



## بررسی رفتار رئولوژیکی سوسپانسیون های حاوی سیال توانی با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار

حمیده روحانی تزنگی<sup>۱</sup>، عطاءالله سلطانی گوهرریزی<sup>۲\*</sup> و ابراهیم جهانشاهی جواران<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، گروه مهندسی شیمی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

<sup>۲</sup> استاد، گروه مهندسی شیمی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران

<sup>۳</sup> استادیار، گروه مهندسی انرژی‌ها تجدیدپذیر و تبدیل انرژی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۱۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۵

### چکیده

در مطالعه حاضر، از یک الگوریتم عددی جدید بر مبنای ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار برای بررسی حرکت ذرات دایره‌ای شکل معلق درون سیال غیرنیوتنی قانون توانی در جریان برشی استفاده شده است. در ابتدا پروفیل سرعت سیال در مقادیر مختلف اندیس قانون توانی ( $n$ ) آنالیز گردید و نتایج این کار با نتایج عددی به دست آمده از تحقیقات گذشته مقایسه شد. در این تحقیق، رفتار رئولوژیکی سوسپانسیون با ذرات دایره‌ای شکل در دو حالت با اندازه یکسان و اندازه‌های متفاوت که به صورت تصادفی میان دو صفحه موازی در جریان برشی قرار گرفته‌اند، در محیط رقیق و غلیظ برشی با استفاده از مدل شبکه بولتزمن، مورد بررسی قرار گرفت و ویسکوزیته مؤثر در اعداد رینولدز و کسرهای حجمی ( $\phi$ ) مختلف محاسبه گردید. برای اعتبارسنجی، نتایج ویسکوزیته مؤثر نسبی با نتایج کارهای گذشته برای سیال نیوتنی مقایسه شد و هماهنگی خوبی مشاهده گردید.

**کلمات کلیدی:** سیال قانون توانی؛ جریان برشی؛ روش شبکه بولتزمن؛ روش نمایه هموار؛ رئولوژی.

## Investigation of Rheological Behavior of Suspensions Included Power-Law Fluid by Combined Lattice-Boltzmann Method with Smoothed Profile Method

H. Rouhani Tazangi<sup>1</sup>, A. Soltani Goharri<sup>2,\*</sup>, E. Jahanshahi Javaran<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph. D Student, Dept. of Chem. Eng., Shahid Bahonar Univ, Kerman, Iran.

<sup>2</sup> Prof., Chem. Eng., Shahid Bahonar Univ, Kerman, Iran.

<sup>3</sup> Assist. Prof., Dept. Of Energy Eng., Institute of Science and High Technology and Environmental Sciences, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran.

### Abstract

In the present study, a novel numerical algorithm based on combination of lattice Boltzmann method (LBM) and smoothed profile method is used to investigate the motion of suspense circular particles in non-Newtonian power law fluid in shear flow. At first, the fluid velocity profile at different power law fluid indexes was analyzed and the results were compared with the numerical results of the previous works. In the present study, the rheological behavior of suspension with circular particles of same and different sizes randomly placed between parallel plates in shear flow was investigated in shear thinning and shear thickening medium on the LBM framework and the effective viscosity was calculated for various Reynolds number and solid volume fraction ( $\phi$ ). For validation, the results of the relative viscosity were compared with the ones of previously works for Newtonian fluid and good agreement was observed.

**Keywords:** Power-Law Fluid; Couette Flow; Lattice-Boltzmann Method; Smoothed Profile Method; Rheology.

## ۱- مقدمه

انواع زیادی از سیالات غیرنیوتنی در طبیعت وجود دارند که در صنایع نفتی و شیمیایی، پلیمرها، صنایع غذایی، جریان متخلخل نفت و گاز [۱] و جریان سیال بیولوژیکی خون [۲] کاربرد دارند. در مورد سیالات نیوتنی، مطالعات گوناگونی انجام شده است، اما باوجود کاربردهای متنوع سیالات غیرنیوتنی، اطلاعات کمی در مورد آنها در دسترس است؛ همچنین به علت هندسه پیچیده و ویژگی‌های جریان غیرنیوتنی حل تحلیلی برای آنها وجود ندارد. در سال‌های اخیر، روش‌های عددی گوناگونی برای مطالعه سیالات شامل ذرات معلق توسعه داده شده‌اند. پر استفاده ترین روش عددی برای شبیه‌سازی مخلوط‌های متشکل از ذرات جامد و سیال در شرایط جریان خزشی<sup>۱</sup> دینامیک استوکسی<sup>۲</sup> [۳] بوده است؛ اما استفاده از آن برای سوسپانسیون‌های غلیظ و سوسپانسیون‌های شامل ذرات غیر کروی شکل مشکل است و ساختار ریاضی پیچیده ای دارد. در سال ۱۹۹۴، لد<sup>۳</sup> [۴، ۵] از روش شبکه بولتزمن<sup>۴</sup> (LBM) برای شبیه سازی برهمکنش جامد-سیال استفاده کرد. این روش رفتار سیال را به صورت مدل ماکروسکوپی معادله بولتزمن، در یک شبکه با میدان گسسته سرعت شبیه سازی می‌کند. از تابع توزیع سرعت به دست آمده از حل معادله بولتزمن، می‌توان برای محاسبه ویژگی‌های ماکروسکوپی سیال مانند دانسیته، سرعت و فشار استفاده کرد. از مزایای روش شبکه بولتزمن، می‌توان به محاسبه فشار با استفاده از معادله حالت اشاره کرد که از هزینه محاسباتی بالای معادله پواسن<sup>۵</sup> اجتناب می‌کند؛ همچنین به علت حذف عبارت جابجایی در این روش، الگوریتم محاسباتی بسیار ساده است و استفاده از آن در کاربرد محاسباتی موازی به آسانی امکانپذیر است [۶، ۳]. امتیاز دیگر روش شبکه بولتزمن، این است که به علت طبیعت سینتیکی این روش، نرخ برش محلی می‌تواند به آسانی با صرف نظر از میدان سرعت محاسبه شود؛ بنابراین روشی مناسب برای حل جریان‌های غیرنیوتنی است. آرنوف و

راتمن<sup>۶</sup> [۷] اولین کسانی بودند که مدل قانون توانی<sup>۷</sup> را با استفاده از روش شبکه بولتزمن، مورد ارزیابی قرار دادند. مهمترین مسئله در استفاده از روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جریان های شامل ذرات، ارضای شرط مرزی عدم لغزش<sup>۸</sup> در مرز مشترک جامد و سیال است. ساده ترین و متداول ترین روش برای اعمال این شرط مرزی، روش کمانه کردن استاندارد<sup>۹</sup> است که اولین بار توسط لد پیشنهاد داده شد. در این روش، با استفاده از مجموعه ای از گره‌های مرزی، سطح ذره کلوئیدی میان دو گره ثابت شبکه قرار داده می‌شود [۸، ۵]. مهمترین عیب این روش هنگامی که برای شبیه‌سازی شکل‌های پیچیده به کار می رود، نمایش پله مانند سطوح ذرات است که باعث ایجاد نوساناتی در نیروی اعمالی محاسبه شده روی ذره می شود. برای شبیه سازی جریان‌های شامل ذرات، فنگ<sup>۱۰</sup> و همکاران [۹]، روش دیگری برمبنای ترکیب روش شبکه بولتزمن و مرز شناور<sup>۱۱</sup> پیشنهاد دادند که علاوه بر شبکه اویلری<sup>۱۲</sup> در روش شبکه بولتزمن، از یک شبکه لاگرانژی<sup>۱۳</sup> برای ردیابی سطح ذرات نیز استفاده می‌کند. در این روش، از یک نیروی حجمی برای معرفی حضور جسم جامد به سیال استفاده می‌شود که این نیرو به معادله گسسته شده بولتزمن اضافه می‌گردد. برای اجتناب از محاسبات پیچیده نیروی حجمی در روش مرز شناور<sup>۱۴</sup>، ناکایاما و یاماموتو<sup>۱۵</sup> [۱۰]، روش دیگری بر مبنای روش نمایه هموار<sup>۱۶</sup> پیشنهاد دادند. در این روش به جای استفاده از شرط مرزی در سطح مشترک ذرات جامد و سیال، ذرات جامد با استفاده از یک نیروی حجمی همواره مشخص در معادلات ناویر-استوکس نمایش داده می‌شوند. روش نمایه هموار یک معادله در کل ناحیه حل شامل حجم ذرات بدون هیچ شرط مرزی داخلی حل می‌کند؛ همچنین دامنه محاسباتی در این روش به تعداد نقاط شبکه حساس است، اما به تعداد ذرات

