



انتقال حرارت جابجایی اجباری عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در سیالات غیرنیوتنی

کیوان فلاح^{۱*}، محمد طیبی رهنی^۲، علیرضا محمدزاده^۳، محمد نجفی^۴^۱ دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران^۲ استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران^۳ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران^۴ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۴/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۱۲/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۹/۲۲

چکیده

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی گذرنده از روی سیلندر دایروی ساکن در جریان آزاد با استفاده از روش شبکه بولتزمن در حالت دو بعدی و رژیم جریان ناپایا شبیه سازی شده است. از مدل توانی برای شبیه سازی رفتار سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. شبیه سازی‌های عددی برای سه عدد رینولدز (۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰)، اعداد پرانتل ۱۰ و ۲۰، شاخص‌های توانی متفاوت در بازه بین ۰/۴ تا ۱/۸ و اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ انجام شده است. اثر پارامترهای مختلف روی کانتور ورتیسیت، خطوط هم‌دما، عدد ناسلت محلی و عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی مطالعه می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ترم اتلاف ویسکوز، نقش بسیار مهمی در سیالات غیر نیوتنی ایفا می‌کند. با تغییر خواص سیال از رقیق شونده برشی به نیوتنی و سپس به غلیظ شونده برشی، طول و پهنای گرایه‌ها افزایش و فاصله مابین خطوط هم‌دما کاهش می‌یابد. بطور کلی، نرخ انتقال گرما از سطح سیلندر با کاهش اعداد رینولدز و پرانتل و با افزایش عدد بریکمن و شاخص توانی، کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی: روش شبکه بولتزمن؛ سیال غیرنیوتنی؛ انتقال حرارت؛ سیلندر دایروی ساکن.

Force Convection Heat Transfer from a Stationary Circular Cylinder in Non-Newtonian Fluids

K. Fallah^{1,*}, M. Taeibi Rahni², A. Mohammadzadeh³, and M. Najafi¹ PhD Student, Department of Mech. and Aerospace Eng., Sci. and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran.² Prof., Department of Mech. and Aerospace Eng., Sci. and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran.³ Assoc. Prof., Department of Mech. and Aerospace Eng., Sci. and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran.⁴ Assoc. Prof., Department of Mech. and Aerospace Eng., Sci. and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran.

Abstract

In this work, the force convection heat transfer from a stationary circular cylinder in a non-Newtonian fluid is simulated by the lattice Boltzmann method in a 2D and unsteady flow regime. The simulation is performed for three Reynolds numbers (80, 100, and 120) with the Prandtl numbers 10 and 20, and different non-Newtonian power-law indices in the range of 0.4-1.8, while varying the Brikman number from 0,1 to 3. The effects of different parameters on the vorticity contour, isotherm patterns, local Nusselt number, and periodic-surface average Nusselt number are also studied. The results obtained show that viscous dissipation plays a main role when the operating fluid is non-Newtonian. As the fluid behavior changes from shear-thinning fluids to Newtonian, and then to shear-thickening fluids, the length and width of the wakes increase, and the separation between the isotherm contours decreases. Broadly, the rate of heat transfer decreases with decreasing the Reynolds and Prandtl numbers, and with increasing the Brikman number and the power-law index.

Keywords: Lattice Boltzmann Method; Non-Newtonian Fluid; Heat Transfer; Stationra Circular Cylinder.

* نویسنده مسئول؛

آدرس پست الکترونیک: marazad89@gmail.com

۱- مقدمه

مطالعه و بررسی ویژگی‌های جریان و انتقال حرارت پیرامون سیلندر ساکن و چرخان، دارای سابقه طولانی است و به قرن نوزدهم برمی‌گردد [۱ و ۲]. یکی از ساده‌ترین آزمایش‌ها در ارتباط با جریان عبوری از سیلندر ساکن به وسیله پرانتل [۱]، در سال ۱۹۲۵ انجام شده است. در صنعت، کاربردهای متعددی برای اینگونه اجسام می‌توان مشاهده کرد. از جمله کاربردهای صنعتی آن می‌توان از سیلندره‌های خشک‌کن تماسی در فرایندهای شیمیایی، غذایی، کاغذ سازی، نساجی، لوازم خنک کننده استوانه‌ای در صنعت شیشه و پلاستیک، جریان پیرامون دودکش‌ها، ساختمان‌ها و سازه‌های بلند، سازه‌های دریایی، پل‌های معلق، برج‌ها، دکل‌ها و وسایل اندازه‌گیری را نام برد. اگرچه استوانه‌های ساکن، پیکربندی نسبتاً ساده‌ای دارند، اما جریان و انتقال حرارت پیرامون آنها بسیار پیچیده است. عمده این پیچیدگی‌ها، مربوط به پدیده جدایی و وقوع جریان‌های گردابی در ناحیه جدا شده است که به دلیل همین کاربردهای پایه‌ای و عملی، همواره مورد توجه دانشمندان و مهندسان مکانیک سیالات بوده است. مطالعات تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی فراوانی روی میدان جریان سیال نیوتنی پیرامون سیلندر ثابت یا چرخان همدم با چشمه گرمایی صورت گرفته است [۳-۸].

اگرچه مسأله جریان و انتقال حرارت سیال نیوتنی از روی سیلندر و پدیده‌های مربوط به آن به طور گسترده‌ای در سال‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته است، ولی در زمینه خواص سیال غیرنیوتنی این نوع جریان، مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است؛ هر چند کاربردهای صنعتی فراوانی برای این نوع مسائل از جمله در تجهیزات پلاستی، راکتورهای شیمیایی کاتالیزوری، طراحی سازه-های تکیه‌گاهی^۱ قرار گرفته داخل سیالات غیرنیوتنی، مدلسازی شش‌ها، تولید کامپوزیت‌های رشته‌ای تقویت شده، سنسورهای استوانه‌ای مستغرق بکارگرفته شده در محیط‌های غیرنیوتنی می‌توان پیدا کرد.

کولهو و پینهو [۹ و ۱۰]، بصورت آزمایشگاهی به مطالعه جریان‌های غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی پرداختند.

