



## بررسی المان محدودی توزیع حرارت در قطعات جوشکاری با استفاده از روش مش تطبیقی

علی اکبر هادی نژاد رودی<sup>۱</sup>، سید مهدی رضاعی<sup>۲</sup>، رسول فشارکی فرد<sup>۳\*</sup> و علی نحوی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی جوش، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۳</sup> استادیار، پژوهشکده فناوریهای نو، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۴</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۰۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۱۲/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۳۱

### چکیده

در این مقاله با استفاده از روش المان محدود تطبیقی، به تحلیل حرارتی المان‌های ورق در حال جوشکاری به منظور دستیابی به یک شبیه ساز فرآیند جوشکاری پرداخته می‌شود. هدف از این شبیه‌ساز، کاهش هزینه‌های آموزش جوشکاری است. با افزایش سرعت محاسبات انتقال حرارت در مقایسه با روش‌های رایج المان محدود، این روش زمان محاسبات کمتری دارد و توسعه شبیه‌ساز را امکان‌پذیر می‌کند؛ لذا از آن به‌عنوان موتور فیزیکی شبیه‌ساز جوشکاری استفاده خواهد شد. مهم‌ترین پارامتر در تحلیل بلادرنگ سرعت محاسبات، دقت است؛ لذا روش مش تطبیقی در حالت پالایش-اچ استفاده، تحلیل حرارتی فرآیند به روش مش ثابت و مش تطبیقی انجام می‌شود. در ابتدا به حل معادله حرارتی پرداخته شده، سپس ماتریس سختی، ماتریس ظرفیت و سایر پارامترها به‌دست آورده می‌شود؛ همچنین المان‌ها به‌صورت تتراهدال ۳ بعدی به‌کمک ۳ مختصه خود در نظر گرفته می‌شوند. برای اعمال شار حرارتی ناشی از قوس جوشکاری، از مدل قوسی پائولیک استفاده می‌شود. پارامترهای مورد مطالعه در معادلات، ولتاژ، جریان، سرعت جوشکاری و خصوصیات ورق جوشکاری هستند که به‌صورت متغییر با دما در نظر گرفته شد. مقایسه زمان و دقت نتایج به‌دست آمده سیکل حرارتی حاصل از جوشکاری الکتروود دستی به روش مش تطبیقی نشان می‌دهد که کاهش مطلوب زمان محاسبات، تأثیر نامناسبی بر دقت نتایج حاصل نمی‌گذارد.

**کلمات کلیدی:** تحلیل عددی؛ انتقال حرارت؛ المان محدود؛ مش تطبیقی؛ شبیه‌ساز جوشکاری.

## Finite Element Analysis of Heat Distribution in Weld Parts by Adaptive Mesh Method

A. A. Hadinejad Roudi<sup>1</sup>, Seyed Mehdi Rezaei<sup>2,\*</sup>, Rasul Fesharakifard<sup>3,\*</sup>, Ali Nahvi<sup>4</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. Student, Weld Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

<sup>2</sup> Professor, Mechanical Engineering Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

<sup>3</sup> Assistant Professor, New Technologies Research Center, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

<sup>4</sup> Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Khaje Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

### Abstract

In this article, thermal analysis of sheet metals during arc welding is studied by an adaptive finite element method to construct a welding process simulator. This simulator can be developed to reduce the cost of weld training. By increasing the calculation speed of heat transfer in comparison with the usual methods, this approach analyzes the process in real-time and permits the development of the simulator. So, it can be used as the main calculation engine of a welding simulator. The most crucial parameter in evaluation of real-time analysis is the calculation accuracy. Hence an adaptive mesh method based on H-refinement is applied and the heat transfer is analyzed by both constant and adaptive mesh methods. First, the heat transfer equations will be derived and solved, then the stiffness and capacity matrix and the other parameters will be obtained. The linear 3D tetrahedral elements are used and considered by means of 3 dimensional cartesian coordinates. The heat flux of the arc is studied through Pavelic model. The parameters of interest in the equations are welding voltage, current, speed and sheet specifications which are time dependant. A comparison between the calculation times and accuracy of the results demonstrates that an adequate calculation speed is achieved without any considerable effect on the accuracy.

**Keywords:** Numerical Analysis; Heat Transfer; Finite Element; Adaptive Mesh; Welding Simulator.

## ۱- مقدمه

در حین جوشکاری گرمای تولید شده توسط منبع توان، توسط قوس الکتریکی که در امتداد جوش حرکت می‌کند، از طریق هدایت، جابجایی و تابش به قطعه کار منتقل می‌شود. این گرما دمای قطعه را در محل قوس الکتریکی بالا می‌برد تا دما به نقطه ذوب فلز برسد؛ پس از آن حوضچه مذاب و قوس الکتریکی ایجاد شده با سرعت الکتروود در مسیر خط جوش، در طول قطعه حرکت می‌کند. قسمتی از این گرما نیز، از طریق انتقال به محیط و نیز شار به فیکسچرها و دیگر قسمت‌های احتمالی تلف می‌شود.

بسیاری از مسائل هستند که حل دقیق برای آن‌ها به دلیل پیچیده بودن معادلات دیفرانسیل و شرایط اولیه و مرزی امکان پذیر نیست. دو روش عددی پرکاربرد در حل معادلات دیفرانسیل، روش تفاضل محدود و روش اجزاء محدود است. در روش تفاضل محدود معادلات دیفرانسیل برای هر یک از گره‌ها جداگانه نوشته شده، روابط مشتق با استفاده از معادلات تفاضلی جایگزین می‌شوند. از این روش برای مسائل نسبتاً ساده مانند، انتقال حرارت در جامدات استفاده می‌شود.

در روش اجزاء محدود، معادلات دیفرانسیل برای هر یک از المان‌ها بادر نظر گرفتن توابع درون‌یابی حل شده، معادله حاکم بر یک المان استخراج می‌شود. سپس با سر هم کردن معادلات مربوط به تک‌تک المان‌ها، معادله حاکم بر کل مدل به دست می‌آید. در نهایت این معادلات با یک دستگاه معادلات جبری جایگزین می‌شود.

با افزایش سخت‌افزارهای محاسباتی، الگوریتم‌های کارآمد و مدل‌های سه‌بعدی شروع به کار کردند. موراکی و همکاران، اولین کدهای المان محدود را برای شبیه‌سازی جوشکاری توسعه بخشیدند [۱]. در سال ۱۹۹۰ کارلوسون و جوسفون، جوشکاری تک پاسه را شبیه‌سازی کردند [۲] و به‌طور مشابه مورسی و دیگران در سال ۱۹۹۶، روشی را برای آنالیز تنش پسماند به‌دلیل جوشکاری و فرآیند کوئنچ ارائه کردند [۳].