<sup>6</sup> Aharonov and Rothman

<sup>7</sup> Power-Law Model

<sup>8</sup> No Slip Boundary Condition

<sup>9</sup> Standard Bounce Back Method

<sup>10</sup> Feng

<sup>11</sup> Immersed Boundary

<sup>12</sup> Eulerian Nodes

<sup>13</sup> Lagrangian Nodes

<sup>14</sup> Immersed Boundary Method

<sup>15</sup> Nakayama and Yamamoto

<sup>16</sup> Smoothed Profile Method

<sup>1</sup> Creeping Flow

<sup>2</sup> Stokesian Dynamics

<sup>3</sup> Ladd

<sup>4</sup> Lattice-Boltzmann Method

<sup>5</sup> Poisson's Equation

حجمی ذرات و نرخ برش روی ویسکوزیته مؤثر تأثیر دارند. در یک سوسپانسیون رقیق، ویسکوزیته مؤثر ( $\mu_{eff}$ ) با استفاده از رابطه اینشتین<sup>۱۰</sup> [۱۵] بصورت  $\frac{\mu_{eff}}{\mu_f} = 1 + 2.5\phi$  تعریف می‌شود که  $\phi$  و  $\mu_f$  به ترتیب نشان دهنده ویسکوزیته سیال و جزء حجمی جامد می‌باشند؛ همچنین روابط نیمه تجربی گوناگونی برای ویسکوزیته مؤثر پیشنهاد شده است. برای مثال کرایگر و دافرتی<sup>۱۱</sup> [۱۶]، یک رابطه آزمایشگاهی به شکل  $\frac{\mu_{eff}}{\mu_f} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-[\mu]\phi_{max}}$  برای سوسپانسیون های یکنواخت از ذرات کروی پیشنهاد دادند. در رابطه بالا  $\phi_{max}$  کسر تراکمی ماکزیمم است که در این کسر ویسکوزیته واگرا می‌شود و  $[\mu]$  ویسکوزیته ذاتی است. شکیب منش و همکاران [۱۷]، جریان کوئت آرام دوبعدی یک سوسپانسیون را با استفاده از روش شبکه بولتزمن، مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک مطالعه تفصیلی درباره مکانیزم‌های مختلف انتقال مومنوم را انجام دادند که در تنش برشی کل سهم هستند و نشان دادند که رفتار کلی رئولوژی سوسپانسیون، یک رفتار غلیظ برشی است. جهانشاهی جواران و همکاران [۱۸]، از ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار برای شبیه سازی حرکت یک، دو و چندین ذره در جریان برشی استفاده کردند. آن‌ها ویسکوزیته مؤثر سوسپانسیون ذرات کروی از شرایط رقیق به غلیظ در سیال نیوتنی را با اعداد رینولدز گوناگون، مورد بررسی قرار دادند.

در کار حاضر، ویژگی رئولوژیکی سوسپانسیونی دوبعدی از ذرات دایره‌ای معلق در سیال قانون توانی، از شرایط رقیق به غلیظ برای اعداد رینولدز متفاوت با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار، مورد بررسی قرار گرفت و در مورد رفتار این سیالات در جریان‌های کوئت بحث شد. این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: معادله حرکت و قوانین برخورد در قسمت ۲ با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار، توضیح داده می‌شود. پارامترهای بدون بعد در این مطالعه، در قسمت ۳ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در قسمت ۴، نتایج اعتبارسنجی که در مطالعه حاضر با نتایج موجود برای حفره با درپوش متحرک در جریان سیال قانون

حساسیتی ندارد. به علت ویژگی‌های مشترک روش نمایه هموار و روش شبکه بولتزمن مبنی بر استفاده از یک شبکه کارترین ثابت، ترکیب این دو روش برای اولین بار در سال ۲۰۱۱ توسط جعفری و همکاران انجام شد [۶]. برخلاف سیالات نیوتنی، در سیالات غیرنیوتنی ویسکوزیته تابعی از تنش برشی است که باعث ناپایداری عددی می‌شود. طبیعت سینتیکی روش شبکه بولتزمن، می‌تواند نرخ برش را با دقت مرتبه دو مستقل از میدان سرعت حل کند. برای سیال غیرنیوتنی، زمان آرامش<sup>۱</sup> تابعی از نرخ برش است که باعث ناپایداری عددی می‌شود. برای حل این مشکل گابانلی<sup>۲</sup> و همکاران [۱۱]، روش مشابهی برای سیالات قانون توانی اصلاح شده<sup>۳</sup> با تنظیم حد بالا و پایین ویسکوزیته پیشنهاد دادند. در طول سال‌های اخیر، روش‌های محاسباتی گوناگونی برای شبیه سازی سیالات قانون توانی در هندسه‌های گوناگون استفاده شده است. در میان هندسه‌های مختلف، جریان حفره با درپوش متحرک،<sup>۴</sup> توجه زیادی به خود جلب کرده است. مندو<sup>۵</sup> و همکاران [۱۲]، جریان سیال غیرنیوتنی قانون توانی در یک حفره با دو درپوش متحرک را با استفاده از تقریب بهاتناگر-گروس-کروک<sup>۶</sup> بر مبنای روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. آن‌ها در مورد اثر اندیس قانون توانی و عدد رینولدز روی مرکز موقعیت ورتکس<sup>۷</sup> و نوسانات سرعت سیال بحث کردند. برخی محققان شبیه سازی سوسپانسیون شامل، سیال نیوتنی در جریان کوئت<sup>۸</sup> را با استفاده از روش شبکه بولتزمن انجام دادند. سوسپانسیون‌های با دو و چندین ذره در جریان برشی توسط کرومکمپ<sup>۹</sup> و همکاران [۱۴، ۱۳] بررسی شد. آن‌ها نشان دادند که مسیر ذرات در جریان برشی با عدد رینولدز ذره تغییر می‌کند. یکی از مسائل مهم در سوسپانسیون‌هایی شامل چند ذره ویسکوزیته مؤثر است که در کاربردهای مهندسی بسیار مهم است. فاکتورهای متعددی مثل، اندازه و شکل ذره، جزء

<sup>1</sup> Relaxation Time

<sup>2</sup> Gabbanelli

<sup>3</sup> Truncated Power-Law Fluids

<sup>4</sup> Lid-Driven Cavity

<sup>5</sup> Mendu

<sup>6</sup> Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) Approximation

<sup>7</sup> vortex

<sup>8</sup> Couette Flow

<sup>9</sup> Kromkamp

<sup>10</sup> Einstein

<sup>11</sup> Krieger and Dougherty

در سیالات غیرنیوتنی، وابستگی ویسکوزیته به نرخ کرنش غیرخطی است. در این مطالعه، برای توصیف ویژگی‌های غیرنیوتنی سیالات، از مدل قانون توانی استفاده شده است. معادله قانون توانی با رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$v = m(\dot{\gamma})^{(n-1)} \quad (6)$$

در این رابطه  $m$  اندیس سازگاری و  $n$  اندیس رفتار غیرنیوتنی در مدل قانون توانی است. در این سیالات، سه نوع رفتار رئولوژیکی وجود دارد: (۱) زمانی که مقدار  $n$  کمتر از یک باشد، سیال رقیق برشی<sup>۲</sup> یا شبه پلاستیک<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. در این نوع سیالات مقدار ویسکوزیته با افزایش نرخ برش، کاهش می‌یابد؛ (۲) وقتی که مقدار  $n$  بزرگتر از یک باشد، سیال غلیظ برشی<sup>۴</sup> یا دیلاتانت<sup>۵</sup> نامیده می‌شود که در آن مقدار ویسکوزیته با افزایش نرخ برش افزایش می‌یابد؛ (۳) زمانی که  $n=1.0$  باشد سیال نیوتنی است. در این سیالات، ویسکوزیته وابسته به نرخ برش<sup>۶</sup> ( $\dot{\gamma}$ ) است و این نرخ برش از تنسور نرخ کرنش<sup>۷</sup> ( $S$ ) به صورت رابطه (۷) محاسبه می‌شود:

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{D_{II}} \quad (7)$$

مقدار  $D_{II}$  از روابط (۸-۹) به دست می‌آید: [۲۰-۲۲]

$$D_{II} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} = S_{\alpha\alpha}^2 + S_{\beta\beta}^2 + 2S_{\alpha\beta}^2 \quad (8)$$

$$S_{\alpha\alpha} = \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial \alpha}, \quad S_{\beta\beta} = \frac{\partial u_{\beta}}{\partial \beta},$$

$$S_{\alpha\beta} = S_{\beta\alpha} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial \beta} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial \alpha} \right) \quad (9)$$

این معادلات در هر گره بطور جداگانه محاسبه می‌شوند. یکی از مشکلات موجود در استفاده از سیالات قانون توانی این است که ویسکوزیته مؤثر به ازای نرخ برش صفر در سیالات رقیق برشی واگرا و مقدار آن در سیالات غلیظ برشی صفر می‌شود. با توجه به این که بسیاری از سیالات

توانی در جریان برشی مقایسه شده است و نتایج سیال غیرنیوتنی نزدیک مرزهای متحرک، در قسمت ۵ معرفی شده‌اند.

