



تحلیل انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس در کانال قائم مربعی با رویکرد دو فاز اویلر - لاگرانژ

فرزاد بازدیدي طهراني^{۱*}، نعیم اکرامی جولندان^۲، محمد صداقت‌نژاد^۳ و سید ایمان واصفی^۳

^۱ استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

^۲ کارشناس ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

^۳ دانشجوی دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۱/۱۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۱۲/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۵/۰۲

چکیده

هدف از انجام مطالعه حاضر، تحلیل انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس داخل کانال قائم مربعی، تحت شار حرارتی ثابت است. جریان سیال داخل کانال، آرام، پایا و سه بعدی در نظر گرفته شده است. از دیدگاه دو فاز اویلر- لاگرانژ برای تحلیل رفتار نانو سیال استفاده شده است. معادلات حاکم بر مسئله توسط روش حجم کنترل بر پایه روش المان محدود (CVFEM) گسسته‌سازی شده‌اند. تأثیر پارامترهایی مانند غلظت ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراشوف روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط، عدد ناسلت، پروفیل سرعت و دما، ضریب اصطکاک و نحوه پخش ذرات، مورد تحلیل قرار گرفته است. به دلیل اهمیت دو نیروی براونی و ترموفورتیک، تأثیر این نیروها بر ضریب انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش غلظت ذرات نانو، موجب بیشتر شدن ضریب انتقال گرمای نانو سیال شده، ولی تأثیر قابل توجهی روی ضریب اصطکاک ندارد. به عنوان مثال، برای غلظت ۲ درصد ذرات نانو، افزایش ۲۵ درصدی در ضریب انتقال گرما مشاهده می‌شود. از سویی دیگر، افزایش عدد گراشوف سبب کم شدن بهبود انتقال گرمای نانو سیال نسبت به سیال خالص می‌شود.

کلمات کلیدی: نانو سیال؛ انتقال گرما؛ جابجایی مختلط؛ مدل اویلر- لاگرانژ؛ حجم کنترل بر پایه المان محدود.

Analysis of Mixed Convection Heat Transfer of CuO-Water Nanofluid in a Vertical Square Duct Using Two Phase Euler-Lagrange Approach

F. Bazdidi-Tehrani^{1*}, N. Ekrami-Jolandan², M. Sedaghatnejad², S. I. Vasefi³

¹ Prof., School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

² M.Sc. Graduate, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

³ Ph.D. Student, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

Abstract

In this article, laminar mixed convection heat transfer of CuO-water nanofluid flow has been investigated in a vertical square duct. Constant Wall heat flux condition is considered for the walls. Governing equations are solved three dimensionally in steady state. Two phase Euler-Lagrange approach is employed to simulate nanoparticles behavior. Governin equations was discretized using control volume based finite element method (CVFEM). Effect of different parameters such as nanoparticles concentration, Reynolds number and Grashof number on heat transfer coefficient, nusselt number, velocity and temperature profiles, friction factor and particles diffusion is presented and discussed. Due to the importance of Brownian and Thermoforetic forces in nano scale analysis, effect of these forces on heat transfer rate, analyzed by Euler-Lagrange approach, is presented. Results show increasing nanoparticles concentration improves convective heat transfer coefficient, while has no significant effect on friction factor. As an example for $\phi=2\%$, enhancement of heat transfer coefficient exceed to 25%. Moreover increasing Grashof number decreases heat transfer improvement and increases skin friction on the walls.

Keywords: Nanofluid; Heat Transfer; Mixed Convection; Euler-Lagrange Approach; CVFEM.

۱- مقدمه

یکی از مسائلی که امروزه در فرایندهای انتقال حرارت مطرح می‌شود، لزوم افزایش قابل توجه شار حرارتی و کوچک‌سازی تجهیزات انتقال حرارت است. منابع بسیاری در مورد روش‌های افزایش نرخ انتقال حرارت در این فرایندها گزارش داده‌اند. بیشتر این روش‌ها، بر مبنای تغییر در ساختار تجهیزات، نظیر افزایش سطوح حرارتی (پره‌ها)، لرزش سطوح حرارتی، تزریق یا مکش سیال و اعمال جریان الکتریکی یا مغناطیسی متمرکز می‌باشند [۱]. این تکنیک‌ها به سختی می‌توانند از عهده تقاضای روزافزون انتقال حرارت و فشرده‌سازی در تجهیزاتی شامل، تراشه‌های الکترونیکی، سیستم‌های لیزری و فرایندهای با انرژی بالا نظیر، سیستم‌های خنک‌کننده در نیروگاه‌های هسته‌ای برآیند. در این میان، موضوعی که کمتر به آن توجه شده است، تأثیر ضریب انتقال حرارت سیالات در توسعه تجهیزات انتقال حرارت با بازدهی بالاست. محیط‌های انتقال حرارت، معمولاً از سیالاتی نظیر آب، اتیلن گلیکول یا روغن تشکیل شده‌اند. این سیالات، ضریب انتقال حرارت بسیار پایینی در مقایسه با فلزات و حتی اکسیدهای فلزی دارند. به عنوان مثال، ضریب هدایت حرارتی مس، ۷۰۰ برابر ضریب هدایت حرارتی آب و ۳۰۰۰ برابر ضریب هدایت حرارتی روغن موتور و ضریب هدایت حرارتی اکسید آلومینیوم نیز، ۶۰ برابر ضریب هدایت حرارتی آب است؛ بنابراین انتظار می‌رود، سیالاتی که شامل ذرات بسیار ریز این ترکیبات باشند، در مقایسه با سیالات خالص، خواص حرارتی بهتری از خود نشان دهند.

در دهه‌های گذشته، مطالعات انجام گرفته در این زمینه بیشتر روی سوسپانسیون‌هایی متمرکز بوده که شامل ذرات در حد میلی‌متر یا میکرومتر هستند. ذرات در این مقیاس، مشکلات جدی در تجهیزات انتقال حرارت ایجاد می‌کنند. این ذرات به سرعت ته‌نشین می‌شوند و در صورتی که کانال از قطر کمتری برخوردار باشد، هنگام عبور کلوخه شده، باعث گرفتگی مسیر می‌گردند که در نتیجه افت فشار زیادی ایجاد می‌کنند، به علاوه برخورد این ذرات با یکدیگر و همچنین با دیواره سیستم و تجهیزات ایجاد سایس می‌کند.

فرایند تولید ذرات در حد نانومتر را باید به عنوان انقلابی در افزایش انتقال حرارت دانست. چوی در سال ۱۹۹۵ [۲]، اولین کسی بود که در آزمایشگاه ملی آرگونه در ایالات

متحده سوسپانسیون، پودرهای نانو را در سیالات به عنوان نانو سیال نامید و خصوصیات برجسته این سیالات را مطرح کرد. نانو سیالات با معلق و شناور کردن ذرات نانو با متوسط اندازه کمتر از ۱۰۰ نانومتر در سیالات مرسوم برای انتقال حرارت نظیر، آب، نفت و اتیلن گلیکول ساخته می‌شود. اندازه بسیار کوچک ذرات استفاده شده و کسر حجمی پایین ذرات نانو مسائلی نظیر، ته‌نشینی و کلوخه شدن را از بین می‌برد و هزینه‌های لازم برای نگهداری و انتقال این سیالات را کم می‌کند و به علت اندازه بسیار کوچک، مسئله سائیدگی و آسیب رساندن به سیستم‌ها در مورد این ذرات وجود ندارد. علاوه بر این، سطح نسبی بزرگ این ذرات تأثیرات غیر تعادلی بین سیال و جامد را کاهش داده، باعث پایداری سوسپانسیون می‌شود. همچنین به صورت تئوریک مشخص است، هرچه ذرات ریزتر باشند، سطح نسبی انتقال حرارت آن‌ها بیشتر می‌شود؛ در نتیجه بازده حرارتی ذرات معلق که تابعی از سطوح انتقال حرارت است، با کاهش اندازه ذرات افزایش می‌یابد. هدف نانو سیال در واقع افزایش بارزی در خواص حرارتی مایعات با اضافه کردن میزان کمی نانو ذره در آن است.

انتقال حرارت جابه‌جایی مختلط به لحاظ کاربرد وسیعی که در صنایع مختلف از جمله، رآکتورهای فشار بالا و خنک کاری قطعات الکترونیکی دارد، طی سال‌های اخیر مورد توجه بسیار قرار گرفته است. در این نوع انتقال حرارت، هر دو مکانیزم انتقال گرمای جابه‌جایی یعنی جابه‌جایی آزاد و جابه‌جایی اجباری دارای اهمیت بوده، از هیچ‌کدام از آن‌ها در مقابل دیگری نمی‌توان صرف‌نظر کرد. بحث انتقال حرارت داخل کانال‌ها به ویژه کانال‌های قائم نیز، در دهه‌های اخیر به علت کاربردهای مهم و فراوانی که در صنعت دارند، مورد توجه زیادی قرار گرفته است. کاربردهای این نوع کانال‌ها در مواردی مانند، خنک‌کاری قطعات الکتریکی و الکترونیکی (منابع تغذیه، ترانسفورماتورها، بردهای الکترونیکی)، در صنایع انرژی خورشیدی به عنوان جمع‌کننده‌های انرژی خورشیدی و مهندسی هسته‌ای است. از دیگر موارد کاربرد کانال‌های قائم در دودکش نیروگاه‌ها و پالایشگاه‌ها است. در ادامه برخی از کارهایی که در زمینه انتقال گرمای جابه‌جایی نانو سیال انجام شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ناسلت می‌شود. همچنین تغییر عدد ریچاردسون، در اعداد ریچاردسون پایین، ضریب انتقال گرما را بیشتر تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. محمد و همکاران [۸]، افزایش انتقال گرمای جابه‌جایی ترکیبی (انتقال گرمای مختلط بعلاوه تشعشع) نانو سیال را در یک کانال مستطیلی عمودی به صورت عددی بررسی کرده‌اند. دیواره‌های کانال تحت دمای ثابت قرار دارند. در این تحقیق، برای تحلیل جریان نانو سیال از روش تک فاز همگن استفاده شده است. جریان نانو سیال، سه بعدی و آرام در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از نانو سیال، انتقال گرما در حدود ۴۷ درصد افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد رینولدز و رابلی و کاهش نسبت منظری، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

