دوره ۲/شماره ۱/بهار ۹۱/ صفحه۱۳ تا ۲۱

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

یافتن شکل بهینه سازه‌های اسکلتی به کمک روش بهینه‌سازی تدریجی سرد شدن فلزات

علی قدوسیان[۱] و مجتبی شیخی[۲*]

[۱]استادیار، دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

[۲]دانشجوی دکتری، دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

چکیده

در سازه‌های مهندسی کاربردی، حداکثر ممان خمشی در آنها همیشه یکی از مهمترین پارامترها در ارزیابی تغییر شکل (سختی) و مقادیر تنش (استحکام) بوده است. یکی از زمینه‌های مورد علاقه محققین، توسعه یک روش جهت مینیمم کردن حداکثر ممان خمشی و رسیدن به یک طرح بهینه می‌باشد. به همین دلیل، در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی تدریجی سرد شدن فلزات برای مینیمم کردن حداکثر ممان خمشی جهت رسیدن به شکل بهینه سازه استفاده شده است. روش تدریجی سرد شدن فلزات، روشی هیوریستیک و قدرتمند بوده و می‌توان به کمک آن به حل مسائل پیچیده با انجام محاسبات ساده رسید. در این مقاله ابتدا مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه با استفاده از روش ماتریسی محاسبه شده و سپس الگوریتم بهینه‌سازی تدریجی سرد شدن فلزات برای مینیمم کردن آن در کل سازه به کار می‌رود. برای نشان دادن چگونگی عملکرد و کارایی این روش در حل مسائل برای رسیدن به حداقل ممان خمشی حداکثر چند مثال ارائه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که با بهینه‌سازی شکل سازه به کمک روش ارائه شده می‌توان مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه را به طور قابل توجهی نسبت به کارهای گذشته کاهش داد.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی شکل؛ سازه‌های اسکلتی؛ مینیمم کردن ممان خمشی؛ الگوریتم تدریجی سرد شدن فلزات.

۱- مقدمه

سازه‌های اسکلتی، سازه‌هایی هستند که دارای کاربرد عملی وسیعی در مسائل مهندسی بخصوص در اسکلت ساختمان‌ها، پل‌ها، سازه‌های فضایی و دریایی می‌باشند. در بیشتر این سازه‌های کاربردی، مقدار ممان خمشی در اعضای سازه همواره یکی از مهمترین پارامترها برای رسیدن به طراحی مناسب چه به لحاظ استحکام و چه به لحاظ سختی سازه می‌باشد. در چند سال اخیر، هدف از بیشتر مطالعات انجام شده روی سازه‌ها، کاهش مقدار وزن یا حجم سازه بوده است [۱-۶]. معمولاً در این مطالعات مشخصات هندسی اعضای سازه از جمله مساحت و ممان اینرسی سطح مقطع به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده و از جابجایی و یا تنش به

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۳۱۳۳۶۶۳۹۱

آدرس پست الکترونیک : Mojtabasheikhi@gmail.com

عنوان قیود مسئله استفاده می‌گردد. در حین فرآیند حل این مسائل مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه تحت کنترل نیست و در بعضی موارد ممکن است در مقدار آن بعد از فرآیند بهینه‌سازی افزایش رخ دهد. از این لحاظ، یک روش مطلوب برای طراحی بهینه سازه، می‌تواند یافتن یک روش جهت رسیدن به حداقل ممان خمشی حداکثر در سازه و در نهایت رسیدن به یک طراحی کاربردی مفید باشد.

با توجه به مطالعاتی که تاکنون انجام شده، بر روی بهینه‌سازی سازه‌ها برای رسیدن به حداقل ممان خمشی کارهای کمی انجام شده است. در این زمینه، امام و الشیری[1][۷] به یافتن موقعیت تکیه‌گاه‌های سازه جهت حداقل کردن ممان خمشی سازه‌های اسکلتی پرداخته‌اند. استیون[2] و همکارانش [۸] نشان دادند که می‌توان با یافتن یک طرح بهینه مقدار ممان خمشی را در اعضای سازه با انتقال بارها در راستای اعضای سازه و تبدیل آنها به بارهای کششی و فشاری، کم و حذف نمود. زو[3][۹] به ارتباط بین سختی در سازه‌های اسکلتی و حداقل کردن ممان خمشی حداکثر پرداخته است. هرناندز[4] و پرزن[5][۱۰] با استفاده از آنالیز حساسیت نسبت به تنش به بهینه کردن شکل سازه پرداخته است. وانگ[6] به حداقل کردن ممان خمشی حداکثر در سازه‌ها با یافتن موقعیت بهینه تکیه‌گاه‌های سازه [۱۱] و یافتن شکل بهینه سازه [۱۲] پرداخته است. وانگ [۱۱و۱۲]، با استفاده از روش انتقال تکاملی[7] که مبتنی بر آنالیز حساسیت می باشد به بهینه سازی سازه‌ها پرداخته است.

در روش انتقال تکاملی ابتدا مقدار حساسیت تابع هدف نسبت به هر یک از متغیرهای طراحی مسئله محاسبه می‌گردد و سپس متغیرهای مسئله در جهت بیشترین کاهش تابع هدف تغییر می‌کند. این عمل تا رسیدن به یک حالت نوسانی برای متغیرهای طراحی و عدم کاهش تابع هدف ادامه پیدا می‌کند. در این روش از آنجا که نمی‌توان به یک تابع صریح برای آنالیز حساسیت ممان خمشی نسبت به متغیرهای طراحی مسئله دست پیدا کرد، استفاده از آنالیز حساسیت باعث پیچیدگی راه حل می‌شود. قدوسیان و شیخی [۱۳] به یافتن موقعیت بهینه تکیه‌گاه‌های سازه جهت رسیدن به حداقل ممان خمشی در سازه با استفاده از روش بهینه‌سازی گروه ذرات تحت بارگذاری چندگانه پرداخته اند.