## ۲- مدل‌سازی عددی

### ۲-۱- روش شبکه بولتزمن

به علت ویژگی‌های مؤثر روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جریان‌های شامل ذرات، در اینجا شبیه‌سازی دوبعدی جریان سیال با استفاده از این روش بررسی شده است؛ متداول‌ترین شکل در شبیه‌سازی دوبعدی،  $D_2Q_9$  است. کمیت‌های ماکروسکوپی با استفاده از تابع توزیع  $f_{\alpha}(x, t)$  محاسبه می‌شوند که از معادله بولتزمن گسسته به دست می‌آید [۱۹]:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha}\delta t, t + \delta t) = f_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

در اینجا،  $x$  و  $\delta t$  به ترتیب مختصات نقاط شبکه و گام زمانی می‌باشند.  $e_{\alpha}$  بردار سرعت گسسته و  $\tau$  زمان آرامش بدون بعد است و رابطه آن با ویسکوزیته سینماتیک به صورت (۲) است:

$$\tau = \frac{v}{C_s^2 \delta t} + 0.5 \quad (2)$$

تابع توزیع تعادلی  $f_{\alpha}^{eq}$  از معادله (۳) محاسبه می‌شود:

$$f_{\alpha}^{eq} = \omega_{\alpha} \rho \left[ 1 + \frac{(e_{\alpha} \cdot u)}{C_s^2} + \frac{(e_{\alpha} \cdot u)^2}{2C_s^4} - \frac{u^2}{2C_s^2} \right] \quad (3)$$

در این معادله،  $\omega_{\alpha}$  ضریب وزنی<sup>۱</sup> است و مقدار آن برای مقادیر متفاوت  $\alpha$  به صورت رابطه (۴) است:

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1 - 4 \\ 1/36 & \alpha = 5 - 8 \end{cases} \quad (4)$$

در مدل  $D_2Q_9$ ، بردار سرعت گسسته می‌بایست به صورت رابطه (۵) محاسبه شود:

$$e_{\alpha} = \begin{cases} 0, & \alpha = 0 \\ c \left( \cos \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right], \sin \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right] \right), & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}c \left( \cos \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right], \sin \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right] \right), & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

<sup>1</sup> Weighting Coefficients

<sup>2</sup> Shear-Thinning Fluid

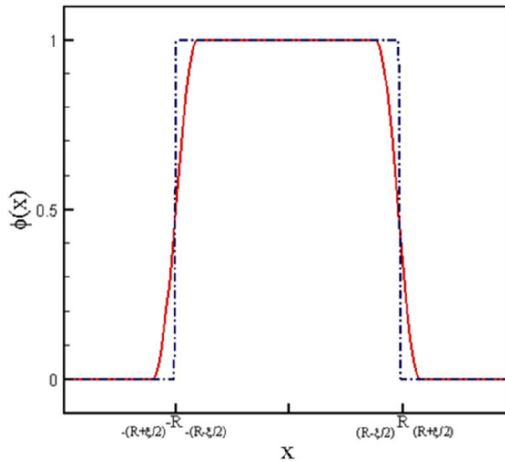
<sup>3</sup> Pseud-Plastic

<sup>4</sup> Shear-Thickening Fluid

<sup>5</sup> Dilatant

<sup>6</sup> Shear Rate

<sup>7</sup> Strain Rate Tensor



شکل ۱- نمایه هموار ذره نوعی (خط جامد)، خط چین‌ها برای مقایسه نشان داده شده‌اند [۶]

در اینجا هر ذره توسط نمایه هموار نمایش داده می‌شود که مقدار آن در ناحیه شامل سیال برابر صفر، در ناحیه جامد برابر یک و در مرز مشترک ذره و سیال به طور هموار از صفر تا یک تغییر می‌کند [۶، ۱۰]. برای تعیین نواحی شامل ذره جامد، تابع  $\phi$  به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شود:

$$\phi(x, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \phi_i(x, t) \quad (15)$$

در این معادله  $\phi_i(x, t)$  که مقداری بین صفر و یک دارد، پروفایل دانسیته تأمین ذره و  $N_p$  تعداد ذرات جامد موجود در کل دامنه محاسباتی است. توابع تحلیلی گوناگونی از نمایه هموار برای ذرات کروی در مقالات پیشنهاد شده است [۱۰]. در این کار از توابع (۱۶-۱۷) استفاده می‌شود:

$$\phi_i(x, t) = s(R_i - |x - R_i(t)|) \quad (16)$$

$$s(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi x}{\zeta_i} + 1\right), & |x| \leq \zeta_i/2 \\ 1, & x \geq \zeta_i/2 \end{cases} \quad (17)$$

در این تابع،  $R_i$  و  $R_i$  به ترتیب شعاع هر ذره و بردار موقعیت تأمین ذره و  $\zeta_i$  ضخامت سطح ذره  $i$  است. بر این اساس میدان سرعت همه ذرات جامد با استفاده از معادله (۱۸) محاسبه می‌شود:

غیرنیوتنی فقط در محدوده خاصی از نرخ برش، رفتار قانون توانی را از خود نشان می‌دهند و مشاهده شده که خارج از این محدوده مقدار ویسکوزیته ثابت است، گابانلی و همکاران [۱۱] برای رفع این مشکل، مدل قانون توانی اصلاح شده به شکل زیر را پیشنهاد دادند:

$$v(\dot{\gamma}) = \frac{\mu(\dot{\gamma})}{\rho} = \begin{cases} m\dot{\gamma}_0^{(n-1)} & \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0 \\ m\dot{\gamma}^{(n-1)} & \dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_\infty \\ m\dot{\gamma}_\infty^{(n-1)} & \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_\infty \end{cases} \quad (10)$$

در نهایت کمیت‌های ماکروسکوپی مثل دانسیته و سرعت از تابع توزیع تعادلی با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۲) محاسبه می‌شوند:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (11)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 e_\alpha f_\alpha \quad (12)$$

برای سیال تراکم ناپذیر، رابطه تنسور تنش با فشار به صورت رابطه (۱۳) است:

$$\sigma_{\alpha\beta} = -P\delta_{\alpha\beta} + 2\eta s_{\alpha\beta} \quad (13)$$

که  $\delta_{\alpha\beta}$  و  $s_{\alpha\beta}$  به ترتیب دلتای کرانکر<sup>۱</sup> و تنسور نرخ کرنش می‌باشند. تنسور نرخ کرنش از بسط چاپمن-انسکوگ<sup>۲</sup> به صورت رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود: [۲۳، ۱۲]

$$s_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2\tau C_s^2 \rho \delta t} \sum_{i=0}^8 \left( c_{i\alpha} c_{i\beta} - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} c_i c_i \right) f_i^{neq} \quad (14)$$

## ۲-۲- روش نمایه هموار برای جریان‌های شامل ذرات

به علت مشکلات متداول روش‌های کمانه کردن در ارضای شرط مرزی عدم لغزش در روش شبکه بولتزمن، این روش‌ها توسط روش‌های بر مبنای گره مانند روش مرز شناور جایگزین شدند. این روش‌ها می‌توانند حرکت ذره جامد در سیال و شرط مرزی عدم لغزش را در مرز مشترک ذره-سیال به خوبی شبیه‌سازی کنند. شکل ۱ نشان دهنده نمایه همواره ذره نوعی است.

