



## بررسی عددی اختلاط دو سیال با لزجت متفاوت در یک میکرو کانال در نسبت‌های منظری مختلف پره به روش شبکه بولتزمن

رضا کاوه<sup>۱</sup>، محمد سفید<sup>۲\*</sup> و محسن مظفری شمس<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه میبد، میبد، ایران

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۹/۱۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۱۱/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱/۰۵

### چکیده

در مطالعه حاضر اختلاط دو سیال با لزجت‌های مختلف در یک میکرو کانال مجهز به پره نوسانی به روش بولتزمن با زمان آسایش چندگانه شبیه‌سازی و اثرات نسبت منظری پره (AR) بر بازده اختلاط بررسی شده است. شبیه‌سازی در عدد رینولدز ۵۰، عدد اشمیت ۱۰ انجام گرفته است. نتایج نشان می‌دهد، در دامنه نوسان (K) کم، در اعداد استروهال (St) پایین، افزایش AR باعث بهبود بازده، ولی در سایر اعداد استروهال، ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده شده است. در K متوسط، افزایش AR در St کم و میانی، باعث کاهش بازده و در St بالاتر، ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده شده است. در K بالا، در St کم و زیاد، افزایش AR موجب بهبود در بازده نمی‌شود و در St میانی، بازده ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. در محدوده مطالعه حاضر در نسبت لگاریتمی لزجت (R) ۲، می‌توان مقدار بهینه را  $AR=0.7$ ،  $K=0.5$  و  $St=1$  در نظر گرفت. همچنین، نتایج نشان می‌دهد که در دو سیال با لزجت متفاوت، در St خیلی کوچک، با افزایش R، بازده افزایش و در بقیه اعداد استروهال، بازده کاهش چشمگیری می‌یابد. به‌طور کلی در دو سیال با لزجت متفاوت، بازده در میکرو کانال با پره در نسبت‌های منظری کوچک بهتر است.

**کلمات کلیدی:** اختلاط؛ میکرو کانال؛ لزجت متفاوت؛ روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه؛ پره نوسانی.

## Numerical Simulation of Mixing Two Fluids of Different Viscosities in a Micromixer at Different Aspect Ratios of Stirrer by LBM

R. Kaveh<sup>1</sup>, M. Sefid<sup>2,\*</sup>, M. Mozafari-Shamsi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, University of Yazd, Yazd, Iran.

<sup>2</sup> Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Yazd, Yazd, Iran.

<sup>3</sup> Assistant Professor, Department of Engineering, University of Meybod, Meybod, Iran.

### Abstract

In the present study, mixing of two fluids of different viscosities in a micromixer with oscillating stirrer was simulated by MRT-LBM and the effect of aspect ratio (AR) of stirrer on mixing efficiency was analyzed. The simulation was performed at  $Re=50$ ,  $Sc=10$ . The results showed, at low values of amplitude (K), at low values of Strouhal number (St), increase of AR causes increase in mixing efficiency and at others, it decreases and then increases. At intermediate values of K, at low and intermediate St, mixing efficiency decreases with the increase of AR and at high values of St, it first decreases and then increases. At high values of K, at low and high St, increasing AR causes no improvement in mixing efficiency and at intermediate values of St, mixing efficiency decreases and then increases. In this research, the best mixing efficiency for viscosity logarithmic ratio (R) =2 is at  $AR=0.7$ ,  $St=1$ ,  $K=0.5$ . Also results revealed that for two fluids of different viscosities, at very low values of St, mixing efficiency increases with the increase of R and at others decreases considerably. In general, for two fluids of different viscosities, stirrer with low values of AR has better mixing efficiency.

**Keywords:** Mixing; Microchannel; Different Viscosities; MRT-LBM; Oscillating Stirrer.

## ۱- مقدمه

اختلاط سیالات از فرایندهای مهم در صنایع شیمیایی است. در سیستم‌های اختلاط، سیال با هرکدام از فازهای دیگر، یعنی مایع، جامد و گاز می‌تواند مخلوط شود. اختلاط معمولاً به منظور واکنش شیمیایی، انتقال حرارت، انتقال جرم و یا اختلاط چند فاز باهم (سوسپانسیون و تعلیق) در صنعت به کار می‌رود. عمل اختلاط می‌تواند باهم زدن در مایع همراه باشد که توسط نیروی خارجی و یا ابزاری مانند پره انجام می‌شود. پرها با وارد کردن نیروی مماسی، باعث ایجاد گردابه در سیال می‌شوند که در نهایت سیال را به سمت ترکیب یکنواخت پیش خواهند برد [۱]. یک میکرو مخلوط کننده با دقت بالا و با کمک تکنولوژی میکرو و یا مهندسی ابزار دقیق ساخته می‌شود. اندازه میکرو کانال، در رنج‌های کمتر از میلی‌متر است. معمولاً عرض میکرو کانال‌ها ۱۰۰ تا ۵۰۰ میکرومتر و طول آن‌ها چند میلی‌متر یا بیشتر است. از میکرو مخلوط کننده‌ها به طور گسترده در صنایع داروسازی، بیومکانیک، آنالیز DNA، راکتورهای میکرو و واکنش‌های آنزیمی استفاده می‌شود [۱]. میکرو مخلوط کننده‌ها، معمولاً با توجه به هندسه کانال به گونه‌ای طراحی می‌شوند که طول اختلاط کاهش و مساحت سطح تماس افزایش پیدا کنند. با توجه به این دو اصل اساسی برای ایجاد اختلاط بهتر در ابعاد میکرو، میکرو مخلوط کننده‌ها به دودسته فعال و غیرفعال دسته‌بندی می‌شوند [۲]. میکرو مخلوط کننده‌های غیرفعال، بدون هیچ عامل خارجی و فقط از طریق اثر هندسه میکرو کانال بر جریان کار می‌کنند (مانند میکرو مخلوط کننده‌های T شکل و Y شکل). میکرو مخلوط کننده‌های فعال، مخلوط کننده‌هایی هستند که اختلاط توسط عامل خارجی تحریک می‌شود. اختلاط ناشی از پرها، میکرو، از این دست می‌باشند [۳]. به علت حاکمیت اثرات لزجت، در ابعاد میکرو ایجاد جریان مغشوش امکان‌پذیر نیست و عدد رینولدز در این ابعاد، معمولاً کمتر از ۱۰۰ است [۴].

از جمله کارهایی که در میکرو مخلوط کننده‌ها انجام گرفته، می‌توان به کار کخ و همکاران [۵] اشاره کرد. آن‌ها در یک کار تجربی با استفاده از تصویرسازی جریان و با استفاده از جوهرهای قرمز و سبز حل شونده در اتانول به آزمایش میکرو مخلوط کننده افقی پرداختند. در این آزمایش از فنول فتالئین استفاده شد و رنگ نهایی اختلاط فقط به

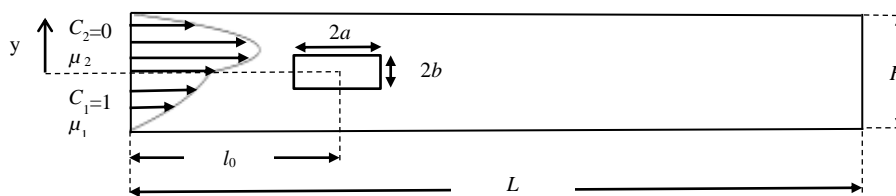
مقدار PH بستگی داشت. لیو و همکاران [۶]، به بررسی عددی اختلاط دو سیال (آب خالص و محلول آب گلیسرین) در مخلوط کننده‌های سه‌بعدی مارپیچی و شطرنجی جناقی در اعداد رینولدز ۱ و ۱۰ پرداختند و نشان دادند، در رینولدز ۱ عملکرد اختلاط در هر دو مخلوط کننده، رابطه عکس با میزان گلیسرین دارد. آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر [۷]، با استفاده از محلول فنول فتالئین و محلول سدیم هیدرو اکسید به آزمایش تجربی عملکرد اختلاط در مخلوط کننده مارپیچی سه‌بعدی در رینولدز ۶ تا ۷۰ پرداختند و نشان دادند، با افزایش عدد رینولدز قابلیت اختلاط در کانال افزایش پیدا می‌کرد. آن و همکاران [۸]، علاوه بر معرفی یک ضریب اختلاط جدید مناسب برای جریان‌های وابسته به زمان و تکرار شونده، جریان در یک میکرو مخلوط کننده مجهز به همزن متحرک را مورد بررسی قرار دادند؛ همچنین ایشان به مقایسه همزن دوار و همزن نوسان کننده نیز پرداختند و نتیجه گرفتند که عملکرد پره نوسان کننده، مناسب‌تر است. جین و همکاران [۹]، با مدل‌سازی اختلاط دو سیال در یک میکرو مخلوط کننده، عملکرد اختلاط را با تغییر عدد رینولدز و نسبت جرمی گلیسرین در آب خالص بررسی کردند و نشان دادند که با افزایش نسبت جرمی گلیسرین در آب، میزان اختلاط کاهش پیدا می‌کند. کیم و همکاران [۱۰]، یک میکرو مخلوط کننده ساده، مجهز به سیلندر استوانه‌ای، پره و سیلندر و پره هم‌زمان را به کمک روش شبکه بولتزمن مدل‌سازی کردند و عملکرد میکرو مخلوط کننده را در حالات مختلف از لحاظ بازده اختلاط، مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که میکرو مخلوط کننده با پره و سیلندر، دارای اختلاط بهتری است. سیلیک و همکاران [۱۱]، به بررسی جریان در اطراف یک سیلندر نوسانی با نسبت سد شونده‌گی ۱/۳ پرداختند و نشان دادند، فرکانس ریزش گردابه طبیعی از استوانه ثابت محصور شده، دو برابر استوانه محصور نشده است. آن‌ها همچنین در مطالعه‌ای دیگر [۱۲]، اختلاط دو سیال یکسان را در یک میکرو کانال مجهز به یک سیلندر نوسان کننده با سه مدل هندسه ورودی مختلف مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند، بهترین اختلاط در نسبت فرکانسی ۱/۲۵ و در حالت سه ورودی رخ می‌دهد. ایم و همکاران [۱۳]، با روش شبکه بولتزمن به تحلیل مکانیزم اختلاط در یک مخلوط کننده میکرو پرداختند و یک طراحی بهینه برای

مختلف در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که درصد اختلاط در نسبت منظری بالا با افزایش دامنه نوسان، افزایش می‌یابد.

