال فشار سیکلی و اعمال دمای سیکلی، بصورت جداگانه، محاسبه خواهند شد. با استفاده از اصل بر هم نهی، تنش‌ها و کرنش‌های نهایی بصورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\sigma_z(r,t) = \sigma_{zp}(r,t) + \sigma_{zT}(r,t) \quad (35)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \sigma_{\theta p}(r,t) + \sigma_{\theta T}(r,t) \quad (36)$$

$$\sigma_r(r,t) = \sigma_{rp}(r,t) + \sigma_{rT}(r,t) \quad (37)$$

۴- بررسی نتایج

نتایج در ابتدا برای یک استوانه فلزی از جنس فولاد با مشخصات:

$$\begin{aligned} E &= 200 \text{ Gpa} & \alpha &= 12e-6 / ^\circ C \\ G &= 75 \text{ Gpa} & K &= 55 \text{ W} / mC^\circ \\ \sigma_y &= 270 \text{ Mpa} & C_p &= 434 \text{ J} / kgC^\circ \\ \nu &= 0.3 & \rho &= 7800 \text{ kg} / m^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta p} = & -\sqrt{-A+1} r^{(-\sqrt{-A+1})} \\ & \times [R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{1p} \\ & - R_2^{(1+\sqrt{-A+1})} \left(r^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p} \\ & + R_1^{(1+\sqrt{-A+1})} \left(R_2^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{1p} \\ & - R_2^{(1+\sqrt{-A+1})} \left(R_1^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \sigma_{2p}] / \\ & [\left(\left(R_2^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 - \left(R_1^{(\sqrt{-A+1})} \right)^2 \right) r] \end{aligned} \quad (30)$$

با جایگذاری معادلات (۲۹) و (۳۰) در معادله (۲۷) معادله توزیع تنش محوری ناشی از اعمال فشار حاصل خواهد شد (معادله (۳۱)).

۳-۵- تعمیم مخزن تک لایه به مخزن چند لایه

در روابط قبل که برای یک سیلندر تک لایه بدست آمده است، چهار مجهول σ_{1p} و σ_{2p} و σ_{1T} و σ_{2T} که مربوط به شرایط مرزی در جدار داخلی و خارجی لایه می‌باشند، وجود دارد. اگر سیلندر N لایه در نظر گرفته شود، با توجه به اینکه هر لایه برای هر حالت اعمال بار دو مجهول دارد پس تعداد مجهولات $4N$ خواهد بود. برای حل سیلندر N لایه باید این مجهولات را محاسبه نمود. برای بدست آوردن مجهولات از شرایط پیوستگی تنش شعاعی و تغییر مکان شعاعی بین لایه‌ها در هر دو حالت اعمال بار بطور جداگانه استفاده شده است، که این شرایط بصورت زیر می‌باشند.

$$\sigma_r^{(k)} = \sigma_r^{(k+1)}$$

(۳۲-الف) پیوستگی تنش شعاعی در محل اتصال لایه‌های $(k=1, \dots, N-1)$

جدول ۱- مشخصات کامپوزیت برن-اپوکسی [۲۲]

$E_1 = 201Gpa$	$\alpha_1 = 6.1e - 6/^{\circ}C$	$\rho = 2030kg/m^3$
$E_2 = 21.7Gpa$	$\alpha_2 = 30e - 6/^{\circ}C$	$X_T = 1380Mpa$
$E_3 = 21.7Gpa$	$K_{\parallel fiber} = 2.29W/mC^{\circ}$	$X_C = 1600Mpa$
$G_{12} = 5.4Gpa$	$K_{\perp fiber} = 0.59W/mC^{\circ}$	$Y_T = 56Mpa$
$G_{23} = 2.55Gpa$	$C_p = 1122J/kgC^{\circ}$	$Y_C = 125Mpa$
$\nu_{12} = \nu_{13} = 0.17$		
$\nu_{23} = 0.45$		

بیشترین مقدار بوده و این تنش بتدریج از جداره داخلی مخزن به طرف سطح خارجی کاهش می‌یابد و در شعاع خارجی مخزن به مینیمم مقدار خود می‌رسد. همچنین فرکانس نوسانات ثابت بوده ولی دامنه نوسانات از داخل به خارج مخزن کاهش یافته است. با توجه به شکل ۷-ج مقدار تنش شعاعی ناشی از اعمال فشار در شعاع داخلی مخزن r_i برابر $-p$ و در شعاع خارجی صفر می‌باشد که با شرایط مرزی مسئله همخوانی دارد. این تنش‌ها که البته فشاری می‌باشند، بتدریج از داخل به خارج مخزن، کم شده و در شعاع خارجی به صفر می‌رسند. در شکل ۷-د تغییرات تنش طولی، ناشی از اعمال فشار نشان داده شده است. در کامپوزیت‌ها بدلیل صفر نبودن ضریب A تنشهای طولی مربوط به اعمال فشار بر خلاف فلزات که این تنش در تمام جداره ثابت است، به شعاع بستگی داشته و در جدار مخزن متغیر است. مقدار این تنشها در شعاع داخلی ماکزیمم بوده و بتدریج کم شده و در شعاع خارجی مخزن به مینیمم مقدار خود می‌رسد. تغییرات دما در جدار مخزن بر حسب زمان در شکل ۷-ه نشان داده شده، که بر طبق معادلات (۳)، (۴) و (۵) محاسبه شده است. همانطور که در نمودار مشخص است، دمای داخل مخزن از صفر تا زمان گرم شدن Zh (زمان بدون بعد) بصورت خطی تغییر می‌کند، تا از ایجاد تنشهای ناگهانی در مخزن جلوگیری شود. پس از گذشت زمان گرم شدن، تغییرات دما بصورت نوسانی خواهد بود. با توجه به نمودار، هر چه از شعاع داخلی مخزن r_i به شعاع خارجی r_o نزدیک شویم، دامنه نوسانات دما کم شده بطوریکه این دامنه در شعاع خارجی مخزن که با محیط در تماس است، به کمترین مقدار خود می‌رسد. همچنین فرکانس نوسانات در جدار مخزن ثابت بوده ولی دما در شعاع $r + \Delta r$ نسبت به شعاع r اختلاف فاز دارد. با توجه به شکل ۷-و می‌توان گفت بیشترین دامنه نوسانات تنش