نظری و همکاران [۹]، انتقال گرمای جابه‌جایی نانو سیال آلومینا- آب را داخل یک لوله تحت شار حرارتی ثابت در جریان درهم به صورت آزمایشگاهی، مورد بررسی قرار داده‌اند. هدف از این تحقیق، بررسی تأثیر غلظت ذرات نانو روی انتقال گرما و افت فشار نانو سیال بوده است. نتایج نشان می‌دهد که افزودن نانو ذرات، باعث افزایش ضریب انتقال گرما و عدد ناسلت در جریان درهم می‌شود. کیهانی و همکاران [۱۰]، انتقال گرمای جابه‌جایی و افت فشار نانو سیال آب و اکسید تیتانیوم را در یک جریان آشفته داخل لوله دایره‌ای افقی که تحت شار حرارتی ثابت قرار دارد، به صورت آزمایشگاهی بررسی کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که ضریب انتقال گرما با افزایش کسر حجمی ذرات نانو، افزایش پیدا کرده، ولی تغییرات عدد رینولدز تأثیری روی آن ندارد. همچنین افت فشار نانو سیال، تقریباً برابر با سیال خالص مشاهده شده است. مقربی و همکاران [۱۱]، انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری نانو سیال در یک کانال مستقیم در محیطی متخلخل را به صورت عددی بررسی کرده‌اند. تأثیر پارامترهایی مانند عدد لوییس، عدد اشمیت و حرکت براونی روی ضریب انتقال گرما به طور کامل بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که عدد ناسلت محلی با افزایش عدد لوییس و عدد اشمیت کاهش می‌یابد. همچنین افزایش عدد اشمیت، سبب کاهش گرادیان دمای دیواره می‌شود. ارمغانی و همکاران [۱۲]، تأثیر جریان و مهاجرت نانو ذرات را روی انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری درون یک کانال در حالت جریان متخلخل به صورت عددی بررسی کرده‌اند. توزیع ذرات

هانگ جو و همکاران [۳]، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال در یک جریان آرام و توسعه‌یافته را بین دو صفحه صاف عمودی، به صورت عددی بررسی کرده‌اند. در این تحقیق، اثر عدد گراشف و عدد پرانتل روی پارامترهای جریانی سیال بررسی شده است. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که عدد پرانتل تأثیر بسیار زیادی روی پروفیل‌های سرعت، دما و غلظت دارد. همچنین نشان داده شده است که با استفاده از نانو سیال می‌توان پارامترهای انتقال حرارتی را به میزان قابل توجه بهبود داد. شریعت و همکاران [۴]، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم را در یک کانال بیضوی تحت شار حرارتی ثابت، مورد مطالعه قرار داده‌اند. معادلات حاکم توسط روش حجم محدود گسسته‌سازی شده است. نتایج نشان می‌دهد که به ازای اعداد رینولدز و ریچاردسون ثابت، افزایش کسر حجمی ذرات نانو، باعث افزایش عدد ناسلت شده، ولی ضریب اصطکاک را کاهش می‌دهد. افزایش نسبت منظری نیز، ضریب اصطکاک را کاهش داده، ولی روی عدد ناسلت تأثیر قابل توجهی ندارد. الهیاری و همکاران [۵]، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط جریان نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم را در یک لوله افقی صاف با شار حرارتی غیریکنواخت بررسی کرده‌اند. معادلات حاکم سه بعدی، توسط روش ترکیبی حل شده است. نتایج محاسبات آن‌ها نشان می‌دهد که جریان ثانویه با افزایش عدد رینولدز کاهش و با افزایش غلظت نانو ذرات افزایش می‌یابد. ضریب انتقال گرما نیز بیشتر شده، ولی ضریب اصطکاک تغییر محسوسی نشان نمی‌دهد. اکبری و همکاران [۶]، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم را در یک لوله افقی و مایل تحت شار حرارتی ثابت بررسی کرده‌اند. تأثیر غلظت ذرات نانو و زاویه لوله روی پارامترهای جریانی و حرارتی سیال، بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی ذرات نانو، تأثیری روی مؤلفه‌های جریانی سیال ندارد، ولی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال را افزایش می‌دهد. به عنوان نمونه برای کسر حجمی ۴ درصد، افزایش ۱۵ درصدی برای ضریب انتقال گرما گزارش شد. رحمان و همکاران [۷]، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و مس را در یک کانال مایل با سطح مقطع مثلثی، مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی ذرات نانو، سبب افزایش عدد

بعدی است. برای دیواره‌های کانال نیز، شرط عدم لغزش فرض شده است. جریان سیال در کانال همسو است، بدین معنا که جهت و راستای جریان اصلی سیال و نیروی شناوری در کانال یکی بوده، به عبارتی نیروی شناوری به حرکت سیال در کانال کمک می‌کند. نانو سیال مورد بررسی، آب و اکسید مس است. قطر ذرات نانو ثابت و در حدود ۴۰ نانومتر در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز در محدوده ۷۰۰ تا ۱۹۰۰، عدد گراشف در محدوده 3×10^4 تا 7×10^5 و کسر حجمی ذرات نانو در رنج ۰/۵ تا ۳ درصد تغییر می‌کنند. خواص ترموفیزیکی آب، به عنوان سیال پایه و نانو ذره اکسید مس در جدول ۱ ارائه شده است.

شرایط مرزی :

$$1) \quad Z=0$$

$$u=v=0 \quad \text{و} \quad w=V_i \quad \text{و} \quad T=T_i \quad (1)$$

$$2) \quad Y=0 \quad \text{یا} \quad Y=1cm \quad \text{و} \quad 0 \leq X \leq 1cm$$

$$u=v=w=0 \quad \text{و} \quad q_w = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial Y} \quad (2)$$

$$3) \quad X=0 \quad \text{یا} \quad X=1cm \quad \text{و} \quad 0 \leq Y \leq 1cm$$

$$u=v=w=0 \quad \text{و} \quad q_w = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial X} \quad (3)$$

$$4) \quad Z=1m$$

$$P=P_0 \quad (4)$$

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانو ذره [۱۴]

خواص	$\mu(\text{kg/ms})$	$k(\text{W/m.K})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$c_p(\text{J/kg.K})$
آب	۰/۰۰۰۸۹۴	۰/۶۱۳	۹۹۷/۱	۴۱۷۹
اکسید مس	-	۷۶/۵	۶۳۲۰	۵۳۱/۸

۳- معادلات حاکم و روش حل عددی

همان‌طور که توضیح داده شد، در مدل اویلر- لاگرانژ معادلات بقا برای فاز پیوسته نوشته شده، تأثیر ذرات موجود در آن به صورت یک‌ترم چشمه به معادلات مومنتوم و انرژی اضافه می‌شود.

۳-۱- معادلات

معادله پیوستگی [۱۵]

$$\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f) = 0 \quad (5)$$

معادله مومنتوم [۱۵]

به صورت غیر یکنواخت در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامتر براونی، باعث حرکت ذرات به سمت مرکز کانال شده، همچنین عدد ناسلت را کاهش می‌دهد. افزایش عدد لوییس و اشمیت نیز، عدد ناسلت را کاهش می‌دهد. کیهانی و همکاران [۱۳]، انتقال گرمای جابه‌جایی آشفته و ضریب اصطکاک نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم را داخل یک لوله افقی که تحت شار حرارتی ثابت قرار دارد، به صورت آزمایشگاهی بررسی کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که به ازای کسر حجمی ۲ درصد ذرات نانو، عدد ناسلت در حدود ۲۲ درصد افزایش پیدا کرده است. همچنین در این بررسی، نتایج آزمایشگاهی با روابط تحلیلی موجود مورد مقایسه قرار گرفته است.

در مطالعه حاضر، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس در کانال قائم مربعی به صورت عددی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. برای شبیه‌سازی رفتار نانو سیال، از مدل دو فاز اویلر- لاگرانژ استفاده می‌شود که یکی از معتبرترین مدل‌ها در زمینه جریان‌های چند فازی است. برای گسسته‌سازی معادلات حاکم بر مسئله نیز، از روش حجم کنترل بر پایه روش المان محدود^۱ استفاده شده است. در این تحقیق، تأثیر پارامترهایی مانند، کسر حجمی ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراشف روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال، عدد ناسلت، پروفیل سرعت، پروفیل دما، ضریب اصطکاک و نحوه پخش ذرات مورد تحلیل قرار می‌گیرد. همچنین نیروهای وارد بر ذرات نیز، بررسی می‌شود.

۲- هندسه مسئله و شرایط مرزی

هندسه مورد بررسی در این تحقیق، کانالی قائم به طول ۱ متر با سطح مقطع مربعی به ضلع ۱ سانتی‌متر است. نمای شماتیک هندسه مورد بررسی در شکل ۱، نشان داده شده است. دیواره‌های کانال تحت شار حرارتی ثابت قرار دارند. برای سیال در ورودی کانال سرعت یکنواخت و دمایی ثابت و برای نانو ذرات نیز، سرعت و دمایی مشابه سیال پایه در نظر گرفته شده است. برای خروجی کانال نیز، فشار خروجی برابر فشار اتمسفر فرض شده است. جریان سیال، آرام، پایا و سه

^۱ CVFEM

$$S_{p,e} = \sum \dot{Q} \Delta t \quad (10)$$

که در آن \dot{Q} ، نرخ کلی شار حرارتی تبادل شده میان ذرات و سیال است که به وسیله رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود [۱۷].

$$\dot{Q} = Nu \pi d_p k_f (T_p - T_f) \quad (11)$$

که در آن Nu نیز، از طریق رابطه رنز و مارشال [۱۸] به صورت رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$Nu = 2.0 + 0.6Re_d^{1/2} Pr^{1/3} \quad (12)$$

برای نانو ذرات نیز، معادله حرکت ذره بر اساس قانون دوم نیوتون نوشته می‌شود.

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} \quad (13)$$

با در نظر گرفتن یک حجم کنترل در اطراف ذره و نوشتن قانون بقای انرژی نتیجه به صورت رابطه (۱۴) می‌شود.

$$m_p c_{p,p} \frac{dT_p}{dt} = \dot{Q} \quad (14)$$

۲-۳- نیروها

۲-۳-۱- نیروی پسا (دراگ)

نیروی پسا، برآیند تمام نیروهایی است که هنگام حرکت ذره در سیال، در جهت مخالف حرکت، بر آن وارد می‌شوند. این نیرو با توجه به ضریب دراگ به صورت رابطه (۱۵) بیان می‌شود [۱۹].

