



طراحی و تحلیل محفظه حلزونی سه بعدی بدون پره مربوط به توربین جریان شعاعی

محسن محمدی^۱، فرهاد قدک^۲، مهدی نیلی احمدآبادی^{۳*} و مجیدرضا شاه حسینی^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۲ استادیار، مرکز تحقیقات آیرودینامیک قدر، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

^۴ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات

چکیده

در این مقاله، ابتدا کد کامپیوتری برای طراحی یک بعدی محفظه حلزونی بدون پره مربوط به توربین جریان شعاعی توسعه داده می‌شود. مبنای روش طراحی، مقدار عددی ماکس و مینموم و جهت جریان ورودی به روتور است. در این روش، حل معادلات یک بعدی جریان سیال تراکم پذیر با در نظر گرفتن تلفات جریان صورت می‌پذیرد. برای مدل سازی جریان چرخشی سیال درون حلزونی بدون پره از معادلات جریان گردابه آزاد استفاده شده است به طوری که روابط تجربی مربوط به تلفات ممنوم زاویه ای، تلفات انرژی و انحراف جریان چرخشی نیز در معادلات لحاظ شده اند. در مرحله بعد، حلزونی با استفاده از کد کامپیوتری تولید می‌شود. سپس، هندسه حلزونی طراحی شده بصورت سه بعدی مدل شده و پس از شبکه بندی، جریان داخل آن به صورت سه بعدی، تراکم پذیر و لزج، تحلیل عددی می‌شود. در انتها، نتایج حاصل از حل عددی جریان با مقادیر اولیه طراحی مقایسه می‌گردد. این مقایسه صحت عملکرد روش طراحی یک بعدی را تایید می‌کند.

کلمات کلیدی: حلزونی؛ توربین جریان شعاعی؛ بدون پره؛ طراحی یک بعدی.

۱- مقدمه

حلقوی در اطراف روتور توزیع می‌شود. حلزونی باید به گونه ای عمل نماید تا سیال توزیع شده در اطراف روتور توربین شرایط زیر را دارا باشد:

(۱) سیال در ورودی روتور سرعت لازم را از نظر اندازه و جهت جریان کسب کرده باشد.

(۲) سیال حول روتور به طور یکنواخت توزیع گردد.

(۳) کمترین تلفات در فشار سکون و بالاترین بازده حاصل شود.

از توربین های جریان شعاعی در توربین های گازی، توربوشارژر های موتور های دیزل، سیستم های خنک کننده هواپیماها و تولید قدرت در فضاپیماها استفاده می‌شود [۱]. حلزونی و روتور اجزاء توربین جریان شعاعی را تشکیل می‌دهند که در بیشتر موارد از نوع حلزونی بدون پره استفاده می‌گردد. سیال پر انرژی پس از ورود به حلزونی به صورت

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۳۱۱۳۹۱۵۲۴۰؛ فکس: ۰۳۱۱۳۹۱۲۶۲۸

آدرس پست الکترونیک: m.nili@cc.iut.ac.ir

رشد می‌کند. زیرا سیال وارد شده به لایه مرزی ناحیه نازل دارای ممنتوم کمتری است. جهت جلوگیری از رشد لایه مرزی سعی شد تا سیال با ممنتوم کم در پایین دست جریان تا جای ممکن حذف شود. همچنین رفتار لایه مرزی درون حلزونی بر ایجاد غیر یکنواختی جریان درون نازل بیان شده است.

ماجی و بیسواس^۶ [۷] تحلیل جریان درون حلزونی توربین جریان شعاعی را با استفاده از روش پتروگلرکین انجام دادند. در این پژوهش جهت شبیه سازی عددی جریان سه‌بعدی درون پوسته حلزونی از روش المان محدود و همچنین برای حل معادلات RANS از طرح اصلاح سرعت اویلری صریح استفاده شده است. شبیه سازی جریان در محدوده رینولدز بالا (10^6) صورت گرفت. از طرفی جهت گسسته سازی از تکنیک جریان بالا دست پتروگلرکین استفاده شده است. تحلیل عددی بیانگر ایجاد جریان ثانویه درون حلزونی است.

گو^۷ و همکارانش [۸] به طراحی حلزونی توربین جریان شعاعی با فرض تراکم پذیری و تراکم ناپذیری سیال به روش طراحی یک‌بعدی پرداختند. در این پژوهش پارامترهای طراحی از قبیل توزیع نسبت سطح به شعاع $\frac{A}{R}$ و ... مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل نظری ثابت کرد که طراحی به روش تراکم ناپذیر قادر به ارائه یک جریان چرخشی آزاد و یکنواخت در مقایسه با روش تراکم‌پذیر نیست. همچنین در طراحی و تحلیل در حالت سیال تراکم‌پذیر، اثرات تغییرات فشار اطراف زبانه موجب تغییر سرعت و زاویه جریان خروجی از حلزونی می‌شود که این مسئله در حالت تراکم‌ناپذیر مشهود نیست.

کاتراسنیک^۸ [۹] به مدل‌سازی توربین توربوشارژر پرداخته است. در این پژوهش مدل فیزیکی واقعی جهت محاسبه دینامیک سیال و تبدیل انرژی در این نوع توربین ارائه شده است. این مدل قابلیت پیش‌بینی لایه مرزی بصورت یک‌بعدی و حتی با تغییر گاز ورودی به توربین را دارا است. این مدل ساده بر اساس تغییر سطح پایه ریزی شده است، با

بارنارد و بنسون^۱ [۲] به بررسی توربین جریان شعاعی و ویژگی‌های آن پرداختند. در این پژوهش جریان درون توربین به صورت یک‌بعدی فرض شده و در مرحله بعد، این جریان با استفاده از تکنیک‌های عددی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین تنش‌های حرارتی، مکانیکی و تاثیر آنها بر روی عمر روتور در کنار مواد سازنده و روش‌های ساخت ارزیابی شد.

ویتفیلد^۲ [۳] به طراحی اولیه توربین جریان شعاعی پرداخت. در این مقاله روش طراحی بی‌بعد برای روتور این نوع توربین تشریح شده است. روش طراحی بر اساس نسبت توان بی‌بعد و با هدف کوچک سازی عدد ماخ در ورودی و خروجی به گونه‌ای توسعه داده شده است تا تلفات کاهش یابد. در این روش طراحی، در ابتدا برای بازده توربین مقداری فرض می‌شود، اما در مراحل بعد این بازده به واسطه میزان تلفات تجربی اصلاح می‌گردد. همچنین هندسه توربین با توجه به مشخصات و دبی جریان سیال متفاوت خواهد بود.

هانتسمن^۳ و همکارانش [۴] در یک کار تحقیقاتی به طراحی و تست یک توربین جریان شعاعی برای ژنراتور گازی پرداختند. نتایج حاصل از تحلیل بر روی طراحی انجام شده به صورت منحنی‌های خطوط جریان و در حالت پره به پره دو بعدی و به صورت روش‌های محاسباتی لزج و غیر لزج کاملاً سه بعدی آورده شده است.

ام آر اس ای^۴ [۵] روش طراحی بهینه‌ای برای زبانه و زاویه دریچه ورودی توربین پیشنهاد داد. در این روش جریان پتانسیل در دامنه اتصال به جریان‌های چرخشی تجزیه می‌شود. شدت چرخش از محاسبات به روش حداقل مربعات بدست می‌آید. نتایج حاصل از تحلیل عددی نشان می‌دهد که زوایای جریان خروجی در توربین طراحی شده به روش بهینه مذکور، بهتر از سایر روشهای غیر بهینه عمل می‌نماید.