شعاع داخلی استوانه $r_i = 0.1$ m و شعاع خارجی $r_o = 0.2$ m ، فشار میانگین $P_m = 5 \cdot 10^7$ pa ، دامنه فشار دمای میانگین $T_m = 70$ C ، $P_a = 2/5 \cdot 10^6$ pa ، دامنه دما $T_a = 25$ C و فرکانس نوسانات $1/2500$ ، آورده شده و با نتایج کاندیل^۱ [۲۳] مقایسه شده است (روابط ارائه شده توسط کاندیل تنها برای حالت بارگذاری پایدار و مخزنی تک جنسی ارائه شده است) و به نوعی به اعتبار سنجی روابط ارائه شده در این پژوهش پرداخته شده است. برای عمومیت بخشیدن به نتایج از عبارات بدون بعد زیر استفاده خواهیم کرد.

$$Z = \frac{Kt}{\rho C_p (r_o - r_i)^2}$$

زمان بدون بعد

$$R = \frac{r - r_i}{r_o - r_i}$$

شعاع بدون بعد

$$H = \frac{T}{T_m}$$

دمای بدون بعد

$$S = \frac{\sigma}{\sigma_y}$$

تنش بدون بعد برای فولاد

$$P = \frac{p}{\sigma_y}$$

فشار بدون بعد

$$S = \frac{\sigma}{X_T}$$

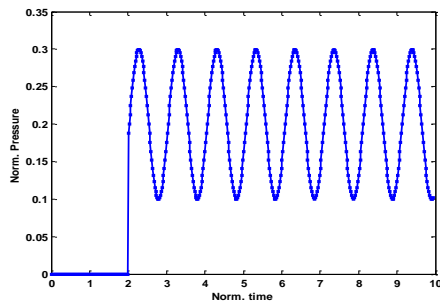
تنش بدون بعد برای کامپوزیت

در شکل‌های ۵-الف تا ۵-د نتایج حاصل از این تحلیل برای مخزن فولادی در حالت اعمال فشار و در شکل‌های ۵-ت تا ۵-ی نتایج مرجع [۲۳] آورده شده، همچنین در شکل‌های ۶-الف تا ۶-د نتایج این تحلیل برای مخزن فولادی در حالت اعمال دما در شکل‌های ۶-ه تا ۶-ح نتایج مرجع [۲۳] آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، همه شکلها به غیر از شکل‌های ۵-د تا ۵-ح که آنهم بدلیل اشتباه شدن یک ضریب پواسون در مرجع [۲۳] است، تقریباً یکسان می‌باشند.

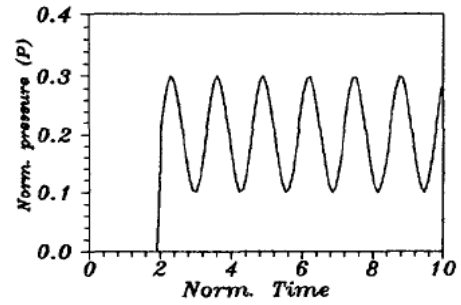
در شکل‌های ۷-الف تا ۷-ح نتایج مربوط به یک مخزن از جنس برن-اپوکسی سه لایه با زوایای الیاف [90/-60/45] و تحت شرایط بارگذاری مانند مخزن فولادی نشان داده شده است. مشخصات کامپوزیت برن-اپوکسی در جدول زیر آورده شده است.

با توجه به منحنی‌های رسم شده در شکل ۷-ب تنش محیطی ناشی از اعمال فشار، در جدار داخلی مخزن دارای

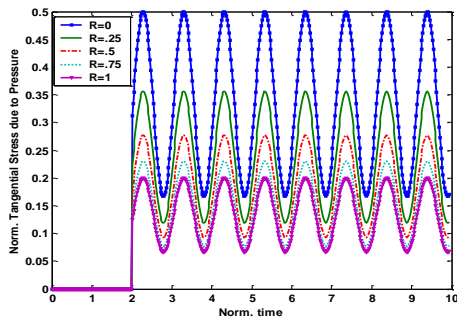
^۱ Kandil



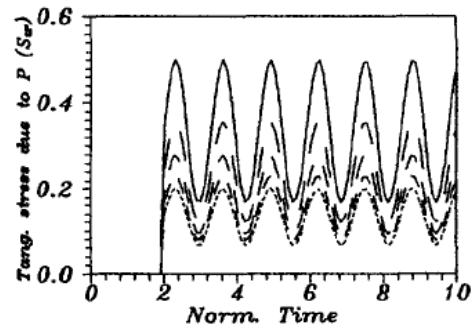
(الف)



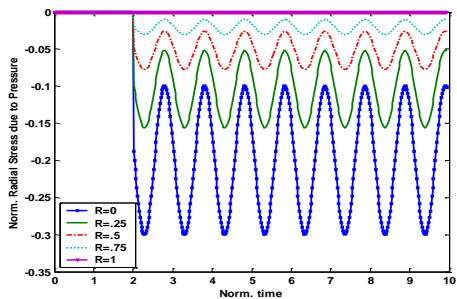
(و)



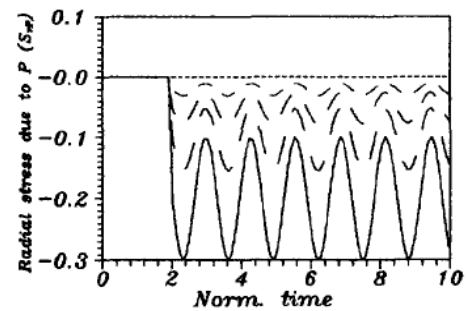
(ب)



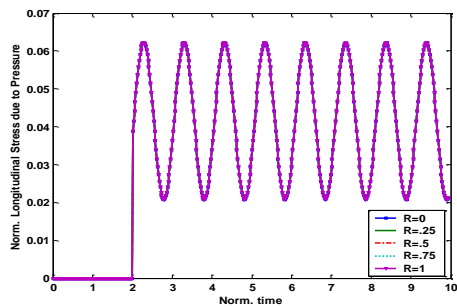
(و)



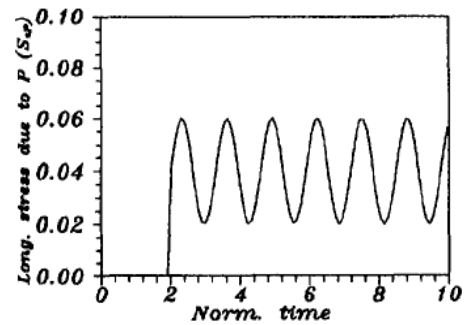
(ج)



(ز)