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} \rho_f C_D A |\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_p| (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_p) \quad (15)$$

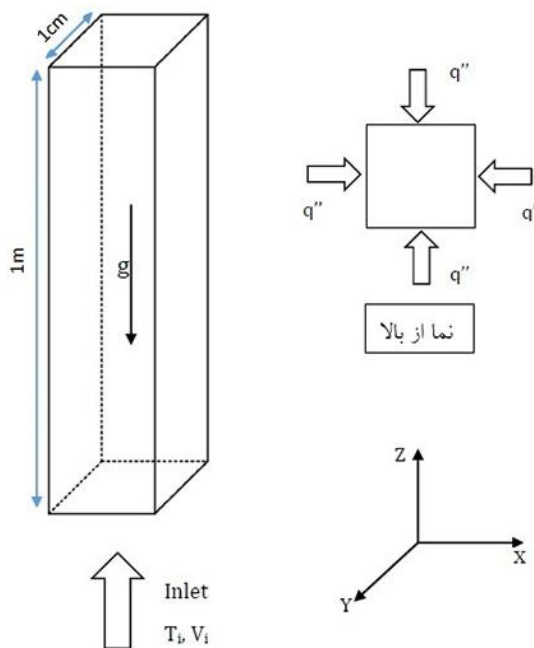
که ρ_f چگالی فاز پیوسته، C_D ضریب دراگ، A مساحت مؤثر ذره در راستای جریان و v_p و v_f به ترتیب، سرعت فاز پیوسته و سرعت ذره است.

۲-۳-۲- نیروی برا (لیفت سافتمن)

سرعت بیشتر در بالای ذره، موجب فشار کمتر و سرعت کمتر در پایین ذره، موجب فشار بیشتر و در نتیجه پدید آمدن نیروی لیفت می‌شود. سافتمن اندازه این نیرو را به صورت رابطه (۱۶) به دست آورد [۲۰].

$$\mathbf{F}_L = \frac{2K_s v^{1/2} \rho_f d_{ij}}{\rho_p d_p (d_{ik} d_{kl})^{1/4}} (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_p) \quad (16)$$

که $K_s = 2.594$ و d_{ij} تانسور تغییر شکل است.



شکل ۱- نمای شماتیک هندسه مسئله

$$\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f \mathbf{v}_f) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_f \nabla \mathbf{v}_f) + \rho_f \mathbf{g} + \mathbf{S}_{p,m} \quad (6)$$

معادله انرژی [۱۶]

$$\nabla \cdot (\rho_f c_{p,f} \mathbf{v}_f T_f) = \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + S_{p,e} \quad (7)$$

در معادله ۶، $\mathbf{S}_{p,m}$ ترم چشمه، بیان‌کننده مومنتوم انتقال‌یافته بین فاز سیال و فاز ذرات است که به وسیله محاسبه تغییر مومنتوم ذرات در گذر از حجم کنترل تعیین می‌شود.

$$\mathbf{S}_{p,m} = \sum \mathbf{F} m_p \Delta t \quad (8)$$

که \mathbf{F} بیان‌کننده حاصل جمع تمام نیروهایی (بر واحد جرم) است که بر ذره وارد می‌شود.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_{VM} + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_P \quad (9)$$

که \mathbf{F}_D نیروی پسا (دراگ)، \mathbf{F}_L نیروی برا (لیفت سافتمن)، \mathbf{F}_B نیروی براونی، \mathbf{F}_T نیروی ترموفورتیک، \mathbf{F}_{VM} نیروی جرم مجازی، \mathbf{F}_G نیروی گرانش و \mathbf{F}_P نیروی گرادیان فشار است که در ادامه توضیح داده خواهند شد.

در رابطه ۷ نیز $S_{p,e}$ ، بیانگر ترم چشمه در اثر تبادل انرژی گرمایی ذره و سیال است و به صورت رابطه (۱۰) بیان می‌شود.

۳-۲-۳- نیروی براونی

نیروی دیگری که بر ذرات ریز پخش شده در سیال وارد می‌شود، نیروی براونی است. به دلیل کوچک بودن ذرات، برخورد ذرات با مولکول‌های سیال و در نتیجه حرکات تصادفی و براونی ذرات در اثر این برخوردها، دارای اهمیت است. اجزای نیروی براونی به وسیله فرایند اختلالی گاوسی با شدت طیف S_{ij}^n مدل می‌شود که بر طبق آن [۲۱]:

$$S_{ij}^n = S_0 \delta_{ij} \quad (۱۷)$$

که S_{ij} ، دلتای کروکر است.

$$S_0 = \frac{216\nu k_B T}{\pi^2 \rho_f d^5 (\rho_p / \rho_f)^2 C_c} \quad (۱۸)$$

که T دمای مطلق سیال، ν ویسکوزیته سینماتیکی و k_B ثابت بولتزمن است. بزرگی اجزای نیروی براونی به فرم رابطه (۱۹) است.

$$\mathbf{F}_B = G_i \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}} \quad (۱۹)$$

که G_i عدد تصادفی گوس با واریانس مستقل واحد و متوسط صفر است.

۳-۲-۴- نیروی ترموفورتیک

زمانی که یک جریان سیال در جهت گرادیان دما حرکت می‌کند، نیرویی را به ذراتی که در مسیرش قرار دارد، وارد می‌کند که به این نیرو، نیروی ترموفورتیک گفته می‌شود. این نیرو به وسیله رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{F}_T = -D_{T,p} \frac{1}{m_p T} \nabla T \quad (۲۰)$$

که $D_{T,p}$ ضریب ترموفورتیک است. تالبوت مقدار رابطه (۲۱) را برای آن پیشنهاد داده است [۲۲]:

$$D_{T,p} = \frac{6\pi d_p \mu_f^2 C_s \left(\frac{k_f}{k_p} + 2C_i Kn \right)}{\rho_f (1 + 6C_m Kn) \left(1 + 2\frac{k_f}{k_p} + 4C_i Kn \right)} \quad (۲۱)$$

در رابطه بالا $Cm=2.28$ ، $Cs=1.17$ و $Ct=4.36$ به ترتیب، ضریب مبادله مومنتوم، ضریب لغزش گرمایی و ضریب جهش گرمایی می‌باشند. Kn نیز عدد نادسن است.

۳-۲-۵- نیروی جرم مجازی

وقتی که یک جسم در یک سیال شتاب داده می‌شود، یک شتاب مشابهی وجود دارد که در اثر حرکت ذره بر سیال اطراف آن وارد می‌شود. نیروی مورد نیاز برای ایجاد این شتاب، نیروی جرم مجازی نام دارد که به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود [۲۳]:

$$\mathbf{F}_{vm} = \frac{1}{2} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{d}{dt} (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_p) \quad (۲۲)$$

۳-۲-۶- نیروی گرادیان فشار و گرانش

این دو نیرو نیز از روابط (۲۳-۲۴) به دست می‌آید [۱۵].

$$\mathbf{F}_p = \left(\frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \mathbf{v}_p \cdot \nabla \mathbf{v}_f \quad (۲۳)$$

$$\mathbf{F}_G = \frac{\mathbf{g}(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} \quad (۲۴)$$

۳-۳- اعداد بی بعد

اعداد بی بعد مورد استفاده در این مقاله نیز به شرح زیر می‌باشند [۲۴]:

عدد رینولدز

$$Re = \frac{w D_h}{\nu} \quad (۲۵)$$

عدد پراتل

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (۲۶)$$

عدد پکله

$$Pe = Re \cdot Pr \quad (۲۷)$$

عدد گراشف

$$Gr = \frac{g \beta q D_h^4}{k \nu^2} \quad (۲۸)$$

عدد ریچاردسون

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (۲۹)$$

عدد رایلی

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (۳۰)$$

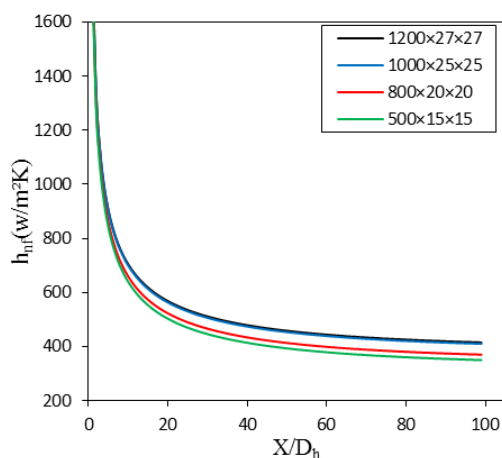
$$|\psi^n - \psi^{n-1}| \leq 10^{-6} \quad (31)$$

که n شماره تکرار و ψ نماینده متغیرهای وابسته (u, v, w, T, ϕ) ، در معادلات غیرخطی جریان است.

۴- استقلال نتایج از شبکه

در ابتدا استقلال نتایج از شبکه مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، فرایند حل برای شبکه‌های مختلفی برای نانو سیال آب و اکسید مس به ازای اعداد رینولدز ۷۰۰، گراشف 5×10^5 و کسر حجمی ذرات نانو ۱ درصد انجام شده است.

نتایج در شکل ۲ و جدول شماره ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۲ و جدول شماره ۲ مشخص است، به ازای شبکه‌های بزرگ‌تر از $1000 \times 25 \times 25$ ، ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال و همچنین عدد ناسلت توسعه‌یافته از شکل شبکه مستقل می‌باشند؛ بنابراین شبکه $1000 \times 25 \times 25$ گره برای تحلیل انتخاب می‌شود که شامل، ۲۵ گره در جهت عرضی و طولی و ۱۰۰۰ گره در جهت ارتفاع است.



شکل ۲- بررسی استقلال نتایج از شبکه برای نانو سیال آب

و اکسید مس
($Re=700$, $Gr=5 \times 10^5$, $\phi=1\%$)

۵- اعتبارسنجی حل

به منظور اعتبارسنجی نتایج تحلیل عددی حاضر، سه شبیه‌سازی عددی انجام و نتایج حاصل از آن‌ها، با نتایج کار محققان دیگر مقایسه می‌شود.