اختلاط دو سیال زمانی مفهوم پیدا می‌کند که دما، غلظت و یا خواص دو سیال نسبت به هم متفاوت باشند؛ در صورتی که در بیشتر مطالعات صورت گرفته، اختلاط دو سیال با خواص یکسان مورد بررسی قرار گرفته است؛ همچنین در مطالعه [۱۷] که با نرم‌افزار CFX اختلاط دو سیال با خواص متفاوت شبیه‌سازی شده، ابعاد پره ثابت در نظر گرفته شده است در صورتی که ابعاد هندسی پره می‌تواند بر بازده اختلاط دو سیال متفاوت، تأثیرگذار باشد و مطالعه آن امری مهم به نظر می‌رسد. از این رو در پژوهش حاضر، اختلاط دو سیال مخلوط شونده با لزجت متفاوت در یک میکرو کانال دوبعدی مجهز به یک پره نوسان کننده به روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده و سپس تأثیر نسبت‌های منظری مختلف همزمان با سرعت و دامنه نوسان پره، مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- فیزیک مسئله

شماتیکی از میکرو کانال مورد نظر، در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با شکل ۱، طول کانال  $L$  و عرض آن برابر  $H$  است. پره به طول  $2a$  و عرض  $2b$  در فاصله  $l_0$  از ابتدای کانال و در بعد عرضی در میانه کانال قرار دارد. پره با زاویه  $\alpha$  و سرعت زاویه‌ای  $\omega$  نوسان می‌کند. سیال اول با غلظت  $C_1$  و لزجت  $\mu_1$  و سیال دوم با غلظت  $C_2$  و لزجت  $\mu_2$  وارد کانال می‌شوند. با در نظر گرفتن عرض میکرو کانال به‌عنوان طول مشخصه، اعداد بدون بعد حاکم بر مسئله و مشخصات میکرو کانال، در جدول ۱ تعریف شده است.



شکل ۱- طرح شماتیک میکرو کانال

افزایش بازده اختلاط ارائه نمودند. شمس‌الدینی و همکارانش [۱۴]، یک میکرو مخلوط کننده مجهز به پره را به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر (ISPH) شبیه‌سازی کردند و عملکرد مخلوط کننده را از لحاظ بازده اختلاط، در چهار حالت پره ضربدری نوسان کننده، پره ضربدری دوران کننده، پره مستقیم نوسان کننده و پره مستقیم دوران کننده مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که عملکرد پره ضربدری، بهتر از پره مستقیم است. اورتگا کازانووا، به بررسی تأثیر فرکانس و دامنه نوسان حرکت یک سیلندر مربعی به صورت عمود بر جریان [۱۵] و به صورت نوسانی چرخان [۱۶] بر بهبود اختلاط پرداخت. او نشان داد، سیلندر نوسانی عمود بر جریان و نوسانی چرخان در حالت بهینه می‌تواند بازده اختلاط را به ترتیب، ۱۰ و ۱۵ برابر نسبت به سیلندر ساکن افزایش دهد. قنبری و همکاران [۱۷]، به بررسی عددی اختلاط دو سیال با چگالی و لزجت متفاوت در یک میکرو مخلوط کننده مجهز به یک همزن پره‌ای نوسان کننده در فرکانس‌های مختلف در اعداد رینولدز ۵۰ و اشمیت ۱۰ توسط کد تجاری CFX پرداختند. آن‌ها نشان دادند، بیشینه تغییرات شاخص اختلاط در حالت چگالی و لزجت متفاوت به ترتیب، ۵۴/۰۱ و ۵۱/۱۵ درصد است؛ در صورتی که این مقدار برای دو سیال یکسان به ۵۷۷/۹۴ درصد می‌رسد. خزیمه نژاد و همکاران [۱۸]، اثرات نسبت منظری یک همزن مستطیلی بر بازده اختلاط را با در نظر گرفتن هم‌زمان اثرات فرکانس و دامنه نوسان درون یک میکرو کانال به روش شبکه بولتزمن بررسی نموده‌اند. آن‌ها نشان دادند، در مقادیر پایین و میانی فرکانس، اختلاط در مقادیر پایین نسبت منظری، دارای عملکرد بهتری نسبت به مقادیر بالاتر آن بوده است؛ همچنین آن‌ها در ادامه تحقیق خود، یک میکرو مخلوط کننده مجهز به پره نوسانی چرخان را در عدد پکلت ۱۰۰۰۰ مورد مطالعه قرار دادند [۱۹]. در این تحقیق، پره مستطیلی با نسبت‌های منظری

جدول ۱ - اعداد بدون بعد حاکم بر مسئله و مشخصات میکرو کانال

عبارت	نام
$L = 10H$	طول کانال
$H$	عرض کانال
$l_0 = 2H$	موقعیت طولی پره
$H/2$	موقعیت عرضی پره
$2a = H/2$	طول پره
$2b$	عرض پره
$AR = b/a$	نسبت منطری
$\alpha(t) = 2\pi k \sin(2\pi f_p t)$	زاویه چرخش پره
$\omega(t) = 4\pi^2 K f_p \cos(2\pi f_p t)$	سرعت زاویه‌ای
$Re = \frac{u_{ref} H}{\mu_1} = 50$	عدد رینولدز
$Sc = \frac{\mu_1}{\rho D} = 10$	عدد اشمیت
$St = \frac{f_p H}{u_{ref}}$	عدد استروهل

### ۳- معادلات حاکم و روش حل عددی

در این بخش معادلات حاکم بر جریان و روش عددی انتخاب شده جهت حل جریان اختلاط بیان خواهد شد.

#### ۳-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسئله معادله بقای جرم، مومنتوم و غلظت است که به ترتیب در معادلات ۸-۶ تعریف می‌شود.

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (۶)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (۷)$$

$$\frac{dC}{dt} = D \nabla^2 C \quad (۸)$$

در مسئله حاضر لزجت سیال اول ثابت است و لزجت سیال دوم تغییر می‌کند. روابط لزجت به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود [۲۰]:

$$R = \ln \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (۱)$$

سرعت در ورودی به صورت پروفیل توسعه یافته اعمال گردیده است. پروفیل سرعت توسعه یافته با تغییر لزجت تغییر می‌کند؛ بنابراین در ورودی میکرو کانال، پروفیل سرعت توسعه یافته برای دو سیال غیر مخلوط شدنی با لزجت متفاوت داده می‌شود که از رابطه ۲ به دست می‌آید [۱۷].

$$u(y)/u_0 = \begin{cases} 1 + A \cdot \frac{y}{H/2} - B \cdot \left(\frac{y}{H/2}\right)^2 & y \geq 0 \\ 1 + A' \cdot \frac{y}{H/2} - B' \cdot \left(\frac{y}{H/2}\right)^2 & y \leq 0 \end{cases}$$

$$A = \frac{e^R - 1}{2}, B = \frac{e^R + 1}{2}$$

$$A' = \frac{e^R - 1}{2e^R}, B' = \frac{e^R + 1}{2e^R} \quad (۲)$$

$u_0$  سرعت سطح مشترک دو سیال است و از رابطه ۳ محاسبه می‌شود.

$$u_0 = \frac{U}{1 + \left(\frac{A-A'}{4}\right) - \left(\frac{B+B'}{6}\right)} \quad (۳)$$

که در این رابطه  $U$ ، سرعت متوسط است. برای بررسی رفتار جریان اختلاط و میزان انتقال جرم، به شاخصی مناسب برای سنجش میزان اختلاط صورت گرفته نیاز است. در مطالعه حاضر از متوسط زمانی انحراف استاندارد برای میدان غلظت در یک مقطع به صورت رابطه ۴ استفاده شده است [۱].

$$D_I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{C_j - C_{mean}}{C_{mean}}\right)^2} dt \quad (۴)$$

در این رابطه  $N$  تعداد نقاط در یک مقطع عرضی،  $C_j$  غلظت نقطه  $j$ ،  $C_{mean}$  غلظت متوسط اولیه و  $T$  یک دوره تناوب نوسان پره است. برای محاسبه بازده اختلاط نیز، از رابطه ۵ استفاده می‌شود [۱].

$$\varepsilon = (1 - D_I) * 100 \quad (۵)$$

۳-۲-۱- روش شبکه بولتزمن مدل D2Q9 با زمان آسایش چندگانه

در این مقاله برای اپراتور برخورد توابع توزیع چگالی، مطابق با معادله (۹)، از روش MRT استفاده شده است [۲۱].

$$|f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - |f_i(\vec{x}, t)\rangle = -M^{-1}S[|m(\vec{x}, t)\rangle - |m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle] \quad (۹)$$

که در این معادله  $|f_i(\vec{x}, t)\rangle$  بردار تابع توزیع چگالی است.  $M$  نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع چگالی را به فضای مومنتم منتقل می‌کند و از معادله ۱۰ محاسبه می‌شود [۲۲].

