



## کاهش ارتعاشات ربات دو لینکی انعطاف پذیر با استفاده از مبدل پیزوالکتریک در طی مسیر مشخص

حمیدرضا حیدری<sup>۱</sup> و عبدالله مالمیر نسب<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۷/۰۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۱۱/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱

### چکیده

در تحقیق حاضر، معادلات انرژی یک بازوی دو لینکی انعطاف پذیر با استفاده از فرضیات تیر اولر - برنولی، استخراج شده است. ربات می‌تواند با استفاده از پنجه خود در صفحه قائم، باری با وزن مشخص را حمل کند. با اعمال روش مودهای فرضی و در نظر گرفتن تعداد محدودی درجه آزادی، معادلات حرکت دینامیکی هر یک از بازوها، با استفاده از معادلات اویلر- لاگرانژ به دست آمده است. کنترل و کاهش ارتعاشات لینک‌های بازو توسط یک کنترلر فعال انجام شده است. به این منظور ولتاژ مشخصی به دو لایه پیزوالکتریک اعمال شده است که در ابتدای لینک‌ها قرار دارند. الگوریتم کنترل ارتعاشات با استفاده از روش دوم لیاپانوف طراحی شده است؛ همچنین مسیر حرکت پنجه با استفاده از بازوی دو لینکی صلب معادل، محاسبه و طراحی شده است. چون ربات تحت تأثیر نیروی وزن است و حرکت خود را از حالت سکون آغاز می‌کند، جابه‌جایی استاتیک هر لینک با استفاده از قضیه کاستیگلیانو محاسبه و به عنوان شرایط اولیه در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی صورت گرفته نشان می‌دهد که مسیر حرکت پنجه انعطاف پذیر با کنترل، بسیار نزدیک به مسیر حرکت پنجه منیپولاتور معادل صلب خود است.

**کلمات کلیدی:** منیپولاتور انعطاف پذیر؛ کنترل فعال ارتعاشات؛ مبدل پیزوالکتریک؛ لیاپانوف.

## Vibration Suppression of Flexible Two Link Robot Using Piezoelectric Transducer on a Predefined Path

H. R. Heidari<sup>1</sup>, A. Malmirnasab<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Mechanical Engineering, Malayer University, Malayer.

<sup>2</sup> Mechanical Engineering, Malayer University, Malayer.

### Abstract

In this paper, the energy equations of a manipulator, including two flexible links, is extracted based on the Euler-Bernoulli beam assumptions. The robot can carry a specified mass as the load on its end-effector. Applying assumed modes method and considering a finite number of modes, the dynamical motion equations of the arm is achieved using Euler-Lagrange equations. The control and the vibration damping of the arm links is implemented using an active controller. This matter is done by applying a specified voltage on two considered piezoelectric layers, the embedding location of which is external layers of beam. The algorithm of vibration control is designed according to the Lyapunov's second method. In addition, the path planning of the end-effector is performed by making use of an equivalent two link rigid arm. Regarding the fact that the robot weight is included as well, and also it starts its own motion from the rest, the static deflection is calculated from Castigliano's method and is used as the initial conditions of beam. The performed simulation shows that the path of the controlled motion of flexible robot follows that of equivalent rigid manipulator end-effector with a good approximation.

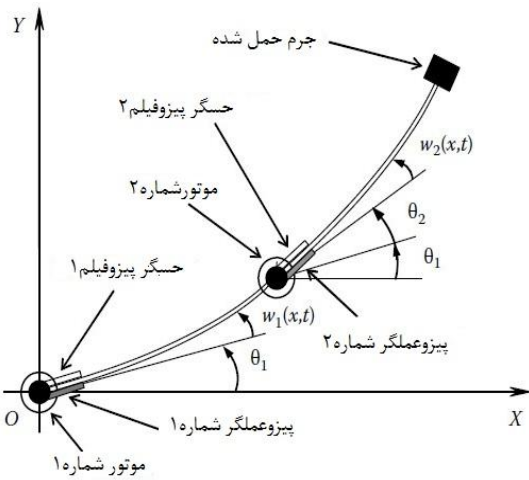
**Keywords:** Flexible Manipulator; Active Vibration Control; Piezoelectric Transducer; Lyapunov.

## ۱- مقدمه

کارهای خسته‌کننده و زیان‌آور و خطرناک در صنعت به عهده ربات‌ها است. ربات‌های صلب به علت وزن بالا نیاز به توان زیادی برای راه‌اندازی دارند و سرعت و ظرفیت حمل بار آن‌ها، نسبت به ربات‌های انعطاف‌پذیر کمتر است. منیپولاتورهای انعطاف‌پذیر نسبت به نوع صلبشان دارای مزایایی چون، وزن سبک‌تر، محرک‌های کوچک‌تر، هزینه ساخت کمتر و... می‌باشند؛ لذا در سال‌های اخیر تحقیقات درباره ربات‌های انعطاف‌پذیر، مورد توجه بیشتری قرار گرفته است. برای مدل‌سازی دینامیکی بازوی انعطاف‌پذیر، روش‌های مختلفی توسط پژوهشگران ارائه شده است که عموم این مطالعات، به این صورت است که لینک‌ها با تیر اولر- برنولی معادل شده‌اند و انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای خارجی براساس فرض مذکور استخراج شده، در پایان برای بدست آوردن معادله دیفرانسیل حرکت بازو، از رابطه انرژی استفاده شده است. سیستم‌های رباتیک با بازوهای انعطاف‌پذیر، جزء سیستم‌های پیوسته دینامیکی هستند که با تعداد نامحدودی از درجه آزادی همراه‌اند و معادلات دیفرانسیل حاکم بر آن‌ها، از نوع معادلات معمولی و جزئی غیرخطی می‌باشند. از این رو حل این معادلات به صورت تحلیلی، بسیار پیچیده است؛ لذا برای حل این گونه مسائل، از روش‌های عددی اجزای محدود و یا روش مودهای فرضی<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. از روش اجزای محدود، معمولاً برای بدست آوردن پاسخ دینامیکی بازو انعطاف‌پذیر تحت تأثیر نیروی معلوم استفاده می‌شود، اما روش مودهای فرضی هم برای بدست آوردن پاسخ دینامیکی و هم برای کنترل ارتعاشات ناخواسته پنجه بازو، مورد استفاده قرار می‌گیرد. از طرفی روش اجزای محدود، نیازمند مدل‌سازی و محاسبات پیچیده‌تری نسبت به روش مودهای فرضی است و به طبع آن زمان بیشتری برای محاسبات می‌طلبد [۱]. معادلات دینامیکی منیپولاتورهای انعطاف‌پذیر، به شدت غیرخطی و کوپل شده می‌باشند، به طوری که توجه محققان زیادی را به خود جلب نموده‌اند [۲،۳]. منیپولاتورهای انعطاف‌پذیر، قابلیت تغییر شکل الاستیک دارند و این خود باعث ارتعاشات نامطلوب در

ربات می‌شود. برای کاهش این ارتعاشات، می‌توان از ماده هوشمند پیزوالکتریک استفاده کرد. این ماده به خاطر خاصیتی که در تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی و بالعکس دارد، می‌تواند جاذب ارتعاشات خوبی برای منیپولاتور با لینک‌های الاستیک باشد. از جمله مبدل‌های پیزوالکتریک که برای میرا کردن ارتعاشات سازه‌های منعطف کاربرد بیشتری دارند، می‌توان به پیزوسرامیک<sup>۲</sup> به عنوان عملگر و مبدل پیزو سنسور اشاره نمود که به خاطر کوچک بودن ضریب الکترومکانیکی‌اش، بیشتر به عنوان حسگر در کنترل ارتعاشات بکار گرفته می‌شود [۴]. یکی از اصلی‌ترین مزیت‌های پیزوالکتریک در کنترل ارتعاشات این است که این ماده قابلیت حس کردن کرنش سازه منعطف را دارد که این قابلیت، امکان محاسبه تغییر شکل سیستم را می‌دهد و در نتیجه می‌توان با دریافت این داده‌ها، به کنترل ارتعاشات هرچه بهتر سیستم دست یافت. از پروژه‌های علمی که در زمینه کنترل ارتعاشات منیپولاتورهای انعطاف‌پذیر انجام شده است، می‌توان به کارشان و همکارانش اشاره نمود که به کنترل ارتعاشات یک بازوی الاستیک تک لینکی با استفاده از مبدل پیزو پرداختند [۵]. محسن دادفرنی و همکارانش، با استفاده از پیزوسرامیک و کنترل ولتاژ اعمالی با استفاده از روش کنترلی لیاپانوف، به کنترل ارتعاشات یک ربات تک لینکی پایه متحرک پرداختند [۶]. میرزایی و همکارانش، با استفاده از ترکیب دو روش کنترلی لیاپانوف و ساختار متغیر، به کنترل فعال ارتعاشات یک ربات دو لینکی انعطاف‌پذیر با وصله‌های پیزوالکتریک مبادرت ورزیدند [۷]. هیونگ و همکارانش، با استفاده از روش کنترلی مود لغزشی و با به‌کارگیری پیزوسرامیک به عنوان عملگر و پیزوفیلم به عنوان حسگر، به کنترل ارتعاشات منیپولاتور دولینکی پرداختند که پنجه آن مقید به حرکت در یک قید فیزیکی بود [۸]. دونانت حلیم و همکاران، با استفاده از روش عددی اجزای محدود، به شبیه‌سازی و کنترل ارتعاشات ربات با پیوندهای الاستیک پرداختند. مدل دینامیکی آنها غیر خطی بوده، با استفاده از معادله اولیر - لاگرانژ، معادله حرکت سیستم را استخراج کردند. برای کنترل ارتعاشات ربات، از مبدل پیزوالکتریک استفاده شده است [۹].

