



## بررسی پاسخ گذرای حرارتی لوله موتور پالس دتونیشن تحت کارکرد متوالی

محمد جواد ترکمان اسدی<sup>۱\*</sup> و مجید میرزائی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۸/۲۰، تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۱۰/۲۳، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱/۰۵

### چکیده

به منظور به کارگیری عملیاتی و طولانی مدت موتورهای پالس دتونیشن، باید دما در لوله‌های دتونیشن کنترل شود. ماهیت دتونیشن از یک سو و تکرار سریع فرایندهای مختلف در یک سیکل کارکرد موتور همراه با تغییرات شدید دامنه سرعت، دما و فشار داخل لوله، محیط حرارتی بسیار متفاوتی را با موتورهای متداول ایجاد می‌کند که تعیین و کنترل حرارت را دشوار می‌کند. در این مقاله ابتدا به بررسی فرایندهای مختلف یک سیکل از کارکرد موتور پرداخته و الگویی برای بارگذاری و شرایط مرزی حرارتی ارائه شده است. در ادامه مدل سازی عددی و تحلیلی، مطابق فرضیات شرح داده شده ایجاد و پاسخ حرارتی لوله برای سیکل‌های پیاپی به دست آمده است. نرخ شدید تغییرات دما در جداره داخلی لوله و زمان بسیار کوتاه انفجار، باعث افزایش حساسیت پاسخ به پارامترهای حل می‌شود که همگرایی پاسخ را تحت تأثیر قرار می‌دهد. صحت و دقت سنجی نتایج با مقایسه نتایج تحلیلی و عددی با یکدیگر و در نهایت مقایسه با نتایج تجربی انجام شده است. نتایج به دست آمده ضمن توصیف شرایط دمایی لوله دتونیشن و امکان طراحی کنترل حرارتی آن، برای سایر تحلیل‌های مرتبط با موتورهای پالس دتونیشن مانند، تحلیل ترموالاستیک و خستگی حرارتی قابل استفاده است.

**کلمات کلیدی:** موتور پالس دتونیشن؛ انفجار گازی پیاپی؛ انتقال حرارت؛ شرایط مرزی متناوب.

## Investigations of Transient Thermal Response of Pulse Detonation Engine Tube under Sequential Operation

M. J. Torkaman Asadi<sup>1,\*</sup>, M. Mirzaei<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran.

<sup>2</sup> Assoc. Prof., Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran.

### Abstract

The practical and prolonged implementation of pulse detonation engines implies the control of temperature in detonation tubes. The nature of the detonation itself, plus the rapid repetition of different processes within the working cycle, are accompanied by variations of speed, temperature and pressure and create a heating environment which is different from conventional engines and difficult to specify and control. In this paper the various processes of the working cycle are studied and a template is proposed for the loading and thermal boundary conditions. In continuation, the analytical and thermal models have been developed based on the described assumptions and the thermal responses have been obtained for sequential loadings. The severe thermal gradients in the tube wall and the short duration of each detonation can cause high sensitivity of the response to solution parameters and affect the solution convergence. The validation and verification of the results have been carried out through comparisons of the analytical and numerical results with the experimental results reported in the literature. The obtained results not only provide the thermal condition for control design, but also give the required data for other related aspects of pulse detonation engine, like thermoelastic and thermal fatigue analyses.

**Keywords:** Pulse Detonation Engine (PDE); sequential Gaseous Detonation; Heat Transfer; Periodic Boundary Conditions.

## ۱- مقدمه

انتقال حرارت گذرا در یک استوانه تحت شرایط حرارتی شدید به صورت گسترده‌ای در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند، لوله‌های توپ و تفنگ، فرایندهای تولید (جوشکاری، برشکاری و غیره)، مبدل‌های حرارتی، لوله‌های حرارتی، راکت‌های سوخت جامد و انواع موتورهای احتراق داخلی و موتورهای پیشران مشاهده می‌شود. انتقال حرارت در این مسائل، معمولاً وابسته به زمان و مکان همراه با شرایط مرزی متناوب است؛ از این رو به صورت کلی با یک مسئله گذرا با بارگذاری حرارتی متحرک روبرو هستیم. با این حال تفاوت در نرخ زمانی بارگذاری و سرعت حرکت منبع حرارتی (از چند متر بر ثانیه در فرایندهای تولید تا چند صد متر بر ثانیه در فرایند احتراق) و دامنه بار حرارتی در مسائل مختلف، منجر به تفاوت‌هایی در فیزیک مسائل و فرضیات مرتبط با هر یک می‌شود. در مسائلی که سرعت حرکت منبع حرارتی کم است، بررسی محلی شرایط انتقال حرارت قابل توجه است. با افزایش سرعت حرکت منبع حرارتی لازم است، حرکت بار حرارتی در مدل‌سازی در نظر گرفته شود؛ اما در مسائلی که سرعت منبع بسیار بالا و طول استوانه محدود (چند متر و کمتر) به منظور ساده‌سازی در مدل‌سازی، می‌توان فرض کرد که بار حرارتی به صورت همزمان به جداره استوانه اعمال می‌شود.

از اهداف اصلی در بررسی این مسائل، کنترل انتقال حرارت به جداره لوله و جلوگیری از ایجاد نقص در عملکرد سامانه مورد نظر و یا عملکرد بهینه آن است؛ همچنین در این مسائل فاکتور دما می‌تواند اثرات دیگری مانند، ایجاد تنش، خزش و خستگی حرارتی در جداره لوله و خوردگی و فرسایش در دیواره داخلی آن داشته باشد. برخلاف مسائل متداول در انتقال حرارت مانند مبدل‌های حرارتی و یا لوله‌های حرارتی، در مسائلی مانند، شلیک متناوب در لوله تفنگ و یا احتراق متناوب در لوله، تعیین شرایط مرزی داخلی همراه با پیچیدگی است و شبیه‌سازی انتقال حرارت آنی در دیواره داخلی دشوار است.

مقاله حاضر به بررسی پاسخ تحلیلی و عددی حرارتی یک لوله با طول محدود تحت شرایط مرزی حرارتی تکرارشونده داخلی تحت بارگذاری با سرعت بالا می‌پردازد. حل حاضر امکان به‌کارگیری در مسائلی مختلفی دارد که فرضیات فوق

را تأمین می‌کند، اما به صورت موردی پاسخ لوله‌های دتونیشن، مورد بررسی قرار گرفته شده است. امروزه به‌کارگیری دتونیشن، در پیشران‌ها و تولید توان الکتریکی، مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است [۱]. با توجه به مزایای ویژه دتونیشن (مافوق صوت) نسبت به دفلگیشن (مادون صوت)، محققان زیادی در مراکز صنعتی و پژوهشی دنیا تلاش در به‌کارگیری و عملیاتی کردن موتورهای پایه دتونیشن دارند. بازده ترمودینامیکی نظری بالاتر سیستم‌های پایه دتونیشن، نسبت به پایه دفلگیشن، نسبت تراست به وزن بالا و اجزای متحرک کم، برخی از دلایل توجه به این موتورها است. با وجود این ویژگی‌های قابل توجه، چالش‌های فیزیکی و مهندسی جدی، بر سر راه به‌کارگیری عملیاتی و تولید صنعتی این سیستم‌های پیشران وجود دارد و در حال حاضر این موتورها در مرحله تحقیق و توسعه قرار دارند. موتور پالس دتونیشن، به‌عنوان یکی از انواع موتورهای پایه دتونیشن [۲] از لوله‌هایی تشکیل شده است که تکرار سریع فرایند دتونیشن در این لوله نیروی پیشران مورد نیاز را تولید می‌کند. کانسپ‌های طراحی PDE، به‌خوبی در مراجع [۳-۵] شرح داده شده است.

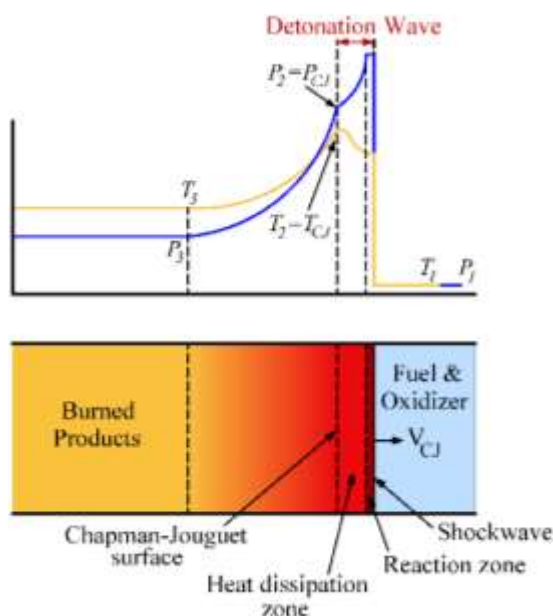
موضوعاتی چون طراحی انواع موتورها و راکت‌های پایه دتونیشن، بررسی ایجاد، انتشار و کنترل دتونیشن‌های پایایی، سیستم‌های تغذیه سوخت و اکسیدکننده و جرقه‌زنی در آن‌ها، بررسی راندمان، عملکرد و تراست این موتورها و ... از جمله موضوعات پر توجه در زمینه موتورهای پایه دتونیشن است؛ همچنین پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه بررسی پاسخ الاستیک لوله به بارگذاری فشاری ناشی از دتونیشن انجام شده است. در زمینه تحلیل اثرات بارگذاری‌های متوالی، می‌توان به پژوهش‌های میرزائی و همکاران اشاره کرد [۶، ۷]. با این حال بررسی شرایط حرارتی این موتورها کمتر پرداخته شده و مطالعات انجام گرفته نیز، غالباً به صورت آزمایشگاهی و عددی است.