آنها سه بخش مختلف در مورد رژیم‌های جریان، عدد رینولدز گذرا و توزیع فشار برای سیال رقیق شونده^۲ برشی را مورد بررسی قرار دادند. سیویکومار و همکاران [۱۱]، اثر شاخص توانی ($0.3 \leq n \leq 1.8$) روی عدد رینولدز بحرانی (که در آن گردابه‌ها ناپایدار می‌شوند)، عدد استروهال و ضریب متوسط پسا را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. باهاری و همکاران [۱۲]، با استفاده از روش حجم محدود شبه-ضمنی، جریان پایا دو بعدی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن را مورد بررسی قرار دادند. آنها به بررسی اثرات عدد رینولدز ($40 \leq Re \leq 5$) و شاخص توانی ($0.2 \leq n \leq 0.6$) روی الگوی جریان پرداختند. همچنین پاتانا و همکاران [۱۳]، جریان ناپایا غیرنیوتنی عبوری از روی یک سیلندر دایروی ساکن را با استفاده از نرم افزار فلونت شبیه‌سازی کردند. آنها اثرات شاخص توانی ($0.1/8 \leq n \leq 0.4$) و عدد رینولدز ($40 \leq Re \leq 40$) روی متغیرهای جریان مانند خطوط جریان، الگوی ورتیسیت، توزیع فشار، عدد استروهال و ضرایب پسا و برا را مورد بحث و بررسی قرار دادند. سیویکومار و همکاران [۱۴]، به صورت عددی جریان سیال غیرنیوتنی عبوری از یک سیلندر بیضوی برای بازه عدد رینولدز $40 \leq Re \leq 10$ و نسبت طول به عرض سیلندر بیضوی بین 0.2 تا 5 در بازه شاخص توانی $0.1/8 \leq n \leq 0.2$ را شبیه‌سازی کردند. نویسندگان این مقاله در کار قبلی خود [۱۵]، میدان جریان سیال غیر نیوتنی عبوری از سیلندر دایروی در حال چرخش در عدد رینولدز ۱۰۰ برای شاخص توانی بین 0.4 تا $1/8$ در سرعت‌های چرخشی بی بعد بین صفر تا $2/5$ با استفاده از روش عددی شبکه بولتزمن را شبیه‌سازی کردند و اثرات آنها را روی الگوی گردابه، ضرایب پسا و برا را به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار دادند.

با توجه به بحث‌های صورت گرفته، در مقایسه با کارهای انجام شده در زمینه جریان سیالات غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر، مبحث حرارتی این‌گونه مسائل، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در واقع معدود کارهای انجام شده در این زمینه با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری مانند فلونت [۱۶-۱۸] و یا روش تفاضل محدود

³Shear-thinning²Support structures

بولتزمن بر پایه مدل میکروسکوپی و معادله جنبشی مزوسکوپی استوار است که مجموعه رفتار ذرات در یک سیستم را برای شبیه‌سازی مکانیک پیوسته از یک سیستم به کار می‌گیرد. این روش به علت ساده بودن پیاده‌سازی آن روی سخت افزارهای معمول و به دلیل ماهیت موضعی محاسبات، دارای قابلیت موازی سازی است. زیبایی اصلی این مدل، سادگی آن است. این روش به سرعت در حال گسترش و پیشرفت است و بسیاری از پدیده‌های فیزیکی، هنوز با این روش مورد بررسی قرار نگرفته‌اند.

مساله حائز اهمیت در مورد جریان‌های غیرنیوتنی، ثابت نبودن ویسکوزیته است که می‌تواند سبب بروز ناپایداری در فرآیند حل گردد [۲۷]؛ اما با توجه به ماهیت جنبشی روش شبکه بولتزمن، این روش، توانایی محاسبه مستقیم نرخ برش محلی با دقت مرتبه دو را داراست [۲۸]. آهارنو و رتمن [۲۹]، اولین محققانی بودند که توانایی روش شبکه بولتزمن در حل جریان‌های غیرنیوتنی با استفاده از مدل توانی^۱ را نشان دادند. دقت روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی و ضخیم شونده^۲ توسط گابانلی و همکاران [۲۸]، مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه‌سازی جریان‌های غیرنیوتنی با مدل توانی با استفاده از روش شبکه بولتزمن توسط چندین محقق از جمله بوئک و همکاران [۳۰]، زن هوا و همکاران [۳۱]، اشرفی زاده و بخشائی [۳۲] و هدایت و همکاران [۳۳]، مورد ارزیابی قرار گرفته است.

همچنین اعمال شرایط مرزی سرعت و دما روی مرز-های مایل و منحنی، بخش مهم دیگر شبیه‌سازی در این مقاله است. فیلیپو و هانل [۳۴]، با استفاده از برونمایی خطی مدلی را برای اعمال شرایط مرزی سرعت ارائه دادند. می و همکارانش [۳۵-۳۷]، این مدل را بهبود بخشیدند و محدودیت‌های آن را نیز برطرف کردند. برای اعمال شرط مرزی دما روی مرزهای منحنی، یان و زو [۳۸] برای اولین بار مدلی ارائه کردند که دارای دقت مرتبه دوم است و تطابق خوبی با نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود دارد.

[۱۹]، انجام شده است. پاتنانا و همکاران [۱۶]، خصوصیات انتقال حرارت جابجایی اجباری سیال غیر نیوتنی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن را به صورت عددی با استفاده از نرم افزار فلونتت شبیه سازی کردند. محدوده اعداد رینولدز، شاخص توانی و عدد پرانتل در مطالعات آن‌ها، به ترتیب، بین ۴۰ تا ۱۴۰، ۰/۴ تا ۱/۸ و ۱ تا ۱۰۰ در نظر گرفته شد. باهاراتی و همکاران، انتقال حرارت جابجایی اجباری سیال غیرنیوتنی مدل توانی عبوری از یک سیلندر بیضوی [۱۷] و سیلندر دایروی [۱۸] را در محدوده جریان پایا به صورت عددی مطالعه کردند. آنها اثرات عدد رینولدز ($0.1 \leq Re \leq 40$)، شاخص توانی ($1/8 \leq n \leq 0.2$) و عدد پرانتل ($1 \leq Pr \leq 100$) را روی عدد ناسلت مورد مطالعه قرار دادند. سوارز و فریرا [۱۹]، معادلات مومنتم و انرژی را در فرمولاسیون تابع جریان-ورتیسیته برای سیال غیرنیوتنی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در جریان آزاد را بیان کردند و با استفاده از روش تفاضل محدود با دقت مرتبه دوم بمنظور مشخص کردن ضرایب پسا فشاری و اصطکاک و نیز اعداد متوسط و محلی، معادلات را حل نمودند. آنها شبیه سازی‌ها خود را برای جریان در حالت پایا ($0.1 \leq Re \leq 40$) انجام دادند که بازه شاخص توانی و عدد پرانتل، بترتیب، $0.2 \leq n \leq 1/8$ و $1 \leq Pr \leq 100$ تغییر می‌کنند.