<sup>1</sup> Kronecker Delta

<sup>2</sup> Chapman-Enskog

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n + I_{pi}^{-1} \int_{t_n}^{t_n+\delta t} (T_i^H + T_i^{ext}) dS \quad (25)$$

که  $M_{pi}$  جرم ذره،  $F_i^c$  نیروی برخورد و  $F_i^{ext}$  نیروی خارجی روی ذره نام می‌باشند. در معادله (۲۵)  $T_i^{ext}$  گشتاور خارجی روی ذره نام و  $I_{pi}$  تنسور ممان اینرسی ذره است. در نهایت، موقعیت جدید ذرات از رابطه (۲۶) به دست می‌آید [۶]:

$$R_i^{n+1} = R_i^n + \int_{t_n}^{t_n+\delta t} V_i dS \quad (26)$$

### ۲-۳- ویژگی های میانگین سوسپانسیون

در این قسمت، چگونگی رفتار سوسپانسیون تحت نیروهای برشی عمل کننده روی مرزهای آن شرح داده شده است. بچلر<sup>۱</sup> [۲۴] یک روش تحلیلی برای نشان دادن تنش برشی میانگین و ویسکوزیته مؤثر سوسپانسیون را فراهم کرد که در کار حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. برای این هدف، تعداد  $N_p$  ذره دایره‌ای میان دو صفحه موازی قرار داده شده است که با سرعت یکسان در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند. مرز و سطح هر ذره با  $\Gamma_p$  و  $A_p$  نمایش داده شده است. قابل ذکر است که فاصله جدایی میان دیواره‌های متحرک در مقایسه با اندازه ذرات بزرگ تر است. تنش میانگین در سوسپانسیون به صورت رابطه (۲۷) بیان می‌شود:

$$\sum_{ij} = -\frac{1}{A} \int_{A=\sum_{i=1}^{N_p} A_{pi}} P i dA + 2\eta(\nabla u + \nabla u^T) + \sum_{ij} (p) \quad (27)$$

در اینجا  $A$  سطحی است که میانگین گیری روی آن انجام می‌شود.  $\nabla u$  و  $\sum p$  به ترتیب گرادیان سرعت میانگین حجمی در سوسپانسیون و سهم ذرات جامد در تنش میانگین می‌باشند.  $\sum_{ij}(p)$  به صورت رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود:

$$\sum_{ij} (p) = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_p} \int_{\Gamma_{pi}} \frac{1}{2} (\sigma \cdot nX + X\sigma \cdot n) d\Gamma - \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_p} \int_{A_{pi}} \frac{1}{2} \rho_p (aX + Xa) dA - \frac{1}{A} \int_A \rho u' u' dA \quad (28)$$

$$\phi(x, t) u_p(x, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \phi_i(x, t) [V_i(t) + \omega_i * \{x - R_i(t)\}] \quad (18)$$

در این معادله  $V_i(t)$  سرعت جابجایی و  $\omega_i$  سرعت زاویه‌ای ذره نام برای  $i = 1, \dots, N_p$  است. جریان سیال روی ذره منجر به برهمکنش هیدرودینامیکی ذره-سیال می‌شود. این نیروها سیال مجاور به سطح ذره جامد را وادار به حرکت با سرعت سطح ذره می‌کند که به عنوان شرط مرزی عدم لغزش شناخته می‌شود. در روش نمایه هموار این شرط مرزی به صورت نیروی حجمی تعریف می‌شود که شرط مرزی عدم لغزش را ارضا می‌کند و در ناحیه سیال از بین می‌رود. نیروی ذره-سیال عمل کننده روی گره‌های جامد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(x, t_n) f_p(x, t_n) = \frac{\phi(u_p(x, t_n) - u(x, t_n))}{\delta t} \quad (19)$$

$u_p$  سرعت ذره و  $u$  سرعت سیال است. نیروی برآیند عمل کننده روی گره‌های جامد با رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$f_H(x, t_n) = -\phi(x, t_n) f_p(x, t_n) \quad (20)$$

نیروی برهمکنش ذره-سیال به صورت زیر به معادله بولتزمن اضافه می‌شود:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)] + \frac{\omega_\alpha \delta t}{c_s^2} [f_H \cdot e_\alpha] \quad (21)$$

همچنین نیرو و گشتاور هیدرودینامیکی کل اعمال شده از طرف سیال به هر ذره جامد از قانون بقای ممنتوم محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$F_i^H = \int_{V_{pi}} \rho \phi^n (u(x, t_n) - u_p(x, t_n)) dV_{pi} \quad (22)$$

$$T_i^H = \int_{V_{pi}} (x - R_i^n) * \rho \phi^n (u(x, t_n) - u_p(x, t_n)) dV_{pi} \quad (23)$$

سرعت خطی و زاویه ای هر ذره با استفاده از معادلات زیر بروز رسانی می‌شود:

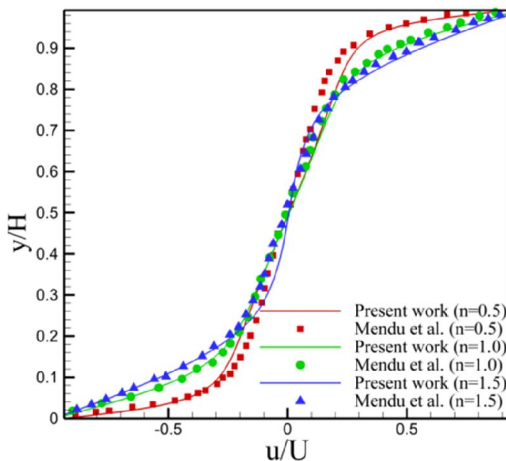
$$V_i^{n+1} = V_i^n + M_{pi}^{-1} \int_{t_n}^{t_n+\delta t} (F_i^H + F_i^c + F_i^{ext}) dS \quad (24)$$

<sup>1</sup> Batchelor

۴- شبیه سازی عددی و نتایج

۴-۱- اعتبارسنجی ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار

قبل از استفاده از استفاده از روش LBM-SPM برای مسئله مشخص در سیال غیرنیوتنی لازم است، اعتبار سنجی آن با سایر تحقیقات انجام شود. برای این هدف، حرکت خلاف جهت دیواره‌های موازی با سرعت  $U$  با اعمال شرط مرزی کمانه کردن استاندارد در مرزهای ورودی و خروجی دامنه شبیه سازی برای مقادیر مختلف  $n$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۲ نشان دهنده پروفایل سرعت  $u$  به صورت تابعی از جهت  $y$  درون مرکز هندسی حفره برای اندیس‌های مختلف قانون توانی در  $Re_{pl} = 100$  است و با نتایج عددی مندو و همکاران [۱۲] مقایسه شده است. با توجه به شکل، برای همه مقادیر  $n$  سرعت  $u$  از ماکزیمم مقدار سرعت ( $U$ ) در درپوش بالایی به صفر در مرکز و به ماکزیمم مقدار منفی ( $-U$ ) در درپوش پایینی می‌رسد. با کاهش  $n$ ، اثر حرکت درپوش به سمت نزدیک به درپوش حرکت می‌کند. این به علت رفتار رئولوژیکی سیال است. قابل ذکر است که با توجه به شکل ۲ تغییر اندیس قانون توانی فقط در حوالی دیواره متحرک روی حرکت سیال اثر دارد. نوسانات خطی سرعت  $u$  دور از دیواره برجسته تر می‌شود. هماهنگی نتایج حاضر با نتایج مندو و همکاران، نشان دهنده دقت و توانایی این روش عددی برای شبیه‌سازی سیالات غیرنیوتنی است.