با توجه به تجربه مهندسی و مطالعات انجام شده تاکنون می‌توان گفت رفتار سازه نسبت به تغییر شکل و پیکربندی خود بسیار حساس می‌باشد. در مقایسه با بهینه‌سازی اندازه، بهینه‌سازی شکل سازه‌ها هر چند دارای پیچیدگی بیشتری است، ولی می‌تواند با عوض کردن هندسه سازه (موقعیت گره‌ها در سازه‌های اسکلتی) و انتقال درصد بیشتری از نیروهای خارجی در راستای اعضای سازه (تبدیل آنها به نیروهای کششی و فشاری)، نیروهای داخلی سازه را به یک توزیع مناسب در اعضای سازه رساند [۸ و ۱۲] و بنابراین مقدار ممان خمشی حداکثر را کاهش دهد. بنابراین استفاده از بهینه‌سازی شکل سازه، یک روش مناسب در این زمینه می‌باشد. برای این منظور در این مقاله به مینیمم کردن مقدار حداکثر ممان خمشی در سازه‌های اسکلتی با استفاده از رسیدن به شکل بهینه آنها تحت بارگذاری چندگانه با در نظر گرفتن مختصات گره‌های سازه به عنوان متغیر طراحی پرداخته شده است.

در اینجا باید توجه داشت که محل اعمال ممان خمشی حداکثر در سازه در طی فرآیند بهینه‌سازی در یک نقطه خاص قرار ندارد و در حین فرآیند بهینه‌سازی با عوض شدن شکل سازه (تغییر موقعیت گره‌های سازه) از یک نقطه به نقطه‌ای دیگر تغییر پیدا می‌کند. از طرف دیگر علاوه بر تغییر محل اعمال حداکثر ممان خمشی در کل سازه در هر مرحله بهینه سازی، مقدار آن نیز دارای تغییرات شدیدی است و از یک مقدار مثبت بزرگ به یک مقدار منفی کوچک و یا برعکس می‌رسد. به همین دلیل نمی‌توان به یک تابع صریح[8] برای مقدار ممان خمشی حداکثر نسبت به مختصات گره‌های سازه رسید. بنابراین تابع هدف در این مسئله، یک تابع شدیداً غیرخطی، ناصاف و ضمنی[9] نسبت به متغیرهای طراحی مسئله می‌باشد. این موضوع باعث عدم کارایی روش‌های

[1] Imam and Al-Shihri
[2] Steven
[3] Xu
[4] Hernandez
[5] Perezzan
[6] Wang
[7] Evolutionary shift method
[8] Explicit
[9] Implicit

بهینه سازی به دلیل پیچیده بودن محاسبات شده و همین سختی‌ها و پیچیدگی‌های این مسئله است که منجر شده تاکنون مطالعات کمی در این زمینه انجام پذیرد [۶-۱۳].

استفاده از روش‌های بهینه سازی مبتنی بر آنالیز حساسیت (روش‌های بهینه‌سازی مرتبه اول) که برای به دست آوردن نقطه بهینه به مشتق تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی نیاز دارند، با توجه به پیچیدگی ذکر شده در مورد محاسبه مقدار مشتق تابع هدف در مورد این مسئله، با مشکل روبه‌رو خواهد شد. از طرفی دیگر احتمال گرفتاری در نقطه بهینه محلی در روش‌های مبتنی بر آنالیز حساسیت بیشتر از روش‌های هیورستیک (روش‌های بهینه‌سازی مرتبه صفر) می‌باشد. به همین خاطر در این مقاله از روش بهینه سازی تدریجی سرد شدن فلزات[1] که روشی مرتبه صفر بوده و به محاسبه مشتق تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی مسئله نیاز ندارد، استفاده شده است.

در ادامه مقاله، ابتدا به تعریف ریاضی مسئله و همچنین توضیح روش تدریجی سرد شدن فلزات پرداخته شده است و سپس چندین مثال برای نشان دادن چگونگی به کارگیری روش ارائه شده و کارایی آن آورده شده است. نتایج به دست آمده از حل این مثال‌ها نشان می‌دهد که با استفاده از بهینه-سازی شکل سازه‌ها به کمک روش تدریجی سرد شدن فلزات، می‌توان مقدار ممان خمشی حداکثر سازه را تا حد زیادی نسبت به مقالات گذشته کاهش داد.

۲- تعریف مسئله تحت بارگذاری چندگانه

برای تحلیل چگونگی رفتار سازه، در اینجا یک سازه تحت بارگذاری چندگانه در نظر گرفته شده است و سپس مقدار ماکزیمم ممان خمشی تحت تمام حالت‌های بارگذاری به سازه مینیمم می‌شود. بنابراین تابع هدف در مسئله بهینه سازی باید به صورت مینیمم کردن مقدار ماکزیمم ممان خمشی در تمام اعضای سازه تحت بارهای چندگانه به صورت زیر تعریف گردد.

$$Minimize \ \ Max|_{l=1}^{LCN} \{|M_e|, e=1,\ldots,n\} \qquad (۱)$$

در رابطه فوق $|M_e|$مقدار قدر مطلق ممان خمشی در عضو eام تحت شرایط بارگذاری lام می‌باشد. n تعداد اعضای سازه و LCN تعداد تمام حالت‌های بارگذاری به سازه می‌باشد.