کساب و همکاران در سال ۲۰۱۲، مدل‌سازی المان محدود دو نوع اتصال جوشکاری T شکل و V شکل را انجام دادند. هدف از انجام این کار، پیش‌بینی تغییرشکل، اعوجاج و تنش پسماند ناشی از جوشکاری بوده است. از روش تولد و

مرگ برای شبیه‌سازی الکتروود مصرفی و منبع حرارتی و حوضچه مذاب با استفاده از مدل دوبل بیضوی گلداک استفاده شد [۴].

ایگار و همکاران، به حل منبع حرارتی توزیع شده متحرک روی ورق نیمه بی‌نهایت فولاد کم‌کربن، تیتانیوم و... پرداختند. نتایج نشان داد که هر دو دسته متغیرهای جوشکاری از جمله، جریان، ولتاژ و طول قوس و دسته دوم شامل، خصوصیات مواد روی شکل جوش تأثیرگذار هستند. نتایج تئوری و عملی تطابق خوبی را نشان دادند [۵].

پاتاک به بررسی سه‌بعدی المان محدود برای پیش‌بینی مناطق مختلف ساختاری در جوشکاری پرداختند. توزیع حرارت و نرخ سرعت سرد شدن در طول فرآیند جوشکاری، تأثیر بسزایی بر ساختار متالورژیکی و مکانیکی نمونه‌های جوشکاری شده خواهد داشت. تغییرات ساختاری شامل، رشد دانه، سختی و تنش پسماند، بسیار متأثر از نحوه توزیع حرارت و نرخ سرعت سرد شدن است [۶]. ماهاپترا نیز، به آنالیز سه‌بعدی المان محدود برای پیش‌بینی تأثیر پارامترهای فرآیند جوشکاری از جمله، ولتاژ، جریان، سرعت حرکت و قطر الکتروود روی توزیع حرارت و مناطق جوشکاری مختلف پرداخت [۷].

نظام‌دوست و همکاران، به ارزیابی دما و تنش پسماند در جوشکاری زیرپودری پرداختند. آن‌ها در مقاله ذکر شده، ابتدا مدل‌های دوبعدی متقارن و سه‌بعدی گلداک جهت حل معادلات حرارتی به‌صورت ضمنی را در آباکوس بررسی کردند. نتایج مدل دوبعدی متقارن نشان داد که این مدل می‌تواند به‌طور مؤثر برای شبیه‌سازی سیکل‌های حرارتی و تنش پسماند در مناطق حوضچه جوش و متأثر از حرارت در فولاد APIX65 استفاده شود. مدل دوبعدی در مقایسه با مدل سه‌بعدی، به‌طور مؤثر سرعت و هزینه محاسبات شبیه‌سازی را کاهش می‌دهد؛ در صورتی که مدل سه بعدی در زمینه محاسبات تاریخچه دمایی و تنش پسماند، دقت بیشتری خواهد داشت. حل عددی برای پیش‌بینی هندسه منطقه جوش در دو مدل، در مقایسه با آزمایش تجربی تطابق خوبی را نشان می‌دهد [۸].

آنسا و همکاران، به مدل‌سازی المان محدود، فرآیند جوشکاری پرداختند. در این تحقیق به شبیه‌سازی منطقه

## ۲- تحلیل حرارتی

مسئله انتقال حرارت در جوشکاری، یک مسئله وابسته به زمان (گذرا) است، از این رو معادلات انتقال حرارت در حالت وابسته به زمان برای تحلیل این فرآیند، استفاده می‌شود. هنگامی که یک حجم به وسیله صفحات  $S$  در بر گرفته می‌شود، تعادل حرارتی با معادله (۱) بیان می‌شود [۱۱]:

$$-\left(\frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y} + \frac{\partial R_z}{\partial z}\right) + Q(x, y, z, t) = \rho c \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

سپس مدل با معرفی و اعمال قوانین شار حرارت فوریه کامل می‌شود:

$$R_x = -K_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

$$R_y = -K_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3)$$

$$R_z = -K_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4)$$

پارامترهای  $K_x$ ،  $K_y$  و  $K_z$  و  $\rho$  و  $C$ ، همه تابعی از دما هستند که باعث غیرخطی شدن معادله‌های انتقال حرارت در فرآیند جوشکاری می‌شوند. با اعمال معادله‌های (۲-۴) در معادله (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(x, y, z, t) = \rho c \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (5)$$

### ۲-۱- روش حل المان محدود معادله

در اینجا از روش گالرکین برای حل معادله انتقال حرارت استفاده می‌شود:

$$\int N^T \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(x, y, z, t) - \rho c \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (6)$$

با حل انتگرال معادله (۶) و قرار دادن تابع شکل به معادله (۷) خواهیم رسید:

$$C\dot{T} + (K^{cond} + K^{conv} + K^{rad})T = Q^{inp} + Q^{conv} + Q^{rad} \quad (7)$$

مؤلفه‌های موجود در معادله (۷) از معادله‌های ۸-۱۴، به-دست خواهد آمد [۱۱].

$$C = \sum_e \int N_e^T \rho c N_e dv \quad (8) \quad \text{ماتریس ظرفیت}$$

ذوب جوشکاری با استفاده از المان محدود پرداخته شد. مدل اجرا شده شامل، منبع حرارتی متحرک، خواص ترموفیزیکی (خواص حرارتی- مکانیکی) متناسب با دما<sup>۱</sup>، انتقال حرارت زمانی و آنالیز مکانیکی است. آنالیز دمایی ابتدا به صورت جداگانه در نظر گرفته شد و سپس آنالیز مکانیکی صورت گرفت. در برخی مناطق حرارت دهی که شامل، تغییرات فازی مایع به جامد و یا بلعکس است، باعث تغییر در تنش پسماند می‌شود [۹].

یکی از موارد مهم و تأثیرگذار در حل مسائل به روش المان محدود، نحوه مش‌بندی است. یکی از روش‌های مهم بکار رفته در این زمینه، روش مش تطبیقی است. آدرینا و همکارانش، به حل المان محدود مسائل انتقال حرارت با استفاده از روش مش تطبیقی پرداختند [۱۰]. شروع کار مش تطبیقی، استفاده از آنالیز خطاست. حل المان محدودی مسئله می‌تواند مناطقی را مشخص کند که نیاز به ریز شدن یا نشدن دارند [۱۰]. فرآیند مش تطبیقی برای حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی، از سال ۱۹۷۰ میلادی شروع شده است. روش المان محدود تطبیقی، یک روش ویژه معنی‌داری جهت دستیابی به پدیده‌های چندمقیاسی و محاسبات واقعی، مخصوصاً در حوزه‌های بی‌قاعده و ابعاد فضایی با شرایط مرزی پیچیده را امکان‌پذیر می‌کند، درجایی که برآورد خطا به‌عنوان عنصر ضروری قابل‌دسترس باشد.