شکل ۲- مقایسه تغییرات پروفایل سرعت  $u$  در حفره با نتایج سایر مقالات در مقادیر مختلف  $n$  برای  $Re_{pl} = 100$

در این معادله  $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$  نوسان سرعت،  $\bar{\mathbf{u}}$  سرعت میانگین در مکان  $\mathbf{X}$  در سوسپانسیون و  $\mathbf{a}$  شتاب در هر نقطه شبکه در سوسپانسیون است که با استفاده از دینامیک جسم صلب به صورت  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{x} - \mathbf{R}_i(t))) + \boldsymbol{\alpha}_i \times (\mathbf{x} - \mathbf{R}_i(t))$  به دست می‌آید. در این رابطه  $\boldsymbol{\alpha}_i$  شتاب زاویه‌ای ذره جامد صلب است. در روش نمایه هموار انتگرال روی مرز و سطح ذره در معادله (۲۸) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\int_{\Gamma_{pi}} \sigma \cdot \mathbf{n} X d\Gamma = \int_{A_{pi}} \rho \phi^n (\mathbf{u}(\mathbf{X}, t_n) - \mathbf{u}_p(\mathbf{X}, t_n)) (\mathbf{X} - \mathbf{R}_i^n) dA \quad (29)$$

$$\int_{A_{pi}} \rho_p \mathbf{a} X dA = \int_{A_{pi}} \rho_p \phi^n \mathbf{a} (\mathbf{X} - \mathbf{R}_i^n) dA \quad (30)$$

زمانی که تنش بالک در سوسپانسیون محاسبه شد، ویسکوزیته مؤثر در سوسپانسیون با استفاده از رابطه  $\mu_{eff} = \frac{\sum xy}{\gamma}$  به دست می‌آید. که در این رابطه  $\gamma = \frac{2U_w}{L_y}$  نرخ برش است [۱۸، ۲۵].

۳- پارامترهای بدون بعد

یکی از مهمترین پارامترهای بدون بعد برای ته نشینی ذرات در سیالات غیرنیوتنی عدد رینولدز تعمیم یافته است [۱۲، ۲۶]:

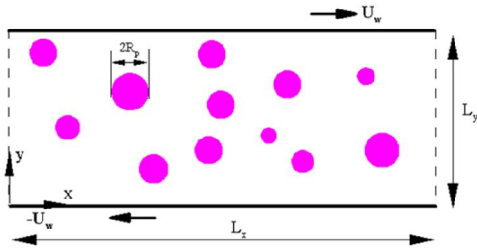
$$Re_{pl} = \frac{U_c^{2-n} D^n}{m} \quad (31)$$

در اینجا  $U_c$  سرعت مشخصه است که می‌بایست در ابتدا تعیین شود. زمانی که دامنه محاسباتی شامل ذره ساکن باشد، حل آن ساده است؛ زیرا سرعت ورودی ثابت  $U_c = U_\infty$  انتخاب مناسبی است؛ اما برای ته نشینی ذرات در سیال غیرنیوتنی ساکن سرعت ترمینال  $U_c$  نامعین است. از اینرو برای سیالات غیرنیوتنی به جای عدد رینولدز از عدد ارشمیدس به صورت زیر استفاده می‌شود [۲۷]:

$$Ar_{pl} = C_{D,T} Re_{pl}^{2/2-n} = \frac{\pi g D^{2-n}}{2 m^{2-n}} (\rho_r - 1) \quad (32)$$

که

$$C_{D,T} = \frac{\pi D g D (\rho_r - 1)}{2 U_T^2} \quad (33)$$



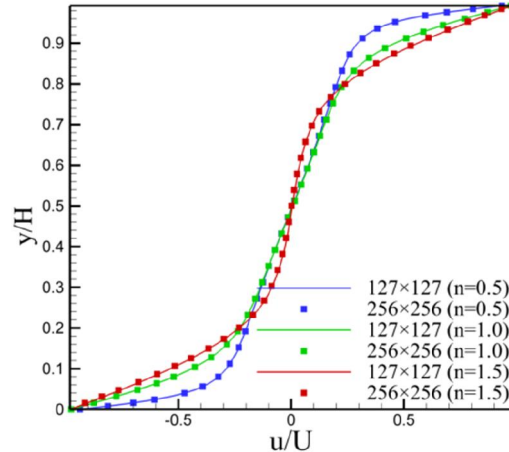
شکل ۴- شماتیکی از هندسه مسئله

فاصله افقی و عمودی میان ذرات به ترتیب  $x = \pm 5 R_p$  و  $y = \pm 0.75 R_p$  می باشد. عدد رینولدز برشی بر مبنای ذره به صورت  $Re_{shear,p} = 4\dot{\gamma}^{2-n} R_p^2 / m$  تعریف می شود که  $m$  ویسکوزیته سینماتیک و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش است و از رابطه  $\dot{\gamma} = 2U_w / L_y$  محاسبه می شود. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می شود، در اعداد رینولدز برشی  $0.19$  و  $0.58$  هیچ تأثیری از اینرسی روی مسیر حرکت ذرات مشاهده نمی شود. در این اعداد رینولدز در حرکت چرخشی ذرات حول یکدیگر، ذرات در سیال نیوتنی و غلیظ برشی به ترتیب به حداقل فاصله  $0.2 \times 2a$  و  $0.26 \times 2a$  و در سیالات رقیق برشی به فاصله  $0.16 \times 2a$  از یکدیگر می رسند. با افزایش عدد رینولدز به مقدار بیشتر از  $0.58$  اثرات اینرسی قابل مشاهده هستند. یکی از این تأثیرات، کاهش فاصله بین سطوح ذرات است که هم برای حالتی که ذرات به هم نزدیک می شوند، هم برای حالتی که ذرات از هم فاصله می گیرند، در شکل ۵ نمایان است. فاصله جدایی<sup>۱</sup> میان ذرات در اعداد رینولدز مختلف با نتایج کرومکمپ و همکاران [۱۴] برای سیال نیوتنی در  $Re_{shear,p} = 0.019$  در این شکل مقایسه شده است و مشاهده می شود که هماهنگی بسیار خوبی بین نتایج مطالعه حاضر و نتایج ارائه شده توسط کرومکمپ [۱۴] و همکاران وجود دارد.

#### ۵-۲- ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیونی از ذرات دایره ای

در این بخش به بررسی رفتار رئولوژیکی سوسپانسیون های حاوی ذرات جامد در مقادیر مختلف  $\phi$  و  $Re$  پرداخته می شود.

قبل از ادامه کار لازم است که مستقل بودن نتایج از تعداد شبکه تضمین شود؛ بنابراین، شبیه سازی در دو اندازه مختلف شبکه  $127 \times 127$  و  $256 \times 256$  برای جریان سیال غیرنیوتنی در  $Re = 100$  انجام شده است. نتایج برای پروفایل سرعت  $u$  در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- پروفایل سرعت  $u$  نرمالایز شده به صورت تابعی از فاصله عمودی برای دو اندازه شبکه مختلف در سیال رقیق برشی، نیوتنی و غلیظ برشی در  $Re_{PL} = 100$

واضح است که تعداد شبکه  $127 \times 127$  انتخاب خوبی برای بررسی نتایج است. با وجود نتایج محاسباتی ارائه شده در شکل ۳ می توان نتیجه گرفت که روش LBM-SPM توانایی لازم جهت بررسی نتایج سیالات قانون توانی در جریان درون حفره را دارد.

#### ۵-۵- ذره در جریان برشی

##### ۵-۱- برهمکنش دو ذره دایره ای در جریان برشی

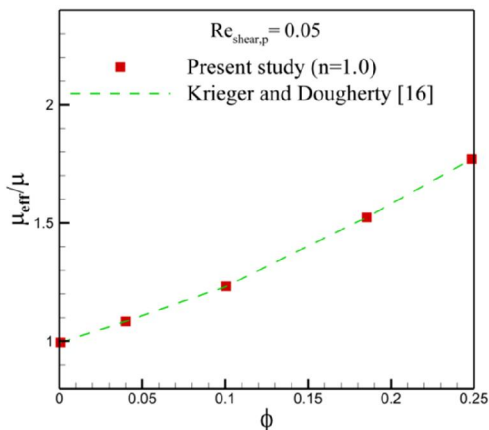
در این قسمت برهمکنش هیدرودینامیکی بین دو ذره با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار، مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور، دو ذره دایره ای در جریان برشی با اعمال شرط مرزی کمانه کردن استاندارد، مورد استفاده قرار می گیرد. شماتیکی از هندسه مسئله در شکل زیر نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Separation Distance

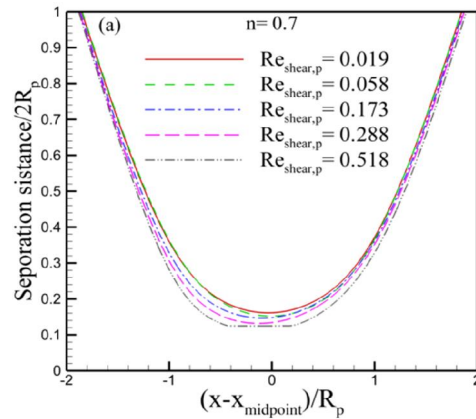


ذرات دایره‌ای به صورت تصادفی میان دو دیواره موازی متحرک که به فاصله  $L_y$  از یکدیگر می‌باشند، تحت برش قرار می‌گیرند. در مرزهای بالا و پایین از شرط مرزی کمانه کردن استاندارد و در مرزهای چپ و راست، از شرط مرزی پرپودیک استفاده می‌شود. دامنه شبیه سازی در جهت‌های  $x$  و  $y$ ،  $256$  واحد شبکه است و کسر حجمی ذرات  $(\phi = \frac{N_p \pi R_p^2}{L_x L_y})$ ، از  $0.05$  تا  $0.25$  تغییر می‌کند.