هارا^۵ [۶] رفتار لایه مرزی سه بعدی را در یک توربین جریان شعاعی به همراه رشد جریان ثانویه بررسی کرد. دلیل ایجاد جریان ثانویه، تغییرات فشار شعاعی درون حلزونی است. تحقیق نشان می‌دهد که در یک سوم از مسیر ابتدایی حلزونی، جریان ثانویه با شدت بیشتری نسبت به سایر نقاط

¹ Barnard and Benson

² Whitfield

³ Huntsman

⁴ MRSA

⁵ Hara

⁶ Maji and Biswas

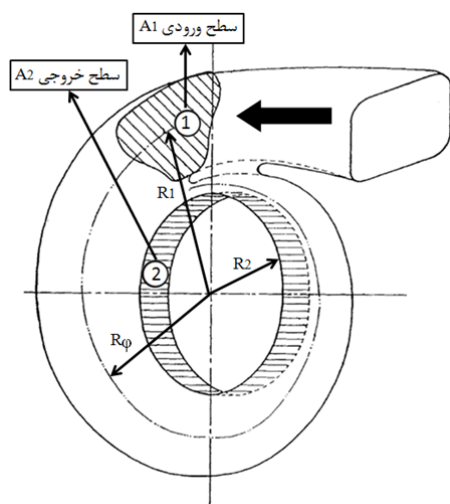
⁷ Gu

⁸ Katrasnik

(۱) در مرحله اول، اندازه کلی حلزونی در حالت هندسه بی‌بعد، به صورت نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ و نسبت $\frac{A_1}{A_2}$ بدست می‌آید (شکل ۱).

(۲) در دومین مرحله، شکل مسیر جریان چرخشی حلزونی به صورت $\frac{R_\phi}{R_1}$ و تغییر سطح مقطع عبوری به صورت $\frac{A_\phi}{A_1}$ و بر حسب زاویه محیطی محاسبه می‌گردد.

(۳) در آخرین مرحله، شکل مقطع عبوری کانال و شعاع دیواره بیرونی حلزونی و ابعاد اولیه حلزونی مشخص می‌شود.



شکل ۱- طرح کلی محفظه حلزونی بدون پره

۳- محاسبه ابعاد کلی

هندسه کلی حلزونی بوسیله نسبت شعاع ورودی به خروجی $\frac{R_1}{R_2}$ و نسبت سطح ورودی به خروجی $\frac{A_1}{A_2}$ تعریف می‌شود. این پارامترها با استفاده از قانون بقای جرم و بقای ممنتوم زاویه‌ای برای یک جریان تراکم‌پذیر آدیاباتیک بدست می‌آید. همچنین تلفات ممنتوم زاویه‌ای نیز در روابط اعمال شده است.

۳-۱- نسبت شعاع حلزونی

چنانچه سیال مورد نظر به صورت غیرلزج در نظر گرفته شود، جریان چرخشی درون حلزونی بدون پره را می‌توان به صورت جریان گردابه‌ای آزاد و با استفاده از معادله (۱) شرح داد:

این وجود، امکان مدل کردن جریان‌های پیچیده در موتورهای چند سیلندر توربوشارژر وجود دارد.

حکیم^۱ و همکارانش [۱۰] تاثیر هندسه حلزونی بر روی عملکرد پایا و ناپایا روی توربین‌های جریان مختلط را بررسی کردند. ارزیابی دقیق مسئله حاکی از تاثیر بسیار زیاد هندسه حلزونی بر روی عملکرد توربین است.

در تحقیق حاضر، طراحی و تحلیل محفظه حلزونی سه بعدی بدون پره مربوط به توربین جریان شعاعی انجام می‌شود. برای این منظور ابتدا معادلات روش طراحی یک بعدی تراکم پذیر که بر اساس معادلات پیوستگی و ممنتوم زاویه ای پایه ریزی شده است، ارائه خواهد شد. در این روش جریان چرخشی درون حلزونی به صورت گردابه آزاد فرض خواهد شد، به طوری که روابط تجربی مربوط به تلفات ممنتوم زاویه‌ای، تلفات انرژی و انحراف جریان چرخشی نیز در معادلات لحاظ می‌گردد. در مرحله بعد کد کامپیوتری بر پایه معادلات ارائه شده جهت طراحی حلزونی سه بعدی توسعه داده می‌شود. سپس جریان درون حلزونی طراحی شده با استفاده از نرم افزار ANSYS CFX تحلیل عددی می‌گردد.

۲- روش طراحی یک بعدی حلزونی

مبنای طراحی روتور در توربین‌های جریان شعاعی بر اساس نسبت بی‌بعد $\frac{b_2}{R_2}$ اندازه سرعت و جهت جریان ورودی به روتور تعریف می‌شود. در طراحی حلزونی، جریان به صورت تراکم‌پذیر، آدیاباتیک و به شکل توزیعی از گردابه آزاد اطراف روتور فرض می‌گردد. در ورودی روتور وضعیت مطلوب زمانی حاصل می‌شود که توزیع یکنواختی از ممنتوم زاویه‌ای اطراف محیط روتور وجود داشته باشد. طرح کلی محفظه حلزونی بدون پره در شکل ۱ دیده می‌شود.

در روش طراحی یک بعدی [۱]، جریان درون حلزونی به صورت گردابه آزاد در نظر گرفته شده است. هدف اصلی در این روش طراحی، استخراج ابعاد کلی هندسه حلزونی، با فرض جریان تراکم‌پذیر یک بعدی است. سه مرحله اصلی در این روش عبارت است از:

¹ Hakeem

معادله (۴) و (۵) را با یکدیگر ترکیب کرده و به شکل معادله (۶) بیان کرد:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\theta_2 P_{02}}{\theta_1 P_{01}} = \frac{M_2 \cos \alpha_2 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_2^2 \right]^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}}{M_1 \sin \alpha_1 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_1^2 \right]} \quad (6)$$

در این معادله، نسبت سطح حلزونی تابعی از نسبت فشار سکون، نسبت عدد ماخ و نسبت زاویه جریان خروجی به ورودی در حلزونی است. رابطه نسبت فشار سکون با بازده حلزونی به صورت معادله (۷) بیان می‌شود:

$$\eta = \frac{1 - T_2/T_{01}}{1 - (P_{02}/P_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}} \quad (7)$$

با استفاده از معادله (۷)، نسبت فشار سکون به صورت معادله (۸) نوشته می‌شود:

$$\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \left(\frac{1 - \eta}{\eta} \right) \quad (8)$$

در این مرحله از فرآیند طراحی، از آنجا که هنوز مدل تجربی برای استخراج بازده نداریم، مقدار ۰/۹ به عنوان پیش فرض برای این منظور در نظر گرفته می‌شود.

۴- محاسبه ابعاد هندسه حلزونی در مقاطع مختلف از زاویه محیطی

برای بدست آوردن ابعاد هندسی حلزونی در مقاطع مختلف لازم است با استفاده از معادلات پیوستگی، ممتموم و انرژی، اندازه سطح مقطع A_ϕ و شعاع R_ϕ به صورت تابعی از زاویه محیطی ϕ استخراج گردد. هندسه حلزونی، مرحله به مرحله با افزایش زاویه محیطی، بدست خواهد آمد. در شکل ۲، نمونه ای از حرکت سیال از موقعیت x به موقعیت y درون حلزونی نشان داده شده است.