<sup>۱</sup> Assume Mode Method<sup>۲</sup> Manipulator<sup>۳</sup> Piezo Materials Based on Lead Zirconate Titanate



شکل ۱- ربات دولینکی انعطاف پذیر

$$\begin{cases} i_1 \\ j_1 \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{cases} i \\ j \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 \\ j_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{cases} i \\ j \end{cases}$$

$$\gamma = \theta_1 + \frac{\partial w_1(L_1, t)}{\partial x_1} + \theta_2 \quad (1)$$

شایان ذکر است،  $w_i(x_i, t)$  به منزله جابجایی نقطه  $x_i$  از لینک  $i$ ام در لحظه  $t$  به گونه‌ای است که در دستگاه مختصات محلی تیر اندازه‌گیری شده باشد. اینک می‌توان با توجه به شکل ۱ و روابط (۱)، بردار مکان نقاط واقع بر تار خنثی لینک‌های یک و دو را به ترتیب به شکل زیر نوشت؛ از آنجایی که هر دو محور مختصات محلی  $O_i x_i y_i$  در حال حرکت نسبت به دستگاه مختصات اصلی می‌باشند، بنابراین مشتق بردار مکان نیز به شکل رابطه (۲) آمده است [۱۰]:

$$R_1(x_1, t) = [x_1 \quad w_1(x_1, t)] \begin{cases} i_1 \\ j_1 \end{cases}$$

$$R_2(x_2, t) = R_1(L_1, t) + [x_2 \quad w_2(x_2, t)] \begin{cases} i_2 \\ j_2 \end{cases}$$

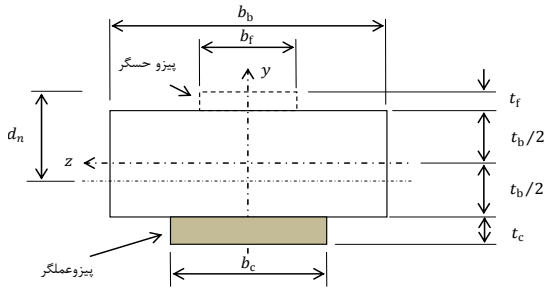
$$\dot{R}_1(x_1, t) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{cases} i_1 \\ j_1 \end{cases} + [x_1 \quad w_1(x_1, t)] \frac{d}{dt} \begin{cases} i_1 \\ j_1 \end{cases}$$

$$\dot{R}_2(x_2, t) = \dot{R}_1(x_1, t) + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial w_2(x_2, t)}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{cases} i_2 \\ j_2 \end{cases} + [x_2 \quad w_2(x_2, t)] \frac{d}{dt} \begin{cases} i_2 \\ j_2 \end{cases} \quad (2)$$

در این پژوهش پس از بدست آوردن مدل دینامیکی برای یک بازوی انعطاف‌پذیر دو لینکی با استفاده از روش مدهای فرضی و در نظر گرفتن دو مد برای هر لینک، معادلات دیفرانسیل حرکت سیستم استخراج شده است. در مدل سازی دینامیکی و کنترل ارتعاشات منیپولاتور، اثر نیروی جاذبه دیده شده؛ زیرا در عمل بسیاری از ربات‌ها در صفحه قائم مشغول بکار می‌باشند و نادیده گرفتن نیروی وزن و تاثیر آن بر عملکرد ربات ممکن است، با خطای بالایی در شبیه سازی همراه باشد. مسیر طراحی شده برای ربات انعطاف پذیر از مسیر ربات معادل صلب الگوبرداری شده است. با کنترل ارتعاشات لینک‌ها به وسیله دمپرهای هوشمند پیزوالکتریک که از الگوریتم لیاپانوف پیروی می‌کنند، مسیر حرکت پنجه ربات تا حدود زیادی به مسیر مطلوب خود نزدیک شده است که همان مسیر حرکت بازوی معادل صلب خود می‌باشد؛ این موضوع در حداکثر ظرفیت حمل بار ربات تاثیر بسزایی دارد، زیرا در محاسبه ظرفیت حمل بار ربات با لینک‌های انعطاف پذیر، قید مسیر حرکت بسیار حائز اهمیت است. برای این منظور، با استفاده از مرجع [۱۰] و اعمال اصلاحات گسترده، که مهمترین اصلاح انجام شده تغییر صفحه حرکت منیپولاتور از افقی به عمودی است. با این تغییر، نیروی وزن وارد مسئله شده است و از اصلاحات دیگر می‌توان به طراحی مسیر و تغییر میزان بار حمل شده؛ در شبیه‌سازی و تحلیل منیپولاتور دولینکی الاستیک اشاره کرد.

## ۲- مدل سازی دینامیکی

شکل ۱ یک ربات دولینکی را با برخی مشخصات فیزیکی و حرکتی نشان می‌دهد. در این شکل،  $I_s$  گشتاور دوم جرمی موتور یک،  $I_{me}$  گشتاور دوم بخش خارجی،  $I_e$  گشتاور دوم جرمی بخش داخلی (روتور) و  $m_2$  جرم موتور دو است که به صورت  $m_2 = m_e + m_{me}$  تعریف می‌شود؛ همچنین گشتاور دوم جرمی و جرم مربوط به جرم متصل به انتهای لینک دو به ترتیب، با  $I_t$  و  $m_t$  نشان داده شده‌اند. با توجه به این شکل برای ارتباط بین دستگاه مختصات محلی هر لینک و دستگاه مختصات اصلی، می‌توان روابط (۱) را نوشت [۱۰]:



شکل ۲- سطح مقطع محل قرارگیری پیزوالکتریک‌ها

اینک با توجه به روابط (۳) تا (۶)، می‌توان انرژی جنبشی کل سیستم را به شکل رابطه (۷) نوشت:

$$T = T_{b1} + T_{b2} + T_{motor1} + T_{motor2} + T_{m_t} \quad (7)$$

### ۲-۲- انرژی پتانسیل

اثرات عملگر روی تیر را می‌توان به شکل گشتاور اعمال شده، در نظر گرفت. بدین منظور گشتاور اعمال شده از سوی عملگر لینک  $\mathbf{i}$  که تحت تأثیر ولتاژ  $V_i(x_i, t)$  قرار گرفته باشد، به صورت رابطه (۸) خواهد بود [۱۲]:

$$M_i^e(x_i, t) = c_i V_i(x_i, t) \quad (8)$$

خاطر نشان می‌شود، ولتاژ کنترلی  $V_i(x_i, t)$  را می‌توان با جایگزین کردن، به شرط آنکه عملگر مورد نظر هندسه‌ای یکنواخت داشته، این ولتاژ در طول عملگر به صورت یکنواخت اعمال گردد [۱۰]; همچنین  $c_i$  از رابطه (۹) محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$c_i = -\frac{d_{31c_i} E_{c_i} t_{c_i} b_{c_i} \left( t_{f_i} + t_{a_i} + \frac{t_{c_i}}{2} - d_{n_i} \right)}{t_{c_i}} \quad (9)$$

شایان ذکر است،  $d_{31c_i}$  و  $E_{c_i}$  به ترتیب، ثابت پیزوالکتریک و مدول الاستیسیته عملگر لینک  $\mathbf{i}$  بوده، دیگر ثابت‌های این رابطه، از شکل ۲ قابل مشاهده می‌باشند. همچنین  $d_{n_i}$  فاصله از سطح خارجی سنسور تا تار خنثی لینک  $\mathbf{i}$  است که از رابطه (۱۰) قابل محاسبه است [۱۲]:

$$d_{n_i} = \frac{t_{f_i} E_{f_i} + (2t_{f_i} + t_{a_i}) t_{a_i} E_{a_i} + (2t_{f_i} + 2t_{a_i} + t_{c_i}) t_{c_i} E_{c_i}}{2(t_{f_i} E_{f_i} + t_{a_i} E_{a_i} + t_{c_i} E_{c_i})} \quad (10)$$