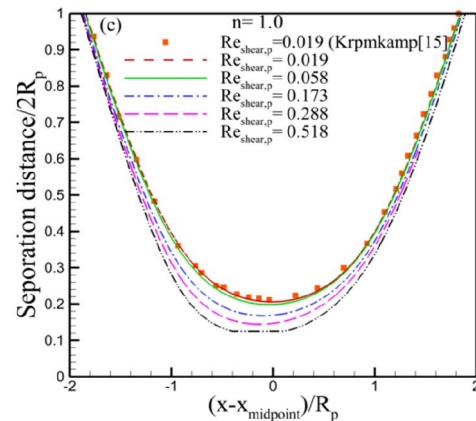
ویژگی‌های رئولوژیکی با استفاده از معادلات (۲۷) تا (۳۰) محاسبه می‌شوند. مسئله از حالت سکون آغاز می‌گردد و به یک زمان اولیه برای رسیدن به حالت پایایی آماری نیاز است. شکل ۶ ویسکوزیته مؤثر برای سیال نیوتنی را با استفاده از روش LBM-SPM استفاده شده در کار حاضر را با معادله نیمه تجربی کرایگر و دافرتی [۱۶] مقایسه می‌کند. لازم به ذکر است که در رابطه معرفی شده توسط کرایگر و دافرتی،  $[\mu]$  نشان دهنده ویسکوزیته ذاتی است و مقدار آن برای ذرات دایره ای ۲ و برای ذرات کروی  $2/5$  است. و در تحقیق حاضر از  $[\mu] = 2$  استفاده شده است. مشاهده می‌شود که هماهنگی خوبی بین نتایج مطالعه انجام شده توسط آن‌ها و نتایج مطالعه حاضر وجود دارد. تغییرات ویسکوزیته مؤثر نسبی  $(\mu_{eff}/\mu)$  در مقابل کسر حجمی میانگین جامد  $(\phi)$  در اعداد رینولدز مختلف  $(Re_{shear,p})$  در شکل ۷ نشان داده شده است.



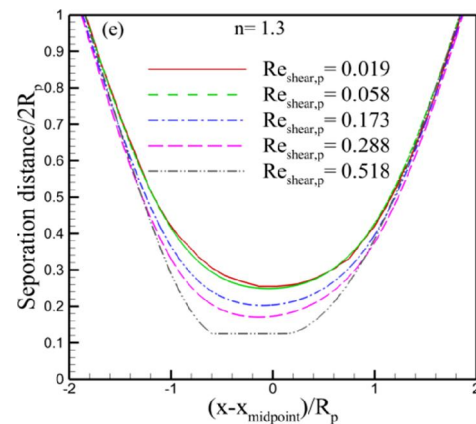
شکل ۶- مقایسه ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیونی از ذرات به صورت تابعی از کسر حجمی میانگین جامد با نتایج نیمه تجربی کرایگر و دافرتی [۱۶] برای  $Re_{shear,p} = 0.05$ .



(الف)



(ب)



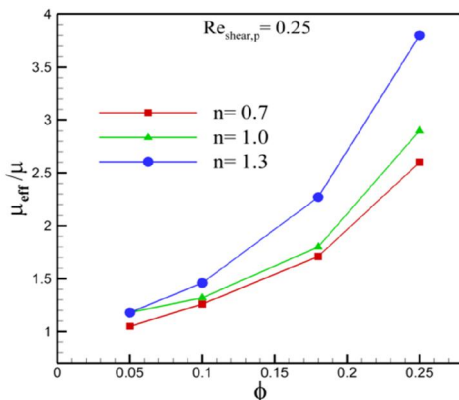
(ج)

شکل ۸- فاصله جدایی برای برهمکنش دو ذره با شعاع  $R_p$  به صورت تابعی از فاصله افقی ذره بالایی در جریان برشی در (الف) سیال رقیق برشی، (ب) سیال نیوتنی و (ج) سیال غلیظ برشی

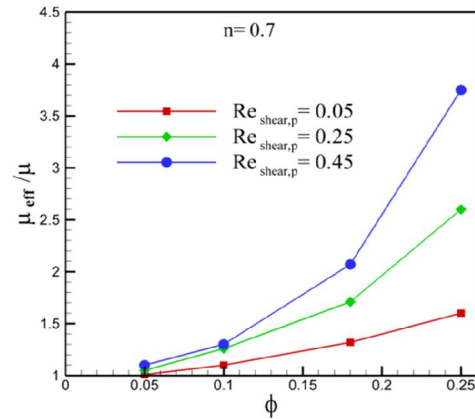
همانطور که مشاهده می‌شود، در هر سه نوع سیال ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیون با افزایش کسر حجمی ذره افزایش می‌یابد؛ یعنی با افزایش کسر حجمی ذره به علت افزایش اثر سهم ذره روی ویسکوزیته مؤثر، رفتار سوسپانسیون به سمت غلیظ برشی میل می‌کند. این رفتار زمانی که عدد رینولدز افزایش می‌یابد برجسته تر می‌شود. هماهنگی مناسبی بین نتایج کار حاضر برای سیال نیوتنی با نتایج کرومکمپ و همکاران [۱۴] و شکیب منش و همکاران [۱۷] وجود دارد.

مقایسه نتایج در اندیس‌های متفاوت قانون توانی در عدد رینولدز یکسان در شکل ۸ نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، ویسکوزیته مؤثر در سیال غلیظ برشی، سریعتر از نیوتنی و رقیق برشی افزایش پیدا می‌کند. بعد از بررسی ویژگی های بالک سوسپانسیون، اکنون سهم فاز جامد و سیال در تنش برشی کل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

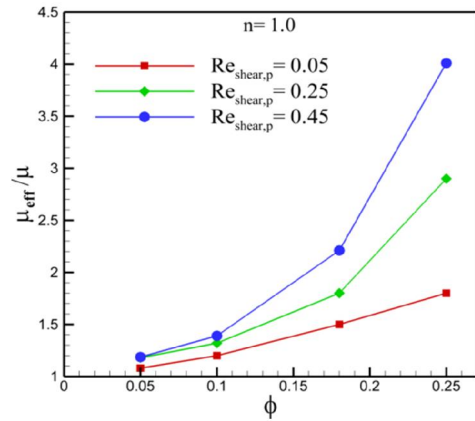
شکل ۹ نشان دهنده نسبت تنش برشی سیال ( $\tau_f$ ) و تنش برشی جامد ( $\tau_s$ ) نسبت به تنش برشی کل به صورت تابعی از کسر حجمی جامد ( $\phi_s$ ) در عدد رینولدز ثابت  $Re_{shear,p} = 0.25$  در سیال رقیق برشی، نیوتنی و غلیظ برشی است. همانطور که دیده می‌شود، سهم فاز جامد از تنش برشی کل با کسر حجمی جامد افزایش می‌یابد؛ همچنین نقطه‌ای که فاز جامد و سیال به یکدیگر می‌رسند، با افزایش  $n$  کاهش می‌یابد.