هدف اصلی از این مقاله، بررسی دقت و سرعت محاسبات در توزیع انتقال حرارت در جوشکاری است. بهمین دلیل از کد نویسی المان محدود با روش مش تطبیقی استفاده گردید که در سایر مقالات در این زمینه مشاهده نگردید.

با این مقدمه و پس از انجام تحلیل حرارتی در بخش دوم، این مقاله در فصل سوم به ارائه روش المان محدود با روش مش تطبیقی جهت مطالعه توزیع حرارت در قطعات جوشکاری می‌پردازد. در بخش چهارم، با ارائه نتایج مربوط به شبیه‌سازی و مقایسه آنها با نتایج نرم‌افزاری و همچنین مقایسه زمان انجام محاسبات در هر حالت، قابلیت-های روش پیشنهادی المان محدود با مش تطبیقی بیان می‌شود.

<sup>1</sup> Temperature Dependence of Thermo-Physical Properties

دیسک توسط پائولیک در سال ۱۹۶۵ ارائه شد. این یک مدل واقعی تر با توزیع بهتر گرما در منطقه ذوب است (شکل ۱) [۱۴].

توزیع حرارت مدل پائولیک، به صورت معادله (۱۷) است.

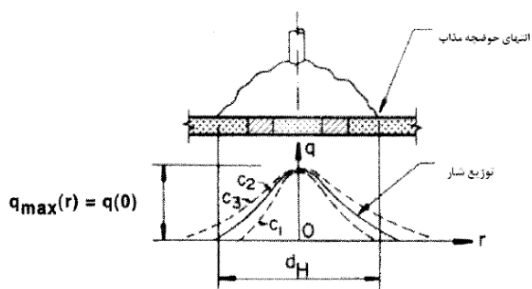
$$q(r) = q(0)e^{-cr^2} \quad (17)$$

به دلیل متحرک بودن گیره جوشکاری، مدل پائولیک در سیستم مختصات  $(x, \xi)$  بجای سیستم  $(x, y)$  تعریف می شود، بطوریکه  $\xi = y + v(\tau - t)$  و  $\eta$  محورهای در جهت حرکت منبع حرارتی می باشند.

برای جوش هایی که دارای نفوذ ناچیز در قطعه کار می باشند، مدل های منبع توان مسطح پائولیک مدل هایی تقریباً موفقیت آمیز می باشند؛ اما برای جوش هایی که در آنها نفوذ قابل توجه است، به ویژه جوش های با منبع حرارت پرتوان نظیر، جوش های لیزر و پرتو الکترونی این مدل های مسطح، عمل نفوذ جوش را در نظر نمی گیرند که سبب انتقال گرما به زیر سطح قطعه کار می شود؛ لذا در مواردی که نفوذ جوش غیر قابل صرفه نظر کردن است، مدل نیم کره ای چگالی توان حرارتی با توزیع گاوس، کارایی بهتری دارد. ساده ترین مدل سه بعدی منبع حرارتی، یک مدل نیم کره ای است (معادله ۱۸) [۱۴].

$$q(x, \xi, z) = \frac{6\sqrt{3}Q}{\pi c^3 \sqrt{\pi}} e^{-3(\frac{x^2}{c^2} + \frac{\xi^2}{c^2} + \frac{z^2}{c^2})} \quad (18)$$

در حالی که  $Q = \eta VI$ ، کل انرژی درون نیم کره است. اگرچه مدل نیم کره ای نسبت به مدل های مسطح منبع حرارتی یک گام روبه جلو در جهت شبیه سازی هرچه واقعی تر فرایند جوش است، اما خود این مدل نیز دارای محدودیت هایی است؛ زیرا حوضچه مذاب در اکثر موارد از جمله کار با الکتروود نواری، دارای شکلی است که از حالت متقارن نیم کره ای کاملاً دور است؛ بنابراین، حالت بیضی پیشنهاد شد (معادله ۱۹) [۱۴].



شکل ۱- منبع حرارتی مسطح پائولیک [۱۴]

(۹) ماتریس سختی هدایت

$$K^{\text{cond}} = \sum_e \int B_e^T K B_e dv$$

(۱۰) ماتریس سختی جابجایی

$$K^{\text{conv}} = \sum_e \int N_e^T h_{\text{conv}} N_e dS$$

(۱۱) ماتریس سختی تابش

$$K^{\text{rad}} = \sum_e \int N_e^T h_{\text{rad}} N_e dS$$

(۱۲) مقدار گرمای ناشی از شار

$$Q_s = \sum_e \int N_e^T q_s dS$$

(۱۳) مقدار گرمای ناشی از جابجایی

$$Q^{\text{conv}} = \sum_e \int N_e^T h_{\text{conv}} N_e T_0 dS$$

(۱۴) مقدار گرمای ناشی از تابش

$$Q^{\text{rad}} = \sum_e \int N_e^T h_{\text{rad}} N_e T_0 dS$$

به صورت خلاصه معادله ۷، به صورت معادله (۱۵) خواهد شد.

$$CT + KT = Q \quad (15)$$

برای حل زمانی معادله (۱۵)، از روش Crank-Nicolson استفاده شد [۱۱].

استفاده شد [۱۱].

استفاده شد [۱۱].

$$\left(C + \frac{K\Delta t}{2}\right) T_{i+1} = \left(C - \frac{K\Delta t}{2}\right) T_i + \left(\frac{Q_i + Q_{i+1}}{2}\right) \Delta t \quad (16)$$

با در نظر گرفتن مقادیر به دست آمده در هر مرحله و جایگذاری در معادله (۱۶) دما در هر گره به دست خواهد آمد.

با در نظر گرفتن مقادیر به دست آمده در هر مرحله و جایگذاری در معادله (۱۶) دما در هر گره به دست خواهد آمد.

با در نظر گرفتن مقادیر به دست آمده در هر مرحله و جایگذاری در معادله (۱۶) دما در هر گره به دست خواهد آمد.

با در نظر گرفتن مقادیر به دست آمده در هر مرحله و جایگذاری در معادله (۱۶) دما در هر گره به دست خواهد آمد.