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

در این فرمولاسیون زمان آرامش بدون بعد چگالی برابر  $\tau_f = v/c_s^2 \Delta t + 0.5$  است که  $v$  ویسکوزیته سینماتیک است. تابع توزیع تعادلی چگالی  $(f_i^{eq})$ ، به کمک معادلات ۱۳ محاسبه می‌شوند [۲۲].

$$f_i^{eq} = \rho w_i^f \left[ 1 + \frac{3}{c^2} \vec{e}_i^f \cdot \vec{u} + \frac{9}{2c^4} (\vec{e}_i^f \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \quad (۱۳)$$

که  $w_i^f$  ضرایب وزنی و  $\vec{e}_i^f$  توزیع سرعت گسسته است که به ترتیب با استفاده از معادلات ۱۴ و ۱۵ محاسبه می‌شوند [۲۲].

$$w_i^f = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1,2,3,4 \\ 1/36 & i = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (۱۴)$$

$$\vec{e}_i^f = \begin{cases} (0,0) & i = 0 \\ \cos\left[\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right]\right] c & i = 1,2,3,4 \\ \cos\left[\left[(i-5)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-5)\frac{\pi}{2}\right]\right] \sqrt{2}c & i = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (۱۵)$$

که در این روابط  $\rho$  چگالی،  $P$  فشار،  $C$  غلظت،  $V$  بردار سرعت،  $\mu$  لزجت سیال،  $D$  نفوذ جرمی و  $d$  معرف مشتق مادی است.

۳-۲-۲ روش عددی

در این مقاله از مدل شبکه بولتزمن دوبعدی D2Q9 برای میدان سرعت و D2Q5 برای میدان غلظت استفاده شده است؛ همچنین در مطالعه حاضر، از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه که نسبت به مدل با یک زمان آسایش از پایداری و دقت بالاتری برخوردار است، استفاده گردیده است.

همچنین  $|m(\vec{x}, t)\rangle$  بردار مومنتم و  $|m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle$  بردار مومنتم تعادلی است که با معادله ۱۱ برابر است [۲۲].

$$|m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle = \left( \rho, e^{(eq)}, \varepsilon^{(eq)}, j_x^{(eq)}, q_x^{(eq)}, j_y^{(eq)}, q_y^{(eq)}, p_{xx}^{(eq)}, p_{xy}^{(eq)} \right)^T$$

$$j_x = u \quad j_y = v$$

$$e^{(eq)} = -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2) \quad q_x^{(eq)} = -j_x$$

$$\varepsilon^{(eq)} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2) \quad q_y^{(eq)} = -j_y$$

$$p_{xy}^{(eq)} = j_x^2 \cdot j_y^2 \quad p_{xx}^{(eq)} = j_x^2 - j_y^2 \quad (۱۱)$$

همچنین بردار سرعت مایکروسکوپی در میدان دوبعدی است و  $S$ ، ماتریس آرامش چگالی با معادله ۱۲ برابر است.

$$S = \text{diag}(0, -s_2, -s_3, 0, -s_5, 0, -s_7, -s_8, -s_9)$$

$$s_8 = s_9 = 1/\tau_f \quad (۱۲)$$

$$w_i^g = \begin{cases} \frac{1}{3} & i = 0 \\ \frac{1}{6} & i = 1,2,3,4 \end{cases} \quad (22)$$

$$\vec{e}_i^g = \begin{cases} (0,0) & i = 0 \\ (\pm 1,0), (0, \pm 1) & i = 1,2,3,4 \end{cases} \quad (23)$$

کمیت مایکروسکوپی غلظت به کمک معادله ۲۴ محاسبه می‌شود.

$$C = \sum_{i=0}^4 g_i \quad (24)$$

### ۳-۲-۳- شرایط مرزی در حل میدان سرعت و غلظت

شرایط مرزی در واقع توصیف شرایط فیزیک مرزها، از طریق معادلات ریاضی است. از آنجایی که در روش شبکه بولتزمن به جای کمیت‌های فیزیکی روی مرز، همچون سرعت و غلظت با مقادیر توابع توزیع سروکار داریم، این روش نیازمند تکنیک‌هایی برای اعمال شرایط مرزی به کمک توابع توزیع است. در حل میدان سرعت برای اعمال شرط عدم لغزش روی دیواره‌های کانال از شرط مرزی پرش به عقب [۲۲]، برای اعمال پروفیل سرعت ورودی از روش زو هی [۲۴] و برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی، از شرط مرزی فشار ثابت استفاده شده است. در مرز منحنی از روشی بر پایه برون‌یابی استفاده گردیده است که توسط گو و همکاران [۲۵] مطابق شکل ۲ در رابطه ۲۵ ارائه شده است.

$$f_{\bar{\alpha}}(x_w, t) = f_{\alpha}^{eq}(x_w, t) - (1 - \tau^{-1})f_{\alpha}^{neq}(x_w, t) \quad (25)$$

که در این رابطه  $f_{\alpha}^{neq}(x_w, t)$  بیانگر تابع توزیع غیرتعادلی در گره جامد است.

$$\begin{cases} f_{\bar{\alpha}}^{neq}(x_w, t) = f_{\alpha}^{neq}(x_f, t) & \Delta \geq 0.75 \\ f_{\bar{\alpha}}^{neq}(x_w, t) = \Delta f_{\alpha}^{neq}(x_f, t) + (1 - \Delta)f_{\alpha}^{neq}(x_{ff}, t) & \Delta < 0.75 \end{cases} \quad (26)$$

$\Delta$  نسبتی است که از رابطه ۲۷ به دست می‌آید:

$$\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \quad 0 \leq \Delta < 1 \quad (27)$$

برای محاسبه  $f_{\alpha}^{eq}(x_w, t)$  از رابطه ۱۳ استفاده می‌شود که به پارامترهای  $\bar{\rho}_w$  و  $\bar{u}_w$  در گره جامد نیاز دارد. جهت تعیین  $\bar{u}_w$  می‌توان از معادلات ۲۸ استفاده کرد:

$$\begin{cases} \bar{u}_w = u_{w1} & \Delta \geq 0.75 \\ \bar{u}_w = \Delta u_{w1} + (1 - \Delta)u_{w2} & \Delta < 0.75 \end{cases} \quad (28)$$

در این معادلات  $c = \delta x / \delta t$  سرعت میکروسکوپی ذرات و  $c_s = c / \sqrt{3}$  سرعت صوت در شبکه بولتزمن است؛ همچنین  $\delta x$  فاصله شبکه و  $\delta t$  گام زمانی است که جهت سهولت، در این مقاله این دو مقدار برابر یک در نظر گرفته شده است. کمیت‌های مایکروسکوپی هیدرودینامیکی، به کمک معادله ۱۶ محاسبه می‌شوند [۲۲].

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \rho \vec{u} = \sum_{i=0}^8 \vec{e}_i^f f_i, \quad p = \rho c_s^2 \quad (16)$$

### ۳-۲-۲- روش شبکه بولتزمن مدل D2Q5 با زمان آسایش چندگانه

در مطالعه صورت گرفته برای حل میدان غلظت به دلیل داشتن دقت مرتبه دوم برای مرزهای منحنی با شرط مرزی نیومن، از مدل D2Q5 استفاده شده است [۲۳].

برای اپراتور برخورد توابع توزیع غلظت، مشابه با معادله ۱۷ از روش MRT استفاده شده است.

$$|g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - |g_i(\vec{x}, t) = N^{-1}Q[|n(\vec{x}, t) - |n^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (17)$$

که در این معادله  $|g_i(\vec{x}, t)$  بردار تابع توزیع غلظت است.  $N$  نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع غلظت را به فضای مومنتم منتقل می‌کند و از معادله ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

همچنین  $|n(\vec{x}, t)$  بردار مومنتم و  $|n^{eq}(\vec{x}, t)$  بردار مومنتم تعادلی است که با معادله ۱۹ برابر است.

$$|n^{eq}(\vec{x}, t) = (C, Cu_x, Cu_y, -2C/3, 0)^T \quad (19)$$

و ماتریس آرامش  $Q$ ، به صورت رابطه ۲۰ تعریف می‌شود:

$$Q = \text{diag}(1, (3D + 0.5)^{-1}, (3D + 0.5)^{-1}, 1, 1) \quad (20)$$

تابع توزیع تعادلی غلظت  $(g_i^{eq})$  به کمک معادله ۲۱ محاسبه می‌شود.

$$g_i^{eq} = cw_i^g \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \vec{e}_i^g \cdot \vec{u} \right] \quad (21)$$

$w_i^g$  ضرایب وزنی و  $\vec{e}_i^g$  توزیع سرعت گسسته است که به ترتیب با استفاده از معادلات ۲۲ و ۲۳ محاسبه می‌شوند.