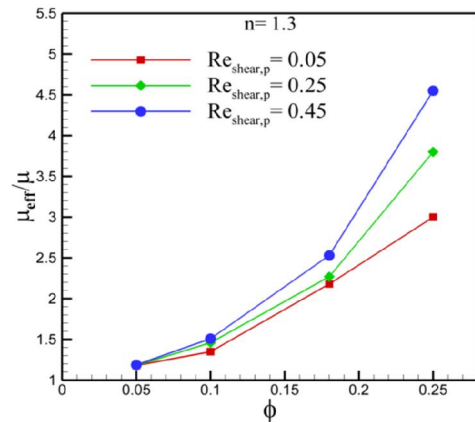
شکل ۸- مقایسه ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیون به صورت تابعی از کسر حجمی جامد میانگین در سیال رقیق برشی، نیوتنی و غلیظ برشی  $Re_{shear,p} = 0.25$



(الف)

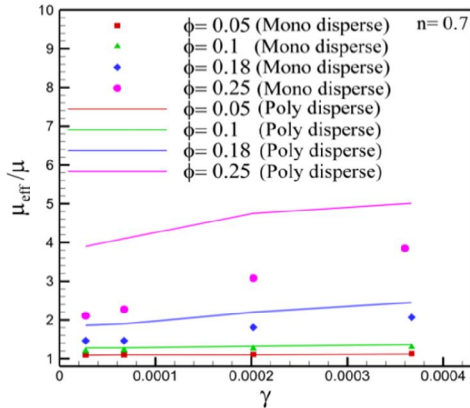


(ب)

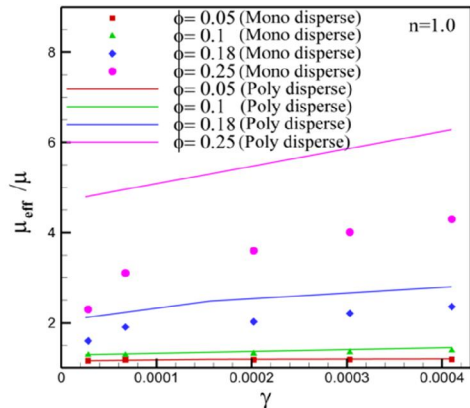


(ج)

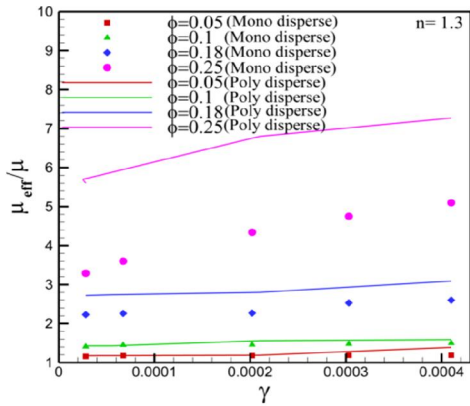
شکل ۷- تغییرات ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیون به صورت تابعی از کسر حجمی جامد در اعداد رینولدز مختلف در الف) سیال رقیق برشی ( $n=0.7$ )، ب) سیال نیوتنی ( $n=1.0$ ) و ج) سیال غلیظ برشی ( $n=1.3$ )



(الف)

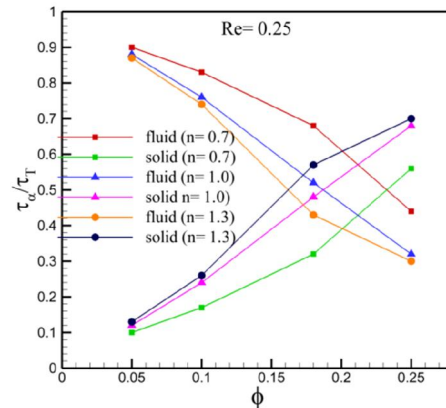


(ب)



(ج)

شکل ۱۰- وابستگی تغییرات ویسکوزیته مؤثر نسبی یک سوسپانسیون به توزیع ذرات قرار گرفته در آن بر حسب نرخ برش در کسرهای سطحی میانگین مختلف در الف) سیال رقیق برشی (n=0.7)، ب) سیال نیوتنی (n=1.0) و ج) سیال غلیظ برشی (n=1.3)

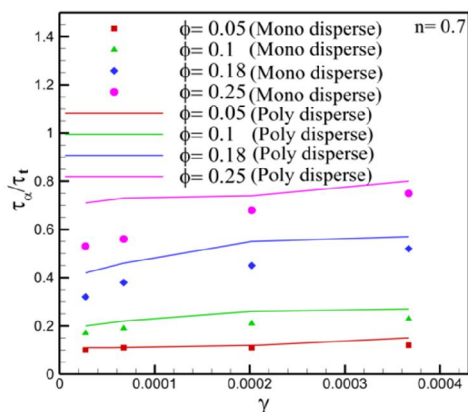


شکل ۹- مقایسه نسبت تنش برشی جامد  $\tau_s$  و تنش برشی سیال  $\tau_f$  به تنش برشی کل  $\tau_T$  به صورت تابعی از کسر حجمی میانگین جامد  $\phi_s$  برای  $Re_{shear,p} = 0.25$  در سیالات رقیق برشی، نیوتنی و غلیظ برشی

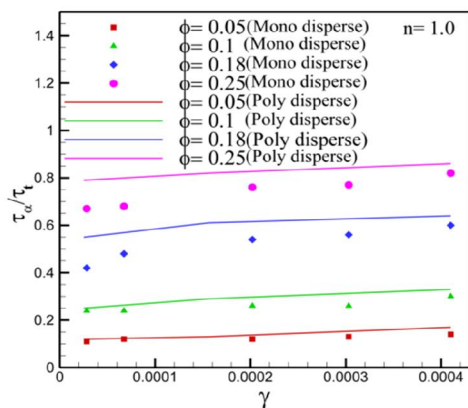
### ۵-۳- ذرات با اندازه متفاوت در جریان برشی

یکی از مواردی که بر خواص رئولوژی سوسپانسیون تأثیرگذار است، توزیع اندازه ذرات درون این مخلوط است. در این بخش، کسر سطحی مشخصی از ذرات با شعاع‌های در محدوده ۴ تا ۷ واحد شبکه در شبیه‌سازی مخلوط حاوی ذرات با اندازه‌های مختلف، مورد استفاده قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که در هر دو مخلوط حاوی ذرات با اندازه یکسان و ذرات با اندازه‌های متفاوت یک نرخ برش ثابت که با تغییر سرعت دیواره تغییر می‌کند، به ناحیه حل اعمال می‌شود تا رفتار میانگین این دو مخلوط در شرط‌های مرزی ماکروسکوپی یکسان مورد بررسی قرار گیرد. شکل ۱۰ وابستگی تغییرات ویسکوزیته مؤثر نسبی یک سوسپانسیون به توزیع ذرات قرار گرفته در آن بر حسب نرخ برش در کسرهای سطحی میانگین مختلف را نشان می‌دهد.

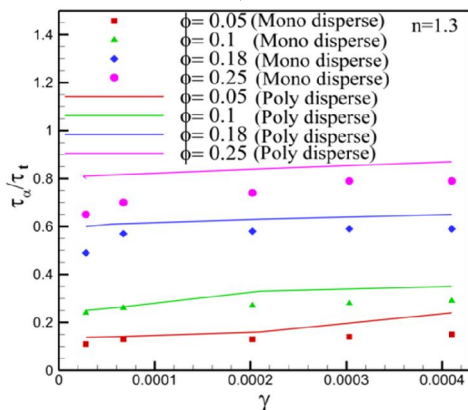
گرچه نتایج هر دو توزیع ذره در کسرهای سطحی پایین تقریباً برابر هستند، ولی در کسرهای سطحی بالاتر نتایج مربوط به سوسپانسیون حاوی ذرات با اندازه‌های مختلف از نتایج مربوط به ذرات با اندازه‌های یکسان بزرگتر هستند. دلیل این امر این است، ذرات کوچکتر که در فضای بین ذرات بزرگتر قرار می‌گیرند، باعث می‌شوند که مقاومت مخلوط ذرات جامد و سیال در برابر نرخ برش اعمال شده بیشتر شود که به نوبه خود باعث افزایش بیشتری در لزجت مؤثر نسبی



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۱- وابستگی تغییرات سهم جامد از تنش برشی کل به توزیع ذرات جامد قرار گرفته در سوسپانسیون بر حسب نرخ برش در کسرهای سطحی میانگین مختلف در الف) سیال رقیق برشی ( $n=0.7$ )، ب) سیال نیوتنی ( $n=1.0$ ) و ج) سیال غلیظ برشی ( $n=1.3$ )

می‌شود. شکل ۱۱ تأییدی بر مطالب فوق است. در این شکل وابستگی تغییرات سهم جامد از تنش برشی کل به توزیع ذرات جامد قرار گرفته در سوسپانسیون بر حسب نرخ برش، در کسرهای سطحی میانگین مختلف نشان داده شده است. سهم بیشتر فاز جامد از تنش برشی کل برای مخلوط تشکیل شده از ذرات با اندازه های مختلف باعث می‌شود که رفتار غلیظ برشی برجسته تری در مقایسه با مخلوط تشکیل شده از ذرات با اندازه‌های یکسان داشته باشد.