نکته حائز اهمیت دیگر این است که در تمام مطالعاتی که تاکنون در مورد سیالات غیرنیوتنی عبوری از یک سیلندر صورت گرفته است، ترم اتلاف ویسکوز در نظر گرفته نشده است و در اکثر مطالعات ویسکوزیته سیالات غیرنیوتنی مستقل از دما در نظر گرفته شده است؛ بنابراین مطالعات سیستماتیک بیشتری برای مسئله انتقال حرارت این نوع مسائل بخصوص در رژیم جریان ناپایا، مورد نیاز است.

در سال‌های اخیر، روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان نیوتنی به طور موفق به کار گرفته شده است (به عنوان مثال، کارهای انجام شده توسط نظری و رضائی [۲۰]، محمدی پور و همکاران [۲۱]، نظری و شکری [۲۲]، بیجارچی و رحیمیان [۲۳]، تقیلو و رحیمیان [۲۴]، نعمتی و همکاران [۲۵]، فلاح و همکاران [۱۵ و ۲۶]، برخلاف روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی مرسوم، روش شبکه

¹ Power-Law Model

² Shear-Thickening

آسایش چندگانه، استفاده از روش شبکه بولتزمن و با کمک مدل بهبود یافته می و همکارانش [۳۶]، برای اعمال شرط مرزی سرعت و مدل یان و زو [۳۸]، برای اعمال شرط مرزی دما به شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی در حال چرخش می‌پردازیم. شایان ذکر است که هندسه دایروی به مراتب پیچیده‌تر از هندسه‌هایی مثل مربع و مثلث است. همچنین، همانطور که بیان شد، یکی از مزایای روش شبکه بولتزمن این است که تانسور ویسکوزیته سیالات غیر نیوتنی به صورت محلی می‌تواند محاسبه شود که این امر موجب افزایش سرعت محاسبات می‌شود.

بدین ترتیب، موفقیت روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی آن می‌تواند به معنای اثبات توانایی این روش در هندسه‌هایی از این دست باشد.

با توجه به مطالب بیان شده در می‌یابیم که در زمینه جریان سیالات غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی، مساله انتقال حرارت در این‌گونه جریان‌ها بخصوص در محدوده جریان ناپایا، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. همچنین ترم اتلاف ویسکوزیتیز در نظر گرفته می‌شود که پارامتر بسیار مهمی برای سیالات غیرنیوتنی است؛ بنابراین، اثر پارامترهای مختلف روی کانتور ورتیسیتیه، خطوط هم‌دما، ناسلت محلی و عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی، مورد مطالعه قرار گرفته است. شبیه‌سازی‌های عددی برای اعداد رینولدز ۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰، اعداد پرانتل ۱۰ و ۲۰، شاخص-های توانی متفاوت در بازه بین ۰/۴ تا ۱/۸ و اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ انجام شده است.

۲- روش عددی

در این بخش، روش شبکه بولتزمن که برای شبیه‌سازی مسأله حاضر استفاده شده، توضیح داده می‌شود.

۲-۱- روش شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چند-گانه^۱

در مقاله حاضر، مدل نه سرعتی دوبعدی شبکه بولتزمن (که به مدل D2Q9 معروف است (شکل ۱)) با ضریب

$$\mathbf{f}(x + e_a \Delta t, t + \Delta t) - \mathbf{f}(x, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} [\mathbf{f}(x, t) - \mathbf{f}^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{f}(x, t)$ بردار تابع توزیع در مکان x و زمان t بوده و به صورت رابطه (۲) است:

$$\mathbf{f}(x, t) = [f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8]^T \quad (2)$$

که در آن f_α نشانگر تابع توزیع در راستای بردار سرعت e_α در مکان x و لحظه t است و حرف T ، بیانگر عملگر ترانهاده است.

در شبکه D_2Q_9 ، بردار سرعت گسسته، e_α ، به شکل رابطه (۳) است:

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} (0, 0) & \alpha = 0 \\ (\cos[(\alpha-1)\pi/2], \sin[(\alpha-1)\pi/2])c & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}(\cos[(\alpha-5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(\alpha-5)\pi/2 + \pi/4])c & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

همچنین در رابطه (۲)، $f_\alpha^{eq}(x, t)$ بیانگر تابع توزیع تعادلی است که به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[1 + 3 \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right] \quad (4)$$

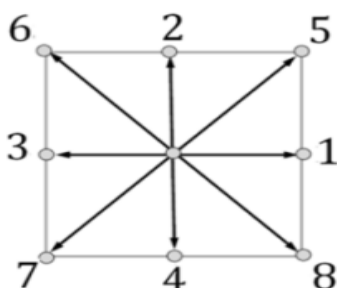
که در آنضرایب وزنی w_α برای ذرات ساکن ($\alpha=0$) برابر ۴/۹، ۱/۹ برای $\alpha=1, 2, 3, 4$ و ۱/۳۶ برای $\alpha=5, 6, 7, 8$ است. همچنین $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت پایه روی شبکه بوده، Δx و Δt به ترتیب، اندازه شبکه و گام زمانی هستند.

در فضای گسسته مومنتوم، چگالی جرمی محلی ρ و سرعت محلی \mathbf{u} به صورت رابطه (۵) محاسبه می‌شوند.

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha=0}^8 \mathbf{e}_\alpha f_\alpha \quad (6)$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با $c_s = c / \sqrt{3}$.



شکل ۱- سرعت‌ها در مدل نه سرعتی

³ Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method

اعمال شده اولیه کاربرد دارند. در این مقاله، از مدل توانی به علت سادگی معادله ساختاری و بازدهی مناسب این مدل، برای شبیه‌سازی سیالات غیرنیوتنی استفاده شده است. ویسکوزیته سیالات غیرنیوتنی به صورت رابطه (۱۲) است:

$$\mu = \mu_0 |\dot{\gamma}|^{n-1} e^{B'(T-T_w)} \quad (12)$$

که $\dot{\gamma}$ ، μ_0 و n به ترتیب، نرخ تغییر شکل، شاخص مدل توانی و ضریب سازگاری هستند. n و μ_0 جزو خواص یک سیال غیرنیوتنی در مدل توانی هستند. B' ضریب وابستگی ویسکوزیته به دما است. بازه تغییرات شاخص مدل توانی بصورت $0 < n < 2$ است. $n=1$ نشان‌دهنده سیال نیوتنی است و برای $n > 1$ ، نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش نرخ تغییر شکل، افزایش می‌یابد که چنین سیالاتی به سیالات دیلانت^۱ یا غلیظ شونده برشی معروف هستند. برای $n < 1$ ، نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش نرخ تغییر شکل، کاهش خواهد یافت. سیالاتی با چنین رفتاری را به عنوان سیالات شبه پلاستیک^۲ یا رقیق شونده برشی معرفی می‌کنند.