در این رابطه  $E_{a_i}$  و  $E_{f_i}$  به ترتیب، مدول الاستیسیته سنسور و تیر می‌باشند. گشتاور بوجود آمده، بر اثر نیروهای داخلی (در اینجا منظور گشتاور ناشی از عملگر نمی‌باشد)، در محل

### ۲-۱- انرژی جنبشی

برای بدست آوردن انرژی جنبشی لینک‌ها فرض می‌شود که انرژی جنبشی ناشی از سنسورها ناچیز باشد؛ به همین منظور، از تعریف انرژی جنبشی استفاده کرده تا به ترتیب انرژی جنبشی هر یک از لینک‌ها به شکل رابطه (۳) محاسبه شود [۱۱]:

$$T_{b_i} = \frac{1}{2} \int_{V_{b_i}} \rho_i \dot{R}_i \cdot \dot{R}_i dv_i \quad (3)$$

در رابطه (۳)  $V_{b_i}$  و  $\rho_i$  به ترتیب، حجم کل و چگالی هر نقطه از لینک  $\mathbf{i}$  می‌باشند. شکل ۲ بخش برش خورده (سطح مقطع) از جایی را نشان می‌دهد که پیزوالکتریک‌ها قرار دارند [۱۰]. در این شکل  $t_a$ ،  $t_f$  و  $t_c$  به ترتیب، ضخامت تیر، سنسور و عملگر بوده و  $b_a$ ،  $b_f$  و  $b_c$  نیز به ترتیب، پهنای تیر، سنسور و عملگر می‌باشند. از آنجایی که ابتدای سنسور و عملگرهای هر دو لینک منطبق بر ابتدای لینک متناظر است، بنابراین رابطه (۳) را می‌توان به شکل رابطه (۴) نوشت:

$$2T_{b_i} = \int_0^{l_{c_i}} \rho_{a_i} \dot{R}_i \cdot \dot{R}_i dx_i + \int_{l_{c_i}}^{l_{f_i}} \rho_{c_i} \dot{R}_i \cdot \dot{R}_i dx_i \quad (4)$$

در آن  $l_{c_i}$  و  $l_{f_i}$  به ترتیب، طول پیزوالکتریک عملگر و لینک بوده و با توجه به اشکال (۱) و (۲)، از تعاریف زیر استفاده شده است: در دو رابطه اخیر  $\rho_{c_i}$  و  $\rho_{a_i}$  به ترتیب، چگالی عملگر و تیر لینک  $\mathbf{i}$  می‌باشند. جهت بدست آوردن انرژی جنبشی لینک  $\mathbf{i}$ ، انرژی جنبشی هر یک از اجرام نیز به صورت رابطه (۵) می‌شود:

$$T_{m_i} = \frac{1}{2} m_i V_{m_i}^2 + \frac{1}{2} I_{m_i} \omega_{m_i}^2 \quad (5)$$

که در آن  $V_{m_i}$  و  $\omega_{m_i}$  به ترتیب، سرعت مطلق و سرعت زاویه‌ای جرم  $m_i$  است. برای اجرام نشان داده شده در شکل (۱)، مقادیر زیر با توجه رابطه (۵) و از آنجایی که  $m_2 = m_e + m_{me}$  می‌توان رابطه (۶) را نوشت:

$$T_{motor1} = \frac{1}{2} m_s V_{m_s}^2 + \frac{1}{2} I_{m_s} \omega_{m_s}^2$$

$$T_{motor2} = \frac{1}{2} m_2 V_{m_e}^2 + \frac{1}{2} (I_{m_{me}} \omega_{m_{me}}^2 + I_{m_e} \omega_{m_e}^2)$$

$$T_{m_t} = \frac{1}{2} m_t V_{m_t}^2 + \frac{1}{2} I_{m_t} \omega_{m_t}^2 \quad (6)$$

حال با توجه به روابط (۱۱) تا (۱۵)، می‌توان انرژی کرنشی هر لینک را به شکل رابطه (۱۶) نوشت [۱۴]:

$$U_i^s = \frac{c_i^2 l_{c_i}}{2(EI)_{cb_i}} [V_i(t)]^2 + c_i V_i(t) \frac{\partial w_i(l_{c_i}, t)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \int_0^{l_{c_i}} (EI)_{cb_i} \left( \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \right)^2 dx_i + \frac{1}{2} \int_{l_{c_i}}^{L_i} (EI)_{b_i} \left( \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \right)^2 dx_i \quad (16)$$

در رابطه (۱۶) از ویژگی  $\frac{\partial w_i(l_{c_i}, t)}{\partial x_i} = 0$  استفاده شده است (بدلیل نوع مدل تیر انتخاب شده). دیگر فاکتور اثرگذار روی انرژی پتانسیل، نیروی گرانش زمین است. به همین منظور، در رابطه (۱۷) تأثیر این نیرو آورده شده است:

$$U_i^g = \int_0^{l_{c_i}} \rho_{cb_i} g(R_i, j) dx_i + \int_{l_{c_i}}^{L_i} \rho_{b_i} g(R_i, j) dx_i \quad (17)$$

همچنین انرژی پتانسیل مربوط به جرم‌های موجود در سیستم شکل ۱ با توجه به روابط (۲) به شرح زیر خواهد بود:

$$U_{m_2}^g = m_2 g R_1(L_1, t) \cdot j \\ U_{m_t}^g = m_t g R_2(L_2, t) \cdot j \quad (18)$$

اینک با توجه به روابط (۱۶) تا (۱۸) می‌توان انرژی پتانسیل کل سیستم را به شرح رابطه (۱۹) نوشت:

$$U = U_{m_t}^g + U_{m_2}^g + \sum_{i=1}^2 (U_i^s + U_i^g) \quad (19)$$

### ۲-۳- سینماتیک مسیر

هدف اصلی طراحی ربات دولینکی نشان داده در شکل ۱ همانا طی مسیری از پیش معین شده توسط انتهای لینک دوم (پنجه) است. اگر مسیر و سرعت پیمایش پنجه مشخص باشند، می‌توان مکان پنجه را در هر لحظه با بردار زیر در دستگاه مختصات کلی به شکل رابطه (۲۰) نمایش داد:

$$P(t) = u(t)i + v(t)j \quad (20)$$

ایده‌آل‌ترین حالت برای پیمایش مسیر رابطه (۲۰)، از فرض صلب بودن اجزا بدست می‌آید. این بدان مفهوم است که اگر لینک‌های ربات مورد بررسی انعطاف‌پذیر نباشند با انتخاب درست  $\theta_i$  ها، دقیقاً به مسیر رابطه (۲۰) می‌رسد. در عالم واقعیت موضوع به این سادگی نبوده، بدلیل انعطاف‌پذیر بودن اجزا، پنجه در اطراف مسیر خواسته شده نوساناتی انجام می‌دهد. در حقیقت هدف اصلی این نوشتار، کاهش این

قرار داشتن پیژوالکتریک‌ها و در محلی که تنها تیر موجود است، به ترتیب از رابطه‌های زیر قابل محاسبه می‌باشد؛ از آنجایی که با توجه به شکل (۲) و رابطه (۱۰) در مقطع قرارگیری پیژوالکتریک‌ها، محل تار خنثی با مقطعی که در آن تنها تیر قرار دارد، متفاوت است، بنابراین می‌توان روابط (۱۱) را با توجه به شکل (۲) نوشت [۱۳]:

$$M_{cb_i}^\sigma(x_i, t) = (EI)_{cb_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \\ M_{b_i}^\sigma(x_i, t) = (EI)_{b_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \\ (EI)_{cb_i} = E_{a_i} \hat{I}_{b_i} + E_{c_i} \hat{I}_{c_i} \\ (EI)_{b_i} = E_{a_i} I_{b_i} \\ \hat{I}_{b_i} = \frac{1}{12} b_{a_i} (t_{a_i})^3 + b_{a_i} t_{a_i} \left[ d_{n_i} - \left( t_{f_i} + \frac{t_{a_i}}{2} \right) \right]^2 \\ \hat{I}_{c_i} = \frac{1}{12} b_{c_i} (t_{c_i})^3 + b_{c_i} t_{c_i} \left[ t_{f_i} + t_{a_i} + \frac{t_{c_i}}{2} - d_{n_i} \right]^2 \\ I_{b_i} = \frac{1}{12} b_{a_i} (t_{a_i})^3 \quad (11)$$

به دلیل آنکه پیژو عملگر نیز، گشتاوری به لینک مورد نظر اعمال خواهد کرد، بنابراین در مقطعی که هم تیر و هم پیژوالکتریک وجود دارد، با توجه به روابط (۸) و (۱۱) گشتاوری به شکل رابطه (۱۲) خواهد داشت:

$$M_{cb_i}(x_i, t) = (EI)_{cb_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + c_i V_i(t) \quad (12)$$

و در مقطعی که هیچ پیژو عملگری وجود ندارد، گشتاور بوجود آمده به صورت رابطه (۱۳) خواهد بود:

$$M_{b_i}(x_i, t) = (EI)_{b_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \quad (13)$$