طراحی محفظه حلزونی به منظور سرعت بخشی ملایم به سیال و ایجاد توزیع یکنواخت سیال حول محیط روتور صورت می‌پذیرد. کاهش دبی جرمی نسبت به زاویه محیطی به واسطه خارج شدن سیال از حلزونی به صورت خطی فرض می‌شود. در نتیجه توزیع دبی جرمی در هر مقطع از حلزونی به صورت معادله (۹) تعریف می‌گردد:

$$\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}} = \left(1 - \frac{\phi}{2\pi} \right) + \frac{\dot{m}_R}{\dot{m}} \quad (9)$$

$$C_\theta R = \text{constant} \quad (1)$$

از آنجا که در حالت واقعی سیال به صورت لزج است، پس ممتموم زاویه‌ای جریان ثابت نخواهد بود، زیرا تنش‌های برشی باعث تغییر نسبت گردابه آزاد می‌شود، بنابراین، معادله (۱) به صورت معادله (۲) تغییر خواهد یافت:

$$C_{\theta_2} R_2 = S C_{\theta_1} R_1 \quad (2)$$

در اینجا S بیانگر نسبت ممتموم زاویه‌ای درون حلزونی است. به این ترتیب، نسبت شعاع حلزونی بر حسب عدد ماخ مطلق و زوایای جریان به صورت معادله (۳) بیان می‌شود:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2 \sin \alpha_2 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{S M_1 \sin \alpha_1 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_2^2 \right]} \quad (3)$$

در این معادله، M_2 و α_2 بیانگر عدد ماخ و زاویه جریان در خروجی حلزونی و ورودی روتور، و M_1 و α_1 بیانگر عدد ماخ و زاویه جریان در ورودی حلزونی می‌باشد. در اینجا، برای جریان ورودی به حلزونی مقدار زاویه ۷۶ درجه و برای جریان خروجی از حلزونی مقدار زاویه ۷۵ درجه در نظر گرفته شده است، بررسی‌ها نشان می‌دهد که زاویه جریان در حدود ۷۰ تا ۸۰ درجه تاثیر کمی بر پیش بینی نسبت شعاع کلی دارد. چنانچه بتوان جریان با عدد ماخ بزرگتری را در ورودی حلزونی اعمال کرد، نسبت شعاع کلی حلزونی کم‌تر می‌شود. اما باید همواره به این نکته توجه داشت که در جریان با سرعت بالاتر، میزان تلفات افزایش خواهد یافت. برای تلفات ممتموم زاویه ای S مقدار ۰/۹ پیشنهاد شده است.

۳-۲- نسبت سطح حلزونی

ابعاد ورودی و خروجی حلزونی باید با دبی جرمی عبوری متناسب باشد. بنابراین معادله پیوستگی بی‌بعد در ورودی و خروجی حلزونی به ترتیب به صورت معادلات (۴) و (۵) خواهد شد:

$$\theta_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_{01} a_{01} A_1} = \frac{M_1 \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}}{\rho_{01} a_{01} A_1} \quad (4)$$

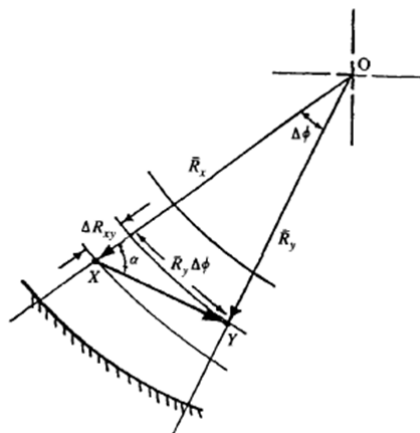
$$\theta_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_{02} a_{02} A_2} = \frac{M_2 \cos \alpha_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right)^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}}{\rho_{02} a_{02} A_2} \quad (5)$$

در یک جریان آدیاباتیک، برای تشریح نسبت سطح به صورت تابعی از عدد ماخ ورودی و خروجی، می‌توان دو

معادله (۱۱) از معادله (۴) و (۵) نتیجه شده است. بنابراین، نسبت سطح مقطع عبوری حلزونی به صورت معادله (۱۲) خواهد بود:

$$\frac{A_y}{A_1} = \frac{\theta_1 \dot{m}_y \rho_{01} a_{01}}{\theta_y \dot{m} \rho_{0y} a_{0y}} = \frac{\theta_1 \dot{m}_y P_{01}}{\theta_y \dot{m} P_{0y}} \quad (12)$$

در معادله (۱۲) نسبت دبی جرمی $\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}}$ به کمک معادله (۱۰) بیان می‌شود. نسبت فشار سکون، $\frac{P_{01}}{P_{0y}}$ ، مشابه معادله (۸) بدست می‌آید. نسبت دبی جرمی بی‌بعد $\frac{\theta_1}{\theta_y}$ مانند معادله (۶) و از معادلات (۴) و (۱۱) نتیجه می‌شود. مقدار زاویه جریان α_y در معادله (۱۱) از معادله ممنومم زاویه‌ای گفته شده در قسمت بعد بدست خواهد آمد.



شکل ۲- نمونه ای از حرکت سیال از موقعیت x به موقعیت y درون حلزونی

۴-۲- کاربرد معادله بقاء ممنومم زاویه ای

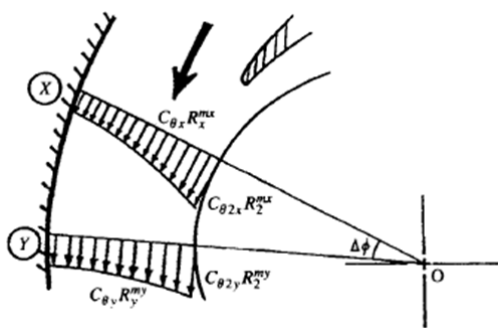
جهت بهینه سازی روش طراحی بی‌بعد لازم است تا شرط گردابه آزاد در معادله ممنومم به شکل معادله (۱۳) اصلاح گردد:

$$C_\theta R^m = \text{constant} \quad (13)$$

در اینجا توان m، تابعی از زاویه محیطی ϕ است، که با افزودن آن به معادله ممنومم، زاویه جریان خروجی از حلزونی بهینه خواهد شد. در شکل ۳، جریان چرخشی در موقعیت‌های زاویه‌ای x و y نشان داده شده است. معادله (۱۴) و (۱۵) برای دو موقعیت مذکور عبارت است از:

$$C_{\theta x} R_x^{m_x} = C_{\theta 2x} R_2^{m_x} \quad (14)$$

$$C_{\theta y} R_y^{m_y} = C_{\theta 2y} R_2^{m_y} \quad (15)$$



شکل ۳- مشخصات سرعت در سراسر خط مرکزی مقطع حلزونی

در صورتی جریان در ورودی روتور (خروجی حلزونی) یکنواخت خواهد بود که معادله (۱۶) برقرار باشد.