نرخ برش با تانسور نرخ کرنش، بصورت رابطه (۱۳) و (۱۴) با هم مرتبط می‌شوند:

$$D_{II} = \sum_{\eta, \delta=1}^L \varepsilon_{\eta\delta} \varepsilon_{\eta\delta} \quad (13)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{D_{II}} \quad (14)$$

مقدار $L=2$ برای شبیه سازی دو بعدی است. بنابراین نرخ برش در هر نقطه باید محاسبه شود که این عمل بوسیله تانسور نرخ کرنش مشخص می‌شود:

$$\varepsilon_{\eta\delta} = \frac{1}{2} (\nabla_{\delta} u_{\eta} + \nabla_{\eta} u_{\delta}) \quad (15)$$

یکی از مزایای روش شبکه بولتزمن این است که تانسور ویسکوزیته سیالات غیر نیوتنی، بصورت محلی نیز محاسبه می‌شود. تانسور نرخ کرنش در مدل شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه به صورت رابطه (۱۵) است [۳۱]:

فرآیند تکاملی معادله گسسته شده شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه رادردومرحله می‌توان بیان کرد: مرحله ی برخورد (معادله ۷) و جابجایی (معادله ۸). در مرحله برخورد، تابع توزیع احتمال ذرات فرض یروی نقاط شبکه در زمان t به هم برخورد می‌کنند و در مرحله جاری شدن، ذرات در فاصله زمانی Δt در مسیرهای مشخص به نقاط مجاور انتقال پیدا می‌کنند. معادلات این مراحل، به صورت رابطه (۷ و ۸) بیان می‌شوند:

$$\tilde{f}_{\alpha}^{-}(x, t) = f_{\alpha}(x, t) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [\mathbf{R}(x, t) - \mathbf{R}^{eq}(x, t)] \quad (7)$$

$$f_k(x + \mathbf{c}_k \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_k^{-}(x, t) \quad (8)$$

\mathbf{M} یک ماتریس مربعی 9×9 است که بردارهای f و f^{eq} را توسط $R = \mathbf{M}f$ و $R^{eq} = \mathbf{M}f^{eq}$ به برداری در فضای مومنتم تبدیل می‌کند و به شکل رابطه (۹) است:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

و همچنین \mathbf{S} ، ماتریس قطری آرامش به شکل رابطه (۱۰) است:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (10)$$

بدلیل بقای جرم و مومنتم قبل و بعد از برخورد، مقادیر s_3, s_4, s_5 و s_6 صفر قرار داده می‌شوند و $s_1, s_2, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8$ می‌توانند انتخاب گردند، البته، بهتر است که این مقادیر برای پایداری بهتر، کمی بیشتر از یک اختیار شوند. همچنین مقادیر $s_7 = s_8$ به اجبار باید برابر باشند و با ویسکوزیته دینامیکی به صورت رابطه (۱۱) در ارتباط هستند.

$$\mu = \rho C_s^2 \Delta t \left(\frac{1}{S_7} - \frac{1}{2} \right) = \rho C_s^2 \Delta t \left(\frac{1}{S_8} - \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

۲-۱-۱- مدل توانی

مدل‌های گوناگونی برای سیالات غیر نیوتنی ارائه شده است که هر کدام از آنها در محدوده خاصی از نرخ برش و تنش

¹ Dilatant

² Pseudo Plastic

۲-۱-۳- محاسبه‌ی نیروی وارد بر سیلندر

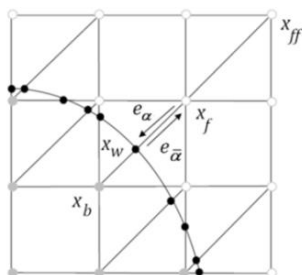
برای محاسبه نیرو از روش مبادله مومنتم [۳۶] استفاده شده است. این روش بر اساس انتقال مومنتم بوسیله ذرات سیال به ذرات جامد در مرحله جاری شدن می‌باشد. مقدار نیروی مبادله شده بین یک نقطه از سیال و نقطه روی سطح از رابطه‌ی:

$$\sum_{\alpha=1}^8 e_{\alpha} [f_{\alpha}(x_b, t) + f_{\bar{\alpha}}(x_f)] (1 - \phi(x_f))$$

محاسبه می‌شود، که مقدار کل نیروهای وارد بر سطح جسم از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$F = \sum_{\text{all } X_f} \sum_{\alpha=1}^8 e_{\alpha} [f_{\alpha}(X_b, t) + f_{\bar{\alpha}}(X_f)] (1 - \phi(X_f)) \quad (19)$$

$\phi(x_f)$ آرایه اسکالر است که اگر گره داخل سیال قرار بگیرد $\phi(x_f) = 0$ و اگر داخل جامد قرار بگیرد، $\phi(x_f) = 1$ است.



شکل ۲- چگونگی قرارگیری مرز خمیده بر روی شبکه.

۲-۲- روش شبکه بولتزمن حرارتی

بعد از حل تابع توزیع سرعت (f) و بدست آوردن خواص ماکروسکوپیک چگالی و سرعت باید برای بدست آوردن توزیع دما، تابع توزیع احتمالی (g) بدست آید. G بیانگر احتمال انرژی گرمایی ذره‌ای در موقعیت x در فضای فاز در لحظه t است. تمامی روابط موجود برای تابع توزیع سرعت، بجز چند مورد، برای تابع توزیع دما نیز برقرار است.

معادله گسسته بولتزمن برای معادله انتقال حرارت به صورت رابطه (۲۰) است:

$$\frac{\partial g_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{V}_{\alpha} \cdot \nabla g_{\alpha} = -\frac{1}{\tau_h} (g_{\alpha} - g_{\alpha}^{eq}) + \Delta t F_{\alpha} + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial t} \quad (20)$$

$$\varepsilon_{\eta\delta} = -\frac{1}{2\rho C_s^2 \Delta t} \times \sum_{i=0}^8 e_{\eta} e_{i\delta} \sum_{j=0}^8 (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M})_{ij} [f_j(x, t) - f_j^{eq}(x, t)] \quad (16)$$