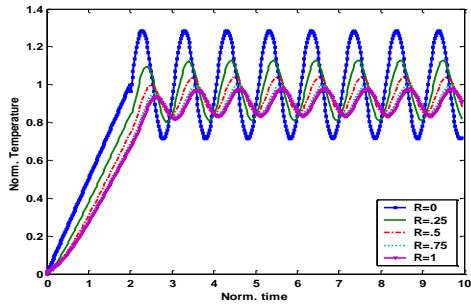


(د)

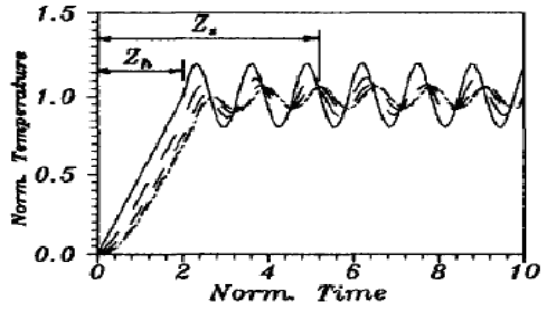


(ح)

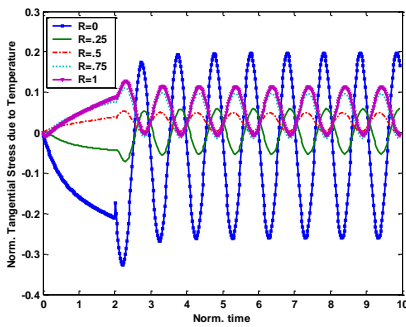
شکل ۵- تغییرات تنش‌ها ناشی از اعمال فشار برای مخزن فولادی



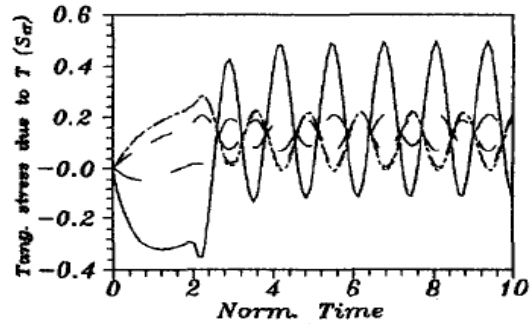
(الف)



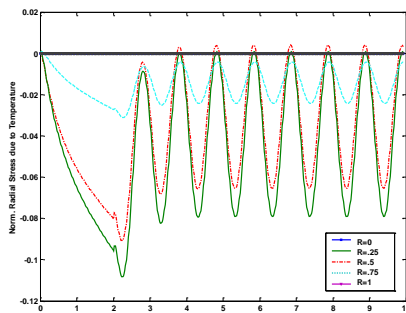
(ه)



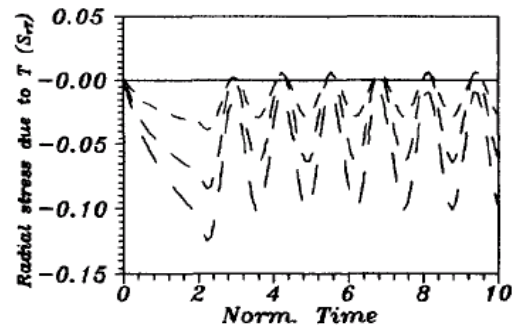
(ب)



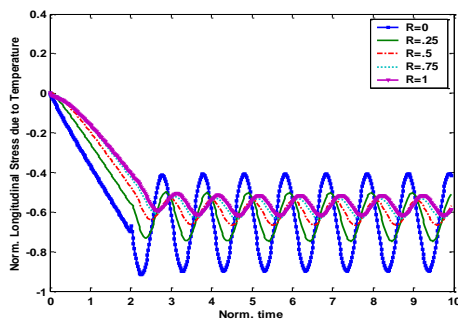
(و)



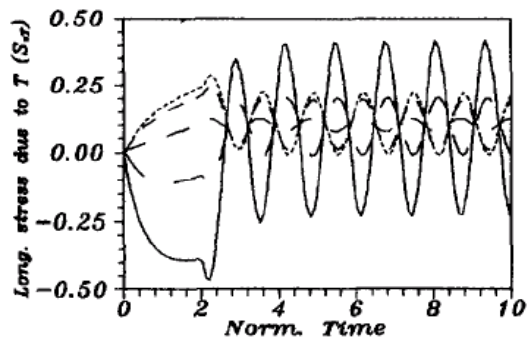
(ج)



(ز)

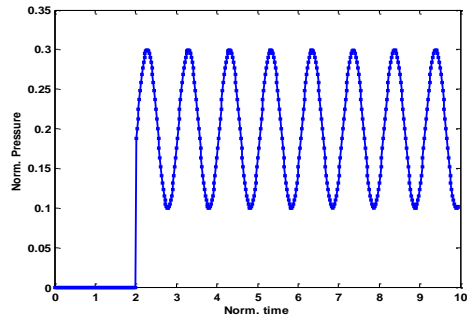


(د)

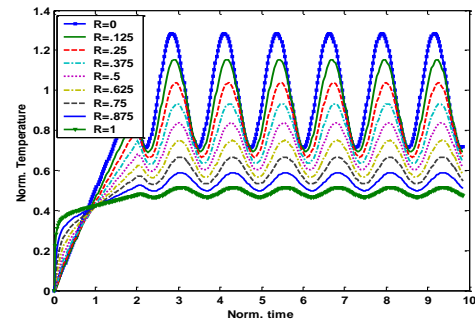


(ح)

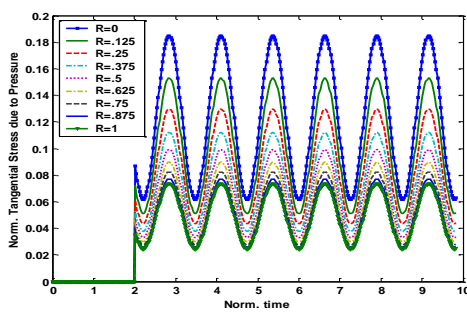
شکل ۶- تغییرات تنش‌ها ناشی از اعمال دما برای مخزن فولادی



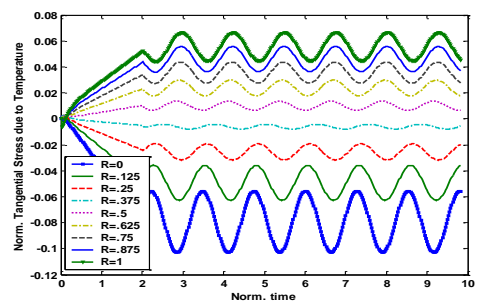
(ف)