به منظور ایجاد توزیع یکنواخت سرعت و جهت حرکت، در دوطرف محل زبانه حلزونی لازم است بخش کوچکی از دبی جرمی کل که در اینجا \dot{m}_R نامیده شده است در انتهای مسیر کانال حلزونی، مجدداً با سیالی که به تازگی به حلزونی وارد شده است ترکیب شود. در نتیجه سطح مقطع انتهای حلزونی در زاویه محیطی ۰ و ۳۶۰ درجه نباید صفر شود. این امر با وارد کردن مقدار \dot{m}_R در معادله (۹) صورت گرفته است.

در شکل ۲، عدد ماخ جریان گذرنده از موقعیت y در مرکز سطح مقاطع مختلف حلزونی به صورت معادله (۱۰) بیان می‌شود:

$$M_y = M_1 + \frac{\phi}{2\pi} (M_2 - M_1) \quad (10)$$

هدف از تعریف معادلات (۹) و (۱۰)، استخراج سطح و شعاع حلزونی به شکل بی‌بعد به عنوان تابعی از زاویه محیطی با استفاده از معادلات ممنومم و پیوستگی است.

۴-۱- کاربرد معادله پیوستگی

با استفاده از معادله پیوستگی، دبی جرمی بی‌بعد در هر مقطع از زاویه محیطی ϕ به صورت معادله (۱۱) تعریف می‌شود:

$$\theta_y = \frac{\dot{m}_y}{\rho_{0y} a_{0y} A_y} = M_y \sin \alpha_y \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_y^2 \right)^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} \quad (11)$$

در معادله (۲۴) m_0 توان در ورودی حلزونی، و k و p ثابت‌هایی هستند که از نتایج تجربی بدست آمده‌اند. مقادیر هر یک از این متغیرها برابر است با:

$$\begin{aligned} m_0 &= 0.9 \\ K &= 4.76 \text{ e-}11 \\ P &= 4 \end{aligned}$$

از آنجا که توان گردابه m ، بر حسب تابعی از زاویه محیطی تعریف می‌گردد، در نتیجه با افزایش زاویه محیطی، جریان گردابه آزاد بتدریج اصلاح می‌شود.

۵- ابعاد بیرونی حلزونی

در این روش طراحی، معادلات اصلی به طور همزمان، و به ازای افزایش زاویه محیطی ($\Delta\theta$) که معمولاً به اندازه ۱ درجه در نظر گرفته می‌شود، بین دو موقعیت x و y حل می‌شوند (شکل ۲). برای استفاده از این روش طراحی مشخص کردن موارد زیر برای حل معادلات الزامی است:

- در نظر گرفتن سرعت و زاویه جریان ورودی روتور (خروجی حلزونی) که همان متغیرهای M_2 و α_2 هستند.
- مشخص کردن سرعت و زاویه جریان ورودی حلزونی که همان متغیرهای M_1 و α_1 هستند.
- تعیین مقدار تخمینی برای بازده حلزونی η و تلفات ممنتوم زاویه‌ای S .
- تعیین در صد نسبت دبی جرمی سیال در گردش مجدد $\frac{\dot{m}_R}{\dot{m}}$ ، که معمولاً مقدار ۰/۰۵ برای آن در نظر گرفته می‌شود.

با استفاده از معادلات (۳)، (۴)، (۶)، (۱۲) و (۲۳) نسبت شعاع و نسبت سطح برای تمامی مقاطع حلزونی، مابین زاویه محیطی ۰ تا ۳۶۰ درجه بدست می‌آید. حال در این مرحله با تعیین شکل مقطع کانال حلزونی می‌توان هندسه سه بعدی حلزونی را ایجاد کرد. برای این منظور از مقطع دوزنقه‌ای شکل استفاده می‌شود. علت این انتخاب آن است که مقطع دوزنقه‌ای شکل در هدایت جریان به صورت یکنواخت به سمت خروجی حلزونی رفتار بهتری نسبت به سایر سطوح دارد. در شکل ۴ سطح مقطع دوزنقه‌ای شکل آورده شده است.

$$C_{\theta 2y} = C_{\theta 2x} \quad (16)$$

از ترکیب معادلات (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) معادله (۱۷) حاصل خواهد شد:

$$\frac{C_{\theta y}}{C_{\theta x}} = \left(\frac{R_x}{R_2}\right)^{mx} \left(\frac{R_2}{R_y}\right)^{my} \quad (17)$$

با در نظر گرفتن $m=1$ ، کاهش در ممنتوم زاویه‌ای برابر با صفر است. از آنجا که نیروهای اصطکاکی در دیواره حلزونی، موجب کم شدن ممنتوم زاویه‌ای می‌شود، افزودن پارامتر تلفات S_{xy} به معادله (۱۷) الزامی است. در نتیجه معادله (۱۸) حاصل خواهد شد:

$$\frac{C_{\theta y}}{C_{\theta x}} = S_{xy} \left(\frac{R_x}{R_2}\right)^{mx} \left(\frac{R_2}{R_y}\right)^{my} \quad (18)$$

در اینجا S_{xy} ، تلفات ممنتوم زاویه‌ای بین دو موقعیت x و y در راستای خطوط جریان متوسط است. S_{xy} وابسته به پارامتر تلفات کلی S بوده و از معادله (۱۹) بدست می‌آید:

$$S_{xy} = 1 - \frac{\Delta\theta C_1 R_1 \sin \alpha_1}{2\pi C_x R_x \sin \alpha_x} (1 - S) \quad (19)$$

بنابراین، با ترکیب معادلات اخیر، معادله (۲۰) حاصل می‌شود که با استفاده از آن می‌توان زاویه جریان α_y را بدست آورد.

$$\begin{aligned} \sin \alpha_y &= S_{xy} \sin \alpha_x \frac{M_x}{M_y} \left(\frac{R_x}{R_2}\right)^{mx} \left(\frac{R_2}{R_y}\right)^{my} \\ &\times \left[\frac{1 + \{(\gamma - 1)/2\} M_y^2}{1 + \{(\gamma - 1)/2\} M_x^2} \right]^{1/2} \quad (20) \end{aligned}$$

با توجه به شکل ۲، مقدار $\tan \alpha_x$ از رابطه (۲۱) و (۲۲) بدست خواهد آمد:

$$\tan \alpha_x \approx \frac{R_y \Delta\theta}{\Delta R_{xy}} \quad (21)$$

$$\Delta R_{xy} = R_x - R_y \quad (22)$$

در نهایت از دو رابطه (۲۱) و (۲۲)، معادله (۲۳) نتیجه خواهد شد که با استفاده از آن می‌توان مقدار شعاع در هر زاویه محیطی حلزونی را بدست آورد:

$$\frac{R_2}{R_y} = \frac{R_2}{R_x} \left(1 + \frac{\Delta\theta}{\tan \alpha_x} \right) \quad (23)$$