## ۲-۲- منبع حرارتی

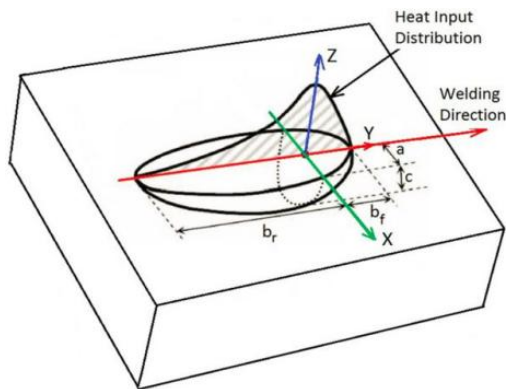
تئوری اساسی انتقال حرارت توسط قوانین فوریه پایه ریزی شد. پس از آن روزنتال و ریکالین، از آن برای تعریف منبع حرارتی متحرک در جوش استفاده کردند. مدل روزنتال، منبع حرارتی را به صورت یک نقطه با دمای بی نهایت فرض می کرد و توزیع دما را بر پایه این فرض به دست آورد [۱۲]؛ اما آزمایش ها نشان دادند که با مدل نقطه ای روزنتال در نزدیکی منطقه متأثر از حرارت و منطقه ذوب، حل دمایی دارای خطاهای جدی و اختلاف شدید با نتایج آزمایشگاهی است. فرض دما در مدل نقطه ای به صورت بینهایت و وابستگی خواص مواد به درجه حرارت، میزان این خطاها را افزایش می دهد.

مدل دیسکی پائولیک به علت توزیع شار حرارت در یک سطح به جای نقطه یا خط، نسبت به مدل نقطه ای، دارای دقت بهتری است. مدل توزیع حرارت قوسی به روی یک

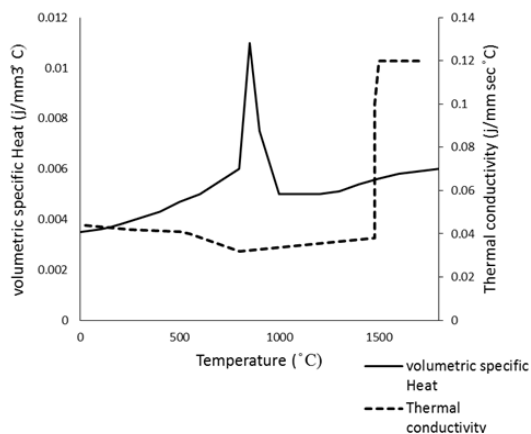
همچنین مشخصات ورق نظیر ابعاد و سطحی که قرار است جوشکاری صورت گیرد، در ابتدای برنامه به کد داده می‌شود. کد نوشته شده در انتهای محاسبات، سیکل حرارتی ایجاد شده در هر مش را متناسب با زمان به‌عنوان خروجی خواهد داد.

### ۳-۱- خواص مواد

ورق در نظر گرفته شده به ابعاد  $70 \times 50 \times 5$  mm، از جنس فولاد کم‌کربن است. ظرفیت گرمایی حجمی متناسب با دما برای فولاد کم‌کربن در شکل ۳ مشاهده می‌شود [۱۴]. برای بدست آوردن معادله ظرفیت گرمایی و ضریب هدایت حرارتی، از تابع cftool متلب استفاده شده است. به این صورت که در ابتدا نمودارهای مربوطه در متلب ترسیم و با استفاده از تابع cftool معادلات بدست آورده می‌شود. مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی،  $10 \text{ w/m}^2 \cdot \text{c}$  در نظر گرفته شد.



شکل ۲- منبع حرارت ورودی بیضوی دوبل [۱۴]



شکل ۳- وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی حجمی و

ضریب هدایت حرارتی فولاد کم‌کربن [۱۵]

$$q(x, \xi, z) = \frac{6\sqrt{3}Q}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{\xi^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)} \quad (19)$$

اگرچه مدل منبع حرارت بیضوی نسبت به مدل‌های قبلی مدلی کامل‌تر بوده، نتایج واقعی‌تری در برداشت، اما نواقصی در نتایج این مدل نیز مشاهده گردید. به‌عنوان مثال با بررسی شبیه‌سازی‌های انجام‌شده و کارهای آزمایشگاهی مشابه مشاهده شد که شیب گرادیان دمایی در جلوی منبع حرارتی نسبت به آنچه انتظار می‌رود، شدید نیست. بالعکس در پشت منبع، گرادیان دمایی ملایم‌تری در عمل دیده می‌شود و گرادیان به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی، دارای شیب زیادتری است. به‌منظور غلبه بر این محدودیت‌ها و نواقص از ترکیب دو منبع حرارتی متفاوت و مستقل بیضوی جهت رسیدن به مدل منبع حرارتی بیضوی دوبل استفاده شد. شکل این منبع حرارتی و نیم بیضی‌گون‌های تشکیل‌دهنده آن را نشان می‌دهد. نیمه جلویی منبع، ربعی از یک بیضی-گون و نیمه پشتی آن، ربعی از یک بیضی‌گون دیگر است. توزیع چگالی توان در راستای محور  $\xi$  نیز، در شکل ۲ به نمایش در آمده است.

توزیع چگالی توان در نیمه جلویی منبع، به شکل معادله (۲۰) بیان می‌شود [۱۴]:

$$q(x, \xi, z) = \frac{6\sqrt{3}f_r Q}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{\xi^2}{b_f^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)} \quad (20)$$

به‌طور مشابه برای نیمه پشت منبع نیز، توزیع چگالی توان درون بیضی به‌صورت معادله (۲۱) بیان می‌شود [۱۴]:

$$q(x, \xi, z) = \frac{6\sqrt{3}f_r Q}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{\xi^2}{b_r^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)} \quad (21)$$

با توجه به مقاله‌های بررسی شده و مقایسه مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی، به‌دلیل افزایش زمان محاسبات در مدل‌های سه‌بعدی و اختلاف قابل‌چشم‌پوشی بین مدل دوبعدی و سه‌بعدی، می‌توان با در نظر گرفتن  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$  محاسبات را افزایش داد.

### ۳- پیاده‌سازی مدل‌های المان محدود

در این مقاله از زبان برنامه‌نویسی متلب برای انجام تحلیل المان محدود استفاده شده است. برای به‌دست آوردن جواب مسئله چند مرحله طی شد.

پارامترهای تأثیرگذار در جوشکاری مانند، ولتاژ، جریان، سرعت حرکت دست، طول قوس میانگین و ویژگی‌های ورق، از جمله چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انتقال حرارت و

## ۳-۲- پارامترهای جوشکاری

ورق پارامترهای در نظر گرفته شده برای مدل جوشکاری دوبعدی پائولیک، در جدول ۱ مشاهده می‌شود. برای جوشکاری الکتروود دستی روی فولاد کربنی، راندمان جوشکاری بین ۶۶-۸۵ در نظر گرفته می‌شود، ریکالین در مطالعات خود بازده جوشکاری الکتروود دستی را برای الکتروودهای روپوش دار ۷۵-۸۵ درصد در نظر گرفت [۱۳].