۲-۱-۲- مرزهای منحنی در روش شبکه بولتزمن

به منظور شبیه‌سازی حرکت اجسام با مرز منحنی درون سیالات و محاسبه نیروهای وارد شده بر آن‌ها، لازم است روش‌های مناسبی برای اعمال شرایط مرزی مختلف بکار برده شود [۳۶]. در مورد مرزهای جامد درون سیال، شرط مرزی سرعت روی دیواره‌های جامد با محاسبه f_{α} روی دیواره به صورت تقریبی قابل اعمال خواهد بود. در شکل ۲، یک مرز خمیده که ناحیه مربوط به سیال را از بخش جامد جدا می‌کند روی شبکه نه سرعت نشان داده شده است. نقطه‌ای از شبکه که در بخش سیال و در مجاورت دیواره جسم قرار دارد، با x_f و گره‌ای که در ناحیه جامد و در مجاورت دیواره قرار دارد، با x_b نمایش داده می‌شود. نقطه حاصل از برخورد خطوط شبکه با مرز واقعی جسم نیز با x_w معرفی می‌شود. سرعت روی دیواره جامد با u_w بیان می‌شود. مومنتم ذره سیال که از x_b به سمت x_f حرکت می‌کند، با e_{α} و مومنتم ذره‌ای که برعکس آن از x_b به سمت x_f حرکت می‌کند، با $e_{\bar{\alpha}}$ نمایش داده می‌شود به گونه‌ای که $e_{\bar{\alpha}} = e_{\alpha}$ است. بعد از انجام مرحله برخورد، $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_f)$ برای همه نقاط x_f و همه جهت‌ها α مشخص می‌شود، اما مقدار بعد از برخورد $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b)$ که از یک نقطه مرز جامد x_b به سمت x_f قصد حرکت دارد، هنوز مشخص نیست. از روابط زیر که از میانمایی توابع برخورد ذرات سیال بدست آمده اند و دارای دقت خوبی هستند، برای بدست آوردن $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b)$ استفاده می‌شود:

$$\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b, t) = (1 - \lambda) \tilde{f}_{\alpha}(x_f, t) + \lambda f_{\alpha}(x_b, t) - 2 \frac{3}{C^2} w_{\alpha} \rho(x_f) (e_{\alpha} u_w) \quad (17)$$

که داریم:

$$f_{\alpha}(x_b, t) = \quad (18)$$

$$f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) + \frac{3}{C^2} w_{\alpha} \rho(x_f) e_{\alpha} (u_{sf} - u_f)$$

که با جایگذاری معادله (۲۸) در معادله (۲۳) داریم:

$$\tilde{g}_{\alpha}^{eq}(x_b, t + \Delta t) = g_{\alpha}^{eq}(x_b, t) + \left(1 - \frac{1}{\tau_h}\right) g_{\alpha}^{eq}(x_b, t) \quad (29)$$

همانطور که مشخص است، برای محاسبه $\tilde{g}_{\alpha}^{eq}(x_b, t + \Delta t)$ هر دوی $g_{\alpha}^{eq}(x_b, t)$ و $g_{\alpha}^{neq}(x_b, t)$ نیاز می‌باشند. قسمت تعادلی تابع توزیع به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$g_{\alpha}^{eq}(x_b, t) = w_{\alpha} T_b^* \left(1 + \frac{3}{c^2} (e_{\alpha} \cdot u_b)\right) \quad (30)$$

که T_b^* از برون‌یابی خطی به صورت رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود:

$$T_b^* = T_{b1}, \quad \text{if } \Delta \geq 0.7 \quad (31)$$

$$T_b^* = T_{b1} + (1 - \Delta) T_{b2}, \quad \text{if } \Delta \leq 0.75 \quad (32)$$

که Δ همان نسبت طول معرفی شده در بخش محاسبات میدان سیال است. همچنین، T_{b1} و T_{b2} از روابط (۳۳) و (۳۴) بدست می‌آیند:

$$T_{b1} = [T_w + (\Delta - 1) T_f] / \Delta \quad (33)$$

$$T_{b2} = [2T_w + (\Delta - 1) T_{ff}] / (1 + \Delta) \quad (34)$$

که T_f و T_{ff} به ترتیب، بیانگر دمای سیال در نقاط x_f و x_{ff} می‌باشند. مرحله بعدی، محاسبه بخش غیرتعادلی $g_{\alpha}^{neq}(x_b, t)$ است که از تخمین مرتبه دوم استفاده شده است:

$$g_{\alpha}^{neq}(x_b, t) = \Delta g_{\alpha}^{neq}(x_f, t) + (1 - \Delta) g_{\alpha}^{neq}(x_{ff}, t) \quad (35)$$

در آنالیز چاپمن-انسکوگ، $g_{\alpha}^{eq}(x, t)$ به صورت رابطه (۳۶) است:

$$g_{\alpha}^{neq}(x_b, t) = g_{\alpha}^1(x_f, t) \Delta x \quad (36)$$

این موضوع بیانگر اینست که $g_{\alpha}^{neq}(x, t)$ از مرتبه دوم بسط محاسبه می‌شود.

۳- نتایج عددی

در این مقاله، انتقال حرارت سیال غیر نیوتنی اطراف یک سیلندر دایروی دما ثابت واقع در جریان آزاد بررسی شده است. شکل ۳، نشان‌دهنده هندسه مورد بررسی است. جریان آزاد با پروفیل سرعت یکتواخت (U_{∞}) و درجه

که g_{α}^{eq} تابع توزیع تعادلی و τ_h زمان آرامش انتقال حرارت می‌باشند. g_{α} بیانگر احتمال انرژی ذره در زمان t در مکان x است که دارای سرعتی برابر v_{α} است و g_{α}^{eq} تابع توزیع تعادلی متناظر با آن است. مدل نه سرعتی دوبعدی D_2Q_9 با موفقیت در حل مسائل دوبعدی انتقال حرارت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تابع توزیع تعادلی انتقال حرارت برای شبکه D_2Q_9 به شکل رابطه (۲۱) است:

$$g_{\alpha}^{eq} = T w_{\alpha} \left(1 + \frac{3}{C^2} (e_{\alpha} \cdot u)\right) \quad (21)$$

که دما به شکل رابطه (۲۲) قابل محاسبه است:

$$T = \sum_{\alpha=0}^8 g_{\alpha} = \sum_{\alpha=0}^8 g_{\alpha}^{eq} \quad (22)$$

این معادله گسسته شده را مانند معادله مونتوم در دو مرحله برخورد و جاری شدن می‌توان بیان کرد:

$$\tilde{g}_{\alpha}(x, t) = g_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau_h} (g_{\alpha}(x, t) - g_{\alpha}^{eq}(x, t)) + \Delta t F_{\alpha} + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial t} \quad (23)$$

$$g_{\alpha}(x + e_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{g}_{\alpha}(x, t) \quad (24)$$

در معادله (۲۳) ترم F_{α} اثرات ترم اتلاف ویسکوز را نشان می‌دهد و به صورت رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$F_{\alpha} = w_{\alpha} \frac{\phi}{c_v} \left[1 + \frac{e_{\alpha} \cdot u}{C_s^2} \frac{\tau_h - 0.5}{\tau_h}\right] \quad (25)$$

c_v گرمای ویژه در حجم ثابت است. ترم اتلاف ویسکوز نیز به صورت رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود:

$$\phi = 2\mu \varepsilon_{\eta\delta} \varepsilon_{\eta\delta} - \frac{2\mu}{3} (\nabla \cdot u)^2 \quad (26)$$