همانگونه که گفته شد از توان m به منظور اصلاح فرض گردابه آزاد و پیش بینی بهتر زاویه جریان خروجی از حلزونی استفاده می‌شود. توان m از معادله (۲۴) بدست می‌آید. این معادله بر اساس نتایج تجربی موجود در مرجع [۱۱] استخراج شده است:

$$m = m_0 - k\theta^p \quad (24)$$

$$g_4: \quad x_4 = + \left[\left(\frac{b_2}{2} \right) + x \right] \quad (28-د)$$

$$y_4 = R_2 + y$$

در معادله (۲۸)، نقاط حاصله در فضای دوبعدی XY تعریف شده‌اند، جهت انتقال این نقاط به فضای سه‌بعدی XYZ، لازم است تا از معادله (۲۹) برای این منظور استفاده گردد:

$$X_1 = x_1 \quad (29)$$

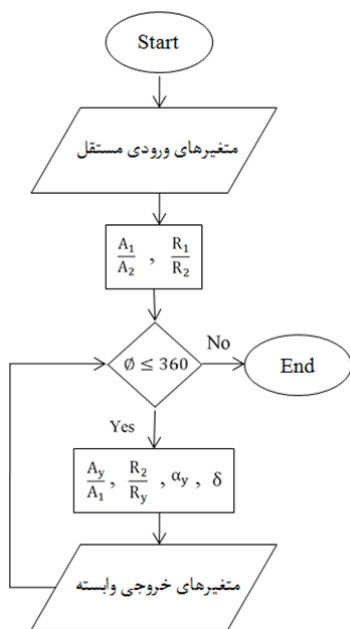
$$Y_1 = y_1 \cos \varnothing$$

$$Z_1 = y_1 \sin \varnothing$$

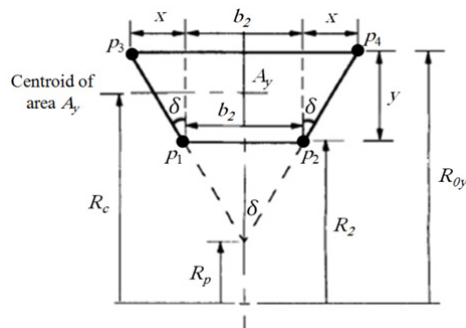
برای سایر نقاط نیز همینگونه عمل می‌شود، با این تفاوت که بجای x_1 و y_1 ، مقادیر x_2 ، y_2 و ... اعمال خواهد شد.

۶- نرم‌افزار طراحی حلزونی سه بعدی

با استفاده از روابط ارائه شده جهت طراحی حلزونی، کد کامپیوتری برای این منظور به زبان فرترن توسعه داده شده است. در شکل ۵ فلوجارت کد طراحی کامپیوتری نشان داده شده است. در جدول ۱ متغیرهای ورودی مستقل به همراه مقادیر اولیه آنها و در جدول ۲ متغیرهای خروجی وابسته در کد کامپیوتری جهت طراحی حلزونی سه بعدی آورده شده است. مقادیر متغیرهای خروجی وابسته پس از اجرای کد کامپیوتری بدست خواهد آمد که در اینجا همان مختصات نقاط سازنده حلزونی سه بعدی است.



شکل ۵- فلوجارت کد طراحی کامپیوتری



شکل ۴- مقطع دوزنقه‌ای

برای سطح مقطع دوزنقه‌ای، شعاع گذرنده از مرکز سطح بیرونی بی‌بعد $\frac{R_y}{R_2}$ از معادله (۲۵) که تابعی درجه ۲ است، استخراج می‌شود:

$$\left(\frac{R_y}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{b_2}{R_2 \tan \delta} - 2 \right) \frac{R_y}{R_2} - \left(2\pi \frac{1}{2} \frac{A_y b_2}{A_2 R_2 \tan \delta} + \frac{b_2}{R_2 \tan \delta} - 1 \right) = 0 \quad (25)$$

در نهایت معادله (۲۵) بر اساس زاویه دیواره δ به صورت معادله (۲۶) بازنویسی می‌شود:

$$\tan \delta = \frac{b_2/R_2}{(R_c/R_2 - 1)^2} \left(1 + 2\pi \frac{1}{2} \frac{A_y}{A_2} - \frac{R_c}{R_2} \right) \quad (26)$$

به منظور استخراج نقاط تشکیل دهنده دوزنقه در هر مقطع بین ۰ تا ۳۶۰ درجه از زاویه محیطی در فضای سه‌بعدی، لازم است تا از مقادیر A_y و δ استفاده شود. مساحت دوزنقه طبق شکل ۴ به صورت معادله (۲۷) نوشته خواهد شد:

$$y^2 \tan \delta + b_2 y - A_y = 0 \quad (27)$$

با حل معادله فوق، مختصات x و y نقاط راس دوزنقه برای هر مقطع به صورت معادله (۲۸) بدست خواهد آمد.

$$g_1: \quad x_1 = - \left(\frac{b_2}{2} \right) \quad (28-الف)$$

$$y_1 = R_2$$

$$g_2: \quad x_2 = + \left(\frac{b_2}{2} \right) \quad (28-ب)$$

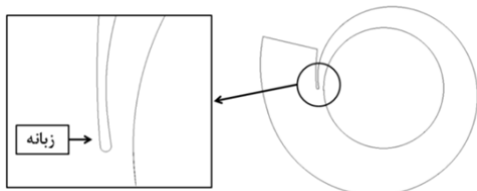
$$y_2 = R_2$$

$$g_3: \quad x_3 = - \left[\left(\frac{b_2}{2} \right) + x \right] \quad (28-ج)$$

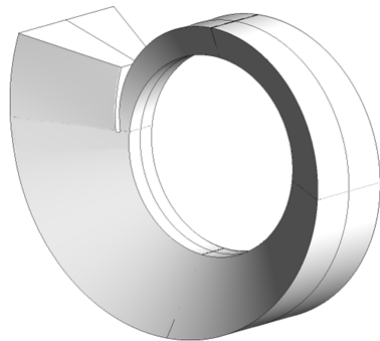
$$y_3 = R_2 + y$$

۸- طراحی کانال ورودی به حلزونی

جهت هدایت جریان به سمت ورودی حلزونی وجود مجرایی برای این منظور الزامی است. در مرجع [۱۲] پیشنهاد شده است که سطح مقطع ورودی، حول محور حلزونی به میزان ۲۳ درجه دوران و امتداد داده شود. این نوع از مجرا به تشکیل گردابه مطلوب درون حلزونی کمک خواهد کرد. همچنین برای طراحی زبانه در محل اتصال مجرای ورودی به هندسه حلزونی از نیم دایره‌ای به شعاع ۱ میلی‌متر استفاده می‌شود. در شکل ۷ هندسه حلزونی به همراه مجرای ورودی و زبانه طراحی شده نشان داده شده است. نمای سه بعدی حلزونی طراحی شده با مجرای ورودی در شکل ۸ آورده شده است.