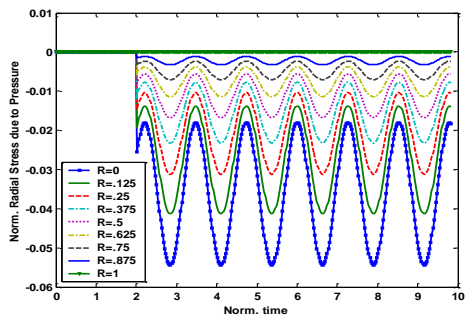
(ه)



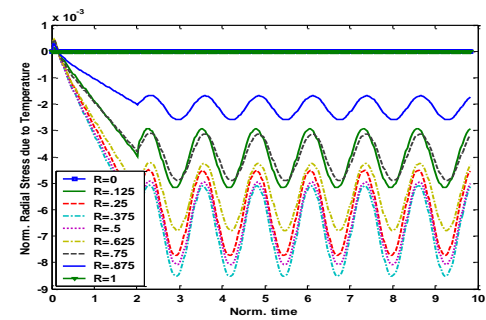
(ب)



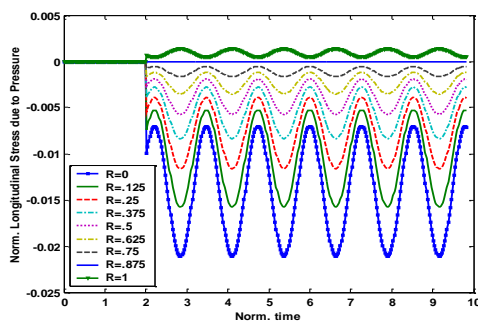
(و)



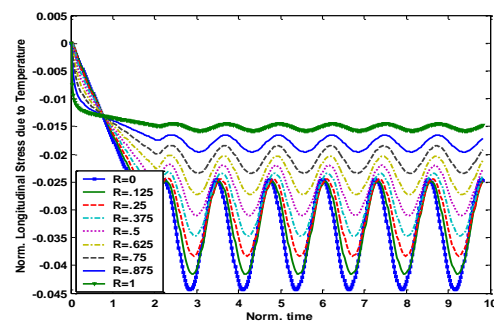
(ج)



(ز)



(د)



(ح)

شکل ۷- تغییرات تنش‌ها ناشی از اعمال فشار و دما در مخزن سه لایه برن-اپوکسی [90/60/45]

کمترین مقدار خود را دارا می‌باشد و با حرکت از سطح داخلی به سمت جدار خارجی مقدار این تنش سیری صعودی داشته و در سطح خارجی به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد. شکل ۸-۵ نشان می‌دهد که تغییرات تنش شعاعی ناشی از دما در فصل مشترک لایه‌ها پیوسته بوده و مقدار این تنش سیری نوسانی داشته و به چیدمان لایه‌ها بستگی دارد و تغییرات آن در راستای ضخامت لایه صفر درجه بسیار ناچیز بوده در حالیکه شیب این تنش در لایه ۹۰ درجه بیشترین مقدار را نسبت به سایر لایه‌ها دارا می‌باشد. همچنین شکل ۸-۶ که تغییرات تنش طولی ناشی از دما را نشان می‌دهد، نتایج مربوط به شیب تغییرات تنش مربوط به لایه‌های صفر درجه و ۹۰ درجه (شکل ۸-۵) را نیز تأیید می‌کند با این تفاوت که بطور کلی با افزایش فاصله نسبت به سطح داخلی مقدار تنش طولی افزایش می‌یابد و با افزایش زاویه الیاف میزان شیب تغییرات تنش شعاعی و طولی ناشی از دما سیری افزایشی دارد.

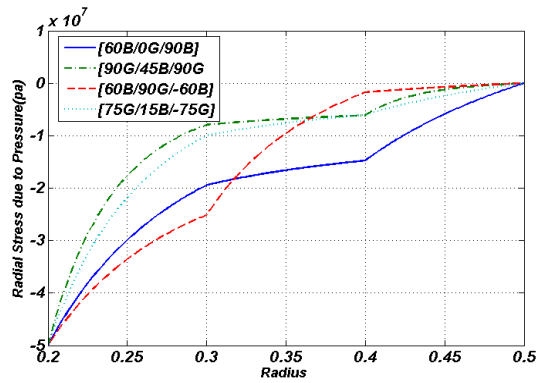
در ادامه تأثیر زاویه الیاف بر تنش‌ها، تأثیر ضخامت مخزن و تعداد لایه‌ها بر ظرفیت تحمل فشار و دما، مورد بررسی قرار گرفته و منحنیهای فشار-دما برای حالت فشار استاتیکی و دمای حالت پایدار با استفاده از تئوری شکست اولین لایه^۱ و تئوری شکست "هافمن"^۲، که با توجه به مرجع [۵] نتایج مناسبتری نسبت به بقیه تئوری‌ها ارائه می‌دهد، برای مخازن با لایه گذارهای مختلف از جنس‌های برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی ارائه شده و با منحنی فشار-دمای فولاد مقایسه شده است. این تئوری بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Y_T X_C} + \frac{1}{Z_T Z_C} - \frac{1}{X_T X_C} \right) (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_T Z_C} + \frac{1}{X_T X_C} - \frac{1}{Y_T Y_C} \right) (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X_T X_C} + \frac{1}{Y_T Y_C} - \frac{1}{Z_T Z_C} \right) (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \right) \sigma_2 \\ & + \left(\frac{1}{Z_T} - \frac{1}{Z_C} \right) \sigma_3 + \left(\frac{\sigma_4}{R} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_5}{S} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{T} \right)^2 \geq 1 \end{aligned} \quad (38)$$

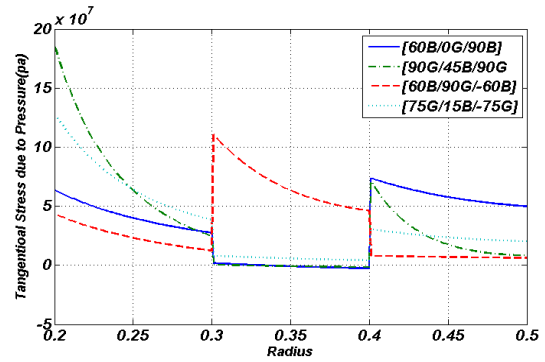
که در آن σ_1 و σ_2 و σ_3 مولفه‌های تنش نرمال و σ_4 و σ_5 و σ_6 مولفه‌های تنش برشی و X_T و Y_T و Z_T مولفه‌های استحکام نرمال کششی و X_C و Y_C و Z_C مولفه‌های استحکام نرمال فشاری در جهات ۱ و ۲ و ۳، R و S و T استحکام برشی در صفحات ۲۳ و ۱۳ و ۱۲ می‌باشند.