پارامتر زمان تخفیف انتقال حرارت در شبکه بولتزمن با ضریب پخش مرتبط می‌گردد:

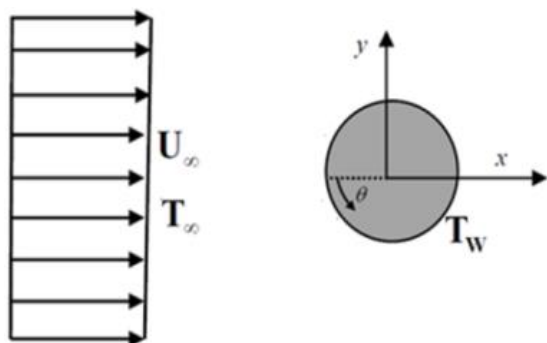
$$\tau_h = 3\alpha + 0.5 \quad (27)$$

مانند لزجت، ضریب پخش منفی نیز از نظر فیزیکی بی‌معنی است، لذا همواره داریم: $\tau_h > 0.5$.

۲-۲-۱- شرایط مرزی حرارتی در مرزهای منحنی

برای محاسبه میدان دما در مرزهای منحنی شکل، از روشی که در مرجع [۳۸] منتشر شده، استفاده شده است. تابع توزیع برای دما به دو قسمت تقسیم می‌شود، قسمت تعادلی و غیرتعادلی:

$$g_{\alpha}(x_b, t) = g_{\alpha}^{eq}(x_b, t) + g_{\alpha}^{neq}(x_b, t) \quad (28)$$



شکل ۳- هندسه مورد بررسی

۳-۱-۱- اعتبارسنجی

از آنجائیکه میدان جریان سیال نیوتنی و غیر نیوتنی عبوری روی یک سیلندر ساکن و در حال چرخش، با جزئیات توسط نویسندگان این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است [۱۵ و ۲۶]، فقط به اعتبار سنجی انتقال حرارت ناپایا می‌پردازیم. به منظور اطمینان از صحت نتایج حاصل از شبیه سازی عددی حاضر، دو مسئله متفاوت شامل: (۱) جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای چرخان (۲) جریان سیال غیر نیوتنی از روی یک سیلندر داغ ساکن در نظر گرفته شده است و با نتایج بدست آمده توسط محققان دیگر مقایسه شده است.

۳-۱-۱-۱- جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک

سیلندر دایره‌ای چرخان

مسئله جریان نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای چرخان توسط یان و زو [۳۸]، مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۴، مقایسه رشد خطوط هم‌دما مطالعه حاضر و نتایج عددی یان و زو [۳۸] برای $Re=200$ ، $Pr=0.5$ و $\beta=0.5$ برای سیال نیوتنی ($n=1$) را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که عدد بی بعد β نشان دهنده سرعت چرخشی بی‌بعد است که بصورت $\frac{D\omega}{2U_\infty}$ تعریف می‌شود. همچنین ω ، سرعت چرخشی سیلندر در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است. همانطور که نتایج نشان می‌دهد، تطابق خوبی بین خطوط هم‌دما و خطوط جریان وجود دارد.

حرارت (T_∞) روی یک سیلندر دایره‌ای دما ثابت (T_w) به قطر D عبور می‌کند. در این مقاله، به بررسی‌های پارامترهای مختلف از جمله شاخص توانی، عدد رینولدز، عدد بریکمن و عدد پرانتل بر روی کانتور گردابه، خطوط هم‌دما، ناسلت محلی و عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی می‌پردازیم. شبیه سازی‌های عددی برای اعداد رینولدز ۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰، اعداد پرانتل ۱۰ و ۲۰، شاخص‌های توانی متفاوت در بازه بین ۰/۴ تا ۱/۸ و اعداد بریکمن صفر، ۱، ۳ و ۵ انجام شده است.

پارامترهای بی‌بعد برای میدان جریان به صورت رابطه (۳۷) تعریف شده‌اند:

$$t^* = \frac{2U_\infty t}{D}, Re = \frac{\rho U_\infty^{2-n} D^n}{\mu_0} \quad (37)$$

$$C_D = \frac{2F_x}{\rho U_\infty^2 D}, C_L = \frac{2F_y}{\rho U_\infty^2 D}$$

که t^* زمان بی‌بعد، C_D ضریب پسا و C_L ضریب برآست. در روابط فوق F_x و F_y به ترتیب، نیرو در جهت x و نیرو در جهت y می‌باشند.

همچنین برای محاسبه میدان دما، پرانتل، اعداد ناسلت محلی، ناسلت متوسط سطح، ناسلت متوسط تناوبی و عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی، به ترتیب، به صورت رابطه (۳۸) تعریف می‌شوند:

$$Pr = \frac{\mu_0 C_p}{k} \left(\frac{U_\infty}{D} \right)^{n-1}$$

$$Nu = - \frac{D}{(T_w - T_\infty)} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{surface}$$

$$Nu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Nu d\theta, \bar{Nu} = \frac{1}{t_p} \int_{t_p} Nu dt,$$

$$\langle \bar{Nu} \rangle = \frac{1}{t_p} \int_{t_p} Nu dt \quad (38)$$

که در آن r بردار یکه عمود بر سطح سیلندر و θ زاویه حول سیلندر است که نقطه صفر آن جلوی سیلندر بوده، در جهت پادساعتگرد افزایش می‌یابد.