شکل ۷- نمای دوبعدی به همراه مجرای ورودی و زبانه در هندسه حلزونی طراحی شده



شکل ۸- نمای سه بعدی بیرونی در هندسه حلزونی طراحی شده

۹- تولید شبکه مناسب برای تحلیل حلزونی

به منظور تولید شبکه مناسب برای حل عددی جریان سیال درون حلزونی از نرم افزار ANSYS ICEM CFD استفاده شده است. جهت شبیه سازی دقیق جریان روی دیواره‌ها، شبکه لایه مرزی مورد استفاده قرار گرفته است. در این نوع

جدول ۱- متغیرهای ورودی مستقل به همراه مقادیر آنها در

کد کامپیوتری جهت طراحی حلزونی سه بعدی

عنوان متغیر ورودی مستقل	علامت	مقدار متغیر
سرعت جریان در ورودی حلزونی	M_1	۰/۳
زاویه جریان در ورودی حلزونی	α_1	76°
سرعت جریان در خروجی حلزونی	M_2	۰/۵
زاویه جریان در خروجی حلزونی	α_2	75°
شعاع خروجی حلزونی	R_2	۰/۰۵۱ (m)
مساحت خروجی حلزونی	A_2	۰/۰۰۵۹ (m ²)
نسبت ممنوم زاویه‌ای	S	۰/۹
بازده حلزونی	η	۰/۹
نسبت ویژه گرمایی	γ	۱/۴
نسبت دبی جرمی گردش مجدد	$\frac{\dot{m}_R}{\dot{m}}$	۰/۰۵

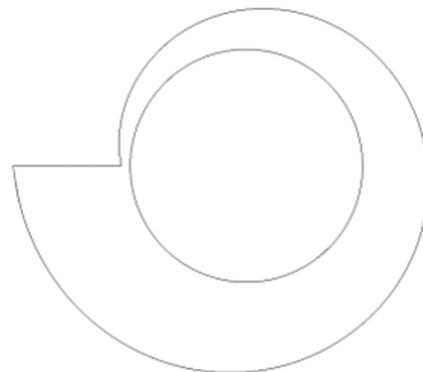
جدول ۲- متغیرهای خروجی وابسته در کد کامپیوتری جهت

طراحی حلزونی سه بعدی

عنوان متغیر خروجی وابسته	علامت
مختصات X نقاط تشکیل دهنده هندسه حلزونی	X_1, X_2, \dots
مختصات Y نقاط تشکیل دهنده هندسه حلزونی	Y_1, Y_2, \dots
مختصات Z نقاط تشکیل دهنده هندسه حلزونی	Z_1, Z_2, \dots

۷- تولید هندسه برای تحلیل حلزونی

جهت تولید هندسه حلزونی، فایل ابر نقاط تشکیل دهنده هندسه حلزونی که توسط کد کامپیوتری تولید شده است وارد نرم افزار گمبیت می‌شود. سپس با اتصال نقاط به یکدیگر، سطوح و حجم حلزونی ایجاد می‌گردد. نمای دوبعدی از هندسه تولید شده در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶- نمای دوبعدی هندسه حلزونی طراحی شده

است. روش فشار پایه در اعداد ماخ پایین نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهند و همچنین نرم‌افزار ANSYS CFX تنها بر مبنای این روش پایه‌ریزی شده است.

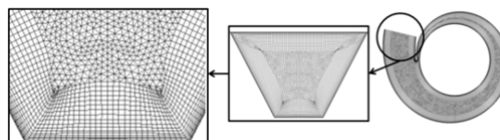
عدد رینولدز جریان ورودی بر اساس قطر هیدرولیکی برابر با مقدار $1.0 \times 10^6 / 1.86$ خواهد شد. از طرفی جریان‌های با عدد رینولدز بالاتر از ۲۰۰۰ یا ۴۰۰۰ درون لوله‌ها و کانال‌ها [۱۴] به عنوان جریان آشفته در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس جریان درون حلزونی نیز از نوع آشفته خواهد بود. برای این منظور جهت حل عددی از مدل آشفتگی $SST K - \omega$ استفاده خواهد شد که در آن قابلیت‌های بالای مدل $K - \omega$ در تسخیر نمودن فیزیک حاکم بر نواحی نزدیک دیواره (با عدد رینولدز پایین) با قابلیت‌های بالای مدل $K - \epsilon$ در نواحی دور از دیواره (با عدد رینولدز بالا) بکار گرفته شده است. همچنین در این نرم‌افزار مدل آشفتگی $SST K - \omega$ با یک تابع دیواره اتوماتیک [۱۳] همراه شده است که در این حالت حداکثر y^+ مجاز برابر با ۳۰۰ می‌باشد. از آنجا که میزان شدت آشفتگی جریان ورودی به حلزونی مشخص نیست، در نرم‌افزار ANSYS CFX [۱۳] برای چنین حالتی، انتخاب گزینه آشفتگی متوسط^۴ پیشنهاد شده است. تنظیمات مربوط به این حالت از شدت آشفتگی عبارت است از:

Intensity=5%

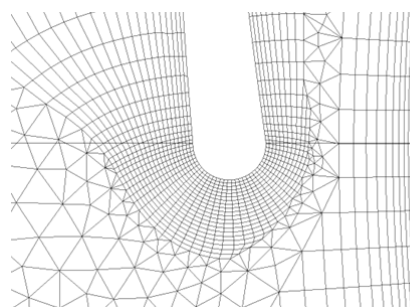
$$\frac{\mu_t}{\mu} = 10$$

در توربین‌های گازی، با هدایت سیال پرنرزی با فشار سکون بالا به ورودی حلزونی و توزیع یکنواخت آن اطراف روتور، پره‌های روتور به چرخش درآمده و گشتاور مکانیکی تولید می‌شود. در نمونه مشابهی از حلزونی طراحی شده در مرجع [۱۱] سیال ورودی به حلزونی دارای فشار سکونی برابر با ۷ (bar) است. همچنین استفاده از شرط مرزی فشار موجب همگرایی بهتر و خوش‌رفتار بودن تحلیل عددی می‌شود. از آنجا که حلزونی مورد نظر به گونه‌ای طراحی شده است تا عدد ماخ در خروجی آن برابر با ۰/۵ شود می‌توان از فشار استاتیکی معادل آن استفاده کرد که با در نظر گرفتن فشار سکون ۷ (bar) در ورودی حلزونی، مقدار فشار استاتیکی معادل عدد ماخ ۰/۵ برابر با ۵/۹ (bar) خواهد شد. در نهایت شرایط مرزی برای تحلیل عددی حلزونی عبارت است از:

شبهه بندی، سلول‌های شبهه در جهت جریان، به صورت سازمان یافته هستند. در تولید شبهه سعی شده تا ارتفاع کل شبهه لایه مرزی به حداکثر مقدار ممکن ارتقاء داده شود. همچنین ارتفاع اولین سلول در نزدیکی دیواره برابر با ۰/۰۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در شکل ۹ شبهه تولید شده در مقطع میانی و ورودی حلزونی به همراه نمایی از شبهه بندی لایه مرزی آورده شده است. همچنین شکل ۱۰، شبهه در ناحیه زبانه را نمایش می‌دهد.