### ۶- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر، از یک الگوریتم عددی جدید بر مبنای ترکیب روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار برای بررسی حرکت ذرات دایره‌ای معلق در سیال غیرنیوتنی قانون توانی در جریان برشی استفاده شده است. برای اعتبار سنجی روش، جریان درون حفره برای مقادیر مختلف اندیس قانون توانی بررسی شد و هماهنگی خوبی با نتایج مطالعات انجام شده داشت. وقتی که دیواره‌ها در جهت خلاف یکدیگر حرکت می‌کنند، مقدار سرعت  $u$  نزدیک به مرکز حفره دارای کمترین مقدار است و در دیواره‌ها مقدار آن ماکزیمم است. لازم به ذکر است، زمانی که مقدار  $n$  افزایش می‌یابد، اثر حرکت درپوش به سمت دورتر از درپوش نفوذ می‌کند. در مرکز حفره تغییر مقدار  $n$  اثر چندانی روی سرعت ندارد.

مورد دوم مسیر حرکت دو ذره در جریان برشی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر حاصل شد: اول، افزایش نرخ برش باعث می‌شود، ذرات به مقدار بیشتر و طی مدت زمان طولانی تری به یکدیگر نزدیک شوند. دوم، در  $Re_{shear,p} > 0.058$  مسیر حرکت ذرات متقارن می‌شود و در نهایت دو ذره پراکنده می‌گردند.

آخرین مورد، ویسکوزیته مؤثر نسبی سوسپانسیونی از ذرات دایره‌ای در دو حالت ذرات با اندازه یکسان و با اندازه متفاوت در محدوده کسر حجمی  $0.05 \leq \phi \leq 0.25$  و عدد رینولدز برشی در محدوده  $0.05 \leq Re \leq 0.45$  مورد بررسی قرار گرفت و هماهنگی خوبی با نتایج کرایگر و دافرتی برای حالت ذرات با اندازه یکسان در سیال نیوتنی وجود داشت. نتایج نشان دادند که اینرسی باعث افزایش سهم ذره در ویسکوزیته سوسپانسیون می‌شود. ویسکوزیته مؤثر در هر دو توزیع ذره در کسرهای سطحی پایین تقریباً برابر هستند، ولی

[11] Gabbanelli S, Drazer G, Koplik J (2005) Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (power-law) fluids. *Phys Rev E* 72: 046312.

[12] Subrahmanyam Mendu S, Das PK (2012) Flow of power-law fluids in a cavity driven by the motion of two facing lids – A simulation by lattice Boltzmann method. *J Non-Newton Fluid* 175-176: 10-24.

[13] Kromkamp J, Endec D, Kandhaid D, Smana R, Boom R (2006) Lattice Boltzmann simulation of 2D and 3D non-Brownian suspensions in Couette flow. *Chem Eng Sci* 61: 858-873.

[14] Kromkamp J, Endec D, Kandhaid D, Smana R, Boom R (2005) Shear-induced self-diffusion and microstructure in non-Brownian suspensions at non-zero Reynolds numbers. *J Fluid Mech* 529: 253-278.

[15] Einstein A (1906) A new determination of molecular dimensions. *Ann Phys-New York* 19(4): 289-306.

[16] Krieger I, Dougherty T (1959) A mechanism for non-Newtonian flow in suspension of rigid spheres. *J Rheol* 3(1): 137-152.

[17] Shakib-Manesh A, Raiskinmäki P, Koponen A, Kataja M, Timonen J (2002) Shear stress in a couette flow of liquid-particle suspensions. *J Stat Phys* 107, Nos. 1/2.

[18] Jahanshahi javaran E, Rahnama M, Jafari S (2013) Investigating the applicability of combined lattice Boltzmann-Smoothed profile methods in particulate system. *Particul Sci Technol* 31: 1-10.

[19] Succi S (2001) *The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*. Oxford University Press, Oxford.

[20] Wang CH, Ho JR (2011) A lattice Boltzmann approach for the non-Newtonian effect in the blood flow. *Comput Math Appl* 62: 75-86.

[21] Amiri Delouei A, Nazari M, Kayhani MH (1393) Applying 'SHARP' interface scheme in the immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation non-Newtonian fluid flow over a cylinder. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 4: 157-174.

[22] Bell BC, Surana KS (1994) p-version least squares finite element formulation for two dimensional, incompressible, non-Newtonian isothermal and non-isothermal fluid flow. *Int J Numer Meth Fl* 18: 127-162

[23] Krüger T, Varnik F, Raabe D (2009) Shear stress in lattice Boltzmann simulations. *Phys Rev E* 79: 046704.

[24] Batchelor GK (1970) The stress system in a suspension of force free particles. *J Fluid Mech* 41(3): 545-570.

در کسرهای سطحی بالاتر نتایج مربوط به سوسپانسیون حاوی ذرات با اندازه‌های مختلف از نتایج مربوط به ذرات با اندازه‌های یکسان، بزرگتر است، به دلیل اینکه ذرات کوچکتر در فضای بین ذرات بزرگتر قرار گرفته و مقاومت مخلوط ذرات جامد و سیال در برابر نرخ برش اعمال شده بیشتر شده است؛ همچنین در هر دو حالت، ویسکوزیته مؤثر سیال غلیظ برشی سریعتر از سیال نیوتنی و رقیق برشی افزایش می‌یابد. سهم فاز جامد در تنش برشی کل با کسر حجمی جامد افزایش می‌یابد و با افزایش  $n$  نقطه‌ای که سهم ذرات جامد و سیال به یکدیگر می‌رسند، زودتر اتفاق می‌افتد.

## ۷- مراجع

[1] Chevalier T, Rodts S, Chateau X, Chevalier C, Coussot P (2014) Breaking of non-Newtonian character in flows through a porous medium. *Physical Review E* 89: 023002

[2] Yun BM, Dasi LP, Aidun CK, Yoganathan AP (2014) Computational modelling of flow through prosthetic heart valves using the entropic lattice-Boltzmann method. *J Fluid Mech* 743: 170-201.

[3] Brady JFA, Bossis G (1988) Stokesian dynamics. *Ann Rev Fluid Mech* 20: 111-157.

[4] Ladd AJC (1994) Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation, I. Theoretical foundation. *J Fluid Mech* 271: 285-310.

[5] Ladd AJC (1994) Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation, II. Numerical results. *J Fluid Mech* 271: 311-339.

[6] Jafari S, Yamamoto R, Rahnama M (2011) Lattice-Boltzmann method combined with smoothed-profile method for particulate suspensions. *Physical review E* 83: 026702.

[7] Aharonov E, Rothman DH (1993) Non-Newtonian flow (through porous-media): A lattice Boltzmann method. *Geophys Res Lett* 20: 679-682.

[8] Jahanshahi Javaran E, Rahnama M, Jafari S (2013) Combining Lees-Edwards boundary conditions with smoothed Profile-lattice Boltzmann methods to introduce shear into particle suspensions. *Adv Powder Technol* 24: 1109-1118

[9] Feng Z, Michaelides EE (2004) The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluids-particles interaction problems. *J Comput Phys* 195: 602-628.

[10] Nakayama Y, Yamamoto R (2005) Simulation method to resolve hydrodynamic interactions in colloidal dispersions. *Phys Rev E* 71: 036707.

- newtonian fluids. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 5: 229-242.
- [27] Amiri deluei A, Nazari M, Kayhani Mk, Kang SK, Succi S (2016) Non-Newtonian particulate flow simulation: A direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann approach. *Physica A* 447: 1-20.
- [25] Kulkarni PM, Morris JF (2008) Suspension properties at finite Reynolds number from simulated shear flow. *Phys Fluids* 20: 040602.
- [26] Fallah K, Taeibi Rahni M, Mohammadzadeh A, Najafi M (1394) Force convection heat transfer from a stationary circular cylinder in non-