همچنین، عدد بریکمن که معرف نسبت انتقال گرمای تولید شده توسط ترم اتلاف ویسکوز به گرمای منتقل شده توسط هدایت است، به صورت رابطه (۳۹) تعریف می‌شود:

$$Br = \frac{\mu U_\infty^2}{k(T_w - T_\infty)} \quad (39)$$

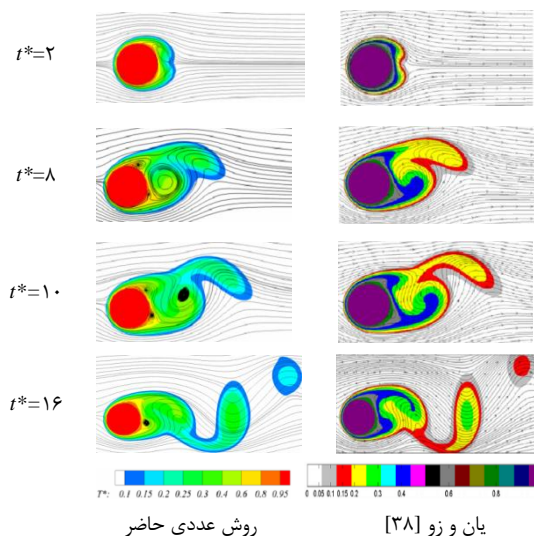
در این جدول برای عدد بریکمن صفر است. مقایسه مقادیر جدول ۲ نشان می‌دهد که شبیه‌سازی حاضر، نتایج قابل

جدول ۱- مقایسه ضریب پسا، ضریب برا و عدد ناسلت متوسط سطح - تناوبی مطالعه حاضر با نتایج یان و زو [۳۸] برای سیال نیوتنی در سرعت چرخشی‌های بی بعد مختلف

β	نویسندگان	اندازه شبکه	\overline{Nu}	\overline{C}_L	\overline{C}_D
۰/۱	مطالعه	۱۲۰۰×۴۰۰	۶/۴۹۵	-۰/۲۶۹	۱/۵۸۷
	حاضر				
۰/۵	یان و زو [۳۸]	---	۶/۳۵۱	-۰/۲۶۶	۱/۵۵۳
	مطالعه	۱۲۰۰×۴۰۰	۶/۴۳۹	-۱/۳۸۴	۱/۵۵۳
۱/۰	یان و زو [۳۸]	---	۶/۲۳۷	-۱/۳۳۱	۱/۵۰۵
	مطالعه	۶۰۰×۲۰۰	۶/۴۸۷	-۲/۸۰۹	۱/۴۷۸
۱/۰	حاضر	۱۲۰۰×۴۰۰	۶/۲۷۵	-۲/۷۷۴	۱/۳۹۴
	مطالعه	۹۰۰×۳۰۰	۶/۳۹۳	-۲/۷۷۱	۱/۴۲۲
۱/۰	یان و زو [۳۸]	---	۶/۱۲۳	-۲/۷۲۸	۱/۳۷۲
	مطالعه	۱۵۰۰×۵۰۰	۶/۱۰۶	-۲/۶۹۹	۱/۳۴۹

جدول ۲- مقایسه ناسلت متوسط سطح-تناوبی سیال غیرنیوتنی پایا و ناپایا حرارتی روی سیلندر ساکن با مطالعه‌های پیشین

نویسندگان	\overline{Nu}	
	$n=۰/۴$	$n=۰/۸$
مطالعه حاضر	۴/۳۹۹۷	۴/۱۲۶۳
پاتنانا و همکاران [۱۶]	۴/۳۶۷۴	---
بهارتی و همکاران [۱۸]	---	۳/۹۹۲
مطالعه حاضر	۸/۳۱۸۴	---
پاتنانا و همکاران [۱۶]	۸/۱۹۶۴	---
پاتنانا و همکاران [۱۶]	۸/۱۹۶۴	---



شکل ۴- سیر تکاملی میدان سرعت در برای $Re=200$ $\beta=0/5$ و $Pr=0/5$

همچنین، بمنظور انتخاب شبکه محاسباتی مناسب و استقلال مقادیر محاسبه شده از اندازه شبکه، چهار شبکه محاسباتی متفاوت برای $Re=200$ ، $Pr=0/5$ و $n=1/0$ در سرعت چرخشی‌های بی‌بعد مختلف در نظر گرفته شده است و با نتایج یان و زو [۳۸] در جدول ۱ مقایسه شده است. چهار شبکه محاسباتی عبارتند از: 600×200 ، 900×300 ، 1200×400 و 1500×500 . همان‌طور که از این مقادیر پیداست، در حالتی که یک شبکه 1200×400 گره داریم، نتایج قابل قبول حاصل شده است.

۳-۱-۲- جریان سیال غیر نیوتنی از روی یک سیلندر داغ ساکن

به منظور صحت سنجی معادلات اعمال شده جهت شبیه‌سازی حرارتی سیال غیرنیوتنی حل حاضر، مقادیر مربوط به عدد ناسلت متوسط سطح در حالت پایا و ناپایا سیال غیر نیوتنی در جدول ۲ با کارهای محققان پیشین مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که بیان شد، تاکنون مطالعاتی که در زمینه انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی انجام شده است، ترم اتلاف ویسکوز در نظر گرفته نشده است، به همین دلیل، اعداد ناسلت ذکر شده

۳-۲-۲- خطوط هم‌دما

شکل ۶، خطوط هم‌دما روی سطح سیلندر برای شاخص-های توانی مختلف در زمان بی بعد $t^*=200$ برای $Re=100$ و $Pr=20$ ، به ترتیب، برای اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ را نشان می‌دهد. خطوط هم‌دما برای مقادیر دما از ۰/۱ تا ۱/۰ با فاصله ۰/۱ رسم شده است. از آنجائی که عامل اصلی انتقال انرژی، ورتیسیت‌ها هستند، پس انتظار داریم که خطوط هم‌دما و ورتیسیت‌ها انطباق داشته باشند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که الگوی خطوط هم‌دما روی سیلندر دایروی برای سیال رقیق شونده برشی و سیال غلیظ شونده برشی، از نظر کیفی شبیه به سیال نیوتنی است. در عدد بریکمن ثابت، با تغییرخواص از نیوتنی به رقیق شونده برشی ($n < 1$)، این سیالات به جهت ویسکوزیته پایین‌تر، باعث افزایش انتقال حرارت از سیلندر می‌شوند و تراکم خطوط هم‌دما در اطراف سیلندر کمتر است، ولی با تغییر خواص از نیوتنی به غلیظ شونده برشی به جهت افزایش ویسکوزیته سیال، تراکم خطوط هم‌دما اطراف سیلندر افزایش می‌یابد و سبب کاهش انتقال حرارت خواهد شد. با افزایش عدد بریکمن در یک شاخص توانی ثابت، تراکم خطوط هم‌دما اطراف سیلندر بیشتر می‌شود و اثر ترم اتلاف ویسکوز، بسیار نقش مهمی پیدا می‌کند. در واقع با افزایش عدد بریکمن، ترم اتلاف ویسکوز، سبب انباشت گرما در اطراف سیلندر می‌شود که موجب کاهش انتقال گرما از سطح سیلندر می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ترم اتلاف ویسکوز، پارامتر بسیار مهمی در سیالات غیر نیوتنی است؛ در نتیجه زیاد بودن اطلاعات و با توجه به اینکه برای رینولدز ۸۰ و ۱۰۰ و پرانتل ۱۰ همین روند مشاهده می‌شود، نتایج مربوط به خطوط هم‌دما قرار داده نشده است.