بایکوفسکی [۸] در تست‌های آزمایشگاهی خود، شار گرمایی جداره لوله تحت انفجارهای مستمر را بررسی کرد. بایکوفسکی همچنین مطالعاتی را روی روش‌های خنک‌سازی و پوشش سطح لوله به منظور به‌کارگیری در موتورهای پالس دتونیشن انجام داد. ایدلمن و همکاران [۹، ۱۰]، شبیه‌سازی‌های عددی برای تعیین پروفیل دمای گذرا، زمان

تحلیل حرارتی لوله دتونیشن را با استفاده از روش ظرفیت فشرده انجام دادند. آن‌ها دو استوانه هم‌مرکز را در نظر گرفتند که استوانه بیرونی به‌منظور خنک‌کننده حرارتی با جریان آب در نظر گرفته شده است. آن‌ها اثر نرخ جریان آب و شعاع ژاکت آب به‌عنوان مبدل حرارتی را بر دمای لوله با متربال‌های مختلف، مورد بررسی قرار دادند و برای ساده‌سازی خواص مواد در دمای  $800\text{ K}$  را در مسئله در نظر گرفتند. آن‌ها با تقسیم سیکل کاری لوله دتونیشن به سه زیر فرایند، دمای متوسط زمانی-مکانی را تخمین زدند. جیاکسی زو و همکاران [۲۲، ۲۳]، به‌صورت تحلیلی و عددی المان محدود با نرم‌افزار آباکوس پاسخ حرارتی و سازه‌ای یک سیلندر جدار ضخیم ارتوتروپیک با طول محدود را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای بررسی صحت نتایج به‌دست‌آمده از حل تحلیلی، به‌عنوان مطالعه موردی، پاسخ حرارتی لوله ایزوتروپیک موتور پالس دتونیشن را به شوک حرارتی بررسی کردند. ژو و همکاران با در نظر گرفتن فرضیات ساده‌کننده‌ای، ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط گاز درون لوله و شار حرارتی را محاسبه کردند؛ همچنین خواص ترموفیزیکی ماده را ثابت و برابر مقادیر آن در دمای  $400\text{ }^\circ\text{C}$  در نظر گرفتند. جان هوک و همکاران [۲۴، ۲۵]، به بررسی نرخ انتقال حرارت متوسط زمانی یک نقطه از لوله دتونیشن، به‌صورت تجربی و عددی (CFD) پرداختند. فونتوت [۲۶] به‌صورت تجربی انتقال حرارت در دیواره لوله تحت فرکانس‌ها و کسرهای زمانی تزریق مختلف برای مخلوط گازی اتیلن و هوا را به‌صورت تجربی به دست آورد. فونتوت در ستاپ آزمایشگاهی خود از آب برای خنک کاری لوله دتونیشن استفاده کرد؛ همچنین شرایط مخلوط گازی و دمای آن را با شبیه‌سازی کامپیوتری و به روش CFD با استفاده از ANSYS CFX شبیه‌سازی و نتایج آن را با توجه به نتایج تجربی اصلاح کرد. وی ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط داخل لوله را به‌صورت تجربی و عددی تقریب زده و با یکدیگر مقایسه نمود. گوشن، ژو و همکاران [۲۷-۲۹]، با به‌کارگیری لیزر بارگذاری، سیکلیک حرارتی را در یک لوله دتونیشن شبیه‌سازی نموده و به بررسی خستگی حرارتی لوله و تست مواد آن پرداختند. آن‌ها به‌کارگیری پوشش‌های سرامیکی جهت محافظت در شرایط شدید حرارتی را بررسی نمودند که مواد پایه به‌سرعت ترک می‌خورند.

افزایش و دمای حالت‌پایا در لوله دتونیشن انجام دادند. به کمک مدل عددی توسعه داده شده، ایدلمن و همکارانش، اثر پارامترهای فرکانس عملکردی موتور، طول لوله دتونیشن، عدد ماخ هوای بیرون لوله و زمان کارکرد موتور را بررسی و مقایسه کردند. جیرو کاساهارا و همکاران [۱۱، ۱۲]، آزمایش‌هایی را برای مطالعه و بررسی تغییرات فشار، تراست تولیدی و مقدار گرمای ایجاد شده در  $28$  سیکل دتونیشن پیاپی انجام دادند و دمای دیواره خارجی لوله را اندازه‌گیری کردند. هدف از این آزمایش‌ها، بررسی کارکرد موتور پالس دتونیشن طبق تئوری اندو-فوجیوارا بود. جان هوک و همکاران [۱۳]، با انجام آزمایش‌هایی تلاش نمودند تا راه‌حل عملی در کنترل حرارتی لوله موتور دتونیشن ارائه کنند. هوک و همکاران، بار حرارتی کلی را به‌صورت کالری‌متری و دمای جداره خارجی را به‌وسیله ترموکوپل‌های نصب‌شده روی لوله دتونیشن به دست آوردند. آن‌ها همچنین اثر پارامترهای عملیاتی از قبیل، کسر زمانی مراحل تزریق مخلوط، تخلیه و پاک‌سازی، تأخیر در جرقه‌زنی، نسبت هم‌ارزی و فرکانس چرخه را مورد بررسی قرار دادند. جیرو کاساهارا و همکاران [۱۴، ۱۵] در پژوهشی دیگر، اقدام به ساخت یک نمونه آزمایشگاهی و یک نمونه پروازی از راکت تک لوله پالس دتونیشن (PDR) نمودند. در این بررسی، عملکرد تراست و انتقال حرارت در لوله دتونیشن اتیلن-اکسیژن، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. آن‌ها در ادامه این پژوهش، اقدام به ساخت و بررسی دو راکت پالس دتونیشن "تودوروکی" [۱۵] و "تودوروکی ۲" [۱۶] نمودند. آجمانی و بریساچر [۱۷، ۱۸] به‌صورت محاسباتی (محاسبه توزیع دما به روش FEM و شبیه‌سازی دینامیک جریان خنک‌کننده به روش CFD) و تجربی به مطالعه بار حرارتی کلی و روش‌های خنک‌سازی موتور پالس دتونیشن پرداختند. در روش محاسباتی آن‌ها از کد NCC توسعه داده شده توسط ناسا جهت شبیه‌سازی احتراق استفاده کردند. قندیکوتا [۱۹] و کالیدینی [۲۰] (دانشگاه UTA - تحت نظر دکتر فرانک ک. لو)، به دنبال هم تحقیقی مبتنی بر آنالیز حرارتی و طراحی سیستم خنک‌کننده با استفاده از جریان آب روی جداره خارجی لوله دتونیشن انجام دادند. آن‌ها با استفاده از تابع گرین، تاریخچه دمای جداره داخلی و خارجی لوله را برای مخلوط‌های مختلف استوکیومتری محاسبه کردند. ناگاراگان و لو [۲۱]،

مرحله دتونیشن، از جرقه زنی تا رسیدن موج انفجار به انتهای لوله، به صورت حجم ثابت انجام می‌شود و فرض بر این است که در این مرحله از دهانه باز لوله، خروج گازهای سوخته انجام نمی‌شود. دتونیشن یک فرایند احتراق سوپرسونیک و حجم ثابت است که بلافاصله پس از ناحیه واکنشی در آن یک موج شوک حرکت می‌کند و ناحیه واکنشی و موج شوک به صورت تنگاتنگ با همدیگر کوپل شده است (شکل ۱). رسیدن موج دتونیشن به هر نقطه، موجب افزایش شدید و ناگهانی فشار و دما در آن نقطه از لوله می‌شود و با عبور موج، دما و فشار به صورت نمایی کاهش پیدا می‌کنند تا در نهایت به شرایط پایدار بعد از موج برسند.



شکل ۱- ساختار موج دتونیشن [۳۲]

مرحله تراست با انبساط شدید گازهای سوخته شده و خروج آن‌ها از دهانه باز یا دیواره تراست لوله همراه است.

با خارج شدن امواج انفجار از انتهای باز لوله، امواج انبساطی به درون لوله منعکس و این امواج نیز پس از برخورد با انتهای بسته لوله، دوباره به سمت انتهای باز لوله منعکس می‌شوند و با گذشت زمان، دما و فشار به صورت نمایی، در نتیجه حضور امواج انبساطی تیلور کاهش یافته تا اینکه به مقدار ثابت برسند. با توجه به دمای بالای گازهای سوخته

ژانگ و سان [۳۰] به بررسی عددی پاسخ حرارتی یک سیلندر توخالی تحت شرایط مرزی متناوب به کمک تحلیل المان محدود پرداختند. آن‌ها همچنین اثر به‌کارگیری یک‌لایه کروم در جداره داخلی در کاهش ماکزیمم دمای آن و خنک کاری توسط آب در کانال‌هایی در جداره داخلی به صورت پارامتریک بررسی کردند. ژانگ و سان [۳۱] در پژوهشی دیگر، به تحلیل حرارتی یک لوله تحت بارگذاری داخلی با منبع گرمایی متحرک و سیکلیک پرداختند. در این پژوهش شرط مرزی داخلی به صورت انتقال حرارت جابجایی اجباری و در اثر منبع حرارتی متحرکی در نظر گرفته شده است. آن‌ها همچنین اثر خنک کاری توسط آب در جداره خارجی لوله را بررسی کردند.

شناخت شرایط حرارتی کارکرد موتور و اطمینان از کارکرد مؤثر و ایمن موتور از نقطه نظر حرارتی در دوره‌های زمانی طولانی، از ضروریات عملیاتی شدن موتورهای پالس دتونیشن است. همان‌طور که اشاره شد، نتایج منتشر شده در این زمینه، محدود و بیشتر به صورت تجربی صورت گرفته است و تا به حال حل تحلیلی و عددی جامعی برای پاسخ حرارتی لوله‌های دتونیشن ارائه نشده است؛ همچنین برای بارگذاری حرارتی یک سیکل کارکرد در لوله دتونیشن، تا به حال الگوی استاندارد و صحت سنجی شده‌ای ارائه نشده است؛ لذا ارائه الگوی مناسب برای بارگذاری حرارتی دتونیشن، موضوع قابل بررسی است. در این مقاله ابتدا مدل ریاضی هندسی سیکل کارکرد موتور، ارائه شده است. پس از آن بر اساس مدل ریاضی حرارتی، حل تحلیلی و عددی جامعی برای سیکل‌های پیاپی ارائه شده است. مقدار زیاد شار حرارتی و زمان بسیار کوتاه اعمال آن، پاسخ متفاوتی در موتور دتونیشن نسبت به موتورهای متداول را ایجاد می‌کند که تعیین تاریخچه دمایی جداره لوله، از اهداف این مقاله است.

## ۲- بررسی مدل ریاضی سیکل کارکرد موتور

### ۲-۱- سیکل کارکرد موتور پالس دتونیشن

از نقطه نظر انتقال حرارت سیکل کارکرد موتور را می‌توان به دو فاز سرمایش و گرمایش لوله دتونیشن و چهار مرحله تقسیم‌بندی نمود به صورتی که در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- فازهای حرارتی سیکل کارکرد موتور

| فاز حرارتی           | مراحل فاز   |
|----------------------|---|
|                      | ۱. مرحله دتونیشن شامل:  |
| فاز اول: گرمایش لوله | الف. ایجاد انفجار گازی<br>ب. گسترش موج دتونیشن تا رسیدن جبهه موج به انتهای لوله |
| فاز دوم: سرمایش لوله | ۲. مرحله تراست با خروج گازهای سوخته شده از لوله                                 |
|                      | ۱. پاکسازی لوله با استفاده از دمیدن هوای تازه در لوله                           |
|                      | ۲. بارگذاری مخلوط واکنش دهنده در لوله   |

شده، فرض بر این است که با کاهش فشار مخلوط سوخته شده و دریافت تراست، بلافاصله مرحله تخلیه شروع شود تا لوله تا حد امکان مدت زمان کمتری را در مجاورت گازهای داغ محصولات احتراق قرار گیرد.

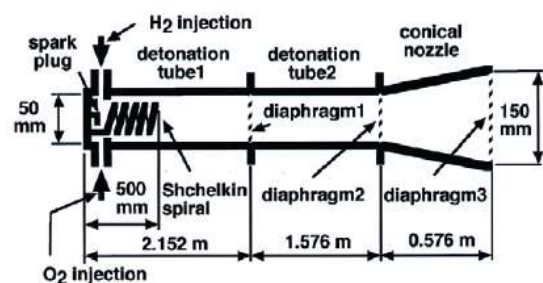
در مرحله بارگذاری، مخلوط واکنش دهنده در دما و فشار اولیه به داخل لوله تزریق می‌شوند. فرض می‌شود که با رسیدن مخلوط واکنش دهنده به انتهای لوله و قبل از خروج گاز از دهانه باز، جرقه‌زنی انجام می‌شود و موتور به مرحله دتونیشن وارد می‌شود.