۳-۴- روش حل عددی

معادلات حاکم بر مسئله توسط روش حجم کنترل بر پایه روش المان محدود گسسته‌سازی شده‌اند [۲۵]. این روش، از مزیت‌های هر دو روش حجم محدود و المان محدود بهره می‌برد. با توجه به دشواری‌های موجود در همگرایی نتایج در روش اویلر- لاگرانژ، برای همگرایی بهتر جواب‌ها از شبکه یکپارچه^۱ استفاده شده است. برای گسسته‌سازی معادله‌های مومنوم و انرژی از طرح اختلاف بالادستی و جهت حفظ کوپلینگ میدان‌های سرعت و فشار، از الگوریتم میان‌بایی رای-چو^۲ [۲۶] استفاده شده است. همچنین کوپلینگ میان سیال پایه و نانو ذرات به صورت دوطرفه^۳ تعریف شده است، بدین معنا که اثر متقابل ذرات و سیال پایه بر یکدیگر لحاظ شده است، به دلیل گرادیان بالای سرعت و دما در نزدیکی دیواره‌ها و ورودی کانال، تراکم شبکه در این نواحی نسبت به نواحی دیگر کانال بیشتر در نظر گرفته شده است. بدین معنی که برای داشتن جواب‌هایی دقیق‌تر، سلول‌های شبکه در ورودی و همچنین در نزدیکی دیواره‌های کانال، نسبت به نواحی دیگر ریزتر در نظر گرفته شده است. با توجه به پیچیدگی‌های موجود در مدل‌سازی دو فاز، از بسته نرم افزاری انسیس سی اف ایکس^۴ [۲۷] کمک گرفته شده است. لازم به ذکر است که برای اعمال تمام نیروهای ارائه شده، زیرروال‌هایی^۵ به زبان فرترن کد نویسی و به نرم افزار اضافه شده است. برای آنکه حل از دقت قابل قبولی برخوردار باشد، می‌بایست که بازه‌های زمانی دنبال کردن ذرات بسیار کوچک انتخاب شوند. در این تحقیق، بازه زمانی $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که این نکته منافاتی با حل جریان پایای سیال ندارد؛ چرا که حل جریان سیال مستقل از حل مکان ذرات بوده، تنها در هر بار تکرار موقعیت ذره، ترم چشمه در معادله مومنوم به‌روز می‌شود و جریان سیال حل می‌شود.

با توجه به ماهیت تکرار روش حل، از معیار همگرایی رابطه (۳۱) استفاده شده است.

¹ Co-located Grid

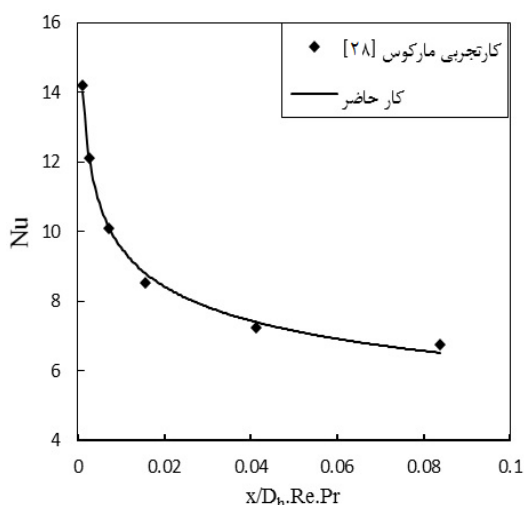
² Rhie-chow interpolation algorithm

³ Two-Way Coupling

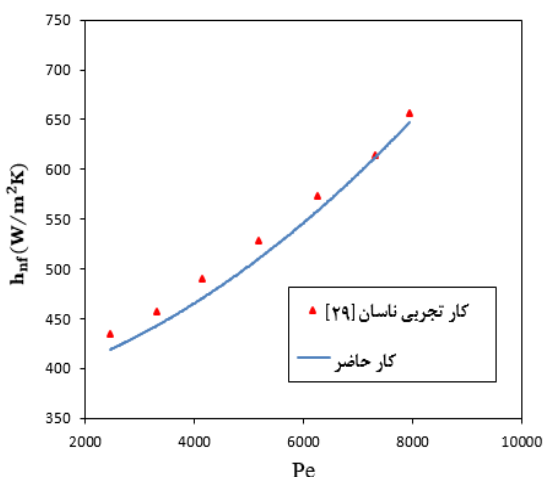
⁴ Ansys CFX

⁵ Subroutines

مختلط به همراه تشعشع) نانو سیالات مختلف در یک کانال مستطیلی عمودی با نسبت منطری‌های مختلف به وسیله مدل تک فاز همگن، مورد بررسی قرار گرفته است. اعتبارسنجی برای عدد رینولدز ۵۰۰، عدد رایلی $10^6 \times 5$ ، نسبت منطری ۱ (مربع)، کسر حجمی ۲ درصد و برای نانو سیال آب و اکسید سیلیکون انجام شده است. نتایج در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۳- اعتبارسنجی نتایج عددی با داده‌های تجربی مارکوس [۲۸] (Re=500, Ra=1.35×10⁶, AR=0.375, Θ=30, Water)



شکل ۴- اعتبارسنجی نتایج عددی با داده‌های تجربی ناسان [۲۹] (CuO+Water, φ=1%)

جدول ۲- استقلال نتایج از شبکه
Re=700, Gr=5×10⁵, φ=1%

شبه	عدد ناسلت
۵۰۰*۱۵*۱۵	۵/۵۴
۸۰۰*۲۰*۲۰	۵/۸۶
۱۰۰۰*۲۰*۲۰	۶/۴۵
۱۰۰۰*۲۵*۲۵	۶/۵۲
۱۲۰۰*۲۷*۲۷	۶/۵۲

۵-۱- شبیه‌سازی اول

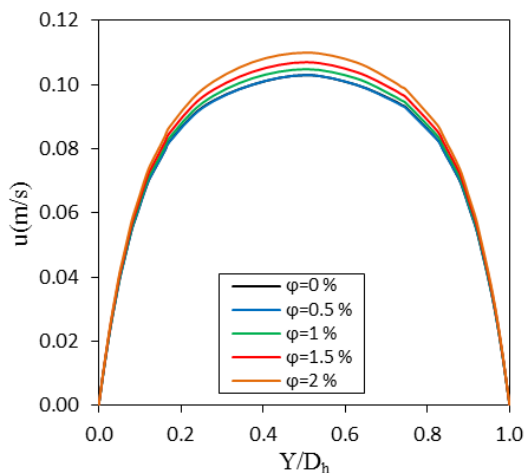
مقایسه با کار تجربی مارکوس [۲۸] انجام شده است. در این کار، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط سیال آب در کانال مستطیلی با نسبت طول به عرض ۲/۶۶۷ و ۰/۳۷۵ تحت زوایای مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به ازای عدد رینولدز ۵۰۰، عدد گراشف $10^6 \times 1/35$ ، نسبت منطری ۰/۳۷۵ و زاویه ۳۰ درجه برای ناحیه درحال توسعه ارائه شده است. شکل ۳، نتایج حاصل از اعتبارسنجی را نشان می‌دهد. از شکل ۳ به خوبی مشخص است که نتایج تحلیل عددی، انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی مارکوس دارند. به طوری که حداکثر خطا در حدود ۴/۶ درصد است.

۵-۲- شبیه‌سازی دوم

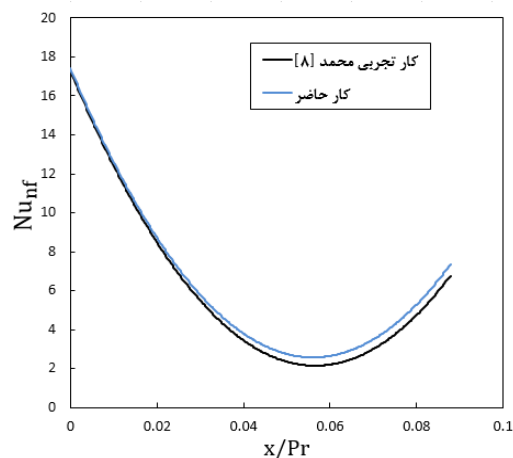
مقایسه با کار تجربی ناسان و همکاران [۲۹] انجام شده است. این پژوهش برای نانو سیالات (آب و اکسید مس) و (آب و اکسید آلومینیوم) انجام شده است. کانال مورد تحلیل، افقی بوده، دارای سطح مقطع مربعی است. دیواره‌های کانال تحت شار ثابت ۱۸۵۰۰ وات بر مترمربع قرار دارند. اعتبارسنجی برای نانو سیال آب و اکسید مس به ازای غلظت ۱ درصد ذرات نانو انجام شده است. شکل ۴، نتایج این اعتبارسنجی را نشان می‌دهد. در این حالت نیز، حداکثر خطا در حدود ۳/۳ درصد است.

۵-۳- شبیه‌سازی سوم

مقایسه با نتایج محمد و همکارانش [۸] انجام شده است. در این پژوهش، انتقال گرمای جابه‌جایی ترکیبی (جابجایی



شکل ۶- نمودار تغییرات سرعت در عرض کانال به ازای تغییر کسر حجمی ذرات نانو ($Re=700, Gr=5 \times 10^5$)



شکل ۵- اعتبارسنجی نتایج عددی با داده‌های پژوهش محمد [۸] ($Re=500, Ra=5 \times 10^6, \phi=2\%, \text{Water}+\text{SiO}_2$)

عدد رینولدز ۷۰۰ و عدد گراشف 5×10^5 در نظر گرفته شده است. در شکل ۶ به خوبی مشخص است که با افزایش کسر حجمی ذرات نانو، ماکزیمم سرعت در عرض کانال افزایش می‌یابد. به طور کلی با افزایش کسر حجمی ذرات نانو خواص نانو سیال تغییر کرده، به دلیل ثابت ماندن عدد رینولدز، سرعت جریان بیشتر می‌شود.

شکل ۷، تغییرات سرعت در عرض کانال را به ازای تغییرات عدد گراشف نشان می‌دهد. کسر حجمی ذرات نانو ۱/۵ درصد و عدد رینولدز ۳۰۰ در نظر گرفته شده است. عدد گراشف در محدوده‌ی 5×10^4 تا 1×10^5 تغییر می‌کند. همان طور که در شکل دیده می‌شود، به ازای کسر حجمی و عدد رینولدز ثابت، با افزایش عدد گراشف، ماکزیمم سرعت در عرض کانال کاهش می‌یابد. این کاهش به این دلیل است که با افزایش عدد گراشف، نیروی شناوری نیز افزایش می‌یابد. افزایش نیروی شناوری در کنار دیواره‌ها، باعث سرعت گرفتن سیال نزدیک دیواره می‌شود. از سویی دیگر، چون دبی سیال ورودی ثابت است، این افزایش سرعت در کناره‌های دیواره با کاهش سرعت در مرکز کانال و یا حوالی آن باید جبران شود. به همین دلیل در اعداد گراشف بالا، سرعت در مرکز کانال نسبت به اعداد گراشف پایین دارای مقدار کمتری است.

از نمودارهای نشان داده شده به خوبی مشخص است که نتایج تحلیل عددی، انطباق خوبی با نتایج پژوهشگران دیگر دارد. البته در شبیه‌سازی سوم اختلافی بین نتایج وجود دارد که به دلیل اختلاف بین نتایج حل همگن و اویلر- لاگرانژ است. بعد از حصول اطمینان از صحت نتایج تحلیل عددی، نتایج برای نانو سیال آب و اکسید مس برای حالات مختلف ارائه می‌شود.