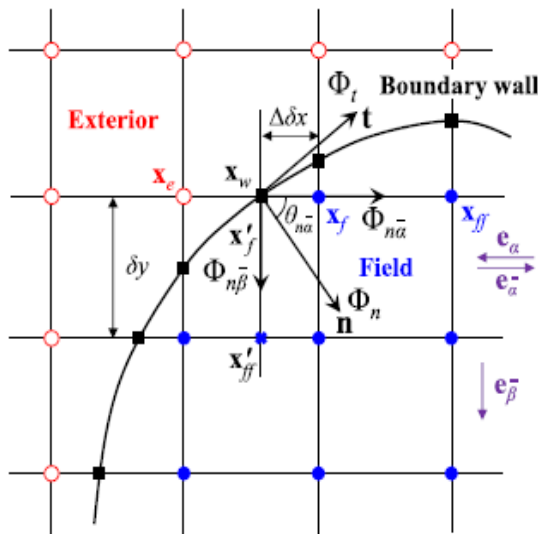
در حل میدان غلظت برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی و دیواره‌های کانال، از شرط پرش به عقب و برای اعمال شرط مرزی غلظت معلوم  $\phi_d$  در ورودی، از معادله ۳۰ استفاده شده است [۲۶].

$$g_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \theta t) = -\hat{g}_{\alpha}(x_f, t) + \frac{1}{3}\phi_d \quad \alpha = 1:4 \quad (30)$$

همچنین برای مرز منحنی نیومن در میدان غلظت، از روشی با دقت مرتبه دوم استفاده شده است که لی و همکاران [۲۳]، بر اساس شکل ۳ طبق رابطه ۳۱ و ۳۲ ارائه کردند.

$$g_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = [c_{n1}\tilde{g}_{\alpha}(x_f, t) + c_{n2}\tilde{g}_{\alpha}(x_{ff}, t) + c_{n3}\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(x_f, t)] + c_{n4}\frac{\delta t}{\delta x}\phi_{n\bar{\alpha}} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \phi_{n\bar{\alpha}} = & \left\{ \frac{1}{c'_{d4}} [(c'_{n1} - c'_{d1})\tilde{g}_{\beta}(x'_f, t) + (c'_{n2} - c'_{d2})(c'_{n2} - c'_{d2})\tilde{g}_{\beta}(x'_{ff}, t) \right. \\ & \left. + (c'_{n3} - c'_{d3})\tilde{g}_{\bar{\beta}}(x'_f, t)] \sin \theta - \frac{1}{c_{d4}} [(c_{n1} - c_{d1})\tilde{g}_{\alpha}(x_f, t) \right. \\ & \left. + (c_{n2} - c_{d2})\tilde{g}_{\alpha}(x_{ff}, t) + (c_{n3} - c_{d3})\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(x_f, t)] \sin \theta \right. \\ & \left. + \frac{c'_{n4}}{c'_{d4}}\frac{\delta t}{\delta x}\phi_n / \left[ \frac{c_{n4}}{c_{d4}}\frac{\delta t}{\delta x}\sin \theta + \frac{c'_{n4}}{c'_{d4}}\frac{\delta t}{\delta x}\cos \theta \right] \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

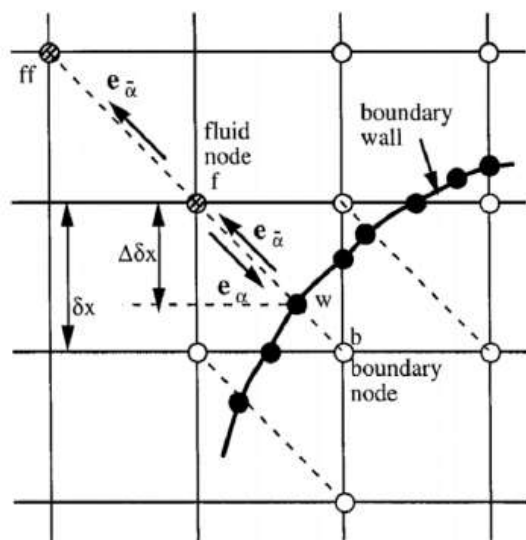


شکل ۳- مرز منحنی غلظت در مدل D2Q5 [۲۶]

در این معادلات،  $\bar{u}_{w1}$  و  $\bar{u}_{w2}$  سرعت‌های به‌دست‌آمده از برون‌یابی خطی زیر هستند:

$$\begin{cases} u_{w1} = \frac{u_b}{\Delta} + \frac{\Delta - 1}{\Delta} u_f \\ u_{w2} = \frac{2u_b + (\Delta - 1)u_{ff}}{1 + \Delta} \end{cases} \quad (29)$$

همچنین چگالی روی مرز برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر همانند روش‌های قبل، برابر با چگالی نزدیک‌ترین گره سیال در نظر گرفته می‌شود. ( $\rho(x_w, t) = \rho(x_f, t)$ )



شکل ۲- مرز منحنی سرعت در مدل D2Q9 [۲۵]

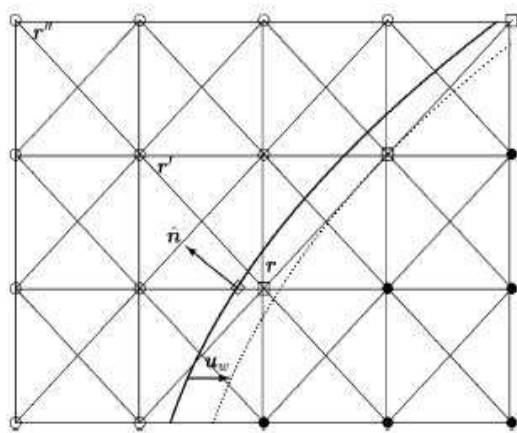
$$\begin{aligned} c_{d1} = -1, c_{d2} = \frac{2\Delta c_{d1} + 1}{2\Delta + 1}, \\ c_{d3} = \frac{c_{d1} + 2\Delta}{2\Delta + 1}, c_{d4} = \frac{-c_{d1} + 1}{2\Delta + 1} \end{aligned} \quad (34)$$

که در این رابطه، ضرایب عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} c_{n1} = 1, c_{n2} = \frac{1 - 2\Delta}{2\Delta + 1}, \\ c_{n3} = \frac{2\Delta - 1}{2\Delta + 1}, c_{n4} = \frac{2}{2\Delta + 1} \end{aligned} \quad (33)$$

تعداد گره از ۱۴۱ به ۱۵۱ تغییر بسیار کمی در شاخص اختلاط ایجاد کرده است؛ بنابراین تعداد گره ۱۴۱ برای انجام محاسبات کافی است.

به منظور اطمینان از نتایج حاصل از اختلاط دو سیال با لزجت متفاوت، روش حل عددی انتخاب شده با نتایج قبلی و همکاران [۱۷]، اعتبارسنجی شده است. در این مطالعه میکرو کانال با طول 31D و عرض 3D در نظر گرفته شده که در آن پره‌ای به طول 2D و عرض 0.048D و به فاصله 4D از ورودی تحت زاویه  $\pm 45^\circ$  با سرعت ثابت نوسان می‌کند. در شکل ۵ کانتورهای غلظت و در شکل ۶، شاخص اختلاط در مطالعه حاضر با تحقیق مورد نظر در سه عدد استروهل مختلف  $0.3/0.7$ ،  $1$  و  $50$ ،  $Re=10$ ،  $Sc=10$  و نسبت لگاریتمی لزجت ۲ مقایسه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، از تطابق خوبی برخوردار است.



شکل ۴- تشریح یک مرز متحرک با سرعت  $u_w$

جدول ۲- شاخص اختلاط در خروجی میکرو کانال در تعداد گره‌های مختلف

تعداد گره	۶۱	۹۱	۱۲۱	۱۴۱	۱۵۱
$D_1$	۰/۵۰۷۹۷	۰/۴۹۷۶۲	۰/۴۹۳۱۶	۰/۴۹۱۱۱	۰/۴۹۰۷۲
درصد اختلاف %	-	۲/۰۴	۰/۹	۰/۴۱	۰/۰۸

$$c'_{di} = c_{di}(\Delta = 0),$$

$$c'_{ni} = c_{ni}(\Delta = 0) \quad i = 1 - 4 \quad (35)$$

### ۳-۲-۴- روش شارژ مجدد

همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، از آنجاکه شبکه بولتزمن از شبکه دکارتی ثابت استفاده می‌کند، با حرکت مرز در هر تکرار، تعدادی از گره‌ها از دامنه جامد به درون دامنه سیال منتقل می‌شوند و بالعکس. در چنین گره‌هایی تعدادی از توابع توزیع و هم‌چنین مقدار متغیرهای عمومی، مجهول هستند که برای ادامه شبیه‌سازی باید تخمین زده شوند. به روش‌هایی که این مقادیر مجهول به کمک آن‌ها تخمین زده می‌شوند، روش‌های شارژ مجدد گفته می‌شود. در این مطالعه از طرح برون‌یابی مرتبه دومی استفاده شده است که لالمنند و همکاران [۲۷]، برای شارژ مجدد ارائه کردند. در این روش در هر گره سیال و یا جامد جدید، از یک روش برون‌یابی درجه‌دو مطابق رابطه‌های ۳۶ و ۳۷ جهت محاسبه توابع توزیع مجهول استفاده می‌شود.

$$f_i(\vec{x}_{new}, t + \Delta t) = 3f_i(\vec{x}_{new} + \vec{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) - 3f_i(\vec{x}_{new} + 2\vec{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) + f_i(\vec{x}_{new} + 3\vec{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) \quad (36)$$

$$g_i(\vec{x}_{new}, t + \Delta t) = 3g_i(\vec{x}_{new} + \vec{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) - 3g_i(\vec{x}_{new} + 2\vec{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) + g_i(\vec{x}_{new} + 3\vec{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) \quad (37)$$

$\vec{e}_i^f$  و  $\vec{e}_i^g$  بردار سرعتی است که حاصل ضرب آن‌ها در  $\vec{n}$  در آن جهت بیشینه می‌شود. در اینجا  $\vec{n}$  بردار یکه عمود بر سطح به سمت خارج مرز در آن گره است.