در مراحل تخلیه و تزریق با توجه به اینکه دمای لوله بیشتر از هوا/مخلوط گازی است، حرارت به‌صورت جابجایی به گاز منتقل و سبب کاهش دمای لوله می‌شود؛ ولی در مقایسه با فرایند انفجار، گرمای قابل توجهی را از لوله نمی‌گیرد. از طرفی با افزایش فرکانس کارکرد موتور، زمان انتقال حرارت کاهش می‌یابد. پارامترهای مختلفی مانند، ضریب انتقال حرارت جابجایی، سرعت دمش هوا/مخلوط گازی و زمان این مرحله به شرایط طراحی، فیزیکی و هندسی لوله بستگی دارد و مقدار ثابت و مشخصی ندارد.

## ۲-۲- مشخصات هندسی لوله دتونیشن و فرضیات مدل‌سازی

در مقاله پیش رو از مشخصات لوله دتونیشن سامانه آزمایشگاهی جیرو کاساهارا و همکاران [۶، ۷] استفاده شده و نتایج مقاله با آن مقایسه شده است. سامانه آزمایشگاهی کاساهارا و همکاران مطابق شکل ۲، از دو لوله دتونیشن اصلی و یک نازل از جنس فولاد ضد زنگ کلاس ۳۰۴ تشکیل است. طول لوله اول و دوم به ترتیب برابر، ۲/۱۵۲m و برابر ۱/۵۷۶m و شعاع داخلی لوله‌ها برابر ۲۵mm، شعاع خارجی برابر ۳۵mm، طول نازل برابر ۰/۵۷۶m، شعاع ورودی نازل برابر ۲۵mm و شعاع خروجی برابر ۷۵mm است. برای ایجاد انفجار درون لوله از ترکیب استوکیومتری هیدروژن و اکسیژن در دمای ۲۸۷ K و فشار اولیه ۵۰kPa استفاده شده است. در مدل‌سازی لوله اول در نظر گرفته شده است.

کاساهارا و همکاران افزایش دمای جداره خارجی لوله را بعد از ۲۸ سیکل از کارکرد موتور با فرکانس ۳/۰۷۷ Hz را برابر ۲۵-۲۰ گزارش کردند؛ همچنین نشان دادند که انتقال حرارت از گازهای داغ به لوله خیلی سریع انجام می‌شود؛



شکل ۲- سامانه آزمایشگاهی لوله دتونیشن [۶، ۷]

وابسته به پارامترهای مختلف است و مقدار مشخص و ثابتی ندارد. با توجه به اینکه دفع حرارت جابجایی در این دو مرحله از یک طرف فرایندی کند در مقایسه با فرایند جذب حرارت در فاز دتونیشن است و از طرف دیگر زمان این مراحل نیز کوتاه است [۶، ۷]، می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت پاسخ کلی لوله به مقدار دقیق ضریب انتقال حرارت داخلی کم بوده و در نظر گرفتن مقدار ضریب انتقال حرارتی جابجایی آزاد تقریبی قابل قبول و بدترین حالت شرط مرزی داخلی است.

شرایط مرزی خارجی لوله، انتقال حرارت جابجایی است که می‌توان به صورت آزاد و یا اجباری با هوا و یا سیال مبرد دیگری باشد که حسب طراحی موردی تعیین می‌شود. در مسئله پیش رو بر اساس سامانه کاساها را و همکاران، شرط مرزی انتقال حرارت جابجایی آزاد با هوای محیط است.

علاوه بر فرضیات فوق در مدل‌سازی فرضیات زیر نیز لحاظ شده است:

۱. هندسه مسئله یک لوله ساده در نظر گرفته شده است.
۲. ناحیه DDT در نظر گرفته نمی‌شود. فرض شده است که از نقطه شروع احتراق، دتونیشن رخ می‌دهد و تا انتهای لوله منتشر می‌شود.
۳. انتشار موج دتونیشن و انبساط امواج تیلور در تمام لوله یکنواخت است.
۴. خصوصیات ترمومکانیکی در طول فرایند انفجار ثابت و مستقل از دما در نظر گرفته می‌شوند.

## ۲-۳- تعریف بازه‌های زمانی هر فاز در دتونیشن‌های

### پیاپی

با در نظر گرفتن  $Z$  به عنوان اندیس شمارنده سیکل کارکرد موتور، در هر سیکل دو بازه زمانی به ترتیب برای فاز اول و فاز دوم به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} 0 < t_{2j-1} < L/jV \\ 0 < t_{2j} \end{cases}, j \geq 1 \quad (1)$$

جهت ترکیب حل در بازه‌های زمانی مختلف، ترم  $\bar{t}$  به عنوان پارامتر عمومی زمان برای کل مسئله تعریف و به صورت رابطه (۲) به کار گرفته می‌شود.

در حالی که انتقال حرارت از لوله به محیط پیرامون به صورت انتقال حرارت جابجایی آزاد زمان‌بر است. در مقاله حاضر، مقدار ۲۰ درجه افزایش دمای جداره خارجی لوله به عنوان معیار مقایسه نتایج مدل‌سازی با نتیجه آزمایشگاهی در نظر گرفته شده است.

در فرآیندهای سیکل کارکرد، لوله دتونیشن در معرض رژیم‌های مختلف جریان متناوب قرار می‌گیرند. محدوده گسترده تغییرات سرعت و دمای گاز در لوله و جریان معکوس و مکش هوا در انتهای لوله، تعیین دقیق بار حرارتی، هر یک از مراحل سیکل را دشوار می‌کند.

در مرحله دتونیشن و تراست، محاسبه دمای جداره داخلی لوله و دمای گاز در هر لحظه و ضریب انتقال حرارت جابجایی از گاز به جداره داخلی به دلیل جریان شدید اغتشاشی بسیار دشوار است. با توجه به اینکه کسری از ثانیه طول می‌کشد تا موج انفجار لوله را طی کند و از آن خارج شود، شار حرارتی متوسط ناشی از دتونیشن به عنوان شرایط مرزی در نظر گرفته می‌شود. با دانستن خواص دتونیشن مخلوط گازی، دمای گازهای خروجی از لوله و قانون اول ترمودینامیک می‌توان مجموع انرژی گرمایی منتقل شده به لوله را به دست آورد. طول زمان مرحله دتونیشن بر اساس مدت زمان رسیدن موج به دهانه تراست بر اساس سرعت موج چپمن-ژوگت قابل محاسبه است؛ در صورتی که زمان مرحله تراست وابسته به طراحی موتور است. به منظور دستیابی به یک مدل عمومی فرض شده است که بار حرارتی کلی در یک سیکل در مرحله دتونیشن به لوله اعمال می‌شود و از زمان مرحله تراست صرف‌نظر می‌شود.

به علت سرعت سوپرسونیک موج دتونیشن، گرادیان دما در راستای طولی لوله، بسیار کوچک‌تر از گرادیان دما در راستای شعاعی است و بر این اساس می‌توان از انتقال حرارت هدایتی در راستای طولی در جداره لوله صرف‌نظر کرد. فرض در نظر گرفتن دمای یکسان در طول لوله با نتایج تجربی همخوانی خوبی دارد [۸، ۱۲، ۱۴] بر این اساس در یک سیکل از کارکرد موتور به اندازه مدت زمانی که طول می‌کشد تا جبهه موج انفجار طول لوله را طی کند، شار حرارتی سطحی ثابتی روی دیواره داخلی لوله اعمال می‌شود.

در مراحل تزریق و تخلیه لوله با مخلوط دمای پایین، انتقال حرارت جابجایی دارد. ضریب انتقال حرارت جابجایی،

لازم به ذکر است که رفتار گاز قبل و پس از انفجار به صورت رفتار گاز کامل فرض شده است. در طول این فاز، جرم ورودی و خروجی به لوله صفر است و فرض می‌شود که تغییری در جرم درون لوله، در این مرحله نداریم و گاز قبل و بعد از دتونیشن ساکن است؛ لذا ترم‌های انرژی جنبشی نیز، از معادله حذف می‌شوند و از طرفی هیچ قطعه‌ی متحرکی در موتور پالس دتونیشن وجود ندارد؛ لذا کار انجام شده برابر صفر است؛ بنابراین معادله انرژی به صورت رابطه (۳) درمی‌آید:

$$Q_{out} - W = U_R - U_P$$

$$= \sum(H_R - P_R V_R) - \sum(H_P - P_P V_P)$$

$$Q_{out} = \sum_R n_r (\bar{h}_f^o + \Delta \bar{h} - \bar{R}T)_r$$

$$- \sum_P n_p (\bar{h}_f^o + \Delta \bar{h} - \bar{R}T)_p \quad (3)$$

در رابطه (۳)  $h_f$  بیانگر آنتالپی تشکیل و  $T$  دمای مطلق برحسب کلوین  $(T(K)=T(^{\circ}C)+273.15)$  است.  $n$  تعداد مول گاز بر حسب kmol است. با وارد کردن مخلوط واکنش دهنده و شرایط اولیه در کد CEA، می‌توان کسر مولی محصولات را به دست آورد. بر حسب حجم، فشار و دمای اولیه مخلوط و فرض گاز ایده‌آل تعداد مول هر جز قابل محاسبه است. بر اساس فرضیات در نظر گرفته شده، با دانستن متوسط دمای گازهای خروجی و به‌کارگیری رابطه فوق می‌توان انرژی گرمایی منتقل شده را محاسبه کرد. شار حرارتی لوله نیز، مطابق رابطه (۴) محاسبه می‌شود.

$$q'' = \frac{Q}{At_{det}} \quad (4)$$

در رابطه (۴)  $q''$  شار حرارتی،  $Q$  گرمای متوسط منتقل شده به لوله ناشی از انفجار،  $A$  مساحت سطح داخلی لوله و  $t_{det}$  مدت زمان عبور جبهه موج انفجار از درون لوله است. همان‌طور که گفته شد، فرض می‌شود که شار حرارتی سطحی در مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج دتونیشن لوله را طی کند، درون لوله به صورت ثابت به جداره داخلی لوله اعمال می‌شود. در باقی زمان سیکل، لوله با گاز با دمای ۳۰۰ K تبادل حرارت جابجایی دارد.

$$\begin{cases} t_1 = \bar{t} \\ t_2 = \bar{t} - L/V, j = 1 \\ \left\{ \begin{array}{l} t_{2j-1} = \bar{t} - \sum_{k=1}^{j-1} \Delta_k \\ t_{2j} = \bar{t} - \sum_{k=1}^{j-1} \Delta_k - L/V \end{array} \right. , j > 1 \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه (۲) با در نظر گرفتن  $\Delta$  به‌عنوان دوره زمانی یک سیکل،  $\sum_{k=1}^{j-1} \Delta_k$  تأخیر زمانی پیش از شروع سیکل شماره  $j$  است. دوره زمانی هر سیکل برحسب پارامترهای مختلف کارکرد و طراحی موتور می‌تواند تغییر کند و الزامی بر ثابت بودن آن برای سیکل‌های مختلف وجود ندارد.