در بعضی موارد، تغییر موقعیت گره‌های سازه ممکن است باعث تاثیر بیشتر یک بارگذاری نسبت به دیگری باشد. بنابراین تغییر موقعیت گره‌ها ممکن است مقدار ممان خمشی حداکثر سازه را نسبت به یک بارگذاری کاهش دهد ولی نسبت به بارگذاری دیگر افزایش دهد. به همین دلیل در اینجا در فرآیند بهینه‌سازی، مقدار بالاترین ممان خمشی تحت تمام حالت‌های بارگذاری در نظر گرفته شده است.

در بسیاری موارد، محدودیت‌هایی که روی متغیرهای طراحی وجود دارد، مستقیماً روی حدود بالا و پایین موقعیت گره‌ها اعمال می‌گردد که در این صورت در فرآیند بهینه سازی شکل باید آن را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$X_j^L \le X_j \le X_j^U, j=1,\ldots,k \qquad (۲)$$

طوری که X_j^L و X_j^U به ترتیب حد پایین و بالا برای مختصات گره jام (X_j) و k تعداد گره‌های سازه با مختصات مستقل نسبت به بقیه گره‌ها می‌باشد. در بعضی از سازه‌ها برای رسیدن به حالت بهینه سازه، موقعیت بعضی گره‌ها به موقعیت گره‌های دیگر به دلیل متقارن بودن سازه و یا محدودیت‌های موجود در سازه وابسته بوده و ارتباط دارند. در این صورت باید این قیود را در مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر اعمال نمود:

$$X_d = f(X_j), \ (d=1,\ldots,m \quad j=1,\ldots,k) \qquad (۳)$$

طوری که X_d مختصات گره‌های وابسته به مختصات بقیه گره‌ها و m تعداد گره‌های با مختصات وابسته می‌باشد.

با توجه به اینکه جهت و محل اعمال ممان خمشی حداکثر در حین فرآیند بهینه‌سازی از یک نقطه به نقطه‌ای دیگر و از علامت مثبت به منفی و یا بالعکس تغییر می‌کند و در عمل جهت ممان خمشی در حل نهایی مسئله نباید تاثیری داشته باشد، در اینجا برای تعریف تابع هدف از مقدار قدر مطلق ممان خمشی حداکثر استفاده شده است.

۳- یافتن شکل بهینه سازه به کمک روش تدریجی سرد شدن فلزات

ایده اصلی الگوریتم تدریجی سرد شدن فلزات همان الگوریتم

[1] Simulated Annealing (SA)

متروپلیس[1] [۱۵] است که رفتار میکروسکوپی یک مجموعه از ذرات را به وسیله مدل مونت کارلو شبیه‌سازی می‌کند. این الگوریتم با یک وضعیت اولیه X_0 (متغیر طراحی اولیه) و دمای اولیه T_0 شروع می‌شود. سپس شروع به تولید وضعیت-های بعدی سیستم ذرات می‌کند. هر چه الگوریتم جلوتررود، مقدار درجه حرارت سیستم نیز کمتر می‌شود. در یک دمای مشخص، الگوریتم محل یک اتم را به شکل اتفاقی تغییر می-دهد و میزان تغییر حاصل در انرژی سیستم (تابع هدف) را محاسبه می‌کند. اگر مقدار انرژی جدید سیستم از حالت اولیه کمتر باشد، آنگاه ساختار جدید اتم‌ها پذیرفته می‌شود. در صورتی که مقدار انرژی حالت جدید بیشتر از حالت قبلی باشد، بر اساس یک تصمیم احتمالی اتفاقی به صورت رابطه (۴) ممکن است ساختار جدید اتم‌ها پذیرفته یا رد شود.

$$P(X_{i+1})=\begin{cases}1 & if\ E(X_{i+1})\le E(X_i)\\ \exp\left(\frac{E(X_{i+1})-E(X_i)}{K_B T_k}\right) & if\ E(X_{i+1})>E(X_i)\end{cases} \qquad (۴)$$

در این رابطه E مقدار انرژی سیستم (تابع هدف)، T دمای سیستم، K_B ثابت بولتزمان و X_i حالت سیستم (متغیرهای طراحی) می‌باشد.

در نظر گرفتن این احتمال باعث می‌شود که الگوریتم در دام وضعیت بهینه محلی نیافتد. اگر دمای سیستم بالا باشد، آنگاه احتمال پذیرش حالت سیستم با ساختار جدید و انرژی بیشتر نسبت به حالت قبل نزدیک به یک است. با کمتر شدن دمای سیستم، احتمال پذیرش حالت جدید با انرژی بیشتر بسیار کوچک می‌شود. تصمیم قبول یا رد با انتخاب عددی تصادفی در بازه (۱-۰) و مقایسه آن با $p(X_{i+1})$ صورت می‌پذیرد. اگر عدد تصادفی از $p(X_{i+1})$ کمتر باشد، آنگاه حالت ساختار جدید اتم‌ها با انرژی بیشتر نسبت به حالت قبلی پذیرفته می‌شود و اگر بیشتر باشد، حالت مورد نظر رد می‌گردد. در هر دمایی، تعدادی از ساختارهای اتمی با تغییر تصادفی موقعیت اتم‌های سیستم به وجود می‌آیند تا به یک سطح انرژی با حالت یکنواختی که به آن تعادل حرارتی می‌گویند برسند، آنگاه دما کاسته می‌شود و چرخه دوباره شروع می‌شود. این گام‌ها در حالی که دمای سیستم به آهستگی کاهش می‌یابد پی در پی تکرار می‌شوند تا حالت انرژی (تابع هدف) مینیمم حاصل شود.