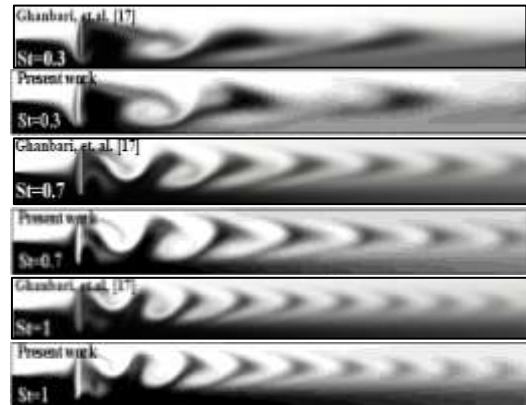
### ۴- اعتبارسنجی

به منظور حذف خطاهای ناشی از درشتی شبکه، انجام محاسبات با تعداد شبکه‌های مختلف تا رسیدن به مرحله مستقل از شبکه ضروری خواهد بود. در جدول ۲ شاخص اختلاط در خروجی میکرو کانال در طول‌های مشخصه مختلف در اعداد بی‌بعد  $AR=0.1$ ،  $St=1$ ،  $K=0.5$  و  $R=2$ ، نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است، افزایش



### ۵- بررسی نتایج

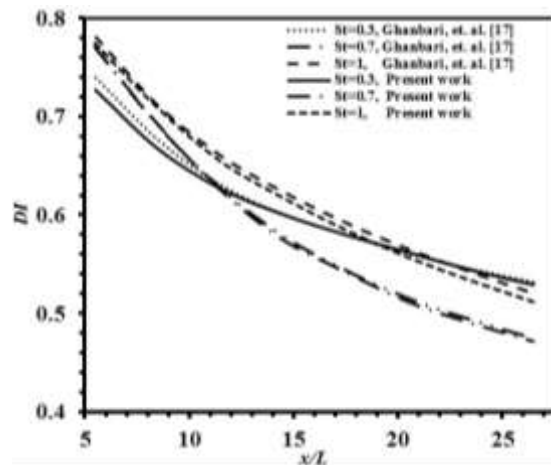
در این بخش، ابتدا تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در برابر عدد استروهل برای دو سیال با نسبت لزجت لگاریتمی ۲ در نسبت‌های منظری مختلف در سه دامنه نوسان  $K=0.1, 0.5, 1$  بررسی شده است. سپس کانتورهای غلظت برای یک دوره تناوب در حالت  $R=2, AR=0.7, St=1$  و  $K=0.5$  نشان داده شده است. در ادامه تأثیر عدد استروهل و نسبت منظری پره بر بازده اختلاط برای سه نسبت مختلف لگاریتمی لزجت  $R=0, 1, 2$ ، مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۵- مقایسه کانتورهای غلظت در مطالعه حاضر با کار قنبری و همکاران [۱۷]

### ۵-۱- تغییرات بازده اختلاط در نسبت‌های منظری مختلف

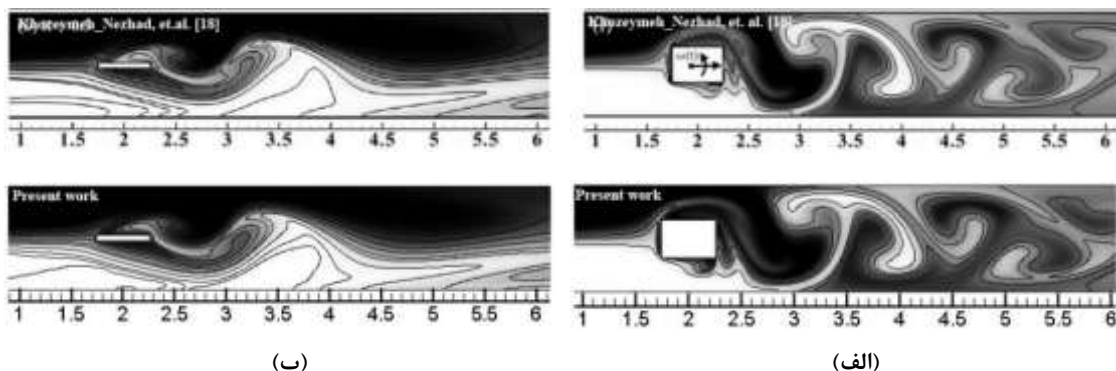
در این بخش شش نسبت منظری  $0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  و ۱ برای پره در نظر گرفته شده، تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل اعداد استروهل  $0.1 \leq St \leq 1$ ، در سه دامنه نوسان  $K=0.1, 0.5, 1$  برای دو سیال با نسبت لگاریتمی لزجت ۲ مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۶- مقایسه تغییرات شاخص اختلاط DI در مطالعه حاضر با نتایج مرجع [۱۷]

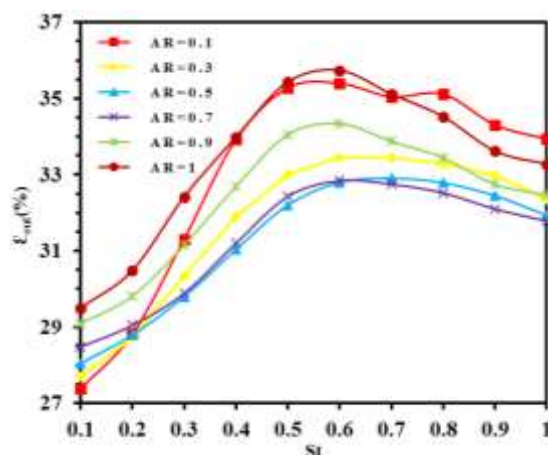
شکل ۸ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال را نسبت به اعداد مختلف استروهل در نسبت‌های منظری مختلف و  $K=0.1$  نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۸، در دامنه نوسان کوچک، تغییرات بازده اختلاط اندک است؛ به طوری که در این دامنه نوسان، افزایش عدد استروهل تا  $0.6$  می‌تواند بازده را تنها ده درصد افزایش دهد و افزایش بیش از این مقدار نیز، باعث کاهش بازده می‌شود؛ همچنین در اعداد استروهل پایین، افزایش نسبت منظری باعث بهبود بازده اختلاط شده، ولی در اعداد استروهل میانی و بالا، ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده اختلاط شده است. در شکل ۹ کانتورهای غلظت مربوط به نسبت منظری ۱ در سه عدد استروهل  $0.1, 0.6$  و ۱ و  $K=0.1$  نشان داده شده است. همان‌گونه که مشخص است، در دامنه نوسان کوچک، اختلاف لزجت دو سیال اثر حرکت پره را خنثی کرده و تنها منجر به ایجاد حرکت مارپیچ در کانتور غلظت شده است؛ بنابراین سطح تماس دو سیال اندک است و بازده اختلاط در این دامنه نوسان، پایین است؛ همچنین افزایش عدد استروهل از  $0.6$  به ۱، باعث کاهش طول مسیر مارپیچ شده و بازده کاهش یافته است.

همچنین در ادامه، نتایج به دست آمده با نتایج خزیمه نژاد و همکاران [۱۸] نیز اعتبارسنجی گردیده است. در این مطالعه میکرو کانال با طول  $10H$  و عرض  $H$  در نظر گرفته شده که در آن یک همزن در فاصله افقی  $2H$  از ورودی و فاصله مساوی  $H/2$  از دیواره‌های آن قرار گرفته است. همزن موردنظر به صورت یک سیلندر مستطیلی با طول و عرض به ترتیب  $2a$  و  $2b$  و نسبت منظری  $AR(=b/a)$  نوسان می‌کند. در شکل ۷ کانتورهای غلظت برای حالتی که پره  $180^\circ$  درجه نوسان می‌کند، در دو حالت  $AR=0.7, St=0.8$  و  $AR=0.1, St=0.1$  و در  $Re=50$  و  $Sc=10$  مقایسه شده است که از تطابق خوبی برخوردار است.