محیطی ناشی از اعمال دما، مربوط به جداره داخلی و خارجی مخزن بوده و کمترین دامنه مربوط به وسط جدار مخزن می‌باشد. همچنین این تنش‌ها در جدار خارجی مخزن کششی و در جدار داخلی فشاری و در وسط جداره به صفر نزدیک می‌شود. با توجه به شکل ۷-۷ تنش شعاعی ناشی از اعمال دما در سطح داخلی و خارجی مخزن صفر می‌باشد، که همان شرایط مرزی مسئله است. همچنین این تنش‌ها که فشاری می‌باشند در وسط جدار مخزن ماکزیمم و بتدریج بطرف داخل و خارج مخزن کم شده و در جدار داخلی و خارجی مخزن به صفر می‌رسد. شکل ۷-۷ تغییرات تنش طولی، ناشی از اعمال دما را نشان می‌دهد. بیشترین دامنه نوسانات این تنش مربوط به شعاع داخلی و کمترین دامنه مربوط به شعاع خارجی مخزن می‌باشد. این تنش‌ها نیز که فشاری می‌باشند در شعاع داخلی مخزن ماکزیمم و بتدریج بطرف خارج مخزن کم شده و در جدار خارجی به مینیمم مقدار خود می‌رسد. در شکل‌های ۸-الف تا ۸-و تغییرات تنش‌ها بر حسب شعاع مخزن در چهار مخزن سه لایه با زوایا و جنسهای مختلف رسم شده است. شکل ۸-الف بیانگر تغییرات تنش مماسی ناشی از فشار بر مبنای فاصله از جدار داخلی مخزن می‌باشد، با توجه به منحنی‌های رسم شده در این شکل می‌توان گفت که لایه با زاویه الیاف ۹۰ درجه بیشترین و لایه با زاویه صفر درجه کمترین تنش را تحمل می‌کنند و بطور کلی با افزایش زاویه الیاف میزان تنش تماسی تحمل شده توسط آنها نیز افزایش می‌یابد. در شکل ۸-ب پیوستگی تنش شعاعی در فصل مشترک لایه‌ها که ناشی از شرایط مرزی است، مشخص است و با فاصله گرفتن از جدار داخلی مخزن میزان تنش شعاعی افزایش می‌یابد بطوریکه جدار داخلی کمترین تنش و جدار خارجی بیشترین تنش را تحمل می‌کنند. برخلاف منحنی مربوط به تنش‌های شعاعی، شکل ۸-ج نشان می‌دهد که تنش‌های طولی در جدار داخلی ماکزیمم بوده و رفته رفته با فاصله گرفتن از سطح داخلی مقدار آن کاهش می‌یابد بطوریکه در جدار خارجی به کمترین مقدار خود می‌رسد. شکل ۸-د تغییرات تنش مماسی ناشی از دما بر حسب فاصله از سطح داخلی مخزن را نشان می‌دهد که با توجه به آن می‌توان دریافت که بر خلاف تنش‌های مماسی ناشی از فشار که از داخل به خارج سیری کاهشی دارد، تغییرات این تنش ناشی از دما در سطح داخلی

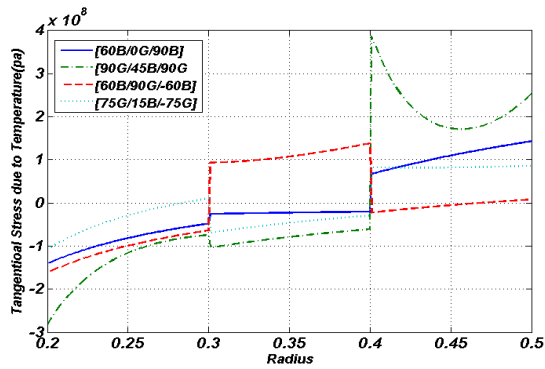
¹ First Ply Failure² Hafman



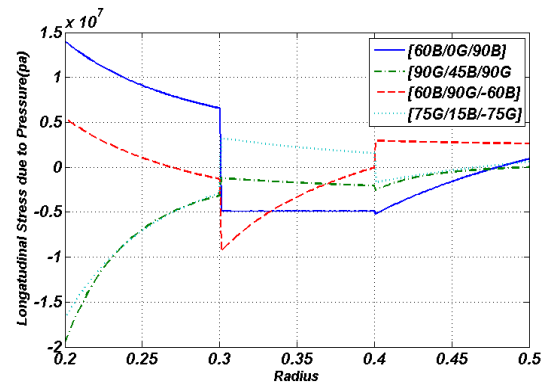
(ب)



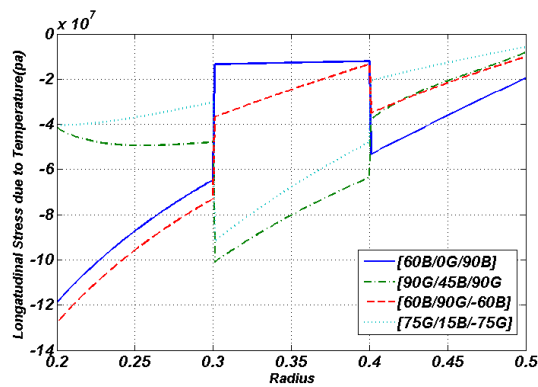
(الف)



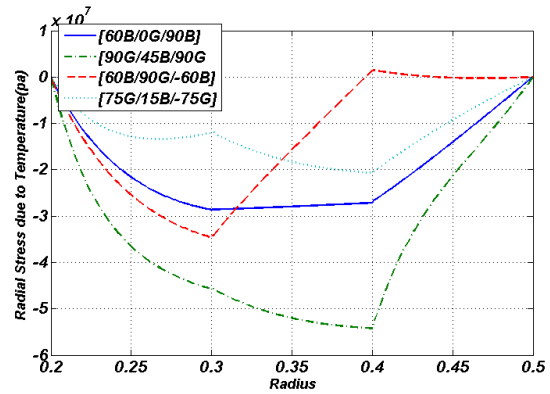
(د)



(ج)