شکل ۹- شبهه تولید شده در مقطع میانی و ورودی حلزونی به همراه نمایی از شبهه بندی لایه مرزی



شکل ۱۰- شبهه در ناحیه زبانه

۱۰- تحلیل عددی جریان در حلزونی و بررسی عملکرد آن

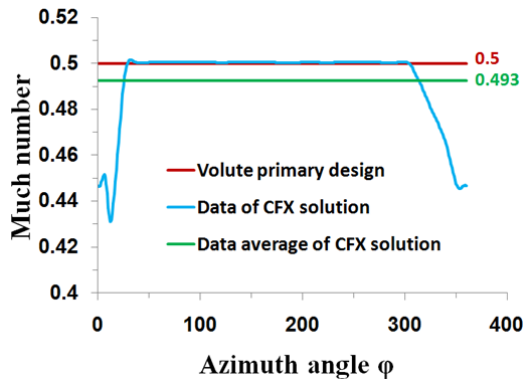
حل عددی جریان درون حلزونی در نرم‌افزار ANSYS CFX با استفاده از روش اجزاء محدود مبتنی بر حجم محدود^۱ [۱۳] انجام می‌شود. در این نرم‌افزار، نتایج و خصوصیات سیال بر روی گره‌های سلول‌ها ذخیره می‌گردد و جهت افزایش دقت نتایج از توابع شکل^۲ استفاده شده است. حل به صورت سه‌بعدی، تراکم‌پذیر و لزج صورت می‌گیرد. جهت حل معادلات، روش فشار پایه با دقت مجزاسازی بالا^۳ بکار رفته

^۱ Finite element-based finite volume method

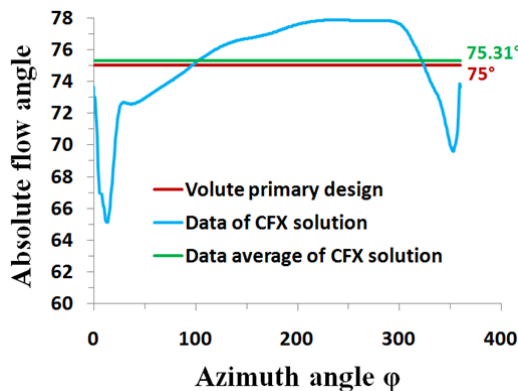
^۲ Shape functions

^۳ High resolution (Second order upwind)

^۴ Medium intensity



شکل ۱۲- عدد ماخ جریان خروجی از حلزونی بر حسب زاویه محیطی



شکل ۱۳- زاویه خروجی جریان از حلزونی بر حسب زاویه محیطی

در این دو شکل، در ناحیه ابتدا و انتهایی از زاویه محیطی حلزونی، عدد ماخ و زاویه جریان حاصل از تحلیل عددی کاهش پیدا کرده است که علت این امر وجود زبانه در این قسمت از حلزونی می‌باشد. در مجموع، مقدار متوسط نتایج حاصل از تحلیل عددی نزدیک به مقدار اولیه طراحی است.

در شکل ۱۴ خطوط جریان بر روی صفحه تقارن حلزونی بیانگر توزیع یکنواخت جریان است. در شکل ۱۵ کانتور فشار استاتیکی و در شکل ۱۶ کانتور عدد ماخ در صفحه تقارن و در چهار مقطع عرضی از حلزونی آورده شده است. در دو شکل اخیر، فشار استاتیکی و عدد ماخ در ناحیه خروجی از حلزونی به جز محدوده زبانه ثابت مانده است. در شکل ۱۷ کانتور عدد ماخ در ناحیه زبانه نمایش داده شده است. حضور

الف) شرط مرزی ورودی:

$$P_0=7 \text{ bar}$$

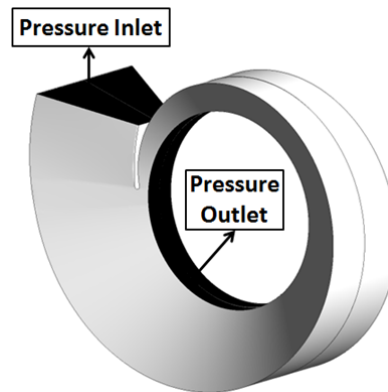
$$T=300 \text{ K}$$

ب) شرط مرزی خروجی:

$$P=5.9 \text{ bar}$$

محل اعمال شرایط مرزی بر روی حلزونی در شکل ۱۱ و نتایج حاصل از حل عددی جریان سیال در کنار مقادیر اولیه طراحی در جدول ۳ آمده است. مقایسه بین نتایج حاصل از حل عددی با مقادیر اولیه در نظر گرفته شده جهت طراحی، بیانگر صحت عملکرد حلزونی طراحی شده است. در جدول ۳ بین مقدار متوسط حاصل از حل عددی با مقادیر اولیه طراحی از لحاظ عدد ماخ و زاویه جریان خروجی به ترتیب ۱/۱٪ و ۰/۴۱٪ خطا وجود دارد. در شکل ۱۲ عدد ماخ جریان خروجی از حلزونی و در شکل ۱۳ توزیع زاویه جریان در خروجی از حلزونی بر حسب زاویه محیطی نشان داده شده است. در دو شکل اخیر، مقادیر نمایش داده شده عبارتند از:

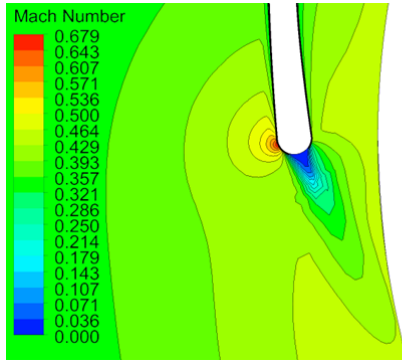
- مقدار اولیه در نظر گرفته شده برای طراحی حلزونی
- مقادیر حاصل از حل عددی جریان
- مقدار متوسط حاصل از حل عددی جریان



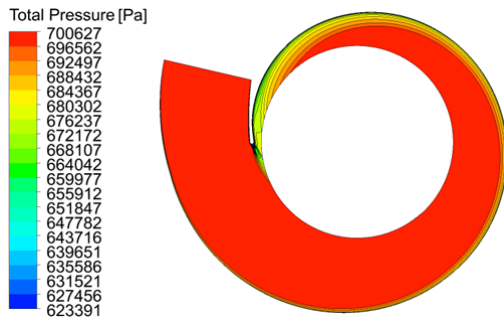
شکل ۱۱- شرایط مرزی در نظر گرفته شده

جدول ۳- نتایج حاصل از حل عددی جریان سیال در کنار مقادیر اولیه طراحی

پارامتر مورد بررسی	مقدار متوسط حاصل از حل عددی	مقادیر اولیه برای طراحی حلزونی	خطا
M_2	۰/۴۹۳	۰/۵	۱/۱٪
α_2	۷۵/۳۱°	۷۵°	۰/۴۱٪



شکل ۱۷- کانتور عدد ماخ در ناحیه زبانه



شکل ۱۸- کانتور فشار سکون در صفحه تقارن

همچنین میزان y^+ متوسط اندازه‌گیری شده بر روی دیواره حلزونی برابر با مقدار ۸۹ است که کمتر از حد مجاز گفته شده در بخش مربوط به انتخاب مدل آشفتگی می‌باشد.

۱۱- محدودیت‌های طراحی و ساخت حلزونی

محدودیت‌های طراحی حلزونی سه‌بعدی در جدول ۴ و محدودیت‌های ساخت آن در جدول ۵ آورده شده است.