## ۲-۴- محاسبه شار حرارتی دتونیشن در یک سیکل از کارکرد موتور

حرارت ایجاد شده در لوله به فاکتورهای مختلفی از جمله: نوع و نسبت مخلوط سوخت و اکسید کننده مورد استفاده، مقدار فشار و دمای اولیه مخلوط گازی بستگی دارد. میدان دما و شرایط حرارتی لوله علاوه بر موارد فوق، به پارامترهای دیگری مانند، جنس ماده و هندسه لوله، پارامترهای طراحی مانند، فرکانس کارکرد موتور، زمان‌بندی مراحل سیکل و عامل خنک‌کننده موتور و ... نیز بستگی دارد.

برای محاسبه شار حرارتی منتقل شده به لوله در اثر دتونیشن در یک سیکل موتور، در ابتدا لازم است، خواص ترمودینامیکی مخلوط گازی و درجه حرارت گاز خروجی در یک سیکل از کارکرد موتور را تعیین کرد؛ لذا باید گرمای آزاد شده ناشی از دتونیشن یک مخلوط گازی موردنظر و به‌عنوان بخش اصلی در محاسبه بار حرارتی ناشی از انفجار و شار حرارتی سطحی ایجاد شده در لوله محاسبه شود. برای تعیین معادله و خواص واکنش تعادلی احتراق، از کد تجاری (CEA<sup>1</sup>) محصول ناسا استفاده شده است. به کمک این کد معادله تعادلی دتونیشن و خواص مخلوط گاز احتراقی به دست می‌آید و می‌توان انرژی گرمایی کلی آزاد شده از دتونیشن را به کمک قانون اول ترمودینامیک محاسبه کرد.

<sup>1</sup> Chemical Equilibrium with Applications

### ۳- حل تحلیلی و عددی مسئله

فرم عمومی معادله انتقال حرارت فوریه‌ای در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت رابطه (۵) است [۳۳].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

بر اساس فرضیات مدل‌سازی، درحالی‌که منبع حرارتی داخلی در لوله وجود ندارد، وجود تقارن محوری در بارگذاری

و هندسه و یکسان فرض کردن دما در راستای طولی لوله، معادله انتقال حرارت جابجایی به صورت رابطه (۶) خواهد بود:

$$\frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6)$$

شرایط مرزی و اولیه در فاز اول و دوم به ترتیب به صورت رابطه (۷) و (۸) است:

$$\text{B. Cs: } \begin{cases} -k \frac{\partial_j^1 T}{\partial r} |_{r=R_{in}} = q'' \\ -k \frac{\partial_j^1 T}{\partial r} |_{r=R_o} = h_o [ {}_j^1 T(r=R_o, t) - T_\infty ] \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{I. C: } \begin{cases} {}_j^1 T(r, t_1 = 0) = T_{in} \\ {}_j^1 T(r, t_{2j-1} = 0) = {}_{j-1}^2 T \left( r, t_{2(j-1)} = \Delta_{j-1} - \frac{L}{j-1V} \right), j > 1 \end{cases}$$

$$\text{B. Cs: } \begin{cases} -k \frac{\partial_j^2 T}{\partial r} |_{r=R_{in}} = h_i [ {}_j^2 T(r=R_i, t) - T_\infty ] \\ -k \frac{\partial_j^2 T}{\partial r} |_{r=R_o} = h_o [ {}_j^1 T(r=R_o, t) - T_\infty ] \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{I. C: } {}_j^2 T(r, t_{2j} = 0) = {}_j^1 T \left( r, t_{2j-1} = \frac{L}{jV} \right)$$

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{k(T - T_\infty)}{q'' R_o} \\ \theta_2 = \frac{T}{T_\infty} \end{cases} \quad (9) \quad \text{دمای بی‌بعد}$$

لازم به ذکر است که متغیر بی‌بعد زمان برای فاز اول و دوم متفاوت است و در حل مسئله و تعیین شرایط اولیه فازها باید به آن توجه کرد. سه پارامتر بی‌بعد مرتبط با مسئله موردنظر نیز، به صورت روابط (۱۰) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} a &= \frac{R_i}{R_o} && \text{شعاع داخلی بی‌بعد} \\ Bi_o &= \frac{h_o R_o}{k} && \text{ضریب انتقال حرارت بی‌بعد} \\ Bi_i &= \frac{h_i R_o}{k} && \text{بی‌بعد} \\ \theta_{in} &= \frac{k(T_{in} - T_\infty)}{q'' R_o} && \text{دمای اولیه} \end{aligned} \quad (10)$$

با به کارگیری پارامترهای بی‌بعد فوق، معادله حاکم بی‌بعد برای فاز اول و دوم به ترتیب به صورت رابطه (۱۱) و (۱۲) بازنویسی می‌شود:

در اندیس نویسی روابط، قرارداد به این صورت است که پایین نویس سمت چپ، شماره سیکل کارکرد موتور و بالانویس سمت چپ، معرف فاز در هر سیکل است. در رابطه (۸) و (۸)  $h_o$  و  $h_i$  به ترتیب، ضریب انتقال حرارت جابجایی داخل و بیرون لوله و  $T_{i-gas}$  دمای متوسط گاز داخل لوله است. در شروع کارکرد موتور لوله در دمای یکنواخت اولیه  $T_{in}$  قرار دارد. در ادامه شرط اولیه دما برای هر فاز، میدان دما در زمان انتهای فاز قبلی است.

در ابتدا مسئله به فرم بی‌بعد بازنویسی می‌شود. مزیت بی‌بعد سازی معادلات این است که متغیرهای مستقل مسئله از هشت متغیر  $T(r, L, t, k, \alpha, h, T_i, T_\infty)$  به سه متغیر  $\theta(r^*, Bi_o, \tau)$  کاهش پیدا می‌کند. متغیرهای بی‌بعد در رابطه (۹) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} r^* &= \frac{r}{R_o} && \text{شعاع بی‌بعد} \\ \tau &= \frac{\alpha t}{R_o^2} && \text{زمان بی‌بعد} \end{aligned}$$



$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial_j^1 \theta}{\partial r^*} \right) = \frac{\partial_j^1 \theta}{\partial \tau}$$

$$B.C.S: \begin{cases} \frac{\partial_j^1 \theta}{\partial r^*} = -1, r^* = a \\ \frac{\partial_j^1 \theta}{\partial r^*} = -Bi_o^1 \theta, r^* = 1 \end{cases}$$

I.C:

$${}^1_1 \theta(r^*, \tau = 0) = {}^1_1 \theta_{in}$$

$${}^1_j \theta(r^*, \tau_{2j-1} = 0) = {}^1_{j-1} \theta \left( r^*, \tau_{2(j-1)} = \frac{\alpha}{R_{out}^2} \left( \Delta_{j-1} - \frac{L}{j-1} V \right) \right), j > 1$$

(۱۱)

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial_j^2 \theta}{\partial r^*} \right) = \frac{\partial_j^2 \theta}{\partial \tau}$$

$$B.C.S: \begin{cases} \frac{\partial_j^2 \theta}{\partial r^*} = -Bi_i \left( \frac{T_{i_{gas}}}{T_{\infty}} - {}^2_j \theta(r^* = a, \tau_{2j}) \right), r^* = a \\ \frac{\partial_j^2 \theta}{\partial r^*} = -Bi_o({}^2_j \theta(r^* = 1, \tau_{2j}) - 1), r^* = 1 \end{cases}$$

$$I.C: {}^2_j \theta_{in}(r^*, \tau_{2j} = 0) = {}^1_j \theta \left( r, \tau_{2j-1} = \frac{\alpha}{R_o^2} \left( \frac{L}{j} V \right) \right)$$

(۱۲)

در حل تحلیلی از روش جداسازی متغیرها استفاده شده است [۳۴، ۳۵]. پاسخ مسئله به صورت رابطه (۱۳) و (۱۴) به ترتیب برای فاز اول و دوم به دست می‌آید.

$${}^1_j \theta(r^*, \tau) = {}^1_j w(r^*, \tau) + {}^1 S(r^*)$$

$${}^1 S = a \left( \frac{1}{Bi_o} - \ln(r^*) \right)$$

$${}^1_j w(r^*, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} {}^1_j A_n {}^1 \phi_n(r^*) e^{-1 \lambda_n^2 \tau (2j-1)}$$

$${}^1_j A_n = \frac{2[\theta_{in} Bi_o^1 \phi_n(1) - a^1 \phi_n(a)]}{[(1 \lambda_n^2 + Bi_o^2)^1 \phi_n^2(1) - a^{21} \lambda_n^{21} \phi_n^2(a)]}$$

$${}^1_j A_n = \frac{\frac{kT_{\infty}}{q'' R_o} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \left( j-1 A_m e^{-2 \lambda_m^2 \frac{\alpha}{R_o^2} \Delta_{j-1}} \right) \times \int_a^1 {}^1 \phi_n(r^*)^2 \phi_m(r^*) r^* dr^* \right\} - \frac{a^1 \phi_n(a)}{1 \lambda_n^2}}{\left[ Bi_o^2 S(1) - {}^2 S'(1) + Bi_o \right]^1 \phi_n(1) + \frac{1}{1 \lambda_n^2} \left[ -a^2 S'(a)^1 \phi_n(a) \right]}}{\frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{Bi_o^2}{1 \lambda_n^2} \right)^1 \phi_n^2(1) - a^{21} \phi_n^2(a) \right]}, j > 1 \quad (۱۳)$$

$${}^2_j \theta(r^*, \tau) = {}^2_j w(r^*, \tau) + {}^2 S(r^*)$$

$${}^2 S = \frac{aBi_i Bi_o \ln(a) - Bi_i - aBi_o \frac{T_{i, gas}}{T_\infty}}{aBi_i Bi_o \ln(a) - Bi_i - aBi_o} \{1 - Bi_i \ln(r^*)\} + Bi_i \ln(r^*)$$

$${}^2 S' = aBi_o Bi_i \frac{1}{r^*} \left\{ \frac{\frac{T_{i, gas}}{T_\infty} - 1}{aBi_i Bi_o \ln(a) - Bi_i - aBi_o} \right\}$$

$${}^2_j w(r^*, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} {}^2_j A_m {}^2 \phi_m(r^*) e^{-2 \lambda_m \tau (z_j)}$$

$${}^2_j A_m = \frac{\left\{ \begin{aligned} & \frac{q'' R_o}{k T_\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-1 \lambda_n^2 \frac{\alpha}{R_{out}^2} \frac{L}{V}} \int_a^1 \phi_n(r^*)^2 \phi_m(r^*) r^* dr^* \\ & + \frac{q'' R_o}{k T_\infty} \frac{1}{2 \lambda_m^2} \left[ \left\{ a + a^2 Bi_i \left( \frac{1}{Bi_o} - \ln(a) \right) \right\}^2 \phi_m(a) \right] \\ & - \frac{1}{2 \lambda_m^2} \left[ \{ Bi_o^2 S(1) + {}^2 S'(1) - Bi_o \}^2 \phi_m(1) \right] \\ & + a \{ {}^2 S'(a) - Bi_i^2 S(a) + Bi_i \}^2 \phi_m(a) \end{aligned} \right\}}{\frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{Bi_o^2}{2 \lambda_m^2} \right)^2 \phi_m^2(1) - a^2 \left( 1 + \frac{Bi_i^2}{2 \lambda_m^2} \right)^2 \phi_m^2(a) \right]} \quad (14)$$

$$+ Bi_i \{ Y_0(2 \lambda_m r^*) J_0(2 \lambda_m a) - Y_0(2 \lambda_m a) J_0(2 \lambda_m r^*) \} \quad (15)$$

مقادیر ویژه هر فاز از روابط (۱۶) و (۱۷) به دست می‌آید. برای یافتن ریشه‌ها از تکنیک‌های عددی استفاده شده است.