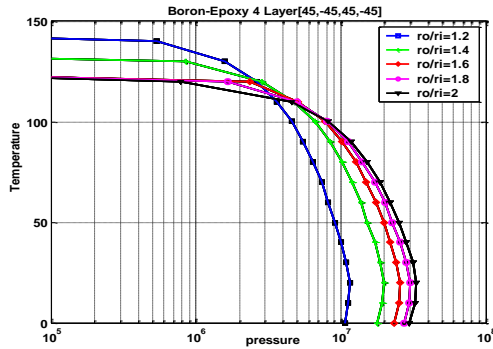


(و)

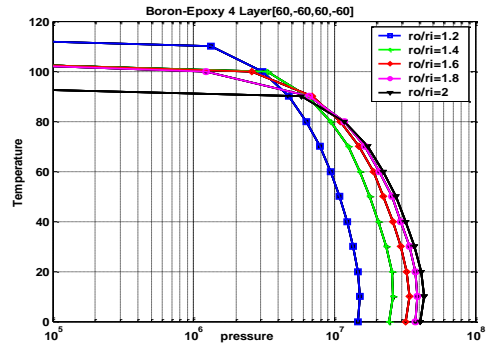


(ه)

شکل ۸- تغییرات تنش در فواصل مختلف از مرکز، ناشی از اعمال فشار و دما در مخزن سه لایه با لایه گذاری‌های مختلف

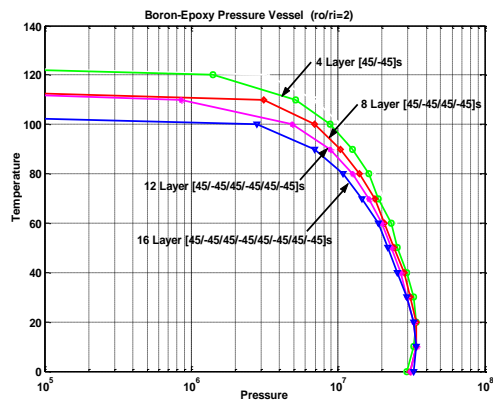


(الف)

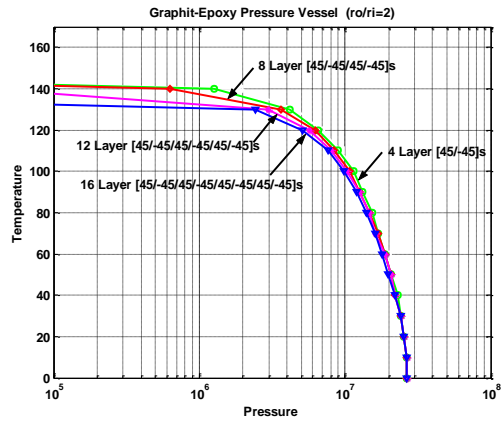


(ب)

شکل ۹- تأثیر ضخامت مخزن بر فشار و دمای قابل تحمل در مخزن ۴ لایه برن-اپوکسی با زاویه الیاف ۴۵ و ۶۰ درجه



(الف)



(ب)

شکل ۱۰- تأثیر تعداد لایه‌ها بر ظرفیت فشار-دمای مخزن

با توجه به این نمودارها می‌توان گفت که با افزایش دما مقدار فشار قابل تحمل توسط مخزن کامپوزیتی چند لایه کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش ضخامت جداره، ظرفیت فشار-دمای مخزن، از دمای صفر تا یک دمای مشخص افزایش یافته و سپس مقدار این ظرفیت کاهش می‌یابد. این دمای مشخص برای مخزن برن-اپوکسی با زاویه الیاف ۴۵ ، ۱۱۰ درجه و برای زاویه الیاف ۶۰ ، ۹۰ درجه می باشد. بنابراین با توجه به نتایج بدست آمده، می‌توان گفت که با افزایش زاویه الیاف، این دما کاهش می‌یابد.

شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب، مربوط به دو مخزن برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی با زاویه الیاف ۴۵ درجه در ضخامت ثابت و تعداد لایه های متفاوت می‌باشند. با توجه به

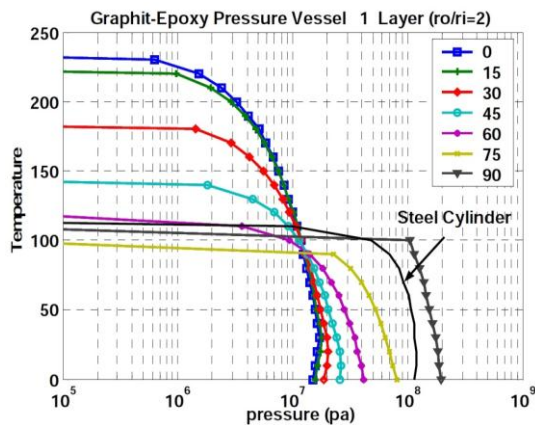
همچنین برای فولاد از تئوری فون-میس^۱ که بصورت زیر است استفاده شده است:

$$\sigma_V = \left[\sigma_\theta^2 + \sigma_r^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_\theta \sigma_r + \sigma_\theta \sigma_z + \sigma_r \sigma_z) \right]^{1/2} \quad (39)$$

که در آن σ_θ و σ_r و σ_z بترتیب تنش‌ها در جهات محیطی، شعاعی و محوری مخزن می‌باشند.

شکل‌های ۹-الف و ۹-ب منحنی‌های فشار-دما، برای دو مخزن برن-اپوکسی ۴ لایه را نشان می‌دهند. این منحنی‌ها در ضخامت‌های مختلف و در دمای حالت پایدار با استفاده از تئوری هافمن رسم شده‌اند.

³ Von-Mises



شکل ۱۲- تأثیر زاویه الیاف بر ظرفیت فشار-دما در مخزن گرافیت-اپوکسی

شکل‌های ۱۳ و ۱۴ منحنیهای فشار-دما مربوط به مخازن ۶ لایه برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی می‌باشند که ظرفیت فشار-دمای مخازن تحت فشار با چیدمان‌های مختلف الیاف را نشان می‌دهند. با توجه به این شکل‌ها، مخازن با لایه‌های [90/0/90]s و [90/60/-60/30/-30/0] از نظر ظرفیت تحمل فشار و دما در وضعیت بهتری نسبت به بقیه لایه-چینی‌ها قرار دارند. البته در صورتیکه مخزن با ظرفیت دمای بالا و فشار پایین مد نظر باشد، استفاده از لایه گذاری [45/30/0]s مناسب‌تر است. همچنین با توجه به شکل ۱۴، استفاده از مخازن [90/0/90]s و [90/60/-60/30/-30/0] گرافیت اپوکسی، می‌تواند جایگزین مناسبی برای مخازن فولادی با ضخامت مشابه باشد.