با توجه به فرضیات تیر اوپلر-برنولی، تنها تنش  $\sigma_{xx}$  در تیر بوجود می‌آید؛ بنابراین تنها کرنش  $\epsilon_{xx}$  وجود خواهد داشت، بنابراین فرضیات انرژی پتانسیل کرنشی ذخیره شده به شکل رابطه (۱۴) خواهد بود [۱۳]:

$$U^s = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{xx} \epsilon_{xx} dv \quad (14)$$

با جایگذاری گشتاور خمشی در رابطه (۱۳) و با توجه به اینکه  $M$  تنها تابعی از طول تیر  $x$  و  $t$  است (به عبارتی دیگر تابعی از مختصات  $y$  و  $z$  نمی‌باشد)، رابطه (۱۵) حاصل خواهد شد:

$$U^s = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{EI} dx \quad (15)$$

دیگر حمل کند، بنابراین می‌بایست سرعت مطلق پنجه در این دو لحظه برابر با صفر باشد:

$$\begin{cases} V(0) = 0 \\ V(t_f) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

مسیر حرکت پنجه ربات را با یک چندجمله‌ای درجه سه تقریب خورده است:

$$\theta_i(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (26)$$

ثابت‌های  $a_i$  را می‌توان با توجه به شرایط اولیه منیپولاتور به دست آورد.

#### ۲-۴- معادلات دیفرانسیل حرکت سیستم

همانگونه که از شکل ۱ مشهود است، موتورهای یک و دو گشتاورهایی را بر سیستم اعمال می‌کنند که نتیجه آن کار نیروهای خارجی شده است [۹]:

$$W = T_1(t)\theta_1 + T_2(t)\theta_2 \quad (27)$$

که در آن  $T_1(t)$  و  $T_2(t)$  به ترتیب، گشتاورهای اعمال شده از سوی موتورهای یک و دو می‌باشند. در اینجا برای تشکیل معادلات دیفرانسیل حرکت از روش مودهای فرضی استفاده می‌شود، به گونه‌ای که فرض می‌گردد، بتوان جابجایی عرضی لینک‌ها را در دستگاه مختصات محلی هر لینک به صورت رابطه (۲۸) نوشت:

$$w_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_i) q_{ij}(t) \quad (28)$$

در رابطه فوق  $\phi_{ij}$  با توجه به شکل ۱، از فرض تیر یکسرگیردار - یکسر جرم‌دار حاصل می‌شود [۱۶] و  $q_{ij}$  به عنوان مجهول مسأله است. با استفاده از روش مودهای فرضی معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی به معمولی تبدیل می‌شوند. حال با استفاده از تابع لاگرانژ که به صورت  $L = T - U$  تعریف می‌گردد و با استفاده از معادلات اویلر-لاگرانژ و با توجه به رابطه (۲۸)، معادلات دیفرانسیل (۲۹) حاصل خواهند شد:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial W}{\partial \theta_i} = T_i(t) \quad i = 1, 2 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{ij}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{ij}} &= \frac{\partial W}{\partial q_{ij}} = 0 \quad i = 1, 2 \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (29)$$

با اعمال مود فرضی رابطه (۲۸) در معادلات انرژی سیستم و بدست آوردن تابع لاگرانژین و قراردادن آن در

نوسانات بوده، به گونه‌ای که مسیر واقعی پنجه، هر چه بیشتر بر مسیر رابطه (۲۰) منطبق گردد. شایان ذکر است، در این نوشتار کاهش نوسانات با استفاده از پیزوالکتریک‌ها و نیز اعمال گشتاور از سوی موتورها صورت می‌گیرد. برای شروع تحلیل‌ها فرض می‌شود،  $\theta_i$ ‌های ربات در حالت انعطاف‌پذیری با مقادیر مشابه آن با فرض صلب بودن اجزا، یکسان باشد [۱۴]. به عبارتی دیگر، اگر  $\theta_i$ ‌ها مقادیر یکسانی با حالت صلب داشته باشند، آنگاه انعطاف‌پذیری لینک‌ها، تنها منجر به نوساناتی حول مسیر اصلی می‌شود. به همین منظور با استفاده از روابط (۲) و با توجه به فرض صلب بودن اجزا (که به معنی  $w_1(x_1, t) = 0$  و  $w_2(x_2, t) = 0$  است)، بردارهای مکان نقطه انتهایی لینک دوم به صورت رابطه (۲۱) خواهد بود:

$$\begin{cases} u(t) = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ v(t) = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (21)$$

دستگاه معادله غیرخطی معادلات (۲۱) را می‌توان با

استفاده از ویژگی‌های توابع مثلثاتی به شکل (۲۲) درآورد:

$$\begin{cases} [u(t) - L_1 \cos \theta_1]^2 + [v(t) - L_1 \sin \theta_1]^2 = L_2^2 \\ [u(t)]^2 + [v(t)]^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1 L_2 \cos \theta_2 \end{cases} \quad (22)$$

ویژگی روابط (۲۲) در این است که برخلاف روابط (۲۱) که هر دو مجهول با هم کوپله بودند، در این دو رابطه از یکدیگر جدا شده، می‌توان آن‌ها را به صورت تک به تک حل نمود [۱۵]. اینک که  $\theta_i$ ‌ها مشخص شدند، با استفاده از معادلاتی که از رابطه (۲۲) حاصل می‌شوند، می‌توان  $q_{ij}$ ‌های مجهول را نیز یافت (این نکته قابل ذکر است که در روابط (۲۲) علاوه بر  $V_i$ ،  $q_{ij}$  نیز مجهول است که ادامه توضیح داده خواهد شد، اگر آنها به  $q_{ij}$ ‌ها ربط داده شوند (در این معادلات تنها مجهولات  $q_{ij}$  قرار خواهند داشت) با یکبار مشتق‌گیری از روابط (۲۲)، رابطه (۲۳) را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) = \dot{u} \\ L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) = \dot{v} \end{cases} \quad (23)$$

شایان ذکر است که سرعت مطلق پنجه به شرح رابطه

(۲۴) است:

$$V(t) = \sqrt{(\dot{u})^2 + (\dot{v})^2} \quad (24)$$

از آنجایی که قرار است، پنجه مورد نظر باری را در لحظه  $t = 0$  از نقطه‌ای برداشته و در لحظه  $t = t_f$  به نقطه‌ای

تغییر شکل استاتیکی آن‌ها پیش از لحظه حرکت بوده، البته اگر مکانیزم مورد نظر در میدان گرانشی زمین نباشد (به عبارتی دیگر در صفحه افق حرکت کند)، آنگاه لینک‌ها تغییر شکلی نداشته و می‌توان از رابطه  $\mathbf{q}(0) = \mathbf{0}$  استفاده کرد. در اینجا بهتر است، موارد گفته شده فوق در قالب روابط مناسبی توضیح داده شود، بطوری‌که ابتدا چهار نیروی مجازی به مکانیزم مورد بررسی وارد کرده، سپس از قضیه کاستیگلیانو جابجایی ناشی از اعمال این نیروها یافته می‌شود. با این کار چهار معادله و چهار مجهول بدست خواهد آمد که با حل آن می‌توان  $\mathbf{q}(0)$  را بدست آورد. برای این کار ابتدا فرض می‌شود، مکانیزم شکل ۱ در حالت سکون قرار داشته، چهار نیروی فرضی  $F_1, F_2, F_3, F_4$  به آن وارد می‌شود. همچنان که در شکل ۳ نشان داده شد، بدلیل استفاده از فرضیات تیر اویلر- برنولی، نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  می‌بایست عمود بر لینک نخست بوده و  $F_3$  و  $F_4$  نیز بر لینک دو عمود باشند. همچنین این چهار نیرو در جهت مثبت دستگاه‌های مختصات محلی در نظر گرفته شده‌اند. همانگونه که از شکل ۳ مشاهده می‌شود، نیروهای  $F_2$  و  $F_4$  به ترتیب به انتهای لینک‌های یک و دو وارد می‌گردند و نیروهای  $F_1$  و  $F_3$  به ترتیب در  $x_1 = l_{c1}$  و  $x_2 = l_{c2}$  به لینک مربوطه وارد می‌گردند. همچنان که بعداً خواهیم دید، علت اعمال چهار نیروی مجازی، وجود چهار مجهول در  $\mathbf{q}(0)$  است. از آنجایی که مکانیزم مورد بررسی در میدان گرانشی زمین قرار دارد، بنابراین می‌توان با توجه به شکل ۳، گشتاورهای بوجود آمده در لینک یک را بصورت رابطه (۳۲) نوشت:

$$M_{cb_1}^{in} = \sum_{i=1}^{10} M_{1,i}^{in}$$

$$M_{b_1}^{in} = \sum_{i=1}^8 M_{2,i}^{in} \quad (31)$$

در روابط فوق  $in$  به منزله لحظه شروع حرکت است. همچنین  $M_{cb_1}^{in}$  گشتاور بوجود آمده در مقطعی که پیژوالکتریک وجود دارد و  $M_{b_1}^{in}$  برای نشان دادن گشتاور در مقطعی بکار می‌روند که فاقد پیژوالکتریک می‌باشند. همچنین گشتاورهای بوجود آمده در مقطعی از لینک دو که در آن پیژوالکتریک وجود دارد و در مقطعی که فاقد پیژوالکتریک بوده را می‌توان به ترتیب به شرح زیر نشان داد:

روابط (۲۹)، معادله حرکت سیستم مطابق رابطه (۳۰) خواهد بود:

$$M\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{v} = \mathbf{f} \quad (30)$$

در معادله حرکت (۴۱)،  $M$  ماتریس مثبت معین و متقارن اینرسی است و ماتریس  $\mathbf{v}$  تجمیع نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس و نیروهای متأثر از وزن و سختی مینیپولاتور است. ماتریس  $\mathbf{f}$  مؤید گشتاورهای موتورهای ربات است. مطابق آنچه که در قبل (بخش ۲-۳) مطرح شد، با معلوم بودن  $\theta_i$ ها، برای یافتن  $q_{ij}$ های مجهول بهتر است رابطه (۴۲) به شکل رابطه (۳۱) نوشته شود:

$$M_{11}\ddot{\theta} + M_{12}\ddot{q} + u_1 = T(t)$$

$$M_{21}\ddot{\theta} + M_{22}\ddot{q} + u_2 = 0 \quad (31)$$

## ۲-۵- شرایط مرزی

با توجه به آنکه بردار  $\theta$  از فرض لینک‌های صلب (بخش ۲-۳) مشخص شده است، می‌توان آن را در رابطه (۳۱) قرار داده و بردار مجهول  $q$  را یافت و در مرحله بعد با در دست داشتن  $\theta$  و  $q$  می‌توان با استفاده از رابطه (۳۱)، گشتاورهای اعمال شده بر لینک‌ها را نیز بدست آورد. نکته حائز اهمیت این است که برای حل معادلات دیفرانسیل (۳۱)، می‌بایست شرایط اولیه معلوم باشد و از آنجایی که این دستگاه معادلات دیفرانسیل، یک دستگاه مرتبه دو است، برای حل معادلات شرایط  $\mathbf{q}(0)$  و  $\dot{\mathbf{q}}(0)$  لازم است. درحل عددی فرض بر آن شده است که ربات دولینکی مورد نظر از حالت سکون شروع به حرکت کند. به عبارتی دیگر  $\dot{\mathbf{q}}(0)$  برابر با صفر در نظر گرفته شده است، البته این فرضی به دور از انتظار نیست، چرا که ربات‌هایی مانند آنچه که در شکل ۱ نمایش داده شده است، معمولاً برای حمل جرمی (مانند  $m_t$ ) از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر بکار می‌روند و دوباره به نقطه اول بازمی‌گردند و مجدداً این کار را بارها و بارها تکرار می‌کنند. این نشان می‌دهد که در پایان هر دوره و برای شروع دوره‌ای جدید، بایستی سرعت آغازین لینک‌ها صفر باشد (به طریقی مشابه می‌توان نشان داد که سرعت در انتهای مسیر نیز صفر می‌شود).  $\mathbf{q}(0)$  عموماً مقداری برابر با صفر ندارد. این موضوع از شکل ۱ نیز مشهود است، به گونه‌ای که اگر مکانیزم مورد نظر تحت تأثیر نیروی گرانش زمین باشد، آنگاه لینک‌ها پیش از شروع به حرکت بر اثر نیروی گرانشی زمین اندکی خمیده شده و با شروع حرکت، شرایط اولیه حرکت آن‌ها همانند

روابط (۳۶) را با استفاده از رابطه (۲۸)، می‌توان به شکل رابطه (۳۷) نوشت:

$$\begin{cases} \delta_1 = \phi_{11}(l_{c1})q_{11}(0) + \phi_{12}(l_{c1})q_{12}(0) \\ \delta_2 = \phi_{11}(L_1)q_{11}(0) + \phi_{12}(L_1)q_{12}(0) \end{cases} \quad (37)$$

در روابط فوق  $\delta_1 = w_1(l_{c1}, 0)$  و  $\delta_2 = w_1(L_1, 0)$  محاسبه  $q_{11}(0)$  و  $q_{12}(0)$  را کاملاً مهیا می‌سازند؛ بنابراین به این طریق دو عنصر اول بردار نامعلوم  $q(0)$  بدست می‌آیند. به صورت مشابه داریم:

$$\delta_3 = -L_1 \sin \theta_{20} + w_1(L_1, 0) \cos \theta_{20} + w_2(l_{c2}, 0)$$

$$\delta_4 = -L_1 \sin \theta_{20} + w_1(L_1, 0) \cos \theta_{20} + w_2(L_2, 0)$$

$$\begin{cases} \delta_3 + L_1 \sin \theta_{20} - \delta_2 \cos \theta_{20} = \\ \phi_{21}(l_{c2})q_{21}(0) + \phi_{22}(l_{c2})q_{22}(0) \\ \delta_4 + L_1 \sin \theta_{20} - \delta_2 \cos \theta_{20} = \\ \phi_{21}(L_2)q_{21}(0) + \phi_{22}(L_2)q_{22}(0) \end{cases} \quad (38)$$

از این دو رابطه نیز می‌توان  $q_{21}(0)$  و  $q_{22}(0)$  را یافت که به این ترتیب بردار مجهول  $q(0)$  کاملاً معلوم می‌گردد. مجدداً خاطر نشان می‌شود که بردار  $q(0)$  به همراه شرایط اولیه ربات در حل دستگاه معادلات دیفرانسیل (۳۱) به کار خواهند رفت.

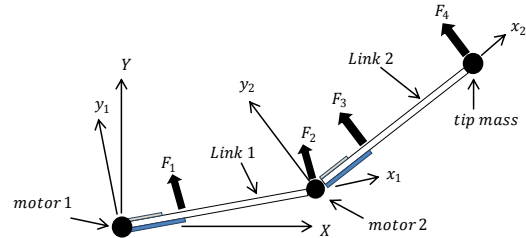
### ۳- طراحی کنترلر

همچنان که از رابطه (۸) ملاحظه می‌شود و در بخش پیشین نیز اشاره گردید،  $V_i(t)$  هنوز مجهول مسئله است. با طراحی کنترلر می‌توان بین آن‌ها و مجهولات سیستم، رابطه‌ای برقرار کرد. اگر ولتاژ خروجی از سنسور با  $V_{fi}(t)$  نشان داده شود با استفاده از طراحی کنترلر دامنه ثابت<sup>۱</sup> می‌توان رابطه (۳۹) را داشت [۱۹، ۱۸]:

$$V_i(t) = -K_i \operatorname{sgn} \left( c_i \frac{\partial V_{fi}}{\partial t} \right) \quad (39)$$

که در آن  $K_i$  ثابتی بوده که حداکثر مقدار آن با توجه به ظرفیت عملگر تعیین می‌شود. شایان ذکر است، علامت منفی در صورتی در معادله فوق بکار برده می‌شود که سنسور و عملگر در طرف مقابل یکدیگر روی لینک قرار داشته باشند [۱۰]. از آنجایی که مدل تیرهای سیستم یکسرگیردار-یکسر جرم‌دار در نظر گرفته شده است.  $V_{fi}(t)$  از رابطه (۴۰) تعیین می‌شود [۹]:

$$\begin{aligned} M_{cb_2}^{in} &= \sum_{i=1}^5 M_{3,i}^{in} \\ M_{b_2}^{in} &= \sum_{i=1}^3 M_{4,i}^{in} \end{aligned} \quad (32)$$



شکل ۳- نیروهای مجازی وارد بر منیپولاتور دو لینکی

حال با توجه به رابطه (۲۲)، انرژی پتانسیل ذخیره شده در لینک  $i$ ام را می‌توان به شکل رابطه (۳۴) نوشت:

$$\begin{aligned} U_i^{sin} &= \frac{1}{2} \int_0^{l_{c_i}} \frac{(M_{cb_i}^{in})^2}{(EI)_{cb_i}} dx_i \\ &+ \frac{1}{2} \int_{l_{c_i}}^{L_i} \frac{(M_{b_i}^{in})^2}{(EI)_{b_i}} dx_i \end{aligned} \quad (34)$$

خاطر نشان می‌شود که هدف از اعمال بارهای مجازی  $F_i$  یافتن میزان جابجایی تیرها، محل اعمال بارهایی است که آن را می‌توان با استفاده از قضیه کاستیگلیانو بدست آورد، بدین گونه که جابجایی  $\delta_i$  در محل اعمال بار  $F_i$  از رابطه (۳۵) پیروی می‌کند [۱۷]:

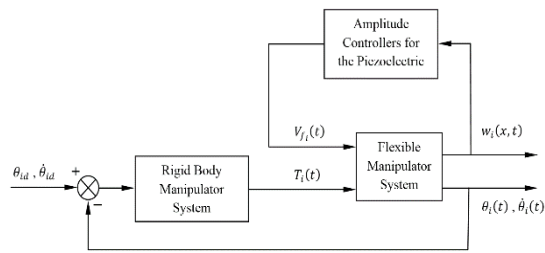
$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (35)$$

شایان ذکر است،  $U$  انرژی پتانسیل ذخیره شده در جسم بوده،  $\delta_i$  جابجایی در راستای اعمال بار  $F_i$  است. از آنجایی که در حقیقت نیروهای  $F_i$  وجود خارجی نداشته و تنها برای یافتن میزان جابجایی محل‌های اعمال این بارهای مجازی، وارد مسئله شده‌اند، بنابراین بایستی مقدار آن‌ها را پس از مشتق‌گیری برابر با صفر قرار داد. شایان ذکر است تا بدینجا  $q(0)$  هنوز مجهول است. برای آنکه نتایج بدست آمده از رابطه (۳۴) را به این مقادیر مجهول ربط داده شود، ابتدا با توجه به شکل (۳) بردار جابجایی در راستای اعمال نیروهای مجازی به شکل رابطه (۳۶) نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \Delta_i = \delta_{ij} & i = 1, 2 \\ \Delta_j = \delta_{j2} & j = 3, 4 \end{cases} \quad (36)$$

<sup>1</sup> Constant Amplitude Control





شکل ۴- بلوک دیاگرام کنترلی وارد بر بازوی دو لینکی

مشخصات حسگر بکار رفته در شبیه‌سازی به شرح زیر است:

جدول ۳- مشخصات فیزیکی و هندسی پیروفیلیم

اندازه	واحد	نماد	نام متغیر
۲	GPa	$E_{f_i}$	مدول یانگ حسگر
۱۷۸۰	$kg.m^{-3}$	$\rho_{f_i}$	چگالی حسگر
۰/۱۶	m	$l_{f_i}$	طول حسگر
۰/۰۲۵	m	$b_{f_i}$	عرض حسگر
$۵۲ \times 10^{-6}$	m	$t_{f_i}$	ضخامت حسگر
$۱۰۳ \times 10^{-9}$	F	$C_i$	ظرفیت خازنی حسگر
$-۱۸۰ \times 10^{-9}$	$C.N^{-1}$	$d_{31_{f_i}}$	ضریب الکترومکانیکی

منظور از ۲ و ۱ =  $i$  مویده عملگری است که در لینک اول و دوم بکار رفته است. به صورت مشابه مشخصات حسگری که در ربات مورد تحلیل بکار رفته، در جدول ۳ آمده است؛ همچنین مشخصات موتورها و باری که ربات حمل می‌کند، در جدول ۴ آمده است:

جدول ۴- مشخصات موتورها و جرم حمل شده مینیپولاتور

اندازه	واحد	نماد	نام متغیر
$۵/۵ \times 10^{-۴}$	$kg.m^2$	$I_{m_s}$	گشتاور دوم جرمی موتور اول
۰/۱	kg	$m_2$	جرم موتور دوم
$۲/۳ \times 10^{-۴}$	$kg.m^2$	$I_{m_{me}}$	گشتاور دوم جرمی موتور دوم (بخش خارجی)
$۳ \times 10^{-۴}$	$kg.m^2$	$I_{m_e}$	گشتاور دوم جرمی موتور دوم (بخش داخلی)
۰/۳	kg	$m_t$	جرم حمل شده
$۱/۵ \times 10^{-۵}$	$kg.m^2$	$I_t$	گشتاور دوم جرمی جرم حمل شده
$۵/۵ \times 10^{-۴}$	$kg.m^2$	$I_{m_s}$	گشتاور دوم جرمی موتور اول

$$V_{f_i}(t) = c_{s_i} \frac{\partial w_i(l_{c_i}, t)}{\partial x_i} \quad (۴۰)$$

که در آن از تعریف (۴۱) استفاده شده است:

$$c_{s_i} = \frac{b_{f_i} E_{f_i} d_{31_{f_i}} (t_{a_i} + t_{f_i})}{2C_i} \quad (۴۱)$$

در این رابطه  $E_{f_i}$  و  $C_i$  به ترتیب ثابت پیزوالکتریک، ظرفیت پیزوالکتریک و مدول الاستیسیته سنسور می‌باشند. بلوک دیاگرام کنترلی، در شکل ۴ آورده شده است.

#### ۴- شبیه‌سازی عددی

مشخصات فیزیکی و هندسی لینک‌ها، مطابق جدول ۱ است:

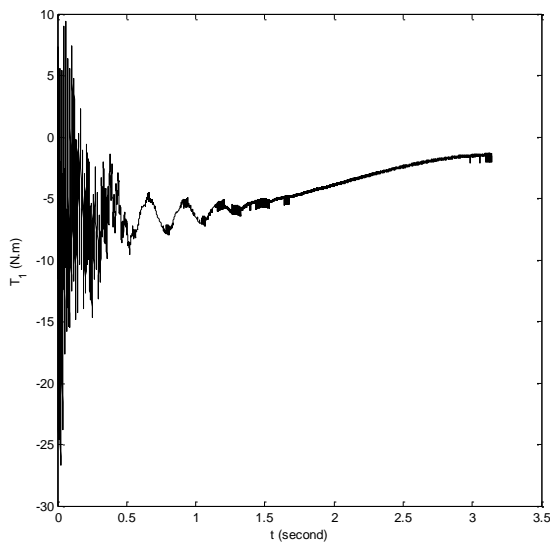
جدول ۱ مشخصات لینک‌های ربات

اندازه	واحد	نماد	نام پارامتر
۷۰	GPa	$E_{a_1}$	مدول یانگ لینک اول
۲۷۰۰	$kg.m^{-3}$	$\rho_{a_1}$	چگالی لینک اول
۰/۵	m	$L_1$	طول لینک اول
۰/۱	m	$b_{a_1}$	عرض لینک اول
۵	mm	$t_{a_1}$	ضخامت لینک اول
۷۰	GPa	$E_{a_2}$	مدول یانگ لینک دوم
۲۷۰۰	$kg.m^{-3}$	$\rho_{a_2}$	چگالی لینک دوم
۰/۴۳۹	m	$L_2$	طول لینک دوم
۰/۰۴	m	$b_{a_2}$	عرض لینک دوم
۴	mm	$t_{a_2}$	ضخامت لینک دوم

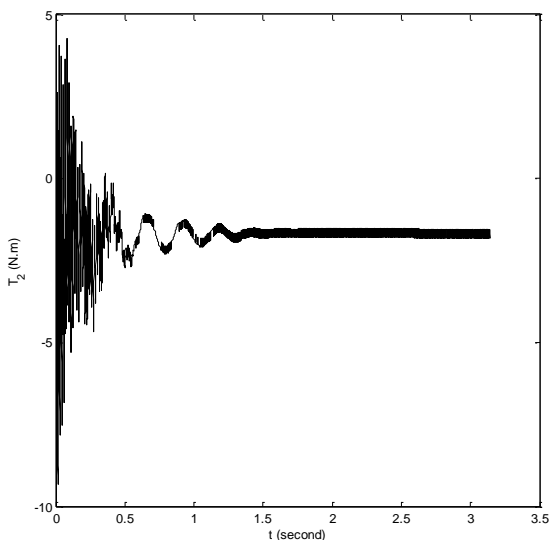
پیزوالکتریک که به عنوان عملگر در هر دو لینک استفاده شده از نوع پیزوسرامیک است که مشخصات این عملگر در جدول ۲ آمده است:

جدول ۲- مشخصات فیزیکی و هندسی پیزوسرامیک

اندازه	واحد	نماد	نام پارامتر
۶۴	MPa	$E_{c_i}$	مدول یانگ عملگر
۷۷۰۰	$kg.m^{-3}$	$\rho_{c_i}$	چگالی عملگر
۰/۰۸	m	$l_{c_i}$	طول عملگر
۰/۰۴	m	$b_{c_i}$	عرض عملگر
۰/۸	mm	$t_{c_i}$	ضخامت عملگر
$-۱۸۰ \times 10^{-۱۲}$	$C.N^{-1}$	$d_{31_{c_i}}$	ضریب الکترومکانیکی
۲۰۰	V	$K_i$	ماکزیم ولتاژ اعمالی



شکل ۶- نمودار گشتاور اعمالی موتور اول

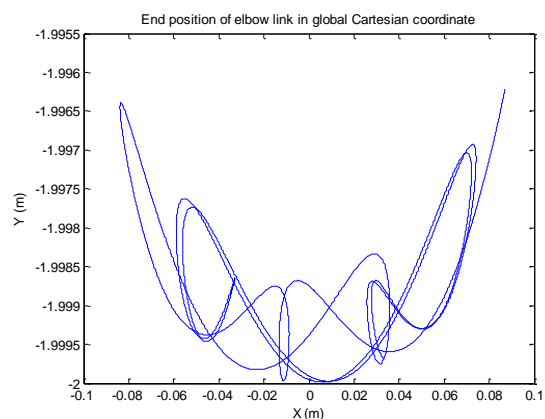


شکل ۷- نمودار گشتاور اعمالی موتور دوم

می‌توان ذکر کرد، این است که با توجه به اینکه موتورهای ربات در یک محدوده مشخص حداقلی و حداکثری گشتاور می‌تواند کار کنند، باید این محدودیت در طراحی و شبیه‌سازی دقت شود.