## ۳-۳- شرایط مرزی

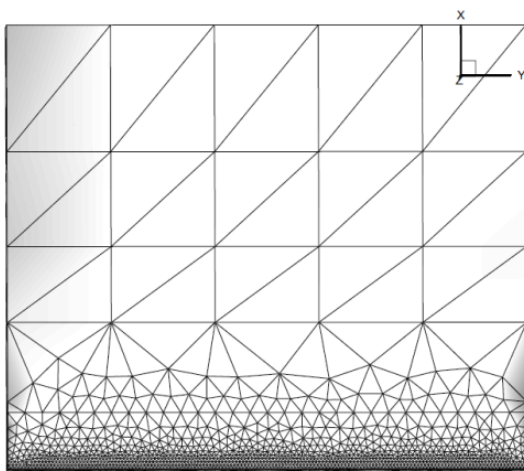
-دمای اولیه: دمای قطعه و محیط ۲۵ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شد.  
-انتقال حرارت جابجایی: در کد متلب ابتدا صفحه رویی را پیدا کرده، سپس با استفاده از معادلات حل شده مقدار انرژی و ماتریس سختی آن گره‌ها اعمال شد.  
-انتقال حرارت از طریق شار حرارتی: منبع حرارتی در نظر گرفته شده در این مقاله، مدل پائولیک است. در ضمن از انتقال حرارت ناشی از تابش در این مقاله به دلیل تأثیر ناچیز صرف نظر شده است.

## ۳-۴- مش بندی

یکی از مسائل تحلیل المان محدود، مش بندی مناسب جهت اخذ جواب‌هایی با دقت لازم و زمان تحلیل کمینه است. با ریز شدن المان‌ها دقت جواب‌ها در اکثر موارد افزایش می‌یابد، اما به زمان زیادی برای حل نیاز دارد؛ لذا مش بندی باید به گونه‌ای صورت گیرد که اولاً جواب‌ها از دقت کافی برخوردار باشند، ثانیاً زمان حل مساله در حد معقولی باشد. نکته بسیار مهمی که در مش‌بندی مدل‌ها باید مورد توجه قرار گیرد، توجه به نحوه مش‌بندی در منطقه جوش و مناطق نزدیک به آن است. از آنجا که توزیع حرارت در نواحی نزدیک به خط مرکزی جوش بسیار حساس‌تر است و چگالی حرارت در این منطقه نسبت به مناطق اطراف بسیار بالاتر است، مش‌بندی مدل‌های هندسی باید به گونه‌ای باشد که در نواحی حساس نزدیک جوش، از درجه مش‌بندی ریزتری استفاده گردد. هرچه که از منطقه حوضچه مذاب و منطقه تحت تأثیر حوضچه مذاب دورتر می‌شویم، ضرورت وجود مش ریز کاهش می‌یابد؛ لذا جهت کاهش زمان محاسبات باید مش-بندی هم‌زمان با افزایش فاصله از جوش درشت‌تر شود (شکل ۴).

## جدول ۱- پارامترهای جوشکاری

پارامتر	مقدار
a (mm)	۱۰
b (mm)	۵
v (mm/s)	۲
I (Amp)	۱۰۰
V (volt)	۲۰
$\eta$	۰/۷۵



شکل ۴- نحوه مش‌بندی نزدیک خط جوش در حالت ثابت

در مقاله حاضر، از روش مش تطبیقی برای افزایش سرعت محاسبات استفاده شده است. به گونه‌ای که نتایج حاصل از مش ثابت [۱۶] در متلب و آباکوس، از نظر دقت محاسبات و زمان مقایسه شدند.

اما در این مقاله هدف، استفاده از روش مش تطبیقی است؛ چون اطلاعات اولیه کافی جهت انتخاب مش یا منطقه مناسب جهت ریز شدن وجود ندارد، نیاز به چند فرآیند است تا مش مناسب انتخاب گردد. طرز کار مش تطبیقی به دو فاز تقسیم می‌شود: برآورد خطا و ریز شدن مش.

برآورد خطا، اطلاعاتی را مشخص می‌کند برای اینکه تصمیم گرفته شود که آیا یک مش به اندازه کافی دقت دارد، یا اینکه برای رسیدن به سطح دقت مطلوب، نیاز به تغییرات است. سپس این اطلاعات جهت تغییرات در مرتبه مش در فاز ریز شدن مش‌ها استفاده می‌شود. این فرآیند در نظر

روش اول: المان هرمی با یک لبه ریز شدن  
روش دوم: المان هرمی با سه لبه از یک وجه هرم که  
تبدیل به چهار المان می‌شود.  
روش سوم: المان هرمی با دو لبه ریز شدن که تبدیل به  
سه یا چهار المان می‌شود. (شکل ۶)

در این مقاله، از روش دوم ریزش استفاده گردید.  
بدلیل افزایش سرعت محاسبات، فقط نیمی از ورق در  
نظر گرفته شده است؛ همچنین با توجه به اینکه ضخامت  
ورق پایین است، از حالت لب‌به‌لب بدون پخ برای جوشکاری  
استفاده شده است.

ورق موردنظر با المان تتراهدرال، مش‌بندی صورت گرفته  
است. تعداد گره در نظر گرفته شده در نرم‌افزار آباکوس  
۱۶۳۶ عدد و تعداد المان برابر با ۵۱۸۵ عدد و در حالت مش  
تطبیقی تعداد گره و المان اولیه به ترتیب، ۱۲۰ و ۲۸۰ عدد  
است. (شکل ۷)

بصورت خلاصه تمامی مراحل که در کد المان محدود  
طی می‌شود، بصورت فلوجارت شکل ۸ است.