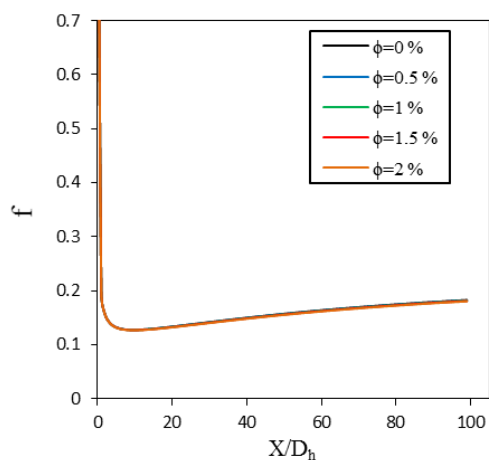
۶- نتایج و بحث

بعد از حصول اطمینان از صحت نتایج تحلیل عددی، نتایج تحلیل شرایط جریان و ویژگی‌های انتقال حرارت نانو سیال آب و اکسید مس برای حالات مختلف ارائه می‌شود. ابتدا پارامترهای جریانی سیال بررسی می‌شود.

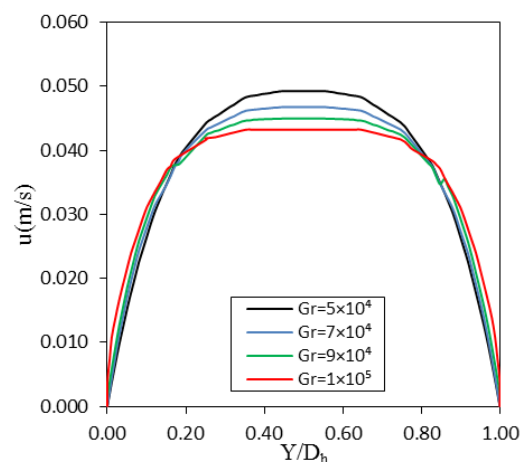
۶-۱- پروفیل سرعت

به عنوان پارامتر اول، تأثیر تغییرات کسر حجمی ذرات نانو و عدد گراشف روی پروفیل سرعت در عرض کانال بررسی می‌شود.

نمودار ۶، تغییرات سرعت در عرض کانال را به ازای تغییرات کسر حجمی ذرات نانو نشان می‌دهد. در این بررسی،



شکل ۸- تغییرات ضریب اصطکاک به ازای تغییر کسر حجمی ذرات نانو ($Re=700, Gr=5 \times 10^5$)



شکل ۷- نمودار تغییرات سرعت در عرض کانال به ازای تغییر عدد گراشف ($Re=300, \phi=1.5\%$)

شکل ۹، نمودار تغییرات ضریب اصطکاک داخل کانال قائم به ازای تغییرات عدد گراشف است. برای بررسی این حالت، عدد رینولدز 300 ، درصد کسر حجمی ذرات نانو $1/5$ درصد و عدد گراشف در محدوده 3×10^4 تا 5×10^5 (عدد ریچاردسون از $0/3$ تا $5/5$) در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل ۹ مشخص است، با افزایش عدد گراشف به ازای عدد رینولدز و کسر حجمی ثابت، ضریب اصطکاک روی دیواره‌های کانال افزایش می‌یابد. در حالت کلی برای اینکه بتوانیم عدد گراشف را با ثابت نگه داشتن کسر حجمی ذرات نانو افزایش دهیم، شار اعمالی به دیواره‌های کانال را باید افزایش دهیم. همین امر، باعث بیشتر شدن نیروی شناوری در کانال و به تبع آن بیشتر شدن سرعت در نزدیکی دیواره‌ها می‌شود. به دلیل ثابت بودن سرعت در کانال (به دلیل ثابت بودن رینولدز)، سرعت در مرکز کانال باید کاهش می‌یابد. همین تغییر سرعت، سبب بیشتر شدن گرادیان سرعت نزدیک دیواره شده، نتیجه آن تنش برشی روی دیواره‌های کانال بیشتر می‌شود. همین امر، باعث افزایش ضریب اصطکاک روی دیواره‌ها می‌شود. به طور کلی، هرچه از اعداد ریچاردسون پایین (جابجایی اجباری) به سمت اعداد ریچاردسون بالا (جابجایی آزاد) حرکت کنیم، ضریب اصطکاک روی دیواره‌ها زیاد می‌شود.

شکل ۱۰، تغییرات ضریب اصطکاک دیواره‌های کانال را برحسب تغییرات عدد رینولدز نشان می‌دهد. بدین منظور، کسر حجمی ذرات نانو $1/5$ درصد و عدد گراشف 5×10^5 در

۶-۲- ضریب اصطکاک

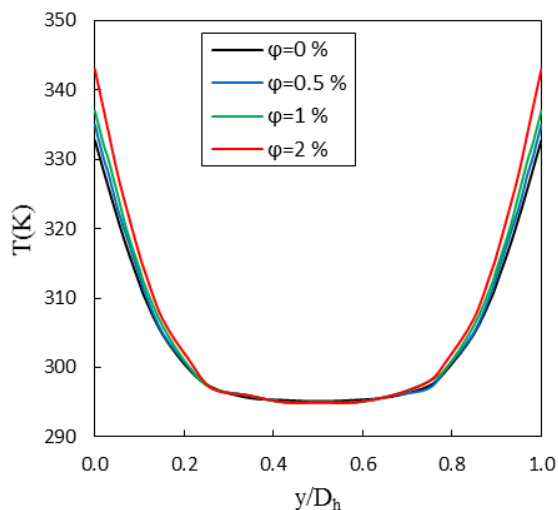
یکی دیگر از پارامترهای مهم جریان داخل کانال‌ها، ضریب اصطکاک است. تغییر این پارامتر در ناحیه در حال توسعه داخل کانال‌ها دارای اهمیت بیشتری است. در ادامه تأثیر تغییر کسر حجمی ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراشف روی ضریب اصطکاک در حالت انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط در کانال قائم بررسی می‌شود.

شکل ۸، تغییرات ضریب اصطکاک در کانال قائم را به ازای تغییرات کسر حجمی ذرات نانو نشان می‌دهد. بدین منظور، عدد رینولدز 700 و عدد گراشف 5×10^5 در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل ۸ مشخص است، افزایش کسر حجمی ذرات نانو، تأثیر قابل توجهی روی ضریب اصطکاک در انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط ندارد. این بدین معناست که با افزایش کسر حجمی ذرات نانو، می‌توان انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال را بدون داشتن افت فشار بیشتر، افزایش داد. از سویی دیگر مشاهده می‌شود که در جهت طولی کانال، ضریب اصطکاک در حال افزایش است. به عنوان مثال، در کسر حجمی 2 درصد، ضریب اصطکاک در ابتدای کانال در حدود $0/12$ بوده، ولی در انتهای کانال به مقدار $0/18$ افزایش می‌یابد که دلیل آن، افزایش سرعت سیال نزدیک دیواره به واسطه افزایش تأثیر نیروی شناوری در جهت طولی کانال است.

گراش (عدد ریچاردسون) روی پروفیل دما در عرض کانال تحلیل می‌شود.

شکل ۱۱، نمودار تغییرات پروفیل دما را به ازای تغییرات کسر حجمی ذرات نانو در عرض کانال نشان می‌دهد. عدد رینولدز ۷۰۰ و عدد گراش 5×10^5 در نظر گرفته شده است. از نمودار مشخص است که دما در مرکز کانال به ازای تغییرات کسر حجمی ذرات نانو، تغییر محسوسی از خود نشان نمی‌دهد، ولی روی دیواره‌های کانال با افزایش کسر حجمی، دما افزایش می‌یابد که دلیل اصلی آن را می‌توان افزایش شار عملی به دیواره‌ها برای ثابت نگاه‌داشتن عدد گراش دانست که سبب افزایش نیروی شناوری شده، اختلاف دمای بین دیواره‌ها و سیال را افزایش می‌دهد.

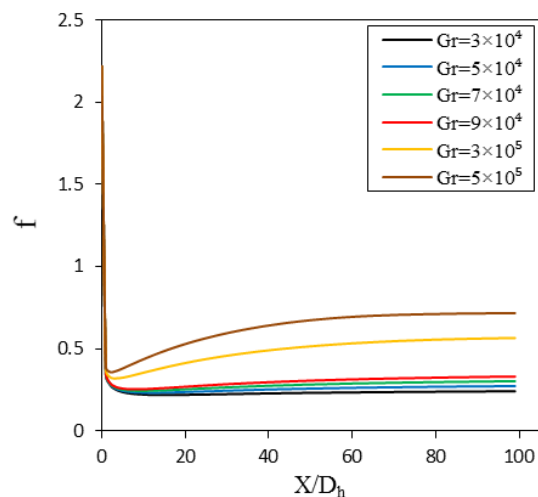
شکل ۱۲، نمودار تغییرات پروفیل دما را به ازای تغییرات عدد گراش در عرض کانال نشان می‌دهد. بدین منظور، عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی ذرات ۱/۵ درصد در نظر گرفته شده است. از نمودار مشخص است که تغییر عدد گراش تأثیر زیادی روی پروفیل دما دارد؛ به طوری که با افزایش عدد گراش، دما در مرکز و روی دیواره‌های کانال افزایش می‌یابد که این افزایش روی دیواره‌ها شدت بیشتری دارد که این امر، مربوط به افزایش نیروی شناوری به دلیل افزایش شار عملی به دیواره‌ها است.



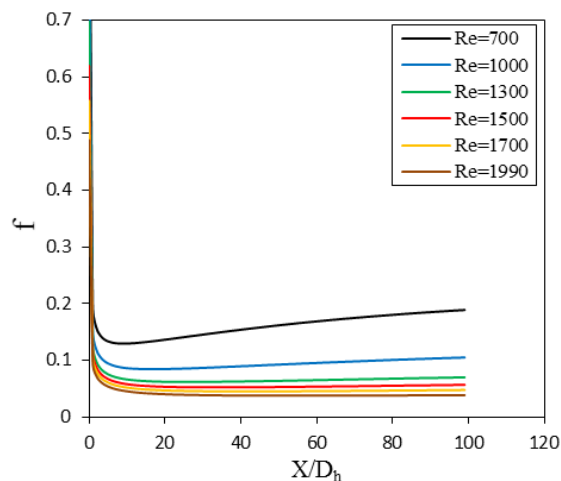
شکل ۱۱- نمودار تغییرات دما در عرض کانال به ازای تغییر

کسر حجمی ذرات نانو
($Re=700, Gr=5 \times 10^5$)

نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشخص است، افزایش عدد رینولدز، باعث کاهش ضریب اصطکاک دیواره‌ها می‌شود. به طور کلی، افزایش عدد رینولدز به ازای غلظت ثابت ذرات نانو، منجر به بیشتر شدن سرعت سیال در کانال شده، ضریب اصطکاک را کاهش می‌دهد.