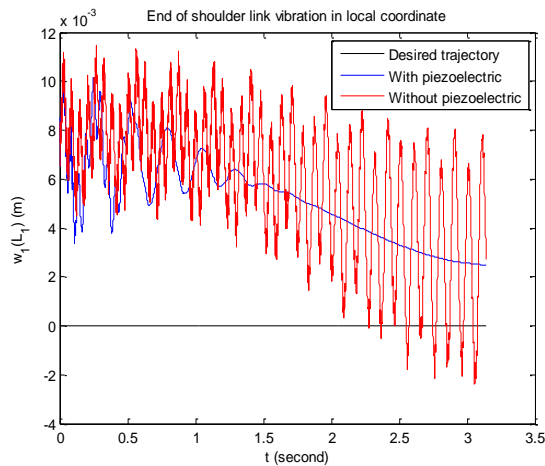
نمودار شکل ۸، تغییرات دامنه انتهای لینک اول را در مختصات محلی در دو حالت بدون کنترل ارتعاشات و با کنترل ارتعاشات آن با دمپر هوشمند پیزوالکتریک نشان می‌دهد که در طی زمان مسیر پنجه  $t = \pi$  ثانیه است. همانطور که مشهود است، دامنه لینک اول بدون کنترل، به

ابتدا به منظور صحت‌گذاری در روابط بدست آمده؛ منیپولاتور دو لینکی مرجع [۲] شبیه‌سازی گردید. از شکل ۵ دیده می‌شود که نتایج منطبق با این مرجع بدست می‌آید. سپس شبیه‌سازی معادلات ذکر شده قبلی، در محیط نرم‌افزار متلب و اعمال مشخصات فیزیکی و هندسی موجود، در جداول ۱ تا ۴ انجام شده است.

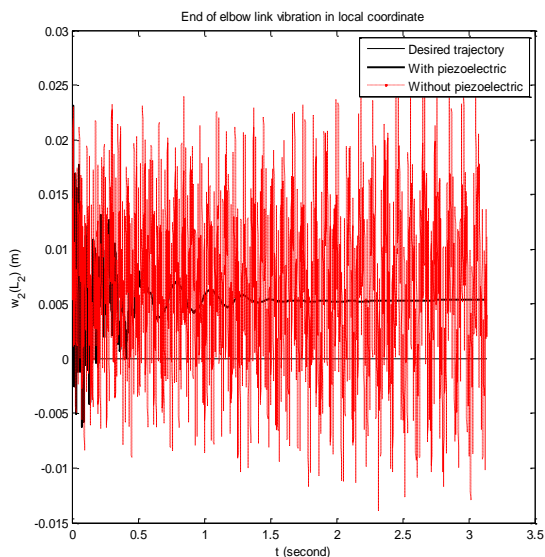


شکل ۵- مسیر حرکت انتهایی منیپولاتور مرجع [۲]

با فرض اینکه منیپولاتور حرکت خود را از حالت سکون آغاز می‌کند و در انتهای مسیر از قبل تعریف شده نیز به حالت سکون می‌رسد، شرایط اولیه معلوم است و شرایط مرزی نیز از بخش ۲-۵ محاسبه گردیده است، لذا با داشتن شرایط مرزی اولیه و مسیر طراحی شده پنجه منیپولاتور از نمونه صلب خود در معادله (۲۲) و (۲۶)، می‌توان دستگاه معادلات دیفرانسیل (۳۱) را با فرض دومد شیب (تیر یکسرگیردار - یکسر جرم دار) برای هر لینک حل نمود و بردار  $q$  را محاسبه کرد. با داشتن  $q$  می‌توان گشتاورهای منیپولاتور را از دستگاه معادله دیفرانسیل رابطه (۳۱) محاسبه کرد که نتایج این فرایند را می‌توان در شکل ۶ برای گشتاور موتور اول و شکل ۷ برای گشتاور موتور دوم مشاهده کرد. اختلاف گشتاورها، ناشی از ارتعاشات و نوسانات لینکها است که نشان می‌دهد، این امر جزء خاصیت ربات با لینک‌های انعطاف‌پذیر است. روش کنترلی دامنه ثابت و الگوریتم کنترلی لیاپانوف، علاوه بر اینکه تغییر دامنه‌های لینک‌های منیپولاتور را کنترل می‌کند، نوسانات گشتاورها را نیز کاهش داده است. این موضع را می‌توان در شکل ۶ و شکل ۷ می‌توان ملاحظه کرد. نکته دیگر که در مورد گشتاورها



شکل ۸- نمودار دامنه تغییرات خیز انتهای لینک

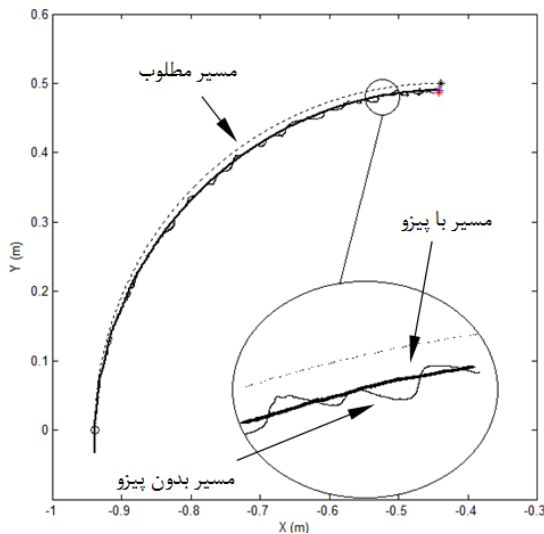


شکل ۹- نمودار تغییرات دامنه انتهای لینک دوم بدون کنترل

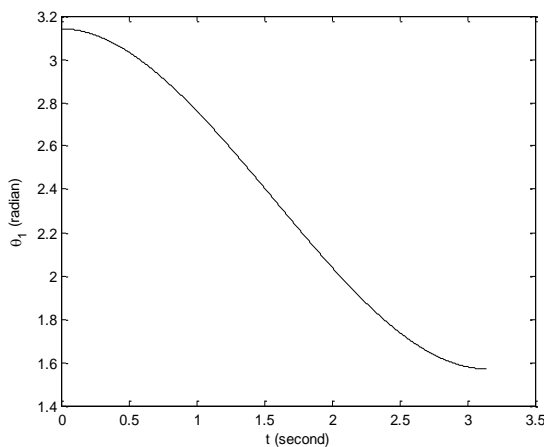
همانطور که از شکل ۸ برمی آید، این نوسانات در طی مسیر برای حالتی که ربات تحت کنترل دمپر فعال پیزوالکتریک است، تقریباً به صفر رسیده است و نزدیک به مسیری شده است که ربات دولینکی صلب می پیماید. شکل ۱۰، مسیر حرکت پنجه منیپولاتور را نشان می دهد. مسیر حرکت صلب، مسیر پیمایش مطلوب است. بدین منظور دمپر هوشمند پیزوالکتریک و

شدت نوسانی و صعودی بوده که این امر باعث کاهش راندمان و دقت کاری منیپولاتور می شود. در حالتی که میراگر هوشمند پیزوالکتریک وارد مدار می شود؛ این نوسانات تا فاصله زمانی حدود ۱ ثانیه کم شده، از آن زمان به بعد تقریباً به صفر رسیده است. نمودار شکل ۹، تغییر شکل عرضی لینک دوم در منظر مختصات محلی خود در محدوده زمانی، طی مسیر طراحی شده را نشان می دهد. در حالتی که لینک فاقد هرگونه سیستم کنترل ارتعاشات است، دامنه تغییر شکل در این لینک به مراتب بیشتر از لینک اول است. تقریباً بیشینه تغییر شکل عرضی لینک دوم، ۲۰۰ درصد (۲ برابر) بیشتر از بیشینه تغییر شکل عرضی لینک اول است (در حالت مشابه بدون کنترل ارتعاشات). این امر ناشی از خواص فیزیکی لینک دوم است؛ زیرا بخاطر سطح پتانسیل بزرگتر نسبت به لینک اول، انرژی پتانسیل بیشتری خواهد داشت ( $R_2 > R_1$ ). بصورت مشابه می توان اثبات کرد که لینک دوم، انرژی جنبشی بزرگتری نیز دارد. این موضوع خود را بیشتر در افزایش طول لینک دوم نشان می دهد؛ بطوری که با افزایش نسبتاً اندک طول لینک دوم ربات، تغییر شکل عرضی لینک افزایش چشمگیری خواهد داشت. از اینرو برای اجتناب از تغییرات عرضی زیاد و همچنین نیاز به موتوری با محدوده گشتاور بالاتر، لینک دوم سبکتر از لینک اول است.