برای کاهش دما بعد از رسیدن به تعادل حرارتی در هر حالت، روابط مختلفی وجود دارد. یک روش که اغلب استفاده می‌شود، کاهش دما به صورت ثابت می‌باشد.

$$T_{k+1}=\alpha T_k \quad k=1,2,\cdots,K \qquad (۵)$$

مقدار ضریب α می تواند مقادیر متفاوتی داشته باشد. مقدار ۰/۸<α<۰/۹۵ نسبتاً دارای کارایی بهتری است [۱۶]. هر چه مقدار α بیشتر باشد، سرعت کاهش دما کمتر بوده و امکان جستجوی بیشتر فضای مساله وجود دارد. نحر[2] [۱۷] چگونگی انتخاب تعداد گام‌های نمو کاهشی K را ارائه کرده و به دست آوردن مقدار تجربی T_k را پیشنهاد می‌کند. این امکان نیز وجود دارد که بازه $[0,T_0]$ به تعداد گام‌های ثابت K تقسیم شود و از رابطه زیر استفاده گردد:

$$T_k=\frac{K-k}{K}T_0 \quad k=1,2,\cdots;K \qquad (۶)$$

مراحل اجرای الگوریتم برای یافتن شکل بهینه سازه به منظور حداقل کردن ممان خمشی حداکثر سازه به صورت زیر انجام می‌شود:

۱. در نظرگرفتن یک موقعیت اولیه برای گره‌های سازه و دمای اولیه (X_0 و T_0)

۲. به دست آوردن مقدار ممان خمشی حداکثر سازه به ازای وضعیت اولیه $f(X_0)$

۳. تولید یک وضعیت جدید X_{i+1} و ارزیابی مقدار ممان خمشی حداکثر در این وضعیت

۴. استفاده از رابطهٔ (۴) برای پذیرفتن وضعیت جدید

۵. در نظر گرفتن رابطهٔ (۵) برای سرعت کاهش دما بعد از رسیدن به حالت تعادل حرارتی

۶. تولید وضعیت‌های جدید برای موقعیت گره‌های سازه و طی کردن مراحل ۲ تا ۵ الگوریتم ذکر شده تا زمانی که معیار توقف ارضا گردد. معیار توقف می تواند تعداد تکرار مشخص و یا رسیدن به یک دمای پایین باشد.

[1] Metropolis

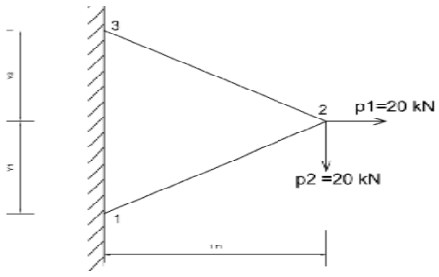
[2] Nahar

۴- ارائه مثال

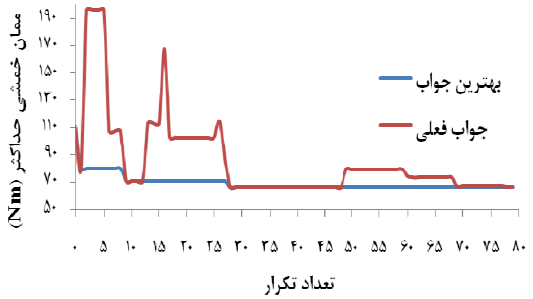
در این بخش به حل چند مثال جهت نشان دادن خصوصیات و کارایی الگوریتم بهینه‌سازی به کار رفته و همچنین تاثیر بهینه‌سازی شکل بر روی کاهش ممان خمشی حداکثر سازه-ها پرداخته شده است. در این مثال‌ها توپولوژی کلی مسئله در ابتدای حل مسئله تعیین شده و در طی فرآیند مسئله ثابت باقی می‌ماند.

۴-۱- سازه متشکل از دو تیر

در این مثال یک سازه متشکل از دو عضو با المان تیر تحت دو نیرو یکی افقی و دیگری عمودی به مقدار ۲۰kN در گره ۲ مطابق شکل ۱ را در نظر بگیرید. جنس اعضای سازه فولاد با مدول یانگ E=۲۱۰ Gpa است. هر دو عضو سازه دارای سطح مقطع لوله‌ای یکسان با قطر داخلی برابر با D_i =۷/۴ cm و قطر خارجی برابر با Do=۸ cm می‌باشند. گره‌های ۱ و ۳ می‌توانند در راستای عمودی روی تکیه‌گاه جابه‌جا شوند طوری که مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه مینیمم شود. در اینجا برای این مثال دو حالت در نظر گرفته شده است. در حالت اول فرض بر این است که هر دو نیروی افقی و عمودی به صورت همزمان به سازه متقارن شکل ۱ اعمال می‌گردند. در این حالت برای شروع حل مسئله مقادیر متغیر طراحی برابر با $Y_1=Y_3=۰/۵m$ در نظر گرفته شده است. شکل ۲ تغییر ممان خمشی حداکثر سازه را در حین فرآیند بهینه سازی شکل سازه نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌گردد، الگوریتم تدریجی سرد شدن فلزات برای جلوگیری از افتادن در دام مینیمم محلی و رسیدن به مینیمم سراسری مسئله با یک احتمال (رابطه (۴)) مقادیر بزرگتر ممان خمشی را به خصوص در مراحل اولیه فرآیند بهینه‌سازی که پارامتر دما بالاتر بوده پذیرفته است.