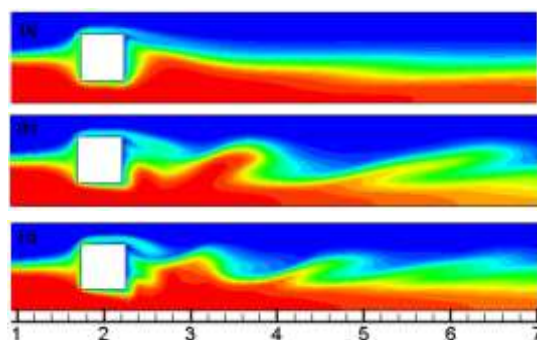


شکل ۷- مقایسه کانتورهای غلظت در مطالعه حاضر با نتایج خزیمه نژاد و همکاران [۱۸]  
 (الف)  $AR=0.7, K=0.5, St=0.8$  و (ب)  $AR=0.1, K=0.5, St=0.1$

شکل ۱۰ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال نسبت به اعداد مختلف استروهل در نسبت‌های منظری مختلف و در  $K=0.5$  را نشان می‌دهد. در مقایسه شکل ۸ و ۱۰ تغییرات بازده اختلاط در دامنه نوسان  $K=0.5$  نسبت به بازده اختلاط در دامنه نوسان  $K=0.1$ ، بیشتر شده است. با توجه به شکل ۱۰، در دامنه نوسان متوسط، افزایش عدد استروهل در تمام نسبت‌های منظری پره، باعث افزایش بازده اختلاط می‌شود. در این دامنه نوسان، افزایش نسبت منظری در اعداد استروهل کمتر از  $0.8$ ، سبب کاهش بازده اختلاط می‌شود و در اعداد استروهل بالاتر، ابتدا سبب کاهش و سپس افزایش بازده اختلاط شده است. شکل ۱۱ کانتورهای غلظت دو نسبت منظری  $0.1$  و  $1$  را در  $K=0.5$  و  $St=1$  نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۱ مشخص است، اثر حرکت پره به صورت گردابه‌های هلالی شکل در میدان غلظت ظاهر شده است که در نزدیکی پره بزرگ‌تر و با فاصله گرفتن از پره‌ها کوچک‌تر و کم‌رنگ‌تر می‌شوند. این هلال‌ها با کشاندن لایه‌های سیالات به درون یکدیگر، سبب افزایش سطح تماس بین سیالات شده و میزان اختلاط را افزایش می‌دهند. در  $AR=0.1$  اثر پره به نزدیکی دیواره منتقل نمی‌شود و سیال در نزدیک دیواره به خوبی در فرایند اختلاط وارد نمی‌شود، ولی در  $AR=1$  نقش‌های هلالی به گردابه‌های قارچی شکل تبدیل و سیال در نزدیکی دیواره در فرایند اختلاط وارد شده و بازده در  $AR=1$  بیشتر شده است؛ همچنین با مقایسه شکل ۹- (c) با ۱۱- (b) می‌توان دریافت که افزایش دامنه نوسان از  $0.1$  به  $0.5$ ، موجب به وجود آمدن

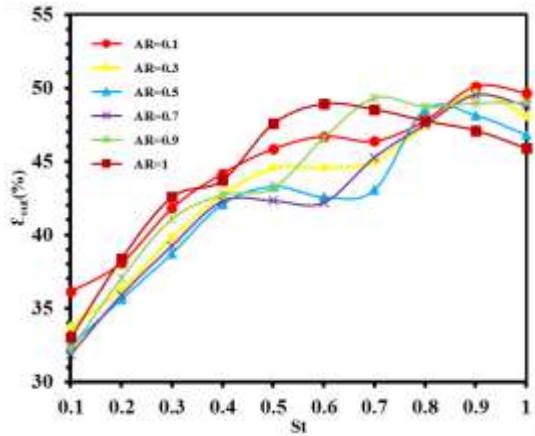


شکل ۸- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهل در نسبت‌های منظری مختلف و  $K=0.1$

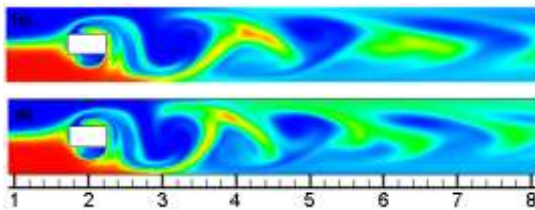


شکل ۹- کانتورهای غلظت در حالت  $AR=1$  و  $K=0.1$   
 (a)  $St=0.1$  (b)  $St=0.6$  (c)  $St=1$

و (a) AR=0.1 (b) AR=1



شکل ۱۲- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهاال در نسبت‌های منظری مختلف و  $K=1$

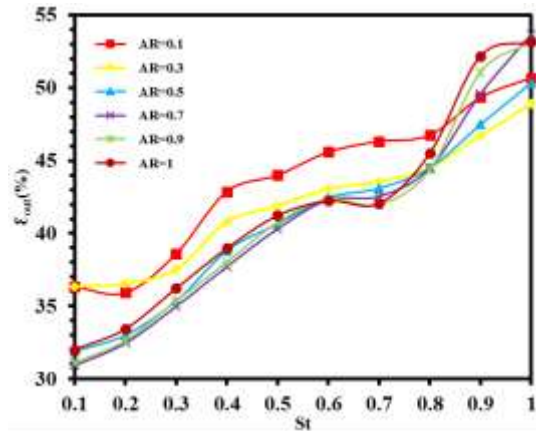


شکل ۱۳- کانتورهای غلظت در حالت  $K=1$  و  $AR=0.5$  و (a)  $St=0.7$  (b)  $St=0.8$

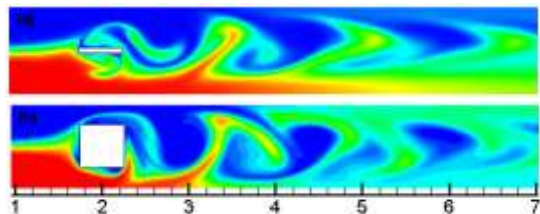
با توجه به تغییرات بازده اختلاط در محدوده مطالعه حاضر، می‌توان برای  $R=2$  مقدار بهینه را در حالت  $AR=0.7$ ، در شکل ۱۴ کانتورهای غلظت برای یک دوره تناوب (T) در این حالت نشان داده شده است. در این شکل کانتورها با اختلاف زمانی  $T/6$  و اختلاف زاویه‌ای  $120^\circ$  نشان داده شده است. با توجه به کانتورها، در یک دوره تناوب، هنگامی که پره در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در حال چرخش است، سیال  $C_1$  در نیمه پایینی کانال به سمت سیال  $C_2$ ، در نیمه بالایی کانال کشیده می‌شود و در ادامه با چرخش پره و برگشت به حالت اولیه، گردابه قارچی شکل تشکیل و از پره جدا می‌شود. این روند به‌طور متناوب ادامه می‌یابد و گردابه‌ها به سمت خروجی حرکت می‌کنند. بدین ترتیب سطح تماس دو سیال در طول کانال افزایش یافته و اختلاط صورت می‌گیرد.

نقش‌های قارچی شکل در میدان غلظت شده و نسبت به دامنه نوسان  $0/1$  که تماس دو سیال فقط در ناحیه مرکزی کانال است، بازده اختلاط افزایش یافته است.

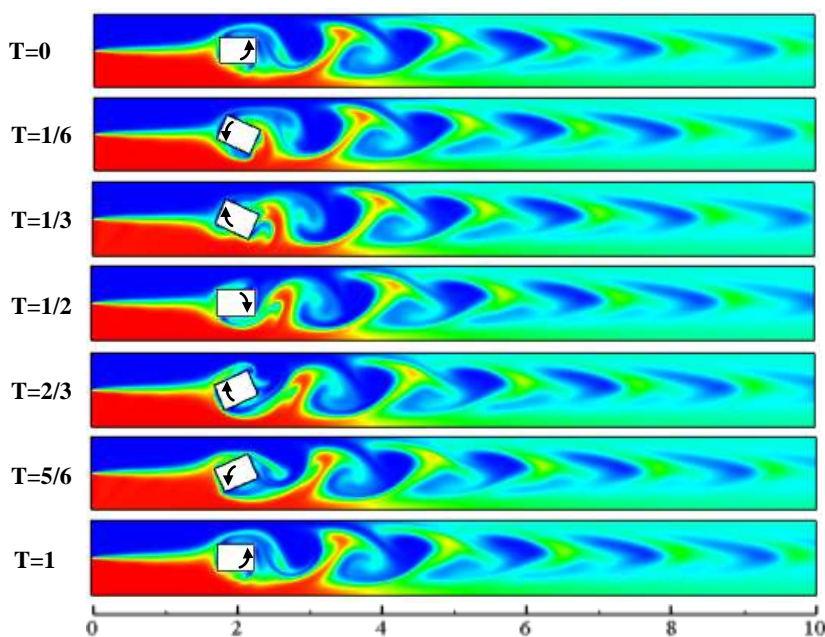
شکل ۱۲ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال نسبت به اعداد مختلف استروهاال در نسبت‌های منظری مختلف و در  $K=1$  نشان می‌دهد. در این دامنه نوسان، افزایش عدد استروهاال تا  $0/5$  در تمام نسبت‌های منظری، موجب افزایش بازده اختلاط می‌شود. در اعداد استروهاال پایین و بالا، افزایش نسبت منظری، موجب بهبود در بازده اختلاط نمی‌شود و در اعداد استروهاال میانی با افزایش نسبت منظری، بازده ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. در شکل ۱۳ کانتورهای غلظت در حالت  $K=1$  و  $AR=0.5$  و اعداد استروهاال  $0/7$  و  $0/8$  نشان داده شده است. با توجه به شکل، اگر نوسان پره مانند حالت (b) باعث ایجاد گردابه‌های نزدیک به هم با تعداد بیشتر شود، بازده اختلاط نسبت به حالت (a)، بیشتر می‌شود که گردابه‌ها کشیده‌تر با تعداد کمتر هستند.