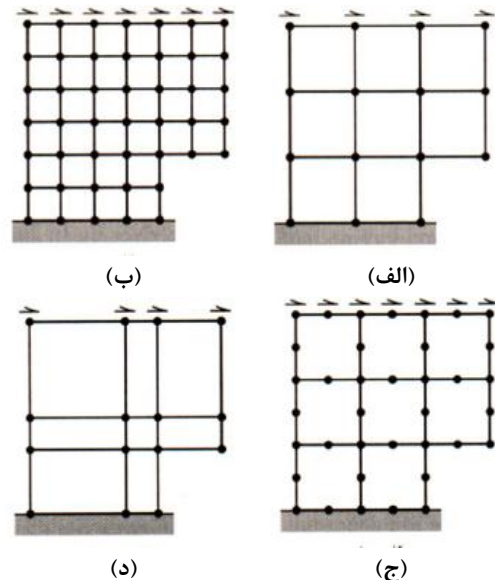
#### ۴- صحنه‌گذاری نتایج

از آنجایی که نرم‌افزار آباکوس به‌عنوان نرم‌افزار تجاری و  
تحلیلی مورد تأیید اساتید دانشگاهی و صنعت است، صحنه-  
گذاری از طریق نرم‌افزار آباکوس صورت گرفته است. در  
قسمت اعمال شار حرارتی در نرم‌افزار گزینه شار سطحی را با  
توجه به مدل قوسی پائولیک انتخاب شد و از سابروتین  
DFLUX برای اعمال شار حرارتی متناسب با دما استفاده  
شده است. سابروتین در زبان برنامه‌نویسی فرترن نوشته شد.  
کد المان محدود نوشته شده، سیکل دمایی هر نقطه را  
نشان می‌دهد. در این مقاله برای عمل صحنه‌گذاری کد متلب  
از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. تمامی مراحل که در  
کد متلب طی شده در نرم‌افزار آباکوس نیز طی می‌شود تا  
سیکل‌های دمایی حاصل از نرم‌افزار نیز حاصل شود. در ادامه  
به مقایسه نتایج حاصل از دو نرم‌افزار پرداخته خواهد شد.  
برای بررسی کد متلب نوشته شده از نظر سرعت و دقت  
محاسبات، ابتدا به مقایسه نتایج به‌دست‌آمده روی خط جوش  
و مناطق نزدیک و دورتر از خط جوش پرداخته شد.  
سیکل دمایی در دو نقطه مجزا روی خط جوش در مختصات  
 $y=64\text{mm}$  و  $y=36\text{mm}$  در شکل ۹ مشاهده می‌شود.

گرفته شده برای ریز شدن منطقه‌ای مش اصلی، سبب کاهش  
خطای تقریبی در آن منطقه می‌شود. برآورد خطا اطلاعات  
مهمی جهت دقت حل المان محدود فراهم می‌کند [۱۰].  
شیب دمایی و فاصله از الکتروود به‌عنوان برآورد خطا در  
این تحقیق استفاده شده است، به‌گونه‌ای که با نزدیک شدن  
الکتروود به المان مادر (المان‌های اولیه قبل از ریز شدن) و  
تغییر در شیب دمایی المان موردنظر باعث می‌شود، المان  
مادر به چند المان طبق فرآیند زیر تبدیل شود.  
بطورکلی جهت ریز شدن مش در حالت تطبیقی، چهار  
روش وجود دارد:

- الف. h-refinement تغییر در اندازه مش
- ب. p-refinement تغییر در مرتبه مش
- ج. hp-refinement ترکیب روش اول و دوم
- د. r-refinement تعداد گره ثابت اما مختصات قرارگیری  
تغییر پیدا کند [۱۷]. (شکل ۵)

قره باغی از روش ریز شدن h-adaptive و اندازه المان  
جهت برآورد خطا برای مدل‌سازی ترک برشی در تحقیق  
خود استفاده کرد [۱۸]. در این مقاله نیز، از روش  
h-refinement استفاده شده است. تغییر در اندازه مش خود  
به چند صورت انجام می‌پذیرد [۱۹].



شکل ۵- انواع روش مش تطبیقی [۱۷] الف) مش اولیه،  
ب) روش h-refinement، ج) روش p-refinement و  
د) روش r-refinement

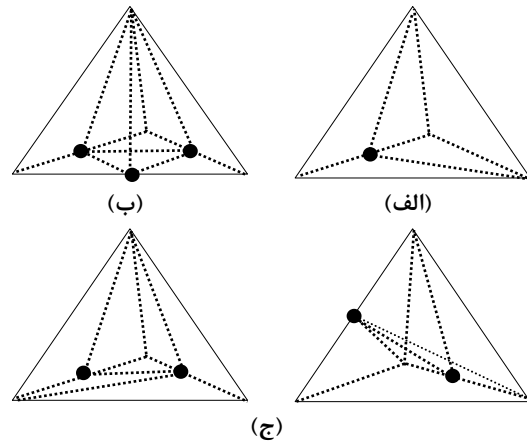


شکل ۸- فلوجارت روند حل مسئله

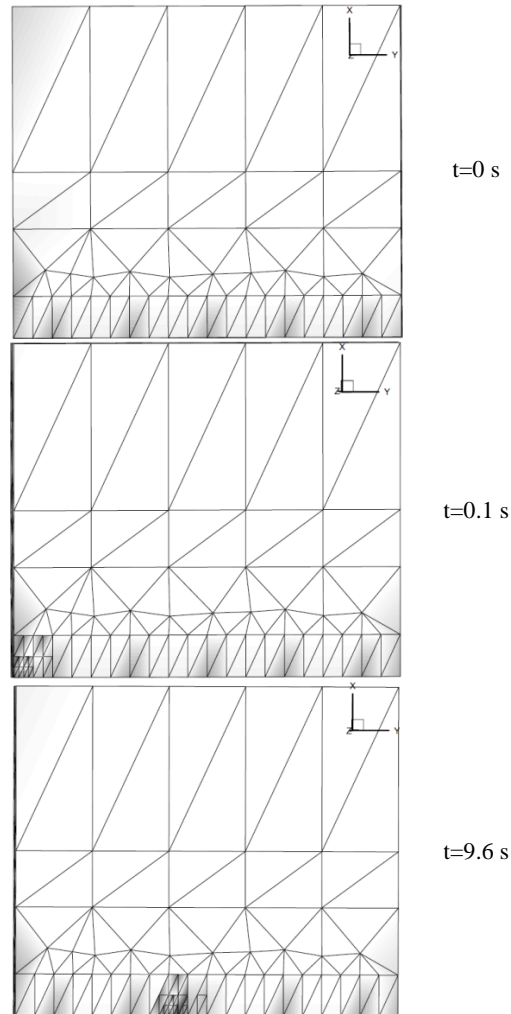
همان‌طور که از شکل ۹ پیداست، تفاوتی بین نتایج به-دست آمده در حالت‌های در نظر گرفته شده وجود ندارد و حاکی از تطابق خوب مش تطبیقی با نرم‌افزار آباکوس است. البته در برخی زمان‌های جوشکاری، کمی عدم تطابق وجود دارد. بعنوان مثال، قبل از رسیدن به پیک دمایی بدلیل اینکه هنوز مش‌ها بزرگ هستند، کمی عدم تطابق وجود دارد، اما در پیک دمایی و روند سرد شدن تطابق خوبی مشاهده می‌شود.

همچنین در شکل ۱۰، نتایج حاصل از دو نرم‌افزار را در نقطه‌ای در مختصات  $x = 2.93 \text{ mm}, y = 49.65 \text{ mm}, z = 0 \text{ mm}$  از خط جوش مشاهده می‌شود.