شکل۱- سازه متشکل از دو عضو تیری

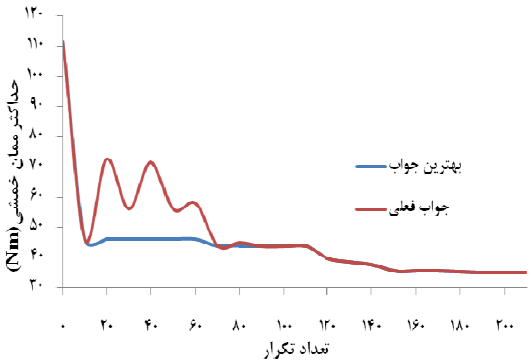


شکل۲- نمودار همگرایی مثال اول در حالت اول

در اینجا مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه از ۱۱۰/۶۷Nm در ابتدای حل مسئله به مقدار ۶۲/۶۳Nm به ازای $Y_1=Y_3=۱/۰۳m$ رسیده است که حدود ۴۳/۴ درصد کاهش را نشان می‌دهد.

در حالت دوم فرض بر این است که سازه تحت بارگذاری چندگانه (بارگذاری دوگانه، حالت اول بارگذاری سازه تنها تحت نیروی افقی و در حالت دوم بارگذاری سازه صرفاً تحت نیروی عمودی) است. در این حالت شرط متقارن بودن سازه در فرآیندبهینه‌سازی در نظر گرفته نشده است. اگر سازه صرفاً تحت نیروی افقی باشد، هر چه گره‌های ۱ و ۳ به هم نزدیک تر شوند، مقدار ممان خمشی سازه کاهش می‌یابد و در صورتی که سازه تنها تحت نیروی عمودی باشد هر چه گره‌های ۱ و ۳ از هم دورتر شوند، مقدار ممان خمشی سازه کاهش می‌یابد. بنابراین با عوض شدن موقعیت گره‌های سازه، محل اعمال، مقدار و حالت بارگذاری که باعث به وجود آمدن ممان خمشی حداکثر در سازه می‌شود، تغییر می‌کند.

برای شروع حل مسئله، مقادیر متغیرهای طراحی برابر با $Y_1=-۱m$ و $Y_3=۳m$ در نظر گرفته شده است. در اینجا مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه از ۱۱۱/۳۶Nm در ابتدای حل به مقدار ۳۵/۲۴Nm به ازای $Y_3=-Y_1=۰/۷۹۴m$ رسیده است که حدود ۶۸/۳ درصد کاهش را نشان می‌دهد. شکل ۳ نمودار همگرایی مثال سازه شکل ۱ را در حالت بارگذاری چندگانه نشان می‌دهد. در این حالت حجم مصالح مصرفی نسبت به حالت اولیه با ۷۹/۲۱ درصدکاهش همراه بوده است.



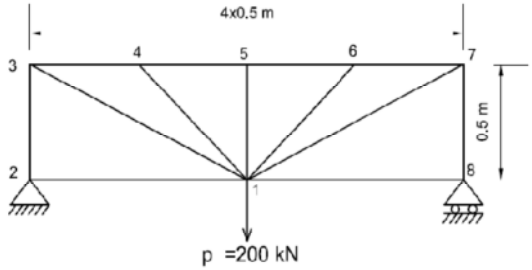
شکل ۳- نمودار همگرایی سازه شکل ۱ در حالت بارگذاری چندگانه

۴-۲- سازه میشل

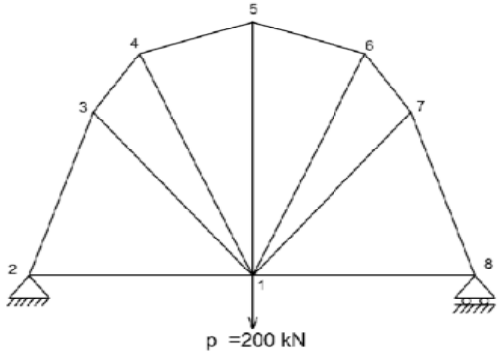
سازه میشل، سازه‌ای است که اغلب برای بررسی کارایی روش‌های بهینه‌سازی بخصوص بهینه‌سازی توپولوژی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اخیراً از این سازه برای بهینه‌سازی شکل با استفاده از مدل خرپا برای حداقل کردن وزن سازه [۵ و ۱۸] و با استفاده از مدل سازه اسکلتی برای حداقل کردن ممان خمشی حداکثر با استفاده از روش انتقال تکاملی [۱۲] استفاده شده است. در این مقاله از این سازه برای رسیدن به حداقل ممان خمشی حداکثر و همچنین رسیدن به حداقل تنش حداکثر به کمک روش تدریجی سرد شدن فلزات، استفاده می‌شود. شکل اولیه سازه میشل تحت بار P=۲۰۰kN در شکل ۴ ارائه شده است. تمام اعضای این سازه دارای سطح مقطع لوله‌ای شکل با قطر داخلی D_i=۷/۶cm و قطر خارجی D_o=۸cm با مدول یانگ E=۲۱۰Gpa می‌باشد.

برای این سازه گره‌های ۱، ۲و ۸ دارای موقعیت ثابت می باشند و در حین فرآیند بهینه‌سازی مختصات این گره‌ها ثابت باقی می‌ماند. بقیه گره‌های سازه می‌توانند در جهت عمودی و افقی حرکت داشته باشند. به دلیل شرط تقارن سازه، متغیر طراحی در اینجا مختصات گره‌های ۳ و ۴ و مختصات عمودی گره ۵ در نظر گرفته شده است (با در نظر گرفتن دستگاه مختصات در گره ۱ خواهیم داشت: $X_5=0$، $X_3=-X_7$، $X_4=-X_6$، $Y_3=Y_7$، $Y_4=Y_6$).