در شکل ۱۵ منحنیهای فشار-دما برای یک مخزن ۶ لایه که از لایه‌های برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی ساخته شده، رسم شده است. با توجه به این نمودار مخزن با لایه گذاری [90B/60G/60B/30G/30B/0G] و [90B/0G/90B]s دارای ظرفیت فشار نسبتاً بالاتر و ظرفیت دمای پایین‌تری نسبت به فولاد، می‌باشند. همچنین از

این نمودارها می‌توان گفت که با افزایش تعداد لایه‌ها در ضخامت ثابت، به میزان کمی باعث کاهش ظرفیت تحمل فشار و دما می‌گردد. و به عبارت دیگر افزایش تعداد لایه‌ها تأثیر چندانی بر ظرفیت دما و فشار قابل تحمل مخزن کامپوزیتی نداشته و در دماهای پایین‌تر میزان این تغییرات بسیار ناچیز می‌باشد در حالی که با افزایش دما تا حدودی بین ظرفیت قابل تحمل مخزن تحت فشار با تعداد لایه‌های مختلف تمایز دیده می‌شود بطوریکه مخزن با چهار لایه نسبت به مخزن شانزده لایه دارای ظرفیت تحمل بالاتری می‌باشد. همچنین از این دو منحنی می‌توان نتایج حاصل از شکل ۹ مبنی بر کاهش ظرفیت فشار قابل تحمل مخزن در پی افزایش دما را مورد تأیید قرار داد.

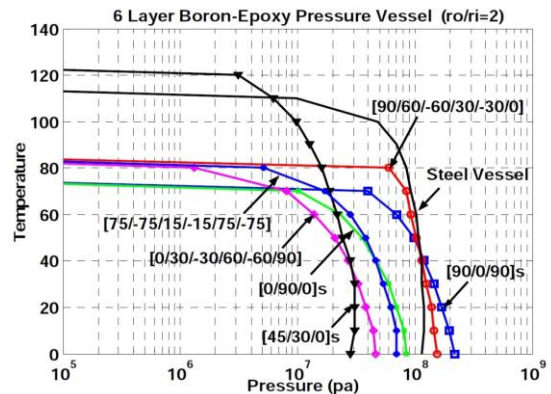
شکل ۱۱ منحنیهای فشار-دما را برای یک مخزن تک لایه برن-اپوکسی در زوایای مختلف الیاف (صفر تا ۹۰ درجه) نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار با افزایش زاویه الیاف، ظرفیت فشار-دمای مخزن از دمای صفر تا دمای تقریباً ۶۵ درجه، افزایش و از دمای ۶۵ درجه به بالا، با افزایش زاویه الیاف، این ظرفیت کاهش می‌یابد. بطور کلی می‌توان گفت، با افزایش زاویه الیاف، مقدار فشار قابل تحمل افزایش یافته ولی مقدار دمای قابل تحمل کاهش می‌یابد.

شکل ۱۲ مربوط به مخزن گرافیت-اپوکسی می‌باشد. با توجه به این شکل، برای این مخزن، نسبت به مخزن برن-اپوکسی، ظرفیت تحمل فشار کمتر شده ولی ظرفیت دما تا ۲۳۰ درجه افزایش یافته است. با مقایسه منحنی مربوط کامپوزیت‌های برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی با منحنی مربوط به مخزن فولادی، می‌توان گفت که در ضخامت‌های یکسان، مخازن کامپوزیتی در فشارهای پایین، ظرفیت تحمل دمای بالاتری نسبت به فلزات، دارند. اما در فشارهای بالاتر، ظرفیت تحمل دمای مربوط به فلزات (فولاد) بیشتر از کامپوزیت‌ها می‌باشد.

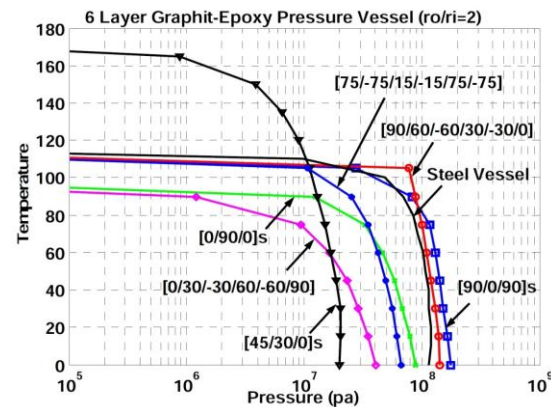
منحنی‌های رسم شده در این شکل می‌توان دریافت که با نزدیک شدن زاویه الیاف به صفر درجه میزان فشار قابل تحمل در یک دمای ثابت بیشتر می‌باشد. بطور کلی با توجه به مقایسه لایه‌چینی‌های ذکر شده در این پژوهش با مخزن فلزی می‌توان گفت ظرفیت فشار قابل تحمل مخزن کامپوزیتی بیشتر از مخزن فلزی بوده در حالیکه مخزن فلزی در مقایسه با مخزن کامپوزیتی قابلیت تحمل دمای بالاتری دارد.