در رابطه (۱۳) و (۱۴)  $w$ ، نشان دهنده قسمت گذرای حل و  $S$  قسمت حالت پایای پاسخ مسئله است؛ همچنین توابع ویژه هر فاز و به صورت رابطه (۱۵) است.  $J$  و  $Y$  در آن توابع بسل است.

$$\begin{aligned} {}^1 \phi_n(r^*) &= Y_1(1 \lambda_n a) J_0(1 \lambda_n r^*) \\ &\quad - Y_0(1 \lambda_n r^*) J_1(1 \lambda_n a) \\ {}^2 \phi_m(r^*) &= {}^2 \lambda_m \{ Y_0(2 \lambda_m r^*) J_1(2 \lambda_m a) \\ &\quad - Y_1(2 \lambda_m a) J_0(2 \lambda_m r^*) \} \end{aligned}$$

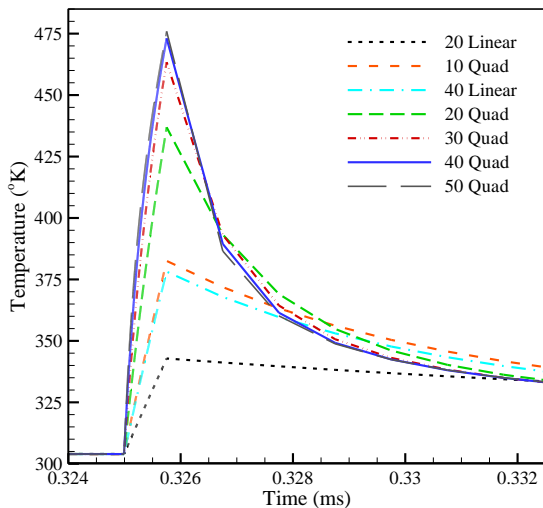
$$1 \lambda_n [J_1(1 \lambda_n) Y_1(1 \lambda_n a) - J_1(1 \lambda_n a) Y_1(1 \lambda_n)] = Bi_o [J_0(1 \lambda_n) Y_1(1 \lambda_n a) - J_1(1 \lambda_n a) Y_0(1 \lambda_n)] \quad (16)$$

$$\left[ {}^2 \lambda_m^2 \{ Y_1(2 \lambda_m a) J_1(2 \lambda_m) - Y_1(2 \lambda_m) J_1(2 \lambda_m a) \} + Bi_i {}^2 \lambda_m \{ Y_0(2 \lambda_m a) J_1(2 \lambda_m) - Y_1(2 \lambda_m) J_0(2 \lambda_m a) \} \right] = \left[ Bi_i Bi_o \{ Y_0(2 \lambda_m a) J_0(2 \lambda_m) - Y_0(2 \lambda_m) J_0(2 \lambda_m a) \} + Bi_o {}^2 \lambda_m \{ Y_1(2 \lambda_m a) J_0(2 \lambda_m) - Y_0(2 \lambda_m) J_1(2 \lambda_m a) \} \right] \quad (17)$$

$$\int_a^1 \phi_n(r^*)^2 \phi_m(r^*) r^* dr^* = \frac{r^*}{1 \lambda_n^2 - 2 \lambda_m^2} \times \left[ \begin{aligned} & \{ Bi_i Y_1(1 \lambda_n a) J_0(2 \lambda_m a) + {}^2 \lambda_m Y_1(1 \lambda_n a) J_1(2 \lambda_m a) \} \times \\ & \{ {}^1 \lambda_n J_1(1 \lambda_n r^*) Y_0(2 \lambda_m r^*) - {}^2 \lambda_m J_0(1 \lambda_n r^*) Y_1(2 \lambda_m r^*) \} \\ & + \{ Bi_i J_1(1 \lambda_n a) Y_0(2 \lambda_m a) + {}^2 \lambda_m J_1(1 \lambda_n a) Y_1(2 \lambda_m a) \} \times \\ & \{ {}^1 \lambda_n Y_1(1 \lambda_n r^*) J_0(2 \lambda_m r^*) - {}^2 \lambda_m Y_0(1 \lambda_n r^*) J_1(2 \lambda_m r^*) \} \\ & - \{ Bi_i J_1(1 \lambda_n a) J_0(2 \lambda_m a) + {}^2 \lambda_m J_1(1 \lambda_n a) J_1(2 \lambda_m a) \} \times \\ & \{ {}^1 \lambda_n Y_1(1 \lambda_n r^*) Y_0(2 \lambda_m r^*) - {}^2 \lambda_m Y_0(1 \lambda_n r^*) Y_1(2 \lambda_m r^*) \} \\ & - \{ Bi_i Y_1(1 \lambda_n a) Y_0(2 \lambda_m a) + {}^2 \lambda_m Y_1(1 \lambda_n a) Y_1(2 \lambda_m a) \} \times \\ & \{ {}^1 \lambda_n J_1(1 \lambda_n r^*) J_0(2 \lambda_m r^*) - {}^2 \lambda_m J_0(1 \lambda_n r^*) J_1(2 \lambda_m r^*) \} \end{aligned} \right] \quad (18)$$

تعداد مقادیر ویژه مورد نیاز در روابط (۱۶) و (۱۷) به جهت همگرایی پاسخ در قسمت نتایج، مورد بررسی قرار گرفته است. زمان بسیار کوتاه رخداد دتونیشن و مقدار بالای شار حرارتی مربوط به آن، حساسیت پاسخ را به تعداد ترم‌های زیگما به صورت قابل توجهی افزایش می‌دهد. در روابط (۱۳) و (۱۴) داریم:

شرایط مرزی، در مدل‌سازی از تقارن محوری استفاده شده و بر این اساس المان‌های متقارن محوری (DCAX8/DCAX4)، بررسی و نتایج همگرایی پاسخ در شکل ۳ نشان داده شده است.



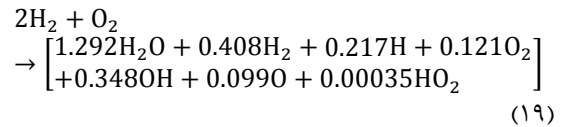
شکل ۳- بررسی پاسخ حرارتی (دمای جداره داخلی لوله) و مطالعه همگرایی شبکه

در بررسی انجام شده علاوه بر بررسی استقلال پاسخ از تعداد و اندازه المان، اثر به‌کارگیری المان خطی و مرتبه اول نیز بر پاسخ مورد بررسی قرار گرفته شده است. لازم به ذکر است، از آنجایی‌که دمای جداره داخلی لوله در معرض بیشترین و شدیدترین تغییرات دمایی و شرط مرزی است، برای آنالیز حساسیت دمای جداره داخلی مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، المان خطی نمی‌تواند به‌خوبی تغییرات دما را نشان دهد و به‌کارگیری المان خطی مجاز نیست. با توجه به همگرایی پاسخ، تعداد ۴۰ المان مرتبه دو به‌عنوان تعداد المان در راستای ضخامت لوله انتخاب می‌شود. با توجه به ضخامت ۱ cm جداره لوله، اندازه هر المان ۰/۲۵ mm به دست می‌آید.

اثر گام زمانی حل و نمونه‌برداری نتایج نیز، در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به زمان رخداد فاز اول (۰/۷۵۸۹ ms)، گام زمانی حل و نمونه‌برداری باید به صورتی باشد که رخداد به‌خوبی در مدل‌سازی مشاهده و شبیه‌سازی شود. بر این اساس بررسی اثر گام زمانی بر دقت

### ۳- نتایج و بحث

در رابطه (۱۹) معادله تعادلی واکنش دتونیشن هیدروژن و اکسیژن نشان داده شده است. این رابطه به کمک کد CEA برای دتونیشن به‌دست‌آمده است.

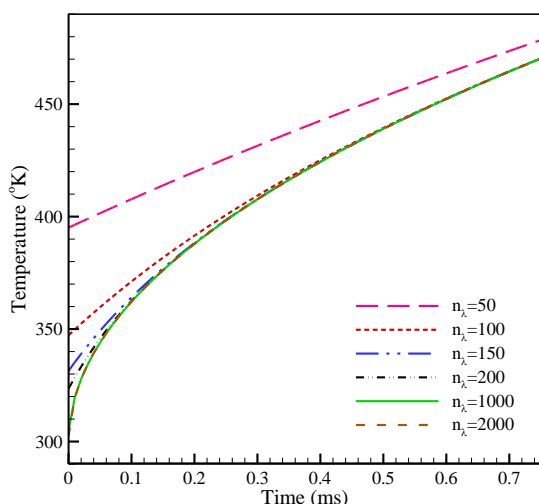


در جدول ۲ مشخصات مخلوط گازی قبل و بعد از انفجار نشان داده شده است. با توجه به نوع و ترکیب مخلوط سوخت برای ایجاد انفجار، مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج انفجار گازی با سرعت ۲۸۳۵/۵ m/s طول ۲/۱۵۲m لوله را طی کند، برابر ۰/۷۵۸۹ ms است و در این مدت شار حرارتی به‌صورت یکنواخت در سطح داخلی لوله شبیه‌سازی می‌شود. در ادامه لوله با گاز با دمای ۳۰۰ K تبادل حرارت جابجایی دارد. مقدار شار حرارتی دتونیشن بر حسب متوسط دمای گاز خروجی از لوله (در حدود ۲۲۰۰ درجه کلوین) برابر با مقدار  $q''=60(MW/m^2)$  محاسبه می‌شود.