شکل ۵، شکل بهینه سازه میشل جهت حداقل کردن ممان خمشی حداکثر به کمک روش تدریجی سرد شدن فلزات را نشان می‌دهد.



شکل ۴- شکل اولیه برای سازه میشل [۱۲]



شکل۵- شکل بهینه برای سازه میشل برای حالت اول

در شکل ۶ نمودار همگرایی به سازه بهینه برای سازه میشل جهت حداقل کردن ممان خمشی نشان داده شده است. در جدول ۱ مقایسه‌ای بین موقعیت بهینه برای مختصات گره‌ها، مقدار ممان خمشی حداکثر و تعداد تکرار برای همگرایی به شکل بهینه سازه میشل به کمک روش ارائه شده و روش انتقال تکاملی [۱۲] ارائه شده است. با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می‌گردد که مقدار ممان خمشی حداکثر سازه از ۴۳۰۰ Nm برای سازه اولیه (شکل ۴) به ۶۵۶/۵Nm در حالت بهینه روش ارائه شده (سازه شکل ۵) رسیده است. مقدار حداقل حداکثر ممان خمشی بهینه به دست آمده توسط روش ارائه شده در اینجا به ترتیب حدود ۸۴/۷ و ۱۸/۶ درصد کاهش نسبت به شکل اولیه (شکل ۴) و شکل بهینه به دست آمده در [۱۲] را نشان می‌دهد. بنابراین بهینه‌سازی شکل سازه‌ها با استفاده از الگوریتم تدریجی سرد شدن فلزات به طور بسیار موثری توانسته مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه را کاهش دهد. معیار همگرایی برای روش انتقال تکاملی عدم یافتن جهت برای کاهش بیشتر تابع هدف

[۱۲] و برای روش تدریجی سرد شدن فلزات رسیدن به یک دمای پایین (نزدیک صفر) سیستم می‌باشد.

در این مثال حجم مصالح در حالت سازه بهینه در این مقاله نسبت به حالت اولیه سازه ۲۳/۳۲ درصد و نسبت به سازه بهینه مرجع [۱۲] حدود ۲۷/۲۰ درصد افزایش یافته است.

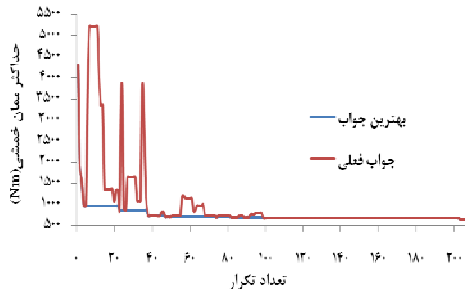
جدول ۱- مقایسه نتایج برای سازه مثال دوم در حالت اول

مختصات گره‌ها	روش انتقال تکاملی [۱۲]	روش SA
X_3(m)	-۰/۷۹۲۵	-۰/۷۰۳۳
X_4(m)	-۰/۵۳۱۴	-۰/۴۲۸۰
Y_3(m)	۰/۳۷۰۳	۰/۷۶۷۱
Y_4(m)	۰/۶۰۷۱	۱/۱۳۱۸
Y_5(m)	۰/۶۹۵۹	۱/۲۴۷۲
تعداد تکرار	۳۶	۲۰۷
ممان خمشی حداکثر (Nm)	۸۰۷/۰	۶۵۶/۵

در این سازه نیروی محوری نیز در طراحی سازه دارای نقش تعیین کننده‌ای است. به عنوان یک مثال دیگر همان سازه شکل ۴ در نظر گرفته شده است. در این حالت هدف رسیدن به مقدار حداقل حداکثر تنش در سازه با یافتن شکل بهینه سازه می‌باشد. در جدول ۲ نتایج به دست آمده توسط روش تدریجی سرد شدن فلزات ارائه شده است. در این حالت مقدار حداکثر تنش از ۸۰۰/۲۲ MPa در حالت اولیه (سازه شکل ۴) به ۲۳۲/۷۳ MPa در حالت بهینه رسیده که حدود ۷۰/۹۲درصد کاهش را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مقایسه نتایج برای سازه مثال دوم در حالت دوم

مختصات گره‌ها	روش SA
X_3(m)	۰/۹۱۷۶
X_4(m)	۰/۸۷۱۶
Y_3(m)	۱/۵۲۵۷
Y_4(m)	۱/۷۴۴۹
Y_5(m)	۲/۴۲۰۴
تنش حداکثر (MPa)	۲۳۲/۷۳