از شکل ۱۰ این نتیجه بدست می‌آید که مدل پیشنهادی در فواصل نزدیک به خط جوش نیز، تطابق خوبی با نرم‌افزار خواهند داشت؛ بنابراین، با داشتن نمودار فازی فلزات و



شکل ۶- انواع روش تغییر در اندازه مش [۱۹]  
الف) روش اول، ب) روش دوم و ج) روش سوم



شکل ۷- مش بندی تطبیقی در زمان متفاوت

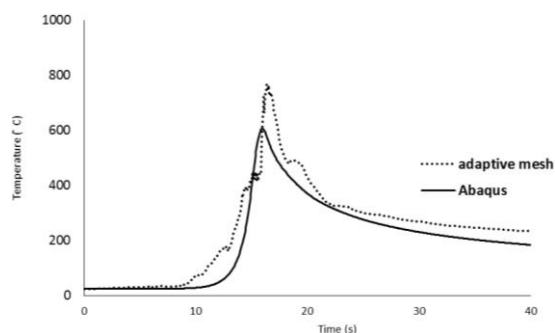


طبق جدول ۲ مشاهده شد که سرعت محاسبات روش مش تطبیقی نسبت به سایر روش‌ها بسیار بالاست. نتیجه دیگری که از کد نوشته شده می‌توان دست یافت، تأثیر فاصله عمودی از خط جوش است. به این ترتیب که تغییر سیکل‌های حرارتی ناشی از دور شدن از خط جوش نشان داده می‌شود.

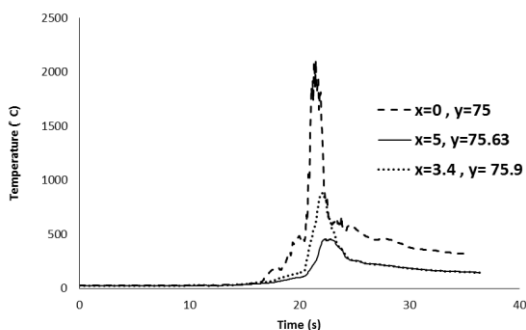
همان‌طور که از شکل ۱۱ مشخص است، با دور شدن از خط جوش، ماکزیمم سیکل حرارتی کاهش می‌یابد که این امر می‌تواند سبب تغییرات ساختاری در ورق موردنظر باشد.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به شبیه‌سازی ورق در حال جوشکاری به روش الکتروود دستی پرداخته شد. در ابتدا ماتریس سختی در جهت‌های مختلف به دست آمد و در ادامه با استفاده از مدل قوسی پائولیک، منبع حرارتی شبیه‌سازی شد و در انتها با استفاده از مدل زمانی Crank Nicolson، به حل معادلات پرداخته شد و دمای هر نقطه با توجه به زمان به دست آمد.



شکل ۱۰- مقایسه نتایج آباکوس و مدل تطبیقی در نقطه‌ای نزدیک به خط جوش

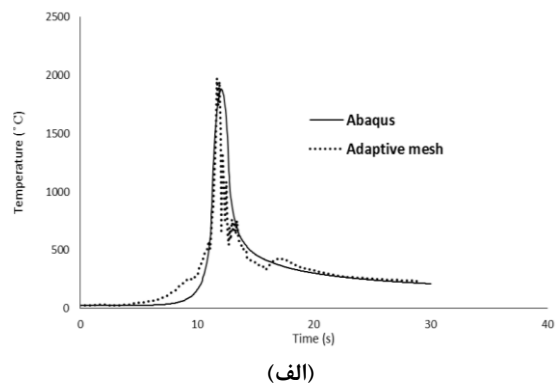


شکل ۱۱- تأثیر فاصله از خط جوش

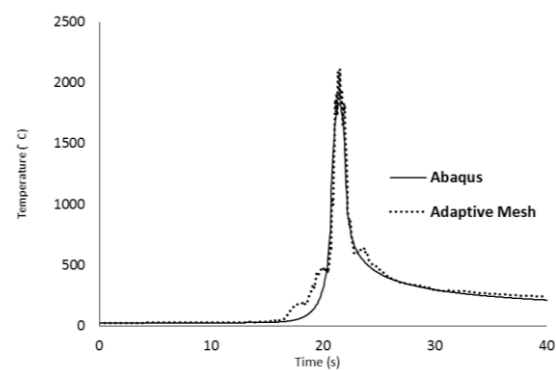
سیکل دمایی حاصل از کد می‌توان ساختار و خواص ورق جوشکاری شده در فواصل نزدیک را پیش‌بینی کرد که این امر باعث کاهش هزینه و زمان برخی آزمایش‌های تجربی خواهد شد. البته در فواصل دورتر به دلیل اینکه از مش‌های بزرگتری استفاده شده است، تطابق کمی مشاهده شده است. حال به بررسی نسبت زمان محاسبات انتقال حرارت در سه روش تحلیل نرم‌افزار آباکوس، مش ثابت و مش تطبیقی پرداخته می‌شود (جدول ۲). مقایسه زمان تحلیل به روش مش ثابت و آباکوس، در مرجع [۱۶] صورت گرفته است.

### جدول ۲- نسبت زمانی تحلیل دمایی

روش مش ثابت/ آباکوس	۱/۰۵
روش مش تطبیقی/ آباکوس	۴/۶۴
روش مش تطبیقی/ روش مش ثابت	۴/۳۸



(الف)



(ب)

شکل ۹- مقایسه نتایج آباکوس و مش تطبیقی در منطقه ذوب جوش (الف) ۳۶ میلی‌متر بعد از شروع جوشکاری و (ب) ۶۴ میلی‌متر بعد از شروع جوشکاری

انتقال حرارت هدایتی  
انتقال حرارت تابشی

cond  
rad

۴-۶- زیر نویس ها

شماره هر المان

E

۷- ضمائیم

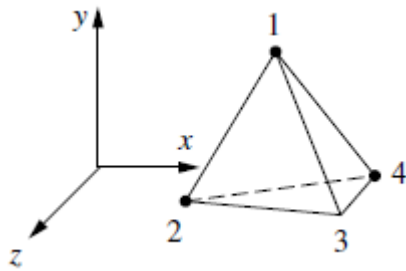
تابع شکل مربوط به هر المان تتراگونال در نظر گرفته شده در مقاله، از معادلات (۲۲-۲۵) بدست می آید.

$$N_1 = \frac{1}{6V}(\alpha_1 + \beta_1 x + \gamma_1 y + \delta_1 z) \quad (22)$$

$$N_2 = \frac{1}{6V}(\alpha_2 + \beta_2 x + \gamma_2 y + \delta_2 z) \quad (23)$$

$$N_3 = \frac{1}{6V}(\alpha_3 + \beta_3 x + \gamma_3 y + \delta_3 z) \quad (24)$$

$$N_4 = \frac{1}{6V}(\alpha_4 + \beta_4 x + \gamma_4 y + \delta_4 z) \quad (25)$$