شکل ۹- تغییر ضریب اصطکاک به ازای تغییر عدد گراش
($Re=300, \phi=1.5\%$)



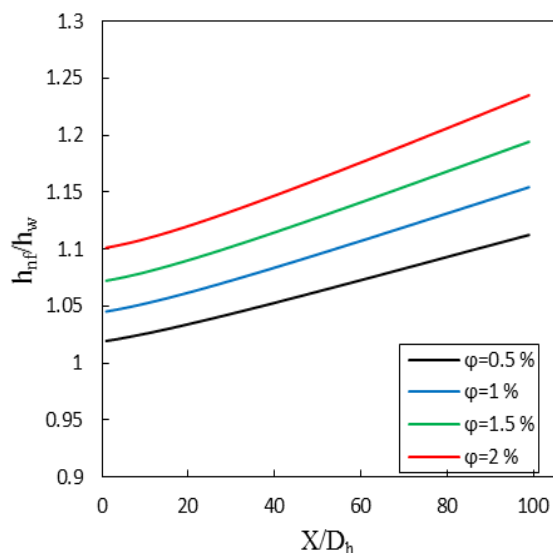
شکل ۱۰- تغییر ضریب اصطکاک به ازای تغییر عدد رینولدز
($Gr=5 \times 10^5, \phi=1.5\%$)

۳-۶- پروفیل دما

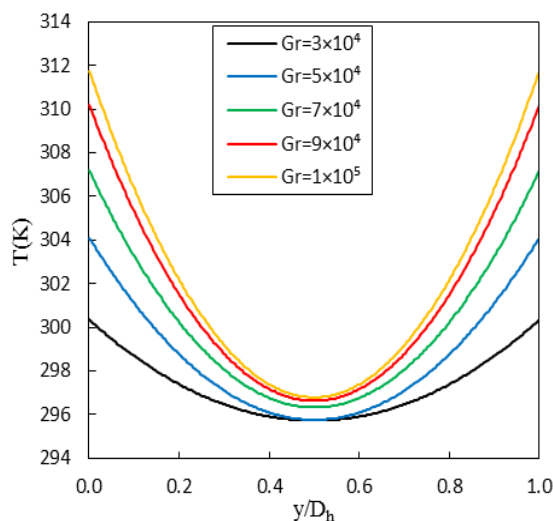
در این مرحله، پروفیل دما در عرض کانال بررسی می‌شود. بدین منظور، تأثیر تغییرات کسر حجمی ذرات نانو و عدد

که افزایش کسر حجمی، باعث افزایش در ضریب انتقال گرما می‌شود. به عنوان مثال، در کسر حجمی ۲ درصد، مقدار ضریب انتقال گرمای نانو سیال نسبت به سیال خالص، در حدود ۲۵ درصد افزایش را در انتهای کانال نشان می‌دهد، در حالی که این مقدار برای کسر حجمی ۰/۵ درصد ذرات نانو، در حدود ۱۲ درصد است.

در شکل ۱۴ نیز، نمودار تغییرات عدد ناسلت به ازای تغییرات کسر حجمی ذرات نانو برای عدد رینولدز ۷۰۰ و عدد گراش 5×10^5 نشان داده شده است. از شکل به خوبی مشخص است که با افزایش کسر حجمی ذرات نانو، عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. از دلایل اصلی این افزایش می‌توان به بیشتر شدن برخوردها در نانو سیال به دلیل بیشتر شدن ذرات در آن اشاره کرد. از سویی دیگر، برای اینکه عدد گراش ثابت بماند، با زیاد شدن کسر حجمی ذرات نانو، شار عملی به دیواره‌های کانال را باید افزایش دهیم که همین امر باعث می‌شود، انرژی بیشتری به ذرات و سیال منتقل شده که موجب حرکت بیشتر ذرات می‌شود؛ در نتیجه تعداد برخوردها نیز بیشتر شده، ضریب انتقال گرما افزایش می‌یابد. بیشتر شدن سرعت نانو سیال به دلیل تغییر خواص آن (به دلیل ثابت ماندن رینولدز)، یکی دیگر از دلایل این افزایش است.



شکل ۱۳- تأثیر غلظت نانو ذرات در بهبود انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال ($Re=700, Gr=5 \times 10^5$)

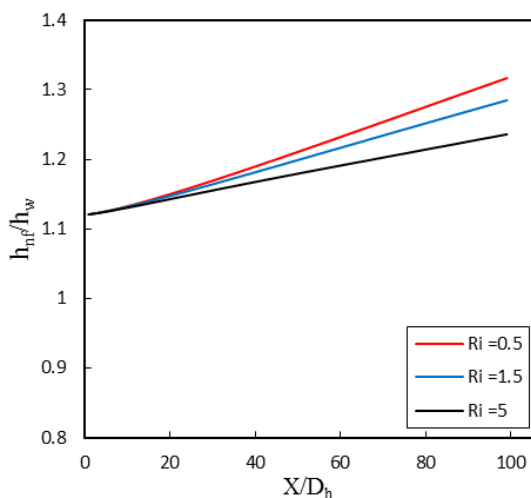


شکل ۱۲- نمودار تغییرات دما در عرض کانال به ازای تغییر عدد گراش ($Re=300, \phi=1.5\%$)

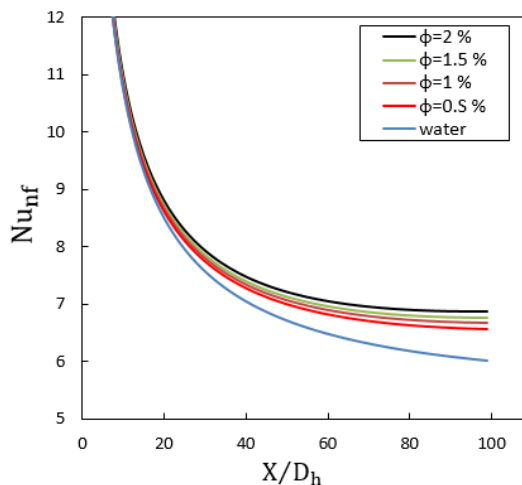
۶-۴- ضریب انتقال گرما و عدد ناسلت در جابجایی مختلط

نوبت به بررسی ضریب انتقال گرما و عدد ناسلت در جابجایی مختلط نانو سیال در کانال قائم می‌رسد. بدین منظور، تأثیر تغییرات کسر حجمی ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراش در حالت انتقال گرمای جابجایی مختلط در کانال قائم در نظر گرفته شده است.

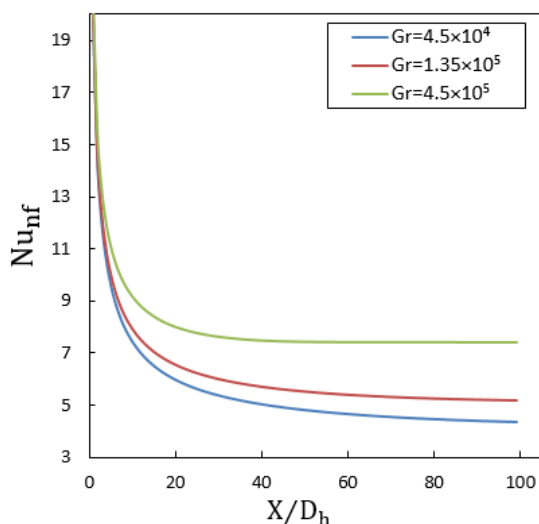
در ابتدا تأثیر تغییرات کسر حجمی ذرات نانو روی ضریب انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس بررسی می‌شود. بدین منظور، عدد رینولدز ثابت و برابر ۷۰۰ و عدد گراش برابر 5×10^5 در نظر گرفته می‌شود. به بیانی دیگر، تغییرات ضریب انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال به ازای عدد ریچاردسون ثابت یک بررسی می‌شود؛ یعنی حالتی که هر دو مکانیزم انتقال گرمای جابجایی (جابجایی آزاد و اجباری) دارای اهمیت بوده، از هیچ‌کدام از آن‌ها در مقابل دیگری نمی‌توان صرف‌نظر کرد. سپس نسبت ضریب انتقال گرمای جابجایی نانو سیال آب و اکسید مس به ضریب انتقال گرمای جابجایی آب محاسبه می‌شود تا میزان بهبود انتقال حرارت مشخص شود. روند تغییرات در شکل ۱۳ نشان داده شده است. در شکل ۱۳ به خوبی مشخص است که ضریب انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال با افزایش کسر حجمی رابطه مستقیم دارد، به طوری



شکل ۱۵- تأثیر عدد ریچاردسون در بهبود انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال (Re=300, $\phi=3\%$)



شکل ۱۴- تأثیر تغییر غلظت ذرات نانو بر روی عدد ناسلت در انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال (Re=700, Gr=5×10⁵)



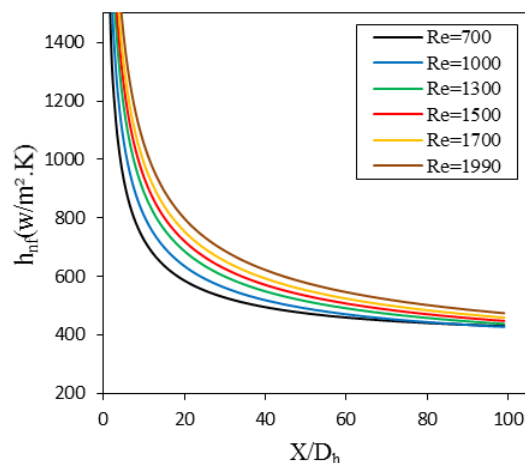
شکل ۱۶- تأثیر تغییر عدد گراشف روی عدد ناسلت در انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال (Re=300, $\phi=3\%$)

برای نشان دادن تأثیر تغییرات عدد گراشف (عدد ریچاردسون) روی بهبود انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال، نسبت ضریب انتقال گرمای جابجایی نانو سیال آب و اکسید مس به ضریب انتقال گرمای آب خالص در عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی ۳ درصد ذرات نانو به ازای تغییرات عدد ریچاردسون در شکل ۱۵ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۵ مشخص است، با افزایش عدد ریچاردسون نسبت ضریب انتقال گرمای نانو سیال به آب در حال کاهش است که نشان‌دهنده این نکته است که ضریب انتقال گرمای آب، نسبت به نانو سیال با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد. در شکل ۱۶ نیز، تغییرات عدد ناسلت به ازای تغییرات عدد گراشف نشان داده شده است. به خوبی مشخص است که با افزایش گراشف، عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. از دلایل اصلی این روند، بیشتر شدن شار اعمالی به دیواره‌های کانال به دلیل افزایش عدد گراشف است. این امر باعث می‌شود که انرژی بیشتری به ذرات و سیال منتقل شده که موجب حرکت بیشتر ذرات می‌شود؛ در نتیجه تعداد برخوردها بیشتر شده، انتقال گرما افزایش می‌یابد.