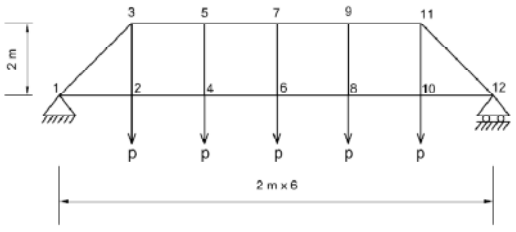


شکل ۶- نمودار همگرایی مثال دوم در حالت اول

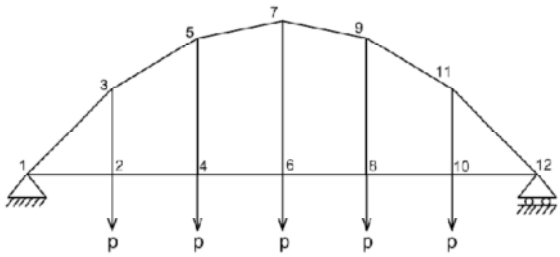
۴-۳- پل با تکیه‌گاه‌های ساده

در این مثال یک سازه قابی با تکیه‌گاه‌های ساده مطابق شکل ۷ را در نظر بگیرید. اعضای این پل به سه گروه تقسیم بندی شده است. گروه اول مربوط به اعضای بالایی مثلث و دارای سطح مقطع لوله‌ای با قطر خارجی D_o=۱۸cm و قطر داخلی D_i=۱۷cm، گروه دوم اعضای پایینی سازه (اعضای افقی سازه) دارای سطح مقطع مستطیلی با عرض b=۱۰cm و ارتفاع h=۱۵cm و گروه سوم ستون‌های سازه که دارای سطح مقطع دایره‌ای به قطر D=۵cm می‌باشد. مدول یانگ اعضا برابر با E=۲۱۰Gpa است. در گره‌های پایینی نیرویی برابر با P=۱۰۰kN به طرف پایین به سازه اعمال می‌گردد. برای رسیدن به سازه بهینه دو حالت در نظر گرفته شده است.

در حالت اول در حین فرآیند بهینه‌سازی، گره‌های پایینی سازه ثابت باقی می‌مانند و گره‌های بالایی آن می‌توانند در راستای عمودی حرکت داشته باشند. در این سازه برای حفظ متقارن بودن سازه ($Y_3=Y_{11}$ ،$Y_5=Y_9$)، فقط سه متغیر طراحی مستقل باید در نظر گرفت. در شکل ۸ شکل بهینه پل نشان داده شده است.

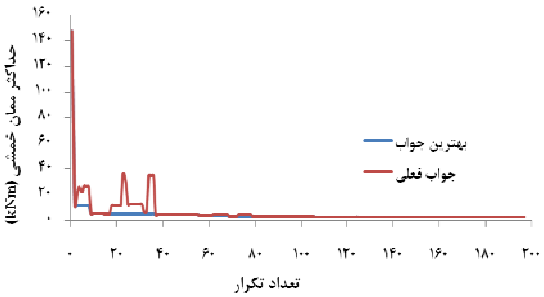


شکل ۷- شکل اولیه پل با تکیه گاه ساده[۱۲]



شکل ۸- شکل بهینه پل با تکیه گاه‌های ساده در حالت اول

در شکل ۹ نمودار همگرایی به شکل بهینه سازه و مقدار ممان خمشی حداکثر نشان داده شده است. در جدول ۳، مقایسه‌ای بین مختصات بهینه گره‌ها و مقدار ممان خمشی حداکثر سازه به همراه تعداد تکرار مورد نیاز برای همگرایی به کمک روش ارائه شده و روش انتقال تکاملی [۱۲] ارائه شده است.



شکل۹- نمودار همگرایی مثال سوم در حالت اول

جدول ۳- مقایسه نتایج برای سازه مثال سوم در حالت اول

مختصات گره‌ها	روش انتقال تکاملی [۱۲]	روش SA
$Y_{۳}$(m)	۱/۳۲۷۲	۲/۲۹۰۹
$Y_{۵}$(m)	۲/۱۲۵۲	۳/۶۶۲۵
$Y_{۷}$(m)	۲/۳۹۳۴	۴/۱۲۳۱
تعداد تکرار	۷۵	۱۹۷
ممان خمشی حداکثر(kNm)	۴/۳۵	۲/۵۱

در این مسئله مقدار ممان خمشی حداکثر سازه از ۱۴۷/۶۴kNm برای سازه اولیه (شکل ۷) به ۲/۵۱kNm برای سازه بهینه رسیده است. بنابراین مقدار حداقل حداکثر ممان خمشی بهینه در سازه توسط روش ارائه شده کاهشی حدود ۹۸/۳ درصد نسبت به حالت اولیه (شکل ۷) و حدود ۴۲/۳ درصد نسبت به مرجع [۱۲] را نشان می‌دهد. در این حالت حجم مصالح در حالت سازه بهینه در این مقاله نسبت به حالت اولیه سازه ۶/۱۹ درصد و نسبت به سازه بهینه مرجع [۱۲] حدود ۱۰/۷۱درصد افزایش یافته است.

در حالت دوم علاوه بر مختصات عمودی گره‌های بالایی سازه، مختصات افقی آنها نیز به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده است. در جدول ۴ نتایج به دست آمده در این حالت، ارائه شده است. مقدار حداکثر ممان خمشی در سازه در این حالت نسبت به حالت اولیه (سازه شکل ۷) ۹۸/۴ درصد و نسبت به حالت بهینه به دست آمده در حالت اول بدون در نظر گرفتن مختصات افقی گره‌ها ۵/۹۸ درصد کاهش را نشان می‌دهد.