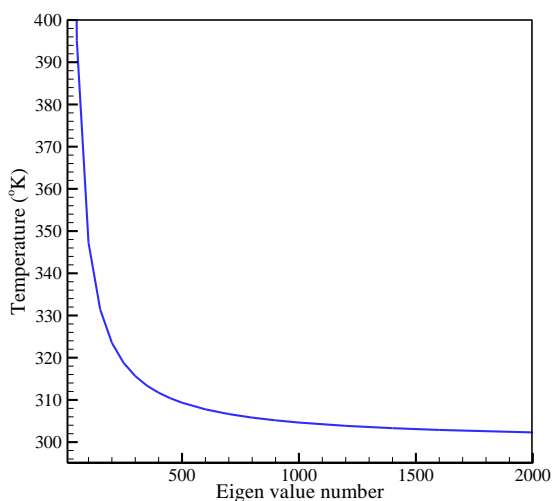
### جدول ۲- مشخصات مخلوط گاز پیش از رسیدن و روی

| پیشانی موج دتونیشن |               |                               |
|--------------------|---------------|-------------------------------|
| مقدار              | کمیت          |                               |
| ۳۰۰                | $T_{in}(K)$   | دمای اولیه مخلوط واکنش دهنده  |
| ۰/۵                | $P_{in}(bar)$ | فشار اولیه مخلوط واکنش دهنده  |
| ۳۵۵۲/۰۸            | $T_{ej}(K)$   | دمای گاز در پیشانی موج انفجار |
| ۹/۵۲۸۴             | $P_{ej}(bar)$ | فشار گاز در پیشانی موج انفجار |
| ۲۸۳۵/۵             | $V_{ej}(m/s)$ | سرعت موج دتونیشن              |

حل عددی به کمک نرم‌افزار تجاری آباکوس انجام‌گرفته است. انتخاب نوع تحلیل مناسب، روش حل، نوع، مرتبه و تعداد المان، گام یا نمو زمانی حل، مدل‌سازی مناسب بارگذاری و شرایط مرزی، دقت در نمونه‌برداری پاسخ و ... مواردی هستند که در رسیدن به پاسخ صحیح با هزینه محاسباتی بهینه نقش بسزایی دارند که به آن‌ها پرداخته شده است. با توجه به وجود تقارن در هندسه لوله، بارگذاری و



شکل ۵- دمای جداره داخلی بر حسب تعداد مقادیر ویژه در پاسخ حل تحلیلی



شکل ۶- دمای اولیه لوله بر حسب تعداد مقادیر ویژه در پاسخ حل تحلیلی

علاوه بر اثر تعداد مقادیر ویژه، تعداد رقم اعشار مقادیر ویژه نیز، در نتیجه تأثیرگذار است و باید صحت و استقلال جواب از این پارامتر نیز بررسی شود. همان‌طور که در شکل ۷ نشان داده شده است، با ۲۰۰۰ ترم مقدار ویژه بررسی نشان می‌دهد که تعداد حداقل ۸ رقم اعشار برای رسیدن به جواب صحیح لازم است. پس از اطمینان از استقلال پاسخ‌های تحلیلی و عددی از پارامترهای مدل‌سازی در هرکدام لازم است، جواب‌ها با یکدیگر مقایسه و صحت

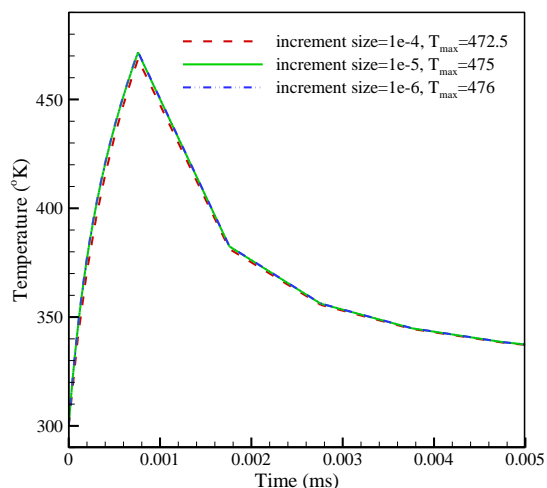
جواب‌ها با سه گام زمانی ۰/۱ و ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ ms انجام گرفت.

هر میزان گام زمانی کوچک‌تر باشد، رخداد با مقیاس دقیق‌تری بررسی می‌شود، اما با توجه به افزایش قابل توجه گام‌های حل به‌خصوص در سیکل‌های پایایی، زمان و هزینه محاسباتی بسیار افزایش پیدا می‌کند. نمو زمانی ۰/۱ ms به‌عنوان نمو زمانی نهایی تعیین می‌شود. در حل تحلیلی باید همگرایی جواب و اثر تعداد مقادیر ویژه مسئله و تعداد رقم اعشار آن، مورد بررسی قرار گیرد. در شکل ۵ تغییرات دمای جداره داخلی لوله در فاز اول سیکل اول بر حسب تعداد مقادیر ویژه نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با تعداد ۲۰۰ مقدار ویژه شکل کلی تاریخچه ثابت می‌شود و تنها در زمان‌های ابتدایی همچنان تغییرات باقی است.

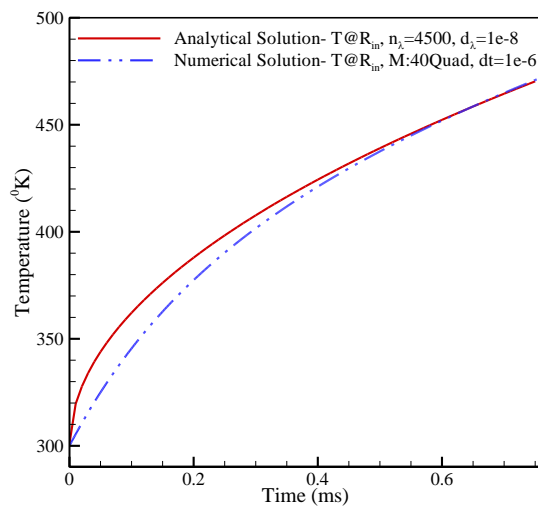
در شکل ۶ دمای جداره داخلی در زمان شروع فاز اول (دمای اولیه) بر حسب تعداد مقدار ویژه نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، از تعداد ۵۰۰ ترم تا ۱۰۰۰ ترم دما ۵ درجه سانتی‌گراد تغییر می‌کند. با توجه به اینکه انتخاب تعداد بالای ترم‌های مقدار ویژه هزینه زمانی محاسباتی را به‌شدت افزایش می‌دهد، در نهایت تعداد ۵۰۰ ترم برای حل در نظر گرفته شده است و از خطای ناشی از آن چشم‌پوشی شده است.

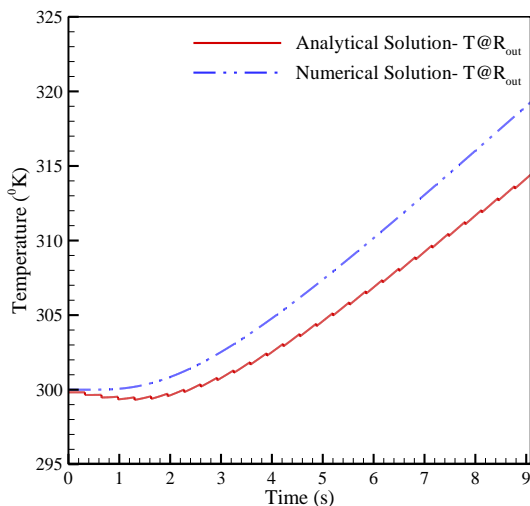


شکل ۴- بررسی پاسخ حرارتی (دمای جداره داخلی لوله) و اندازه گام زمانی حل

افزایش دمای ۱۴/۴۵ درجه برای نتایج تحلیلی در بررسی حاضر، می‌توان تطابق خوبی بین نتایج مدل‌سازی و تجربی به دست آورد و از این طریق صحت نتایج را تأیید کرد. در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ تغییرات دمای نقاط مختلف در راستای ضخامت لوله در طول ۲۸ سیکل کارکرد نشان داده شده است. در فرضیات اصلی مسئله به جهت ایجاد یک مدل عمومی در تعیین زمان‌بندی فازهای هر سیکل و به دلیل مشخص نبودن زمان مرحله تر است، فرض شده که تمام



شکل ۸- مقایسه نتایج عددی و تحلیلی (دمای جداره داخلی) در فاز ۱ سیکل اول

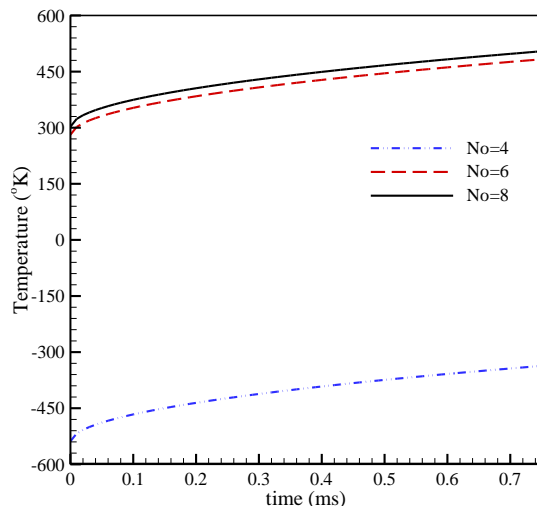


شکل ۹- مقایسه نتایج عددی و تحلیلی (دمای جداره خارجی) در طول ۲۸ سیکل کارکرد

سنجی شود. در شکل ۸ دمای جداره داخلی در فاز اول در حل عددی و تحلیلی با یکدیگر مقایسه شده است. نکته لازم به ذکر در مقایسه انجام شده این است که تعداد مقادیر ویژه در این مقایسه برای حل تحلیل ۴۵۰۰ ترم و گام زمانی حل عددی نیز ۰/۰۰۰۱ ms در نظر گرفته شده است تا در این مقایسه به صورت دقیق نتایج تحلیلی و عددی مقایسه شود.

شکل ۸ همخوانی خوب نتایج عددی و تحلیلی را با هم نشان می‌دهد. همان‌طور که در روابط (۱۴) و (۱۵) و رابطه (۱۹) قابل مشاهده است؛ حل تحلیلی دارای حلقه‌های داخلی برای هر فاز از مسئله است. همان‌طور که گفته شد که در نظر گرفتن تعداد بالای ترم‌های مقادیر ویژه هزینه زمانی محاسبات تحلیلی را بسیار افزایش می‌دهد؛ لذا با در نظر گرفته خطای ناشی از این ساده‌سازی، تعداد ترم‌های مقادیر ویژه ۵۰۰ عدد فرض شد.

در شکل ۹ دمای جداره خارجی لوله برای ۲۸ سیکل کارکرد نشان داده شده است. رفتار پلکانی و کاهش دمای نتایج تحلیلی در مقایسه با عددی به خاطر فرض فوق ایجاد می‌شود. با در نظر گرفتن منشأ خطا، نتایج تحلیلی و عددی همخوانی قابل قبولی با یکدیگر دارند. در نتایج تجربی کاساهارا و همکاران گفته شده که افزایش دمای ۲۰ الی ۲۵ درجه برای نقاط مختلف لوله ثبت و گزارش شده است و با مدنظر قرار دادن افزایش ۱۹/۳۱ درجه برای نتایج عددی و

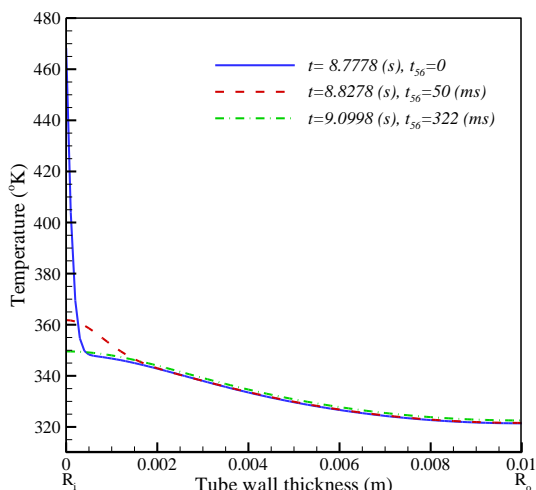


شکل ۷- دمای جداره داخلی لوله بر حسب تعداد رقم اعشار مقادیر ویژه حل تحلیلی

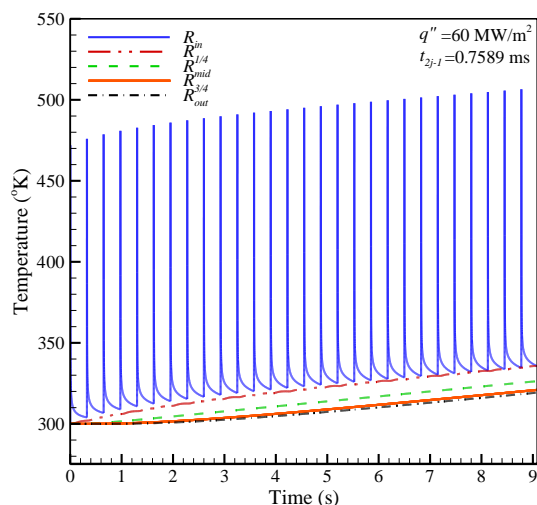
می‌کند و مطابق رابطه (۴)، شار حرارتی مقدار  $15 \text{ MW/m}^2$  می‌شود. زمان مرحله تراست بسته به طراحی موتور تا چند میلی‌ثانیه می‌تواند طول بکشد.