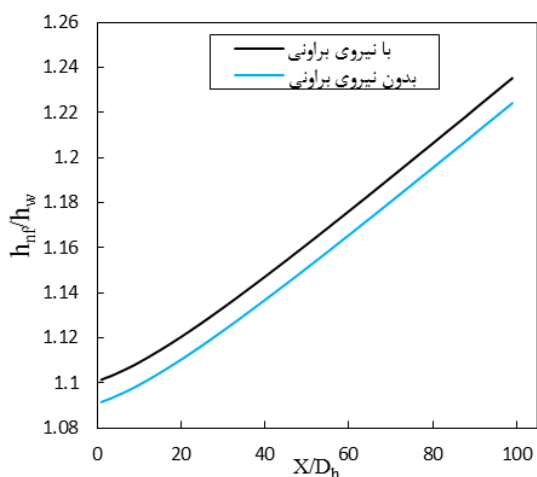
در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است، افزایش رینولدز به ازای کسر حجمی و عدد گراشف ثابت، باعث افزایش ضریب انتقال گرما و عدد ناسلت می‌شود؛ زیرا افزایش عدد رینولدز، باعث بیشتر شدن سرعت سیال در کانال شده که افزایش انتقال گرمای جابجایی را به دنبال خواهد داشت.

برای بررسی اثر تغییر عدد رینولدز روی عدد ناسلت و ضریب انتقال گرمای جابجایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس، کسر حجمی ذرات نانو ثابت و برابر ۱/۵ درصد و عدد گراشف $5/5 \times 10^5$ در نظر گرفته می‌شود. نمودار تغییرات

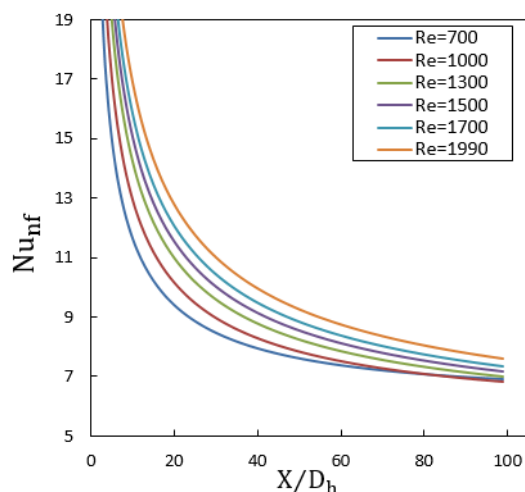
اهمیت است که تأثیر این برخوردها به وسیله نیروی براونی نشان داده می‌شود. نیروی ترموفورتیک نیز، نیرویی است که به دلیل وجود گرادیان دما در سیال، بر ذره وارد می‌شود. برای بررسی تأثیر این دو نیرو روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط، نانو سیال آب و اکسید مس را با کسر حجمی ۱/۵ درصد در نظر می‌گیریم. عدد رینولدز ۷۰۰ و عدد گراشف 5×10^5 در نظر گرفته می‌شود. ضریب انتقال گرما را یک‌بار در حضور این دو نیرو و یک‌بار در غیاب آن‌ها در طول کانال محاسبه می‌کنیم. نتیجه این مقایسه‌ها، در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است.



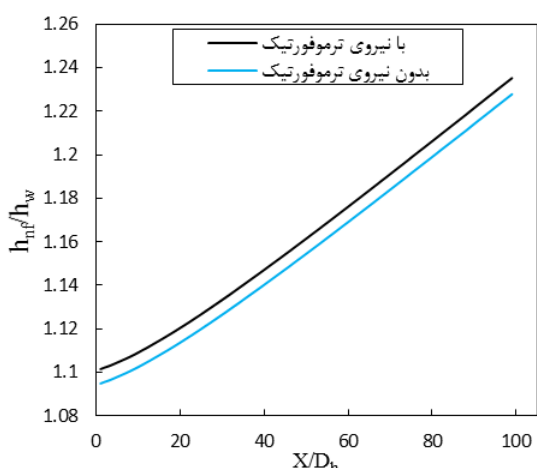
شکل ۱۷- تأثیر عدد رینولدز بر روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال ($Gr=5 \times 10^5$, $\phi=1.5\%$)



شکل ۱۹- تأثیر نیروی براونی بر روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی نانو سیال ($Re=700$, $Ri=1$, $\phi=1.5\%$)



شکل ۱۸- تأثیر تغییر عدد رینولدز بر روی عدد ناسلت در انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال ($Gr=5 \times 10^5$, $\phi=1.5\%$)

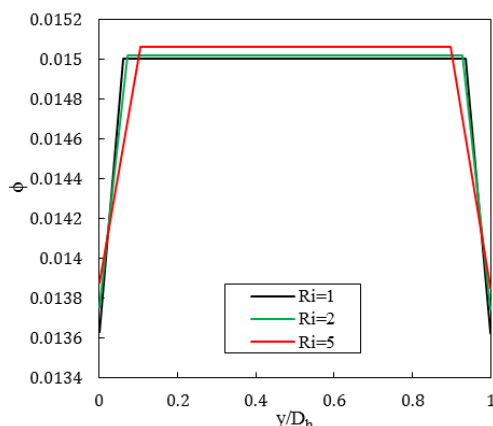


شکل ۲۰- تأثیر نیروی ترموفورتیک بر روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی نانو سیال ($Re=700$, $Ri=1$, $\phi=1.5\%$)

۵-۶- نیروی وارد بر ذرات

در ادامه نوبت به بررسی اثر نیروهای وارد بر ذرات، روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال می‌رسد. نیروهای وارد بر ذرات عبارتند از: نیروهای دراگ، لیفت، براونی، ترموفورتیک، گرادیان فشار، جرم مجازی و نیروی گرانش.

از میان نیروهای بالا دو نیروی براونی و ترموفورتیک، دارای اهمیت بیشتری می‌باشند. برای ذرات زیر میکرون اثر برخورد بین ذرات با یکدیگر و مولکول‌های سیال بسیار حائز



شکل ۲۱- نحوه توزیع ذرات در مقطع کانال به ازای تغییر عدد ریچاردسون ($Re=700, \phi=1.5$)

۱. افزایش کسر حجمی ذرات نانو به ازای عدد رینولدز و گراشف ثابت، به دلیل بیشتر کردن برخوردها در نانو سیال (به دلیل بیشتر شدن ذرات)، بیشتر شدن سرعت نانو سیال (به دلیل ثابت ماندن رینولدز) و بیشتر شدن شار اعمالی به دیواره‌های کانال (به دلیل ثابت ماندن گراشف)، باعث افزایش ضریب انتقال گرما و عدد ناسلت می‌شود.

۲. با در نظر گرفتن سه پارامتر کسر حجمی ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراشف، افزایش عدد رینولدز (به دلیل بیشتر کردن سرعت نانو سیال) و عدد گراشف (به دلیل بیشتر شدن شار اعمالی به دیواره‌ها)، به ازای ثابت ماندن دو پارامتر دیگر، ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال و عدد ناسلت را افزایش می‌دهد.

۳. افزایش کسر حجمی ذرات نانو، به ازای عدد رینولدز و گراشف ثابت (عدد ریچاردسون ثابت)، سرعت ماکزیمم نانو سیال در عرض کانال را افزایش می‌دهد؛ درحالی‌که افزایش عدد گراشف به ازای کسر حجمی و رینولدز ثابت، سبب کم شدن سرعت ماکزیمم در عرض کانال می‌شود که دلیل اصلی آن، افزایش نیروی شناوری به دلیل افزایش گراشف است. افزایش نیروی شناوری، باعث بیشتر شدن سرعت در نزدیکی دیواره‌ها شده که به دلیل ثابت ماندن سرعت میانگین در مقطع کانال، سرعت در مرکز کانال را کاهش می‌دهد.

همان‌طور که از شکل‌ها مشخص است، در نظر نگرفتن دو نیروی براونی و ترموفورتیک سبب می‌شود که مقدار به دست آمده برای ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی در طول کانال، کمتر از مقدار مورد نظر باشد. این کاهش برای نیروی براونی در حدود ۰/۹ درصد و برای نیروی ترموفورتیک در حدود ۰/۶ درصد است. پس می‌توان نتیجه گرفت که در نظر نگرفتن دو نیروی براونی و ترموفورتیک در محاسبه ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی نانو سیال، خطای کمی را به همراه خواهد داشت.

۶-۶- توزیع ذرات

بعد از بررسی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال، ضریب اصطکاک روی دیواره، پروفیل سرعت، پروفیل دما و نیروها، نوبت به بررسی نحوه توزیع ذرات در مقطع کانال می‌رسد. بدین منظور، نحوه توزیع ذرات در مقطع کانال، در میانه کانال برای کسر حجمی ۱/۵ درصد ذرات نانو، عدد رینولدز ۳۰۰ و به ازای تغییرات عدد ریچاردسون در شکل ۲۱ نشان داده شده است. به خوبی مشخص است که غلظت ذرات نانو در نواحی مرکزی لوله بیشتر بوده، در کنار دیواره‌ها از غلظت ذرات کاسته می‌شود. همچنین با افزایش عدد ریچاردسون، ذرات نانو میل بیشتری برای حرکت به سمت نواحی مرکزی کانال از خود نشان می‌دهند. حضور بیشتر ذرات در نواحی مرکزی کانال، یکی از دلایل اصلی کاهش قابل توجه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، در عین تغییرات نامحسوس ضریب اصطکاک است.