جدول ۴- نتایج به دست آمده برای مثال سوم در حالت دوم

مختصات گره‌ها	روش SA
$X_{۳}$(m)	۴/۱۵۷۲
$Y_{۳}$(m)	۲/۳۱۰۹
$X_{۵}$(m)	۲/۲۰۵۶
$Y_{۵}$(m)	۳/۷۲۸۲
$X_{۷}$(m)	۰/۰۰۰۰
$Y_{۷}$(m)	۴/۲۵۲۶
ممان خمشی حداکثر (kNm)	۲/۳۶

۵- نتیجه گیری

در طراحی مسائل کاربردی مهندسی، ممان خمشی همیشه یکی از مهمترین پارامترها برای رسیدن به یک طراحی بهینه در سازه‌های اسکلتی چه به لحاظ استحکام و چه به لحاظ سختی بوده است. بنابراین کاهش سطح ممان خمشی در سازه می‌تواند تاثیر بسیار زیادی در چگونگی رفتار سازه و معمولاً کاهش تنش نرمال در هر عضو را داشته باشد. برای این منظور، بهینه‌سازی شکل سازه یک روش خیلی موثر و کارا جهت کاهش حداکثر ممان خمشی سازه با تغییر چگونگی الگوی تقسیم نیروهای داخلی سازه بر روی اعضا می‌باشد. در این مقاله با استفاده از روش بهینه‌سازی تدریجی

سرد شدن فلزات مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه مینیمم شد.

در کارهای گذشته محققین برای یافتن شکل بهینه سازه از روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی از جمله روش انتقال تکاملی که مبتنی بر آنالیز حساسیت می‌باشد، بهره گرفته اند. با توجه به اینکه مقدار و علامت حداکثر ممان خمشی با تغییر شکل سازه دچار تغییرات نسبتاً شدیدی می‌شود؛ و در روش بهینه سازی بر پایه آنالیز حساسیت باید در مراحل بهینه سازی از مشتق ممان خمشی حداکثر نسبت به موقعیت گره‌های سازه استفاده نمود، بنابراین محاسبات روش انتقال تکاملی پیچیده بوده [۱۲] و در عین حال به احتمال بالایی به جواب بهینه سراسری دست پیدا نمی‌کند. به همین دلیل استفاده از روش بهینه سازی تدریجی سرد شدن فلزات که در طی مراحل آن نیازی به محاسبه مقدار مشتق تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی نیست، علاوه بر سادگی، با توجه به نتایج ارائه شده از حل مثال‌های این مقاله در جدول ۱ و۳ از دقت بالاتری نسبت به روش‌های گذشته برخوردار می باشد. بنابراین مثال‌های ارائه شده در انتهای مقاله کارایی بالای روش ارائه شده را نشان داد.

نتایج حاصل از حل این مثال‌ها قویاً نشان می‌دهد که بهینه‌سازی شکل سازه می‌تواند به طور قابل توجهی پارامترهای مهم در طراحی از جمله مقدار ممان خمشی حداکثر سازه را کاهش دهد و بنابراین باید روی طراحی شکل بهینه سازه‌های مهندسی کاربردی توجه زیادی داشت.

۶-تقدیر تشکر

نویسندگان مقاله از دفتر استعدادهای درخشان دانشگاه سمنان تقدیر و تشکر می نمایند.

مراجع

[1] Erbatur F,Al-Hussainy MM (1992) Optimum design of frames. ComputStructures 45: 887–891.

[2] Xie YM,Steven GP (1993) Evolutionary structural optimization. Springer, London.

[3] Bendsoe MP,Sigmund O (2003) Topology Optimization: Theory, methods and applications.Springer, Berlin, Heidelberg.

[4] Kicinger R, Arciszewski T,Kenneth DJ (2005) Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art. ComputStruct 83: 1943–1978.

[5] Lamberti L, Pappalettere C (2004) Improved sequential linear programming formulation for structural weight minimization. Comput Methods ApplMechEng 193: 3493–521.

[6] Arora JS, Wang Q (2005) Review of formulations for structural and mechanical system optimization. StructMultidiscipOptim 30: 251–72.

[7] Imam MH, Al-Shihri M (1996) Optimum topology of structural supports. Int. J. of Comp and Struc, 61: 147–154.

[8] Steven G, Querin O,Xie YM (2000) Evolutionary structural optimization (ESO) for combined topology and size optimization of discrete structures. Comput Methods ApplMechEng 188: 743–54.

[9] Xu L (2001) On the minimum–maximum bending moment and the least-weight design of semi-rigid beams. StructMultidiscipOptim 21: 316–321.

[10] Perezzan JC, Hernandez S (2003) Analytical expressions of sensitivities for shape variables in linear bending systems. AdvEngSoftw 34: 271–278.

[11] Wang D (2006) Optimal design of structural support positions for minimizing maximal bending moment. Finite Elem in Anal Design 43: 95–102.

[12] Wang D (2007) Optimal shape design of a frame structure for minimization of maximum bending moment. EnginStruct 29: 1824–1832.

[13] Ghoddosian A, Sheikhi M (2010) Optimal design of structural support positions for minimizing maximal bending moment by using particle swarm optimization with multi loads", Journal of modeling in engineering 8(22): 59-67.

[14] Sui YK, Wang XC (1997) Second-order method of generalized geometric programming for spatial frame optimization. Comput Methods ApplMechEng 141: 117–123.

[15] Metropolis N, Rosenbluth, AW, Rosenbluth, MN, Teller, AH, Teller E (1953) Equation of state calculations by fast computing machines. J ChemPhys 21(6): 1087–1092.

[۱۶]قدوسیان ع و شیخی م (۱۳۹۱) روش‌های نوین بهینه‌سازی عددی در مهندسی. فصل سوم، انتشارات دانشگاه سمنان.

[17] Nahar S, Sahni S,Shragowithz EV (1985) In proceedings of 22nd Design automation Conf., Las Vegas, 748–752, June.

[18] Wang D, Zhang WH, Jiang JS (2002) Truss shape optimization with multiple displacement constraints. Comput Methods ApplMechEng 191: 3597–3612.