۴- نتیجه گیری

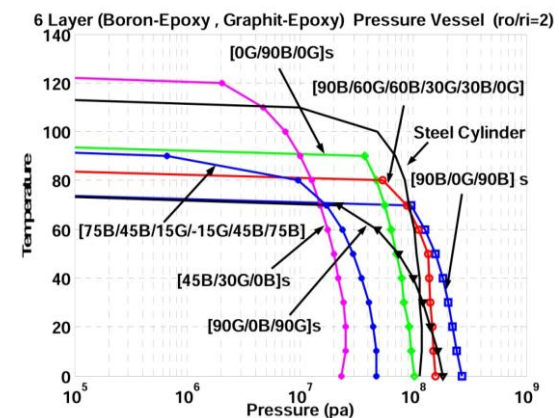
در این مقاله یک تحلیل تنش تئوری برای مخازن جدار ضخیم کامپوزیتی که در معرض هر دو عامل فشار و دمای سیکلی داخلی قرار دارند، ارائه شده و این مدل تئوری با استفاده از روشهای عددی حل شده است. در این تحلیل، پارامترهای مهم در طراحی مخازن تحت فشار کامپوزیتی، مورد بحث قرار گرفته و تأثیر آنها بر ظرفیت مخزن، مورد بررسی قرار گرفته است. بطور کلی از تحلیل حاضر چند نتیجه مهم برداشت می‌شود: ۱- سطح داخلی مخزن تحت تأثیر بیشترین تنش‌ها است در حالیکه سطح خارجی کمترین تنش را تحمل می‌کند. بنابراین استفاده از لایه ای با استحکام بالا در لایه اول، می‌تواند ظرفیت مخزن را بطور قابل ملاحظه- ای بالا ببرد. ۲- با افزایش ضخامت جداره مخزن در زاویه الیاف ثابت، ظرفیت فشار-دمای مخزن تا یک دمای خاص افزایش و با بالاتر رفتن دما، ظرفیت کاهش می‌یابد. این دمای خاص بستگی به زاویه الیاف دارد. ۳- در مخازن تک لایه با افزایش زاویه الیاف، ظرفیت فشار-دمای مخزن، تا یک دمای خاص افزایش و بعد از آن کاهش می‌یابد. این دمای خاص بستگی به جنس مخزن دارد. ۴- با افزایش تعداد لایه‌ها در یک ضخامت ثابت، ظرفیت تحمل فشار مخزن تقریباً ثابت ولی ظرفیت دمای آن اندکی کاهش می‌یابد. ۵- با توجه به خواص نسبتاً خوب کامپوزیت‌ها نسبت به فلزات، از قبیل سبکی، استحکام، مقاومت در برابر خوردگی و عدم زنگ زدن و با استفاده از لایه‌گذاری‌های مناسب، این مواد می‌توانند جایگزین بسیار مناسبی برای فلزات باشند.



شکل ۱۳- نمودار فشار-دما برای مخزن برون-اپوکسی ۶ لایه



شکل ۱۴- نمودار فشار-دما برای مخزن گرافیت-اپوکسی ۶ لایه



شکل ۱۵- نمودار فشار-دما برای مخزن ۶ لایه (برن-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی) با زوایای مختلف

مراجع

- [12] Hocine A, Chapelle D, Boubakar ML, Benamar A, Bezazi A (2009) Experimental and analytical investigation of the cylindrical part of a metallic vessel reinforced by filament winding while submitted to internal pressure. *Int J Pres Vess Pip*, 86(10): 649–655.
- [13] Cai B, Yonghong L, Zengkai L, Xiaojie T, Renjie J, Hang L (2011) Reliability-based load and resistance factor design of composite pressure vessel under external hydrostatic pressure. *Comp Struc* 93(11): 2844–2852.
- [14] Ondur A, Onur S, Tolga D, Necmettin T (2009) Burst failure load of composite pressure vessels *Comp Struc* 89(1): 159–166.
- [15] Ansari R, Alisafaei F, Ghaedi P (2010) Dynamic analysis of multi-layered filament-wound composite pipes subjected to cyclic internal pressure and cyclic temperature. *Comp Struc* 92(5): 1100–1109.
- [16] Han JY, Jung HY, Cho JR, Choi JH, Bae WB, (2008) Buckling analysis and test of composite shells under hydrostatic pressure. *J Mat Proc Tech* 201(1–3): 742–745.
- [17] Zhang Q, Wang ZW, Tang CY, Hu DP, Liu PQ, Xia LZ (2012) Analytical solution of the thermo-mechanical stresses in a multilayered composite pressure vessel considering the influence of the closed ends. *Int J Pres Vess Pip* 98: 102–110.
- [18] Ozisik MN (1985) *Heat Transfer: a Basic Approach*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York.
- [۱۹] درویزه الف (۱۳۷۲) مقاومت مصالح: تحلیل تنش در مخازن جداره ضخیم واجزاء دوار، انتشارات دانشگاه گیلان.
- [20] Ones RM (1975) *Mechanic of Composite Materials*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York.
- [21] Carl TH (1998) *Mechanics of Fibrous Composites*, John Wiley and Sons.
- [۲۲] نارگی الف (۱۳۸۱) پایان نامه کارشناسی ارشد، تحلیل مخازن تحت فشار جدار ضخیم کامپوزیتی تحت اثر فشار سیکی و دمای سیکی داخلی، دانشگاه گیلان.
- [23] Kandil A (1996) Analysis of thick-walled cylindrical pressure vessels under the effect of cyclic internal pressure and cyclic temperature. *Int J Mech Sci* 38(12): 1319–1332.
- [1] Kim YS, Kim LH, Park JS (2011) The effect of composite damage on fatigue life of the high pressure vessel for natural gas vehicles. *Comp Struc* 93(11): 2963–2968.
- [2] Chou H, Bunsell AR, Mair G, Thionnet A (2013) Effect of the loading rate on ultimate strength of composites. Application: pressure vessel slow burst test. *Comp Struc*, In Press, Accepted Manuscript.
- [3] Chen D, Susan CM, Liyang Z (2001) The effect of fiber volume on filament wound composite pressure vessel strength. *Eng Comp Part B* 32: 413–429.
- [4] Perry N, Wahl JC, Bois C, Pilato A, Bernard A (2013) Thick composite design for hydrogen vessels: A contribution to composite design method, *CIRP Annals, Man Tech*, In Press, Corrected Proof.
- [5] Kam TY, Liu YW, Lee FT (1997) First ply failure strength of laminated composite pressure vessels, *J Comp Struc* 38(1-4): 65–70.
- [6] Cai B, Liu Y, Liu Z, Tian X, Ji R, Li H (2011) Reliability-based load and resistance factor design of composite pressure vessel under external hydrostatic pressure, *Comp Struc* 93(11): 2844–2852.
- [7] Carbonari RC, Muñoz-Rojas PA, Andrade EQ, Paulino GH, Nishimoto K, Silva ECN (2011) Design of pressure vessels using shape optimization: An integrated approach, *Int Jour Press Vess Pip* 88(5–7): 198–212.
- [8] Byon O LL, Vinson JR, Sato S (1996) Analysis of various thick-walled cross-ply composite cylindrical shells subjected to lateral pressures. *J Comp Struc* 27: 651–655.
- [9] Yifeng Z, Lei C, Yu W (2012) Variational asymptotic modeling of the thermomechanical behavior of composite cylindrical shells. *Comp Struc* 94(3): 1023–1031.
- [10] Wang HM, Liu CB (2013) Analytical solution of two-dimensional transient heat conduction in fiber-reinforced cylindrical composites. *Int J Ther Sci* 69: 43–52.
- [11] Chen J, Pan H (2013) Stress intensity factor of semi-elliptical surface crack in a cylinder with hoop wrapped composite layer. *Int J Pres Vess Pip*, In Press, Corrected Proof.