مشاهده می‌شود، دامنه نوسانات دمای داخلی لوله کاهش پیدا می‌کند؛ اما با توجه به اینکه مجموع حرارت منتقل شده به لوله ثابت است، افزایش دمای نقاط داخلی لوله مانند گذشته است. این بررسی نشان می‌دهد که فرض اولیه در نظر گرفته شده قابل قبول است و اثر مهم آن روی دامنه تغییرات دما در جداره داخلی است. لازم است در سایر تحلیل‌هایی که از این نتایج استفاده می‌شود (مانند تحلیل خستگی حرارتی)، باید به اثر این فرض توجه شود.

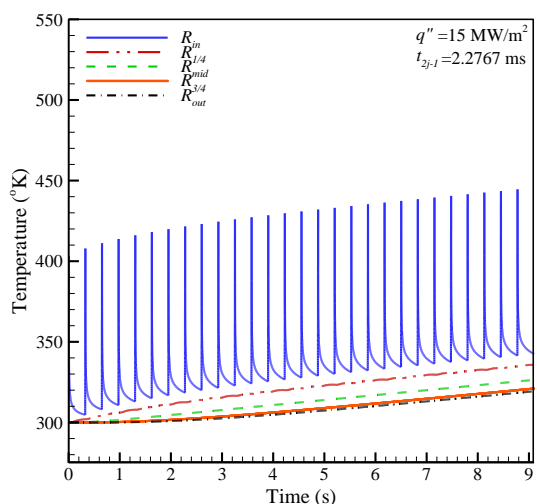
همان‌طور که مشاهده می‌شود، جداره داخلی دارای پاسخ نوسانی شدید است که با حرکت در راستای شعاع، طبیعت نوسانی پاسخ دمپ می‌شود و به‌صورت افزایش یکنواخت خواهد بود. با توجه به ضریب نفوذ حرارتی نزدیک به  $1 \text{ s}$  طول می‌کشد تا جداره خارجی، اولین افزایش دمای خود را احساس کند و با گذشت حدود  $2 \text{ s}$  دمای جداره داخلی،  $10^\circ\text{C}$  افزایش دما پیدا می‌کند. این امر موجب ایجاد گرادیان دمایی قابل توجهی در راستای ضخامت لوله می‌شود. در شکل ۱۲ گرادیان دما در راستای ضخامت دیواره در سه زمان از فاز دوم سیکل  $28 \text{ ms}$  نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، گرادیان شدیدی در راستای ضخامت لوله وجود دارد؛ همچنین مشاهده می‌شود که نقاط



شکل ۱۲- گرادیان دما در راستای ضخامت جداره لوله



شکل ۱۰- تغییرات دمای نقاط مختلف جداره لوله در طول سیکل کارکرد  $(q''=60 \text{ MW/m}^2, t_{2j-1}=0.7589 \text{ ms})$

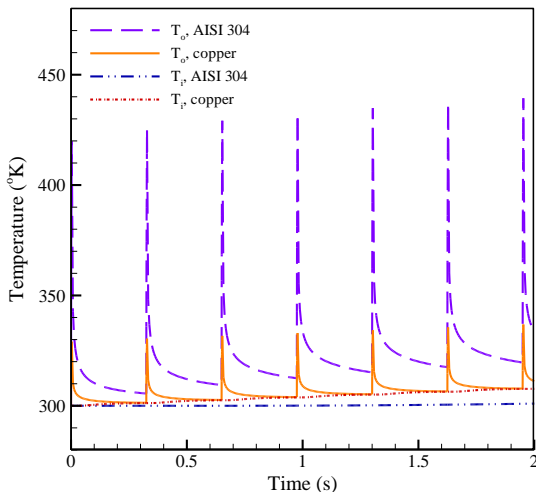


شکل ۱۱- تغییرات دمای نقاط مختلف جداره لوله در طول سیکل کارکرد  $(q''=15 \text{ MW/m}^2, t_{2j-1}=2.2767 \text{ ms})$

گرمای ناشی از انفجار در مرحله دتونیشن به لوله اعمال می‌شود. این فرض باعث می‌شود، درحالی‌که انرژی حرارتی مجموع منتقل شده به لوله ثابت باشد، شار حرارتی اعمالی به‌صورت چشمگیری افزایش یابد. در ادامه اثر در نظر گرفتن زمان مرحله تراست در انتقال حرارت بررسی و فرض شده است که زمان مرحله تراست، سه برابر زمان مرحله دتونیشن باشد. در این صورت مدت زمان انتقال حرارت از گازهای سوخته به لوله از  $0.7589 \text{ ms}$  به  $2.2767 \text{ ms}$  افزایش پیدا

به حالت پایا رسیده است. هرچند خنک کاری لوله موجب کاهش دمای کلی آن می‌شود، اما از طرف دیگر باعث افزایش اختلاف دمای جداره داخلی و خارجی و افزایش دامنه نوسانات دمای جداره داخلی می‌شود که هر دو این عوامل نامطلوب هستند.

در شکل ۱۴ تغییرات دمای جداره داخلی و خارجی لوله برای دو ماده AISI 304 و مس نشان داده شده است. مس به دلیل ضریب هدایت حرارتی و ضریب نفوذ حرارتی بالایی که دارد، حرارت ورودی به لوله از جداره داخلی را به خوبی به جداره خارجی خود هدایت می‌کند و از این رو نوسانات دما در جداره داخلی و گرادیان دما کمتر از لوله با ماده AISI 304 است.



شکل ۱۴- دمای جداره داخلی و خارجی لوله به ازای جنس لوله

در شکل ۱۵ تغییر دمای جداره داخلی و خارجی لوله برای ۱۰۰۰ سیکل کارکرد و به ازای ضرایب انتقال حرارت جابجایی مختلف و لوله از جنس مس نشان داده شده است.

### ۵- نتیجه گیری

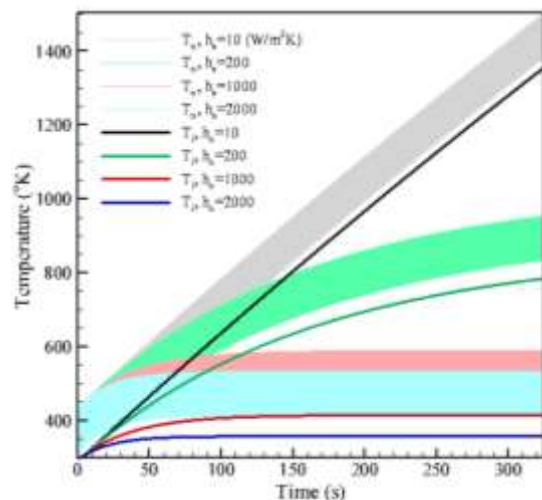
مقاله حاضر دارای دو بخش اصلی است؛ در بخش اول مدل ریاضی سیکل کارکرد موتور پالس دتونیشن، بررسی و پارامترهای حرارتی مرتبط با آن استخراج گردید. بر اساس مدل توصیف شده مراحل کارکرد سیکل موتور در دو فاز گرم

داخلی جداره هنوز افزایش دمای قابل ملاحظه‌ای پیدا نکرده‌اند و شرایط دمایی بسیار گذرا است.

فرکانس کارکرد موتور، نوع و درصد مخلوط سوخت و اکسید کننده، جنس لوله و هندسه آن و سایر پارامترهای طراحی، مواردی هستند که در پاسخ حرارتی لوله دتونیشن تأثیر می‌گذارند. با توجه به اینکه هدف از پژوهش حاضر، به دست آوردن ابزاری برای تحلیل و پیش‌بینی شرایط دمایی لوله دتونیشن است، بررسی پارامتریک پاسخ و طراحی حرارتی این لوله‌ها انجام نشده است. با این حال برای نمونه، اثر چند پارامتر در ادامه آورده شده است.

در شکل ۱۳ تغییر دمای جداره داخلی و خارجی لوله برای ۱۰۰۰ سیکل کارکرد و به ازای ضرایب انتقال حرارت جابجایی خارجی مختلف نشان داده شده است. ضرایب ۱۰، ۲۰۰، ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ به ترتیب، انتقال حرارت آزاد و اجباری توسط هوا و انتقال حرارت آزاد و اجباری توسط آب هستند. نوسانات دما در جداره داخلی، به صورت نوار ضخیم به نمایش درآمده است.

مشاهده می‌شود، در حالتی که لوله دتونیشن سیستم خنک‌کننده ندارد، دمای لوله با شیب تندی افزایشی است و این نتیجه، نشان‌دهنده این موضوع است که لوله دتونیشن حتماً نیاز به طراحی سیستم خنک‌کننده دارد. در شرایط خنک کاری توسط آب مشاهده می‌شود که دمای لوله



شکل ۱۳- دمای جداره داخلی و خارجی لوله به ازای ضرایب انتقال حرارت جابجایی مختلف در بیرون از لوله تحت ۱۰۰۰ سیکل کارکرد (جنس لوله AISI 304)

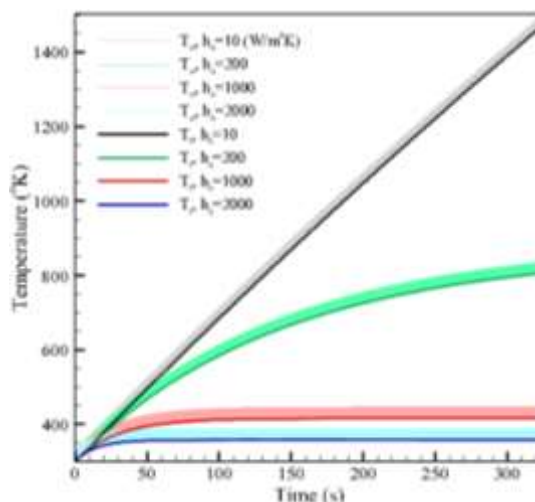
دارای ملاحظات در مرتبه و اندازه المان و نمو زمانی حل و نمونه برداری پاسخ در حل عددی و تعداد مقادیر ویژه (حداقل ۵۰۰ عدد) و تعداد رقم اعشار مقادیر ویژه (حداقل ۸ رقم اعشار) در حل تحلیلی است.

مقدار زیاد شار حرارتی و زمان بسیار کوتاه اعمال آن، پاسخ متفاوتی در موتور دتونیشن نسبت به موتورهای متداول را ایجاد می‌کند. همان‌طور که نشان داده شد، طبیعت پاسخ حرارتی لوله به صورت نوسانی با نرخ تغییرات بسیار بالا است. تکرار فرآیند انفجار گازی در لوله و افزایش کنترل نشده دمای جداره لوله می‌تواند با ایجاد تغییر فرم پلاستیک و یا ذوب بخش‌هایی از موتور اثرات مخرب بر سازه و اجزای آن گذاشته و موجب واماندگی بخش سازه موتور شود. بدین ترتیب طراحی سیستم خنک‌کننده این موتورها برای عملیات طولانی مدت حتماً لازم است، برای این منظور مدل‌های به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر با توجه به بررسی انجام شده در باره صحت و دقت نتایج آن، کاربردی و قابل استفاده است.