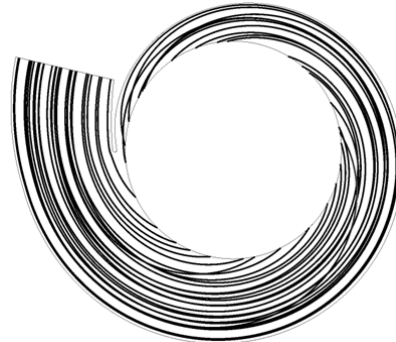
جدول ۴- محدودیت‌های طراحی حلزونی

نتیجه	نوع محدودیت
تولید هندسه حلزونی	$M_1 < M_2$
$\frac{A_1}{A_2} < 1$ و $\frac{R_1}{R_2} > 1$	$70^\circ < \alpha_1 < 80^\circ$
تولید هندسه حلزونی با عملکرد بهتر	$70^\circ < \alpha_2 < 80^\circ$

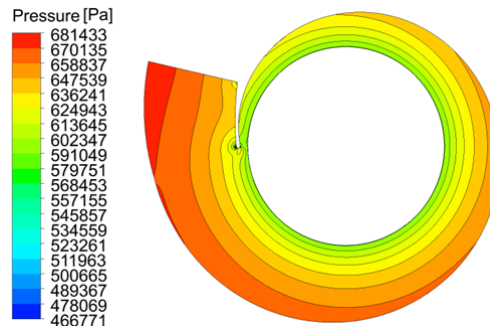
جدول ۵- محدودیت‌های تکنولوژی و ساخت حلزونی

روش ساخت	دقت ساخت
ماشین کاری و ریختگری	دقت بالا در ساخت منحنی حلزونی
ورقکاری	دقت پایین در ساخت منحنی حلزونی

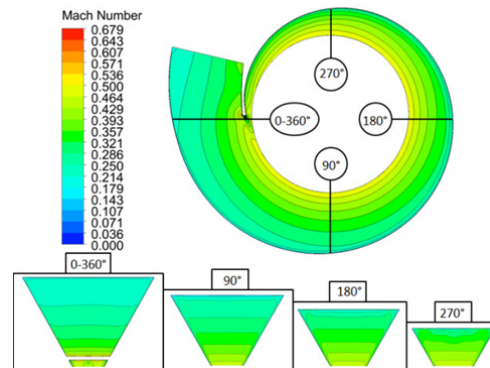
زبانه در این ناحیه باعث کمی بهم‌ریختگی در توزیع یکنواخت جریان گشته که علت این امر وجود نقطه سکون در انتهای زبانه می‌باشد. در شکل ۱۸ مقدار فشار سکون در انتهای کانال حلزونی کاهش یافته است، بنابراین احتمال ایجاد جریان ثانویه در این نواحی وجود دارد.



در شکل ۱۴- خطوط جریان بر روی صفحه تقارن حلزونی



شکل ۱۵- کانتور فشار استاتیکی در صفحه تقارن



شکل ۱۶- کانتور عدد ماخ در صفحه تقارن و در چهار مقطع عرضی از حلزونی

۱۲- نتیجه‌گیری

در این پژوهش طراحی سه‌بعدی حلزونی بدون پره برای توربین جریان شعاعی با در نظر گرفتن اثرات لزجت و تراکم پذیری سیال انجام شد. در مرحله اول، کد کامپیوتری برای این منظور بر اساس معادلات طراحی یک‌بعدی توسعه داده شد. سپس با استفاده از این کد، طراحی حلزونی بدون در نظر گرفتن مجرای ورودی صورت گرفت. در ادامه جهت طراحی مجرا ورودی، صفحه ورودی حلزونی حول محور اصلی آن به اندازه ۲۳ درجه دوران داده شد. در مرحله بعد، مقایسه بین نتایج حاصل از تحلیل عددی با مقادیر اولیه در نظر گرفته شده در ابتدای طراحی، بیانگر طراحی مناسب انجام گرفته است. همچنین می‌توان گفت که معادلات و روابط ارائه شده در این روش طراحی در عین سادگی، کارایی لازم برای تولید هندسه حلزونی را داراست.

۱۳- فهرست علائم

a	سرعت صوت ($m.s^{-1}$)
A	سطح (m^2)
b	عرض کانال حلزونی (m)
C	سرعت مطلق ($m.s^{-1}$)
C_0	مولفه مماسی سرعت ($m.s^{-1}$)
g	نقطه راس دوزنقه
M	عدد ماخ
m	توان گردابه
\dot{m}	دبی جرمی ($kg.m^{-2}$)
P	فشار (pa)
R	شعاع (m)
S	نسبت ممنوم زاویه ای حلزونی
T	دما (K)
X	مختصات X نقطه تشکیل دهنده هندسه حلزونی (m)
Y	مختصات Y نقطه تشکیل دهنده هندسه حلزونی (m)
Z	مختصات Z نقطه تشکیل دهنده هندسه حلزونی (m)
α	زاویه جریان مطلق نسبت به شعاع حلزونی (degree)
γ	نسبت ویژه گرمایی
δ	زاویه دیواره مقطع عبوری دوزنقه (degree)
η	بازده حلزونی
θ	دبی جرمی بی بعد
ρ	چگالی سیال ($kg.m^{-3}$)

\emptyset	زاویه محیطی حلزونی حول مرکز آن (degree)
c	مرکز ثقل کانال حلزونی در سطح مقطعی از آن
زیرنویس	
1	ورودی به حلزونی
2	خروجی از حلزونی
x	موقعیت سیال در زاویه محیطی از حلزونی
y	موقعیت سیال در زاویه‌ای فراتر از موقعیت x

مراجع

- [1] Whitfield A, Mohd Noor AB (1994) Design and performance of vaneless volutes for radial inflow turbines. Part 1: non-dimensional conceptual design considerations. Proc. IMechE., J. of Power and Energy 208: 199–211.
- [2] Barnard MCS, Benson RS (1968) Radial gas turbines. Proc. IMechE., Conf. Proc. 183: 59–70.
- [3] Whitfield A (1990) The preliminary design of radial inflow turbines. J. Turbomach. 112: 50–57.
- [4] Huntsman I, Hodson HP, Hill SH (1992) The design and testing of a radial flow turbine for aerodynamic research. J. Turbomach. 114: 411–418.
- [5] MRSA Z (1993) Optimal design of spiral casing tongue and wicket gate angle by decomposition method. Int. J. Numer. Methods Fluids 17: 995–1002.
- [6] Hara K, Furukawa M, Inoue M (1994) Behavior of three-dimensional boundary layers in a radial inflow turbine scroll. J. Turbomach. 116: 446–452.
- [7] Maji PK, Biswas G (1999) Analysis of flow in the spiral casing using a streamline upwind petrovgalarkin method. Int. J. Numer. Methods Eng. 45(2): 147–174.
- [8] Gu F, Engeda A, Benisek E (2000) A comparative study of incompressible and compressible design approaches of radial inflow turbine volutes. Proc. IMechE., J. of Power and Energy 215: 475–486.
- [9] Katrasnik T (2005) Modelling of the twin-entry turbocharger turbine. Proc. IMechE., J. Automobile Eng. 221: 481–496.
- [10] Hakeem I, Su CC, Costall A, Botas RFM (1994) Effect of volute geometry on the steady and unsteady performance of mixed-flow turbines. Proc. IMechE., J. Power and Energy 221: 535–550.
- [11] Whitfield A, MacGregor SA, Mohd Noor AB (1994) Design and performance of vaneless volutes for radial inflow turbines. Part 2: Experimental investigation of the mean line performance assessment of empirical design parameters. Proc. IMechE., J. of Power and Energy 208: 213–224.

[13] ANSYS Inc (2009) ANSYS CFX-solver theory guide, release 12.0: 53-251.

[۱۴] صنیعی‌نژاد مهدی (۱۳۸۸) مبانی جریان‌های آشفتنه و مدل‌سازی آن‌ها، انتشارات دانش‌نگار: ۷۸-۸۲.

[12] Hussain M, Bhinder FS (1984) Experimental study of the performance of a nozzle-less volute casing for turbocharger turbines. SAE Paper 840571: 89-96.