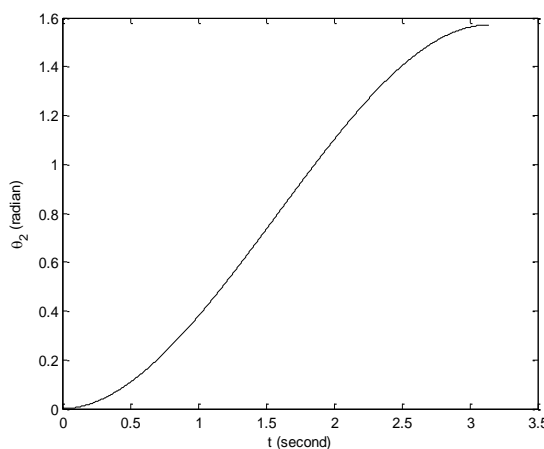
در این شبیه سازی وزن لینک اول ۳/۵۵ برابر لینک دوم است؛ همچنین همانطور که در شکل ۹ مشهود است، تاثیر اضافه نمودن پیزوالکتریک و تاثیر کنترل فعال ارتعاشات لینک دوم بسیار مطلوب است، بطوریکه همانند لینک اول دمپر فعال و هوشمند پیزوالکتریک ارتعاشات و نوسان های نامطلوب لینک دوم را میرا کرده، در فاصله زمانی حدود ۱ ثانیه این نوسانات را تقریباً به صفر رسانیده است. این کنترل ارتعاشات در هر دو لینک، مزیت های فراوانی دارد که از جمله آنها می توان به نیاز به گشتاور تولیدی کمتر برای انجام مأموریت ربات اشاره کرد. با این تفاسیر ربات انرژی کمتری نیاز دارد و به طبع بازده بالاتری نیز خواهد داشت. نکته دیگری که برای منیپولاتورها از اهمیت ویژه ای برخوردار است، حرکت بدون نوسان پنجه در مسیر از پیش طراحی شده (معادل سازی شده با منیپولاتور صلب) خود است.



شکل ۱۰- حرکت پنجه در مختصات اصلی ربات



شکل ۱۱- تغییرات زاویه لینک اول ربات



شکل ۱۲- تغییرات زاویه لینک دوم ربات

الگوریتم کنترلی مربوطه اضافه شد تا با کنترل و کاهش ارتعاشات و نوسانات لینک‌ها، مسیر حرکت منیپولاتور انعطاف‌پذیر را به مسیر مطلوب نزدیک کند. عملگرهای مورد استفاده در کنترل ارتعاشات، از نوع پیزوسرامیک می‌باشند که این عملگرها، محدودیت اعمال ولتاژ دارند. این محدودیت برای عملگر مورد استفاده، حدود ۲۰۰ ولت است که در صورت عبور ولتاژ از این محدوده ممکن است به معیوب شدن و خرابی عملگر منجر شود [۲۰].

این مهم به گواه شکل ۱۰ تا حدود زیادی انجام شده و مسیر پیمایش لینک انعطاف‌پذیر بدون نوسان به مسیر مطلوب خود نزدیک شده است. جرم لینک دوم، برابر با ۱۸۹ گرم است، باری که در انتهای این لینک است، برابر ۳۰۰ گرم است؛ یعنی وزن جرم حمل شده نسبت به جرم لینک دوم، ۱۵۸ درصد بیشتر است. این نسبت جرمی، یک نقطه قوت بسیار مهم برای این منیپولاتور محسوب می‌شود.

شکل ۱۱ تغییرات زاویه مفصل موتور لینک اول را نشان می‌دهد. شکل ۱۲ نیز، به صورت مشابه تغییرات زاویه مفصل موتور لینک دوم را نشان می‌دهد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق سعی بر آن شده است که ارتعاشات خطی یک منیپولاتور در اثر حمل بار بدست آید. بدلیل انعطاف‌پذیر بودن لینک‌ها، ارتعاش آنها به دور از انتظار نخواهد بود. این ارتعاش، منجر به انحراف پنجه از مسیر خواسته شده خواهد شد که استفاده از یک میراکننده ارتعاشات را به ذهن متبادر می‌کند. با استفاده از پیزوالکتریک‌ها، می‌توان به این مقصود رسید؛ به گونه‌ای که ابتدا توسط یک پیزوسنسور میزان ارتعاش یک لینک را سنجیده، به تبع آن ولتاژی معلوم به پیزو عملگر وارد می‌شود که این خود باعث اعمال گشتاوری منفی به لینک مورد مطالعه شده که باعث کمتر خمیده شدن لینک مورد نظر می‌شود. با توجه به این موضوع، ارتعاش منیپولاتور مقدار کمتری را نسبت به حالتی خواهد داشت که پیزوالکتریک در مجموعه نمی‌باشد که این امر منجر به حمل بار بیشتر و با دقت بالاتر توسط پنجه می‌شود.

- manipulator using smart piezoelectric transducers. *Acta Astronautica* 104:186-196.
- [10] Shin HC, Choi S (2001) Position control of a two-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuators and sensors. *Mechatronics* 11:707-729.
- [11] Rao SS (2007) *Vibration of continuous systems*. Wiley, New York.
- [12] Choi SB, Han YM (2010) *Piezoelectric actuators-control applications of smart materials*. Taylor & Francis Group.
- [13] Rao SS (2004) *Mechanical vibrations*. 4th edn. Pearson Education.
- [14] Korayem MH, Haghghi R, Korayem A, Nikoobin A, Alamdari A, (2010) Determining maximum load carrying capacity of planar flexible-link robot closed-loop approach. *Robotica* 28: 959-973.
- [15] Kolovsky MZ, Evgrafov AN, Semenov YA, Lousch AV (2000) *Advanced theory of mechanisms and machines*. Springer.
- [16] Erturk A, Inman D, (2011) *Piezoelectric Energy Harvesting*. John Wiley & Sons.
- [17] Budynas RG, Nisbett JK (2011) *Shigley's mechanical engineering design*. McGraw-Hill.
- [18] Choi SB, Cheong CC, Kim SH (1995) Control of flexible structures by distributed piezofilm actuator and sensor. *J Intel Mat Syst Str* 6: 430-435.
- [19] Bailey T, Hubbard JE (1985) Distributed piezoelectric polymer active vibration control of a cantilever beam. *Cbt&d* 8: 606-611.
- [20] Fleming AJ (2009) A MHz bandwidth dual-amplifier for driving piezoelectric actuators and other highly capacitive loads. *Review of Scientific Instruments*.
- ۶- مراجع
- [1] Book WJ (1984) Recursive lagrangian dynamic of flexible manipulator arms. *Int J Robot Res* 3(3): 87-101.
- [2] Usoro PB, Nadira R, Mahil SS (1986) A finite element/lagrange approach to modeling lightweight flexible manipulators. *Trans ASME J Dyn Syst Meas Control* 108: 198-205.
- [3] Xilun D, Qixian Z (1999) A new dynamic modeling method of D-holzer method for the flexible manipulator. *BAAA* 35(3): 25-28.
- [۴] صفریور پ، حیدری ح (۱۳۹۴) بررسی عملکرد و شبیه سازی میراگر نوع شانت پیزوالکتریک در کنترل غیرفعال ارتعاشات. ششمین کنفرانس صنعت نیروگاه های حرارتی (گازی، سیکل ترکیبی، حرارتی)، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.
- [5] Shan J, Liu HT, Sun D (2005) Slewing and vibration control of single-link flexible manipulator by positive position feedback (PPF). *Mechatronics* 15: 487-503.
- [6] Dadfarnia M, Jalili N, Liu Z, Dawson DM (2004) A lyapunov-based piezoelectric controller for flexible cartesian robot manipulators. *Cont Eng Pra* 12: 1041-1053.
- [7] Mirzaee E, Eghtesad M, Fazelzadeh SA (2010) Maneuver control and active vibration suppression of a two-link flexible arm using a hybrid variable structure/lyapunov control design. *Acta Astronautica* 15: 1218-1232 .
- [8] Kim H, Choi S, Thompson B (2001) Compliant control of a two-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuators. *Mech and Mach Thech* 36:411-424.
- [9] Halim D, Luo X, Trivailo M (2013) Decentralized vibration control multi-link flexible robotic