۳-۲-۳- تغییرات اعداد ناسلت محلی و عدد ناسلت

متوسط سطح-تناوبی

در این بخش، به بررسی تغییرات اعداد ناسلت محلی و ناسلت متوسط سطح-تناوبی می‌پردازیم. شکل ۸، تغییرات عدد ناسلت محلی روی سطح سیلندر در شاخص توانی مختلف برای $Re=100$ و $Pr=10$ برای سه عدد بریکمن (الف) $Br=0$ ، (ب) $Br=1$ و (پ) $Br=3$ را نشان می‌دهد. همانطوری که از شکل‌ها مشخص است،

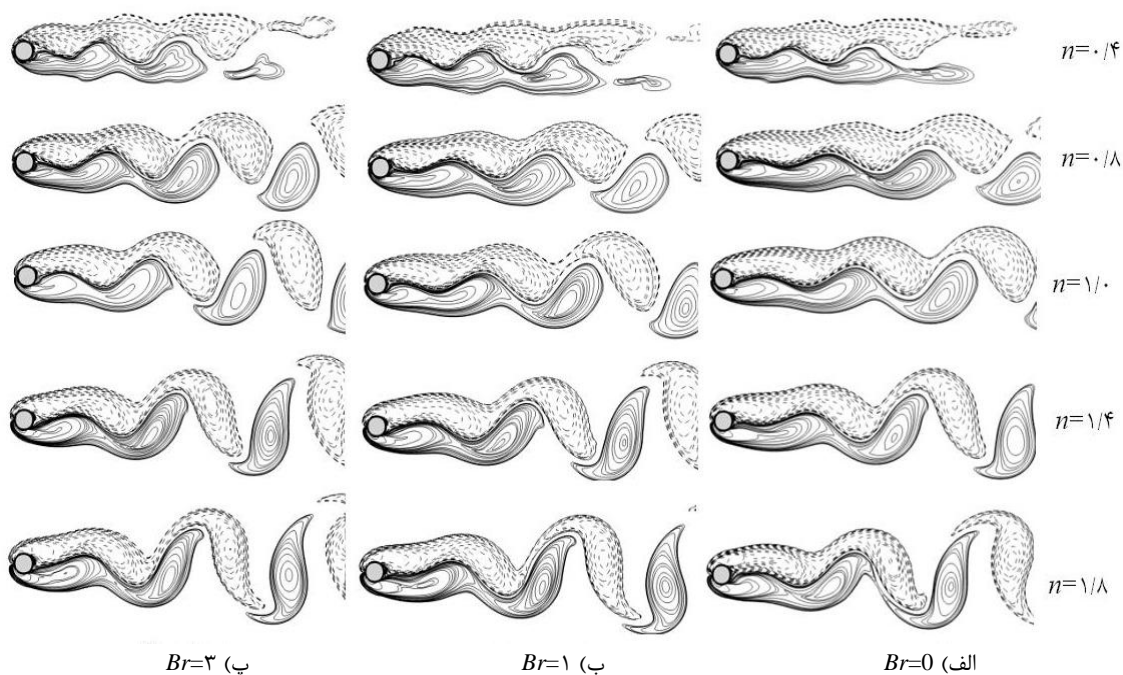
قبولی برای هر دو حالت پایا و ناپایا برای سیال غیرنیوتنی ارائه می‌دهد. شایان ذکر است که دامنه محاسباتی مورد استفاده در این شبیه‌سازی، 1200×400 گره محاسباتی بوده است.

۳-۲-۲- بحث و نتایج

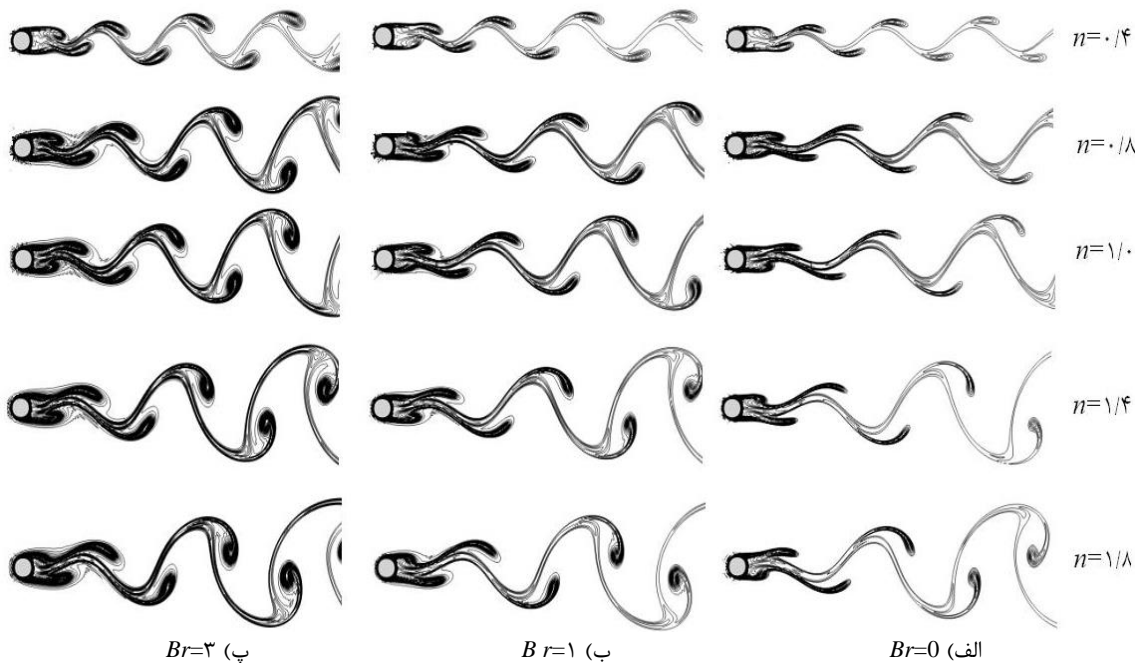
در این بخش، به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در اطراف سیلندر دایروی ساکن پرداخته می‌شود. به عبارتی، اثر پارامترهای مختلف از جمله شاخص توانی، عدد بریکمن، عدد پرانتل و عدد رینولدز روی توزیع ورتیسیت‌ها، خطوط هم‌دما، توزیع ناسلت روی سطح سیلندر و ناسلت متوسط سطح-تناوبی پرداخته می‌شود. شبیه‌سازی‌های عددی برای اعداد رینولدز ۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰، اعداد پرانتل ۱۰ و ۲۰، شاخص‌های توانی متفاوت در بازه بین ۰/۴ تا ۱/۸ و اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ انجام شده است.

۳-۲-۱- کانتور ورتیسیت