شکل ۱۲- المان تتراگونال با چهار مش

ضرایب مربوط به توابع شکل از معادلات (۲۶-۲۹) بدست می آید.

$$\alpha_1 = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \alpha_2 = - \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (26)$$

$$\alpha_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \alpha_4 = - \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

$$\beta_1 = - \begin{vmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \beta_2 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (27)$$

$$\beta_3 = - \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \beta_4 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

$$\gamma_1 = \begin{vmatrix} 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \gamma_2 = - \begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (28)$$

$$\gamma_3 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad \gamma_4 = - \begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

در مقاله های قبلی به بررسی آباکوس و کد المان محدود در حالت مش بندی ثابت بحث شد [۱۶] که از نظر دقت، نتایج خوبی به همراه داشت، اما از نظر سرعت محاسبات در مقایسه با حالت تطبیقی، دارای سرعت بسیار کمتری است؛ به همین دلیل در این کد، از روش مش تطبیقی جهت مش بندی استفاده شده است. با مقایسه نتایج به دست آمده از آباکوس و کد نوشته شده در نرم افزار متلب به روش تطبیقی، نشان دهنده تطابق خوب بین دو نرم افزار است.

از ویژگی های مثبت و مهم قابل اشاره در کد نوشته شده، سرعت محاسبه بالا، استفاده بلادرنگ از کد در شبیه ساز جوشکاری را باعث می شود. استفاده از سیکل حرارتی در تغییرات فازی و تغییرات مکانیکی و با قرار دادن ویژگی سایر فلزات نیز، می توان سیکل حرارتی در حال جوشکاری فلزات مختلف را به دست آورد.

۶- فهرست علائم

۱-۶- علائم انگلیسی

R	نرخ شار حرارتی در واحد سطح (J/mm <sup>2</sup> )
T	دما در هر لحظه (°C)
Q	نرخ تولید حرارت اولیه (J)
C	گرمای ویژه (J/kg.°C)
T	زمان (s)
K	ضریب هدایت حرارتی (W/m.°C)
N	ماتریس شکل
C	ماتریس ظرفیت
H	ضریب جابجایی حرارت (W/m <sup>2</sup> .°C)
V	ولتاژ (volt)
I	شدت جریان (Amp)

۲-۶- علائم یونانی

$\eta$	راندمان جوشکاری
$\rho$	چگالی (kg.m <sup>-3</sup> )
$\tau$	زمان تأخیر محل قرارگیری گیره جوشکاری در t=0 (s)

۳-۶- بالانویس ها

conv	انتقال حرارت جابجایی
------	----------------------

- [8] Nezamdost M, Hashemi SH, Mirbozorgi SA (2016) Investigation of temperature and residual stresses field of submerged arc welding by finite element method and experiments. *Int J Adv Manuf Tech* 87(1-4): 1-10.
- [9] Anca A, Riso J, Fachinotti V (2011) Finite element modeling of welding processes. *Appl Math Model* 35(2): 688-707.
- [10] Franca K (1994) Adaptive finite element Analysis of transient thermal problems. *Numer Heat Tr B-Fund* 26 (3): 273-292.
- [11] Stasa F (1985) Applied finite element analysis for engineers. HRW series in mechanical engineering.
- [12] Rosenthal D (1946) The theory of moving sources of heat and applications to metal treatments. *ASME* 11: 849-866.
- [13] Rykalin N (1951) Calculations of heat processes in welding. 42nd Annual Meeting of the American Welding Society.
- [14] Goldak A, Bibby M (1984) A new finite element model for welding heat sources. *Metall Mater Trans* 15(2) : 299-305.
- [15] Teixeira P, Cunda L (2014) Study of the gaussian distribution heat source model applied to numerical thermal simulations of TIG welding processes. *Ciencia Eng* 23(1): 115
- [۱۶] هادی نژاد رودی ع (۱۳۹۵) بررسی عددی توزیع حرارت در قطعات جوشکاری با استفاده از المان محدود. دومین کنفرانس بین‌المللی جوشکاری و آزمایش‌های غیرمخرب.
- [17] Cook R, Malkus D, Plesha M, Witt R (2001) Concepts and applications of finite element analysis. John Wiley and Sons.
- [18] Gharebaghi S (1382) Adaptive mesh refinement in modeling of localization problems. 6th International Conference on Civil Engineering, Isfahan.
- [19] Bornemann B (1993) Adaptive multilevel methods in three space dimensions. *Int J Numer Meth Eng* 36(18) : 3187-3203.

$$\delta_1 = - \begin{vmatrix} 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix} \quad \delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix} \quad (29)$$

$$\delta_3 = - \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix} \quad \delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

در معادله (۳۰) نمونه‌ای از تابع سختی هدایتی در جهت

x مشاهده می‌شود.

$$K_{xx}^e = kV \begin{bmatrix} \beta_1^2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\beta_3 & \beta_1\beta_4 \\ \beta_2\beta_1 & \beta_2^2 & \beta_2\beta_3 & \beta_2\beta_4 \\ \beta_3\beta_1 & \beta_3\beta_2 & \beta_3^2 & \beta_3\beta_4 \\ \beta_4\beta_1 & \beta_4\beta_2 & \beta_4\beta_3 & \beta_4^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

## ۸- مراجع

- [1] Muraki T, Masubuchi K (1975) Analysis of thermal stresses and metal movement during welding. *J Eng Mater-T ASME* 97(1):85.
- [2] Karlsson RI, Josefson BL (1990) Three-dimensional finite element analysis of temperatures and stresses in a single-pass butt-welded pipe. *J Press Vess-T ASME* 112 : 76-84.
- [3] Murthy YV, Rao G (1996) Numerical simulation of welding and quenching processes using transient thermal and thermo-elastic-plastic formulations. *Comput Struct* 60(1): 131-154.
- [4] Kassab HC (2012) Experimental and finite element analysis of a T-joint welding. *J Mech Eng Automat* 2(7): 411-421.
- [5] Eagar N (1983) Temperature fields produced by travelling distributed heat sources. *Weld J* 62(12): 346-355.
- [6] Pathak G (2004) Three-dimensional finite element analysis to predict the different zones of microstructure in submerged arc welding. *P I Mech Eng B-J Eng* 218(3): 269-280.
- [7] Mahapatra G, Pradhan B (2006) Three-dimensional finite element analysis to predict the effects of SAW process parameters on temperature distribution and angular distortions in single-pass butt joints with top and bottom reinforcements. *Int J Pres Ves Pip* 83(10): 721-729.