انتخاب نوع و جنس لوله، از جمله عوامل موثر بر پاسخ لوله به دتونیشن‌های پیاپی است. انتخاب ماده با ضریب هدایت حرارتی بالاتر به‌منظور توزیع بهتر حرارت در راستای شعاعی لوله و یا به‌کارگیری مواد مقاوم به حرارت مانند سرامیک‌ها در جداره داخلی لوله (به‌کارگیری مواد FGM) به‌منظور ایجاد سپر حرارتی داخل می‌تواند موجب بهبود پاسخ حرارتی لوله شوند. با این حال با توجه به این موضوع که لوله دتونیشن می‌تواند در شرایط مختلف فشار داخلی و خارجی، نوع و نسبت مخلوط‌های مختلف سوخت و اکسید کننده و فرکانس‌های مختلف مورد استفاده قرار گیرد، در انتخاب ماده لوله باید به‌صورت همزمان پاسخ ترموالاستودینامیک لوله و خوردگی، خستگی و ... مورد توجه قرار گیرد.

#### ۶- فهرست علائم

|           |                                      |
|-----------|--------------------------------------|
| A         | مساحت سطح داخلی لوله                 |
| <i>a</i>  | شعاع بی‌بعد داخلی                    |
| <i>Bi</i> | ضریب انتقال حرارت بی‌بعد (عدد بایوت) |



شکل ۱۵- دمای جداره داخلی و خارجی لوله به ازای ضرایب انتقال حرارت جابجایی مختلف در بیرون از لوله تحت ۱۰۰۰ سیکل کارکرد (جنس لوله مس)

شدن لوله در اثر دتونیشن و تراست و سرد شدن لوله در اثر تخلیه و تزریق دسته‌بندی شد. کد CEA برای تعیین شار حرارتی و خواص دتونیشن مخلوط گازی، مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه حل تحلیلی و عددی برای یک استوانه تحت بارگذاری حرارتی شدید و گذرا ارائه شد. مدل‌سازی به‌صورت تحلیلی به روش جداسازی متغیرها و عددی (روش المان محدود) انجام شد. مدل‌سازی تحلیلی و عددی ارائه شده برای لوله دتونیشن به‌عنوان یک کاربرد خاص، مورد استفاده قرار گرفت و همگرایی بسیار خوبی در نتایج شبیه‌سازی پاسخ حرارتی لوله مشاهده شد. اعتبار سنجی نتایج مدل‌سازی از نتایج تجربی کاساهارا و همکاران استفاده شد.

اندازه‌گیری تجربی دمای جداره داخلی لوله با توجه به فشار و دمای بالا و شرایط گذرا و تغییرات شدید در آن دشوار است. با توجه به این نکته، شبیه‌سازی انجام شده این محدودیت را برطرف می‌کند و توصیف خوبی از شرایط دمایی جداره داخلی را انجام و به درک محیط حرارتی آن کمک می‌کند.

از آنجایی که جداره داخلی لوله بحرانی‌ترین شرایط حرارتی را در مقایسه با سایر نقاط در جداره لوله دارد، دقت و حساسیت سنجی نتایج تحلیلی و عددی برای نتایج این نقطه انجام شد. نتایج حساسیت شدید، تاریخچه دما در جداره داخلی لوله به پارامترهای ورودی را نشان می‌دهد. تحلیل



|                                       |             |   |              |
|---------------------------------------|-------------|---|--------------|
| دوره زمانی یک سیکل کارکرد             | $\Delta$    | ظرفیت گرمایی ویژه ( $Jg^{-1}K^{-1}$ )             | $C_p$        |
|                                       | بالانویس‌ها | ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )     | $h$          |
| اندیس بالا سمت چپ معرف فاز در هر سیکل | 1, 2        | ضریب هدایت حرارتی                                 | $k$          |
|                                       | زیرنویس‌ها  | طول لوله (m)                                      | $L$          |
| پارامترها یا جداره داخلی لوله         | i           | فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )                         | $P$          |
| اولیه                                 | in          | گرمای متوسط منتقل شده به لوله ناشی از انفجار (KJ) | $Q$          |
| شمارنده سیکل کارکرد موتور             | j           | شار حرارتی سطحی ناشی از دتونیشن ( $Wm^{-2}$ )     | $q''$        |
| اندیس تعداد مقدار ویژه                | m, n        | شار حرارتی داخلی ( $Wm^{-3}$ )                    | $\dot{q}$    |
| پارامترها یا جداره خارجی لوله         | o           | شعاع لوله (m)                                     | $r$          |
| محیط اطراف لوله                       | $\infty$    | شعاع بی‌بعد                                       | $r^*$        |
|                                       |             | دما (K)   | $T$          |
|                                       |             | زمان (s)  | $t$          |
|                                       |             | متغیر عمومی زمان (s)                              | $\tilde{t}$  |
|                                       |             | مدت زمان عبور جبهه موج انفجار از درون لوله        | $t_{det}$    |
|                                       |             | سرعت ( $ms^{-1}$ )                                | $v$          |
|                                       |             | توابع بسل   | J, Y         |
|                                       |             |   | علائم یونانی |
|                                       |             | مقادیر ویژه مسئله                                 | $\lambda$    |
|                                       |             | توابع ویژه مسئله                                  | $\varphi$    |
|                                       |             | دمای بی‌بعد                                       | $\theta$     |
|                                       |             | چگالی ( $kgm^{-3}$ )                              | $\rho$       |
|                                       |             | زمان بی‌بعد (عدد فوریه)                           | $\tau$       |

#### ۷- مراجع

- [1] Wolański P (2013) Detonative propulsion. P Combust Inst 34: 125-158.
- [2] Kailasanath K (2000) Review of propulsion applications of detonation waves. AIAA J 38: 1698-1708.
- [3] Bussing T, Pappas G (1996) Pulse detonation engine theory and concepts. in Developments In High-Speed Vehicle Propulsion Systems, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics 421-472.
- [4] Bussing T, Pappas G (1994) An introduction to pulse detonation engines. in 32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [5] Kailasanath K (2003) Recent Developments in the Research on Pulse Detonation Engines. AIAA J 41: 145-159.
- [6] Mirzaei M, Torkaman Asadi MJ, Akbari R (2015) On vibrational behavior of pulse detonation engine tubes. Aerosp Sci Technol 47: 177-190.
- [7] Mirzaei M (2012) Vibrational response of thin tubes to sequential moving pressures. Int J Mech Sci 59: 44-54.
- [8] Bykovskii FA (1991) Thermal fluxes in combustion chamber walls in the detonation and turbulent combustion modes. Combust Explo Shock+ 27: 66-71.

- [19] Ghandikota RR (2008) Thermal analysis of pulse detonation engines. Master's Thesis, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, The University of Texas at Arlington, Arlington, TX.
- [20] Kalidindi N (2009) Heat transfer analysis of a pulse detonation engine. Master's Thesis, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, The University of Texas at Arlington, Arlington, TX.
- [21] Nagarajan HN, Lu FK (2009) Thermal analysis and heat exchanger design for pulse detonation engine. *International Journal of Aerospace Innovations* 1: 145-158.
- [22] Zhou J, Deng Z, Hou X (2010) Transient thermal response in thick orthotropic hollow cylinders with finite length: High order shell theory. *ACTA Mech Solida Sin* 23: 156-166
- [23] Zhou J, Deng Z, Xu D (2011) Dynamic response of prismatic metallic sandwich tubes under combined internal shock pressure and thermal load. *Compos Struct* 94: 166-176.
- [24] Naples A, Hoke J, Schauer F (2010) Study of heat loads from steady deflagration and pulsed detonation combustion. in 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [25] Paxson D, Naples A, Hoke J, Schauer F (2011) Numerical analysis of a pulse detonation cross flow heat load experiment. 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition.
- [26] Fontenot DG (2011) Transient heat transfer properties in a pulse detonation combustor. Monterey, California. Naval Postgraduate School.
- [27] Zhu D, Fox DS, Miller RA, Ghosn LJ, Kalluri S (2004) Effect of surface impulsive thermal loads on fatigue behavior of constant volume propulsion engine combustor materials. *Surface and Coatings Technology* 188: 13-19.
- [28] Zhu D, Fox D, Miller R (2000) Laser high-cycle thermal fatigue of pulsed detonation engine combustor materials tested. *Research and Technology* 19-22.
- [29] Ghosn L, Zhu D (2007) Thermal barrier and protective coatings to improve the durability of a combustor under a pulse detonation engine environment. In 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [30] Sun Y, Zhang X (2015) Transient heat transfer of a hollow cylinder subjected to periodic boundary conditions. *J Press Vess-T ASME* 137: 051303-051303-10.
- [9] Shmuel E, Dmitri S, David B (2000) Aerothermodynamics of pulsed detonation engines. in 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [10] Eidelman S, Sharov D, Book D (2001) The thermal balance of PDE. *Computational Methods and Experimental Measures* 711-720.
- [11] Kasahara J, Takazawa K, Arai T, Matsuo A (2002) Experimental study of impulse and heat transfer on pulse detonation engines. in 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [12] Kasahara J, Takazawa K, Arai T, Tanahashi Y, Chiba S, Matsuo A (2002) Experimental investigations of momentum and heat transfer in pulse detonation engines. *P Combust Inst* 29: 2847-2854.
- [13] Hoke J, Bradley R, Schauer F (2003) Heat transfer and thermal management in a pulsed detonation engine. in 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [14] Kasahara J, Tanahashi Y, Hirano M, Numata T, Matsuo A, Endo T (2004) Experimental investigation of momentum and heat transfer in pulse detonation rockets. in 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [15] Kasahara J, Hasegawa A, Nemoto T, Yamaguchi H, Yajima T, Kojima T (2007) Thrust demonstration of a pulse detonation rocket "TODOROKI". in 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [16] Takagi S, Morozumi T, Matsuoka K, Kasahara J, Matsuo A, Funaki I (2014) Study on pulse detonation rocket engine using flight test demonstrator "Todoroki II". in 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [17] Ajmani K, Breisacher K (2004) Multi-cycle analysis of an ejector-cooled pulse detonation device. in 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [18] Ajmani K, Breisacher K, Ghosn L, Fox D (2005) Numerical and experimental studies of a film cooled pulsed detonation tube. in 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics.

- [33] Ā-zisik MN, Özısık MN, Özısık (1993) Heat conduction: John Wiley & Sons.
- [34] Mackowski DW (2011) Conduction heat transfer: Notes for MECH 7210. Mechanical Engineering Department, Auburn University.
- [35] Behera P (2009) Analysis of transient heat conduction in different geometries.
- [31] Sun Y, Zhang X (2015) Heat transfer analysis of a circular pipe heated internally with a cyclic moving heat source. Int J Therm Sci 90: 279-289.
- [32] Detonation wave structure. Available: <http://www.aip.nagoya-u.ac.jp/unite/en/detail/0000114.html>