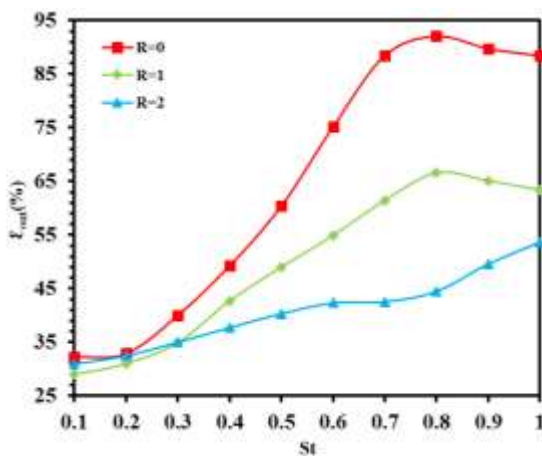
شکل ۱۴- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهاال در نسبت‌های منظری مختلف و  $K=0.5$



شکل ۱۵- کانتورهای غلظت در حالت  $K=0.5$  و  $St=1$



شکل ۱۴- کانتورهای غلظت برای یک دوره تناوب در حالت  $St=1$  و  $K=0.5$ ,  $AR=0.7$ ,  $R=2$



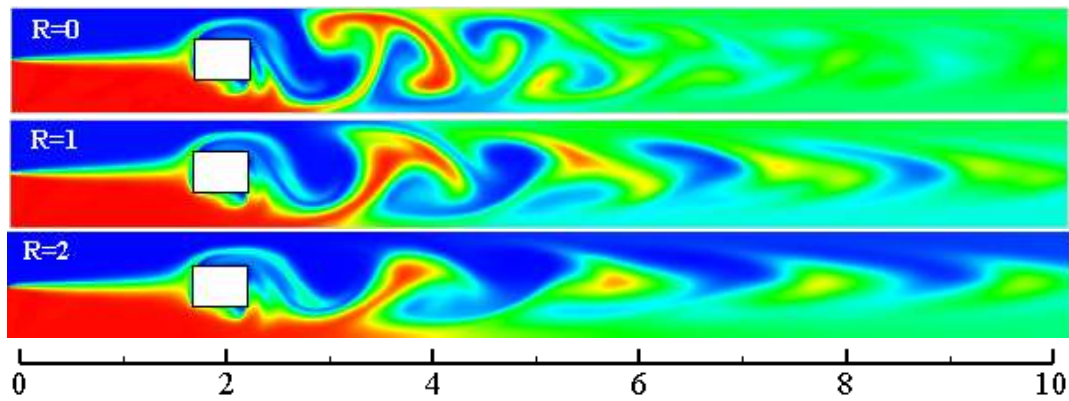
شکل ۱۵- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد استروهال در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت در  $AR=0.7$  و  $K=0.5$

در شکل ۱۶ کانتورهای سه نسبت لگاریتمی ۰ و ۱ و ۲ در حالت  $St=0.8$  و  $K=0.5$ ,  $AR=0.7$  نشان داده شده است. همان‌گونه که در کانتورها مشخص است، با متفاوت شدن لزجت، دو سیال در برابر تغییر شکل مقاومت نشان می‌دهند؛ به‌طوری‌که در  $R=1$  گردابه‌های قارچی شکل و هلالی شکل به‌طور کامل شکل نگرفته و در  $R=2$  گردابه‌های قارچی شکل

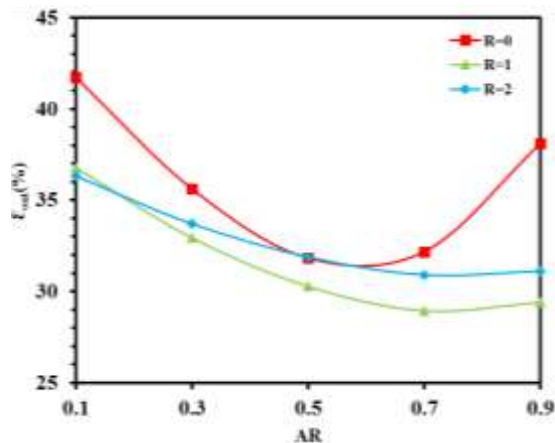
### ۵-۲- تغییرات بازده اختلاط در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت

جهت بررسی تأثیر نسبت‌های منظری پره بر بازده اختلاط در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت، در سه نسبت لگاریتمی ۰، ۱ و ۲ ابتدا تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل اعداد استروهال  $0.1 \leq St \leq 1$  و در حالت  $K=0.5$  و  $AR=0.7$  مورد مطالعه قرار گرفته و سپس تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل چهار نسبت منظری ۰/۱، ۰/۵، ۰/۷ و ۰/۹ پره در اعداد استروهال ۰/۱، ۰/۵ و ۱ و در دامنه نوسان ۰/۵ بررسی شده است.

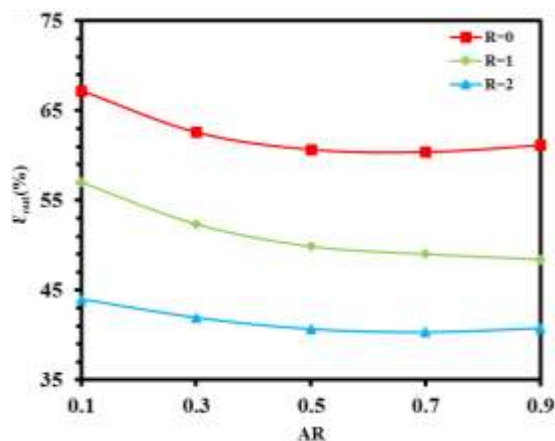
در شکل ۱۵ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل اعداد استروهال در حالت  $AR=0.7$  و  $K=0.5$  برای سه نسبت لگاریتمی لزجت نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، در اعداد استروهال بیشتر از ۰/۳ با افزایش نسبت لگاریتمی لزجت، بازده اختلاط کاهش می‌یابد و این کاهش در اعداد استروهال بالا، به علت تفاوت در تشکیل گردابه‌های هلالی شکل و قارچی شکل، قابل ملاحظه است.



شکل ۱۶- کانتورهای غلظت برای نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت در حالت  $St=0.8$  و  $K=0.5$ ،  $AR=0.7$



شکل ۱۷- تغییرات بازده اختلاط نسبت به  $AR$  در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت در  $St=0.1$  و  $K=0.5$



شکل ۱۸- تغییرات بازده اختلاط نسبت به  $AR$  در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت در  $St=0.5$  و  $K=0.5$

اصلاً تشکیل نشده و گردابه‌های هلالی شکل، کمتر از  $R=1$  تشکیل شده است.

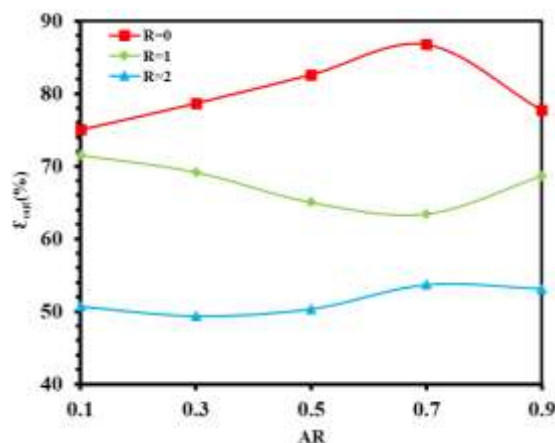
در شکل ۱۷ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل نسبت‌های منظری مختلف در حالت  $K=0.5$  و  $St=0.1$  برای سه نسبت لگاریتمی لزجت نشان داده شده است. در این حالت، در اعداد استروهال کوچک، مطابق با آنچه در شکل ۱۶ برای اعداد استروهال کمتر از  $0.3$  مشاهده می‌شود، هنگامی که لزجت دو سیال متفاوت است، به علت مقاومت سیال در برابر تغییر شکل، نوسان پره تأثیر خود را در بهبود اختلاط از دست می‌دهد و ایجاد ناپایداری بر اثر اختلاف لزجت باعث بهبود اختلاط در نسبت لگاریتمی لزجت بالاتر می‌شود.

در شکل ۱۸ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل نسبت‌های منظری مختلف، در حالت  $K=0.5$  و  $St=0.5$  برای سه نسبت لگاریتمی لزجت نشان داده شده است. با توجه به شکل، به‌طور کلی می‌توان گفت، در عدد استروهال میانی افزایش  $AR$ ، موجب کاهش بازده اختلاط می‌شود.

در شکل ۱۹ تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال در مقابل نسبت‌های منظری مختلف در حالت  $K=0.5$  و  $St=1$  برای سه نسبت لگاریتمی لزجت نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشخص است، در عدد استروهال بالا، افزایش نسبت منظری تا  $0.7$  در دو سیال یکسان موجب بهبود بازده اختلاط شده و در دو سیال با لزجت متفاوت، تأثیر مثبتی نداشته است.