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، انتقال گرمای جابه‌جایی مختلط نانو سیال آب و اکسید مس در کانال قائم مربعی تحت شار حرارتی ثابت، به صورت عددی مورد تحلیل قرار گرفته است و اثر کسر حجمی ذرات نانو، عدد رینولدز و عدد گراشف روی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک، پروفیل سرعت، پروفیل دما و توزیع ذرات بررسی شده است. نیروهای وارده بر ذرات نیز، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از تحلیل عددی به شرح زیر است:

ضریب کانینگهام	C_c	۴. نتایج نشان می‌دهد که با تغییر کسر حجمی ذرات
ضریب	C_s	نانو، تغییر محسوسی در ضریب اصطکاک روی
ضریب	C_t	دیواره‌های کانال ایجاد نمی‌شود؛ درحالی‌که افزایش
ضریب	C_m	عدد رینولدز، به دلیل بیشتر کردن سرعت نانو سیال،
قطر ذرات، nm	d_p	باعث کم شدن ضریب اصطکاک می‌شود. از سویی
تانسور تغییر شکل	d_{ij}	دیگر، افزایش عدد گراشف به دلیل بیشتر کردن اثر
قطر هیدرولیکی، m ($=2a.b/(a+b)$)	D_h	نیروی شناوری، باعث بیشتر شدن گرادیان سرعت در
ضریب اصطکاک	f	نزدیکی دیواره‌های کانال شده، ضریب اصطکاک روی
نیرو، N	F	دیواره‌ها را افزایش می‌دهد.
نیروی براونی، N	F_B	۵. با در نظر گرفتن سه پارامتر کسر حجمی ذرات نانو،
نیروی دراگ، N	F_D	عدد رینولدز و عدد گراشف، افزایش کسر حجمی و
نیروی گرانش، N	F_G	عدد گراشف به ازای ثابت ماندن دو پارامتر دیگر، دما
نیروی لیفت، N	F_L	روی دیواره‌های کانال را افزایش می‌دهد.
نیروی گرادیان فشار، N	F_p	۶. نتایج نشان می‌دهد که در نظر نگرفتن دو نیروی
نیروی ترموفورتیک، N	F_T	براونی و ترموفورتیک، سبب می‌شود که مقدار به دست
نیروی جرم مجازی، N	F_{VL}	آمده برای ضریب انتقال گرمای جابجایی در طول
شتاب گرانش، m/s^2	g	کانال، کمتر از مقدار مورد نظر شود. این کاهش برای
عدد گراشف ($=g\beta q'' D_h^4 / ku^2$)	Gr	نیروی براونی، در حدود ۰/۹ درصد و برای نیروی
ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی، $W/m^2.K$	h	ترموفورتیک، در حدود ۰/۶ درصد است.
هدایت گرمایی، $W/m.K$	k	۷. با توجه به نمودار توزیع ذرات در مقطع کانال مشخص
ضریب بولتزمان	K_B	است که غلظت ذرات نانو در نواحی مرکزی لوله بیشتر
عدد نادسن ($=\lambda/d_p$)	Kn	بوده، در کنار دیواره‌ها از غلظت ذرات کاسته می‌شود.
ضریب	K_s	همچنین با افزایش عدد ریچاردسون، ذرات نانو میل
جرم، kg	m	بیشتری برای حرکت به سمت نواحی مرکزی کانال از
شماره تکرار	n	خود نشان می‌دهند. حضور بیشتر ذرات در نواحی
عدد ناسلت ($=hd_h/k$)	Nu	مرکزی کانال، یکی از دلایل اصلی قابل توجه ضریب
فشار، $kg/m^1 s^2$	p	انتقال حرارت جابه‌جایی در عین تغییرات نامحسوس
فشار اتمسفر، $kg/m^1 s^2$	p_0	ضریب اصطکاک است.
عدد پرانتل ($=v/\alpha$)	Pr	۸. با توجه به مطالب گفته شده و بررسی نتایج می‌توان
عدد پکلت ($=Re.Pr$)	Pe	نتیجه گرفت که از میان سه پارامتر کسر حجمی ذرات
شار گرما، $W.m^2$	q''	نانو، عدد رینولدز و عدد گراشف، تغییر عدد گراشف
عدد رایلی ($=Gr.Pr$)	Ra	تأثیر بیشتری روی پارامترهای جریانی و حرارتی نانو
عدد ریچاردسون ($=Gr/Re^2$)	Ri	سیال دارد.
عدد رینولدز ($=vD_h/u$)	Re	
		۸- فهرست علائم
		نسبت منظری AR
		گرمای ویژه در فشار ثابت، $J/kg.K$ C_p

- with the Buongiorno mathematical model. *Int Commun Heat Mass Transf* 44: 15-22.
- [4] Shariat M, Akbarinia A, Nezhad AH, Behzadmehr A, Laur R (2011) Numerical study of two phase laminar mixed convection nanofluid in elliptic ducts. *Appl Therm Eng* 31(14-15): 2348-2359.
- [5] Allahyari S, Behzadmehr A, Hosseini Sarvari SM (2011) Conjugate heat transfer of laminar mixed convection of a nanofluid through a horizontal tube with circumferentially non-uniform heating. *Int J Therm Sci* 50(10): 1963-1972.
- [6] Akbari M, Behzadmehr A, Shahraiki F (2008) Fully developed mixed convection in horizontal and inclined tubes with uniform heat flux using nanofluid. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29(2): 545-556.
- [7] Rahman MM, Öztop HF, Ahsan A, Saidur R, Al-Salem K, Rahim NA (2012) Laminar Mixed Convection in Inclined Triangular Enclosures Filled with Water Based Cu Nanofluid. *Ind Eng Chem Res* 51(10): 4090-4100.
- [8] Mohammed HA, Om NI, Shuaib NH, Saidur R (2011) Heat transfer enhancement for combined convection flow of nanofluids in a vertical rectangular duct considering radiation effects. *Heat Transf Res* 40(5): 448-463.
- [۹] محسن نظری، محمدحسن کیهانی، حامد سلطانزاده (۱۳۹۲) بررسی تجربی انتقال حرارت نانو سیال آلومینا/ آب داخل لوله افقی. انتقال حرارت و پیشرانش، مجله علمی پژوهشی مکانیک هوافضا، جلد ۹ شماره ۱.
- [10] Kayhani MH, Soltanzadeh H, Heyhat MM, Nazari M, Kowsary F (2012) Experimental study of convective heat transfer and pressure drop of TiO₂/water nanofluid. *Int Commun Heat Mass Trans* 39(3): 456-462.
- [11] Maghrebi MJ, Nazari M, Armaghani T (2012) Forced convection heat transfer of nanofluids in a porous channel. *Transport in porous media* 93(3): 401-413
- [12] Armaghani T, Maghrebi MJ, Chamkha AJ, Nazari M. (2014). Effects of Particle Migration on Nanofluid Forced Convection Heat Transfer in a Local Thermal Non-Equilibrium Porous Channel. *J Nanofluid* 3(1): 51-59.
- [13] Kayhani MH, Nazari M, Soltanzadeh H, Heyhat MM., Kowsary F (2012). Experimental analysis of turbulent convective heat transfer and pressure drop of Al₂O₃/water nanofluid in horizontal tube. *Micro Nano Letter* 7(3): 223-227
- [14] Rana P, Bhargava R (2011) Numerical study of heat transfer enhancement in mixed convection flow along a vertical plate with heat source/sink utilizing nanofluids. *Commun. Nonlinear Sci Numer Simul* 16(11): 4318-4334.
- شدت طیفی پایه S_0
- شدت طیفی $S_{n,ij}$
- ترم چشمه $S_{p,m}$
- ترم چشمه $S_{p,e}$
- زمان، s t
- دما، K T
- سرعت، m/s V
- سرعت در سه راستا، m/s u, v, w
- جهات مختصات X, Y, Z
- علائم یونانی**
- ضریب پخش گرما، m²/s α
- ضریب انبساط حجمی، 1/K β
- تابع دلتای کرونگر δ_{ij}
- کسر حجمی ذرات نانو ϕ
- مسیر آزاد میانگین، m λ
- لزجت دینامیکی، kg/m.s μ
- زاویه انحنای کانال θ
- چگالی، kg/m³ ρ
- لزجت سینماتیکی، m²/s ν
- متغیر وابسته در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای ψ
- عدد تصادفی گوس ζ_i
- زیرنویس‌ها**
- سیال f
- شرایط ورودی i
- نانو سیال nf
- ذرات p
- آب w
- ۹- مراجع**
- [1] Ahuja AS (1975) Augmentation of heat transport in laminar flow of polystyrene suspensions. I. Experiments and results. *J Appl Phys* 46(8): 3408-3416.
- [2] Choi SUS, Eastman J (1995) Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. CONF-951135-29. Argonne National Lab., (United States) 99-105
- [3] Xu H, Fan T, Pop I (2013) Analysis of mixed convection flow of a nanofluid in a vertical channel

- [23] Peng W, Minli B, Jizu L, Liang Z, Wenzheng C, Guojie L (2013) Comparison of multidimensional simulation models for nanofluids flow characteristics. *Numer. Heat Transf Part B: Fundamentals* 63(1): 62-83.
- [24] Bejan A (2013) *Convection heat transfer*. 4th edn. Wiley.
- [25] Baliga BR, Patankar SV (1983) A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer. *Numer Heat Transf* 6(3): 245-261.
- [26] Rhie CM, Chow WL (1983) Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA J.* 21(11): 1525-1532.
- [27] ANSYS® Academic Research, Release 14.0, CFX, ANSYS, Inc.
- [28] Morcos SM, Hilal MM, Kamel MM, Soliman MS (1986) Experimental Investigation of Mixed Laminar Convection in the Entrance Region of Inclined Rectangular Channels. *J Heat Transfer* 108(3): 574-579.
- [29] Nassan TH, Heris SZ, Noie SH (2010). A comparison of experimental heat transfer characteristics for Al₂O₃/water and CuO/water nanofluids in square cross-section duct. *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 37(7): 924-928.
- [15] He Y, Men Y, Zhao Y, Lu H, Ding Y (2009) Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions. *Appl Therm Eng* 29(10): 1965-1972.
- [16] Bianco V, Chiacchio F, Manca O, Nardini S (2009) Numerical investigation of nanofluids forced convection in circular tubes. *Appl Therm Eng* 29(17-18): 3632-3642.
- [17] Crowe CT, Schwarzkopf JD, Sommerfeld M, Tsuji Y (2011) *Multiphase flows with droplets and particles*. 2nd edn. CRC Press
- [18] Ranz WE, Marshall WR (1952) Evaporation from drops. Part I. *Chem Eng Progr* 48(3): 141-146.
- [19] Crowe CT, Schwarzkopf JD, Sommerfeld M, Tsuji Y (2011) *Multiphase flows with droplets and particles*. 2nd edn. (p. 509).
- [20] Saffman PG (1965) The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J Fluid Mech* 22(02): 385-400.
- [21] Li A, Ahmadi G (1992) Dispersion and deposition of spherical particles from point sources in a turbulent channel flow. *Aerosol Sci Technol* 16(4): 209-226.
- [22] Talbot L, Cheng RK, Schefer RW, Willis DR (2006) Thermophoresis of particles in a heated boundary layer. *J. Fluid Mech.* 101(04): 737-758