اعداد استروهل میانی با افزایش نسبت منظری، بازده ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

در بررسی تأثیر عدد استروهل و نسبت‌های منظری پره بر بازده اختلاط در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت، نتایج نشان می‌دهد که در اعداد استروهل خیلی کوچک، با افزایش نسبت لگاریتمی لزجت در دو سیال با لزجت متفاوت، بازده افزایش می‌یابد و در بقیه اعداد استروهل، با افزایش نسبت لگاریتمی، لزجت بازده اختلاط کاهش چشمگیری یافته است. همچنین در دو سیال با لزجت متفاوت، بازده اختلاط در میکرو کانال با پره در نسبت‌های منظری کوچک بهتر است.



شکل ۱۹- تغییرات بازده اختلاط نسبت به AR در نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت در  $St=1$  و  $K=0.5$

### ۷- فهرست علائم

اندازه نصف طول پره، m	<i>a</i>
نسبت منظری پره	<i>AR</i>
اندازه نصف عرض پره، m	<i>b</i>
سرعت میکروسکوپی ذرات، $ms^{-1}$	<i>c</i>
غلظت سیال	<i>C</i>
سرعت صوت در شبکه	<i>c<sub>s</sub></i>
پخش جرمی، $m^2s^{-1}$	<i>D</i>
شاخص اختلاط	<i>D<sub>I</sub></i>
سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه	<i>e</i>
تابع توزیع ذره در میدان سرعت	<i>f</i>
فرکانس پره، $s^{-1}$	<i>f<sub>p</sub></i>
تابع توزیع ذره در میدان غلظت	<i>g</i>
ارتفاع میکرو کانال، m	<i>H</i>
دامنه بی‌بعد نوسان پره	<i>K</i>
طول میکرو کانال، m	<i>L</i>
بردار ممان برای معادله سرعت	<i>m</i>
ماتریس انتقال برای معادله سرعت	<i>M</i>

### ۶- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر تأثیر نسبت منظری پره در یک میکرو کانال بر بازده اختلاط دو سیال با لزجت‌های متفاوت به روش شبکه بولتزن بررسی شده است. شش نسبت منظری ۰/۱، ۰/۳، ۰/۵، ۰/۷، ۰/۹ و ۱ برای پره در نظر گرفته شده و تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال از جهات مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است. اعداد استروهل در محدوده ۰/۱ تا ۱، سه دامنه نوسان ۰/۱، ۰/۵ و ۱ و نسبت لگاریتمی لزجت ۰، ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است.

در بررسی اثرات نسبت منظری پره و عدد استروهل بر بازده اختلاط، نتایج نشان می‌دهند که در دامنه نوسان کوچک، افزایش عدد استروهل تا ۰/۶، می‌تواند بازده را افزایش دهد و در اعداد استروهل پایین، افزایش نسبت منظری باعث بهبود بازده اختلاط شده، ولی در اعداد استروهل میانی و بالا، ابتدا باعث کاهش و سپس افزایش بازده اختلاط شده است. در دامنه نوسان متوسط، افزایش عدد استروهل در تمام نسبت‌های منظری، باعث افزایش بازده اختلاط می‌شود و افزایش نسبت منظری در اعداد استروهل کمتر از ۰/۸، سبب کاهش بازده اختلاط می‌شود و در اعداد استروهل بالاتر، ابتدا سبب کاهش و سپس افزایش بازده شده است. در دامنه نوسان بالا، افزایش عدد استروهل تا ۰/۵ در تمام نسبت‌های منظری، سبب افزایش بازده اختلاط می‌شود و در اعداد استروهل پایین و بالا، افزایش نسبت منظری موجب بهبود در بازده اختلاط نمی‌شود و در

۸- مراجع

- [1] Nguyen NT (1970). Micromixers: Fundamentals, design and fabrication. William Andrew.
- [2] Hessel V, Löwe H, Schönfeld F (2005) Micromixers—a review on passive and active mixing principles. Chem Eng Sci 60(8-9): 2479-2501.
- [3] Capretto L, Cheng W, Hill M, Zhang X (2011) Micromixing within microfluidic devices. In Microfluidics (pp. 27-68). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [4] Park, JY, Kim, YD, Kim SR., Han, SY, Maeng JS (2008) Robust design of an active micro-mixer based on the Taguchi method. Sensor Actuat B-Chem 129(2): 790-798.
- [5] Koch M, Witt H, Evans AGR, Brunnschweiler A (1999) Improved characterization technique for micromixers. J Micromech Microeng 9(2), 156.
- [6] Liu YZ, Kim BJ, Sung HJ (2004) Two-fluid mixing in a microchannel. Int J Heat Fluid Fl 25(6): 986-995.
- [7] Liu RH, Stremmer MA, Sharp KV, Olsen MG, Santiago JG, Adrian RJ, Beebe DJ (2000) Passive mixing in a three-dimensional serpentine microchannel. J Microelectromech S 9(2): 190-197.
- [8] An SJ, Kim YD, Heu S, Maeng JS (2006) Numerical study of the mixing characteristics for rotating and oscillating stirrers in a microchannel. J Korean Phys Soc 49(2): 651-659.
- [9] Jin SY, Liu YZ, Wang WZ, Cao ZM, Koyama HS (2006) Numerical evaluation of two-fluid mixing in a swirl micro-mixer. J Hydrodyn 18(5): 542-546.
- [10] Kim YD, An SJ, Maeng JS (2007) Numerical analysis of the fluid mixing behaviors in a microchannel with a circular cylinder and an oscillating stirrer. J Korean Phys Soc 50: 505-513.
- [11] Celik, B., Akdag, U., Gunes, S., & Beskok, A. (2008). Flow past an oscillating circular cylinder in a channel with an upstream splitter plate. Phys Fluids, 20(10), 103603.
- [12] Celik B, Beskok A (2009) Mixing induced by a transversely oscillating circular cylinder in a straight channel. Phys Fluids 21(7), 073601.
- [13] Im M, Park JY, Oh YK, Kim YD, Maeng JS, Han SY (2009) Microfluidic analysis of a micro-mixer with an oscillating stirrer.
- [14] Shamsoddini R, Sefid M, Fatehi R (2014) ISPH modelling and analysis of fluid mixing in a microchannel with an oscillating or a rotating stirrer. Eng Appl Comp Fluid 8(2): 289-298.
- [15] Ortega-Casanova J (2016) Enhancing mixing at a very low Reynolds number by a heaving square cylinder. J Fluid Struct 65: 1-20.

بردار ممان برای معادله غلظت	n
ماتریس انتقال برای معادله غلظت	N
فشار، $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$	P
ماتریس قطری ضرایب آسایش در غلظت	Q
نسبت لگاریتمی لزجت	R
عدد رینولدز	Re
ماتریس قطری ضرایب آسایش در سرعت	S
عدد اشمیت	Sc
عدد استروهمال	St
زمان تناوب پره، $\text{s}^{-1}$	T
سرعت سیال، $\text{ms}^{-1}$	u
سرعت در $y=0$ ، $\text{ms}^{-1}$	$u_0$

علائم یونانی

جابه‌جایی زاویه‌ای پره، rad	$\alpha$
گام زمانی، s	$\delta t$
گام مکانی، m	$\delta x$
ویسکوزیته سینماتیکی، $\text{m}^2/\text{s}$	$\nu$
چگالی $\text{kg}/\text{m}^3$	$\rho$
سرعت زاویه‌ای پره، $\text{rads}^{-1}$	$\omega$

بالانویس‌ها

تعادلی	eq
غیر تعادلی	neq

زیرنویس‌ها

گره مرزی در قسمت جامد	b
گره مرزی در قسمت سیال	f
میزان متوسط	mean
گره روی مرز فیزیکی	w

- [21] Lallemand P, Luo LS (2003) Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions. *Phys Rev E* 68(3): 036706.
- [22] Guo Z, Shu C (2013) *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering* (Vol. 3). World Scientific.
- [23] Li L, Mei R, Klausner JF (2017) Lattice Boltzmann models for the convection-diffusion equation: D2Q5 vs D2Q9. *Int J Heat Mass Tran* 108: 41-62.
- [24] Zou Q, He X (1997) On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Phys Fluids* 9(6): 1591-1598.
- [25] Guo Z, Zheng C, Shi B (2002) An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method. *Phys Fluids* 14(6): 2007-2010.
- [26] Li L, Mei R, Klausner JF (2013) Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann equation method. *J Comput Phys* 237: 366-395.
- [27] Lallemand P, Luo LS (2003) Lattice Boltzmann method for moving boundaries. *J Comput Phys* 184(2): 406-421.
- [16] Ortega-Casanova J (2017) CFD study on mixing enhancement in a channel at a low Reynolds number by pitching a square cylinder. *Comput Fluids* 145: 141-152.
- [17] Ghanbari S, Sefid M, Shamsoddini R (2016) Numerical Analysis of two-fluid mixing with various Density and Viscosity in a microchannel with forced oscillating stirrer. *Modares Mechanical Engineering* 16(8): 109-119.
- [18] Khozaymeh-Nezhad H, Niazmand H (2017) A numerical analysis of an active micromixer with the oscillating stirrer at the different aspect ratios by LBM. *Modares Mechanical Engineering* 17(9): 417-426.
- [19] Khozaymeh-Nezhad H, Niazmand H (2018) A double MRT-LBM for simulation of mixing in an active micromixer with rotationally oscillating stirrer in high Peclet number flows. *Int J Heat Mass Tran* 122: 913-921.
- [20] Talon L, Meiburg E (2011) Plane Poiseuille flow of miscible layers with different viscosities: instabilities in the Stokes flow regime. *J Fluid Mech* 686: 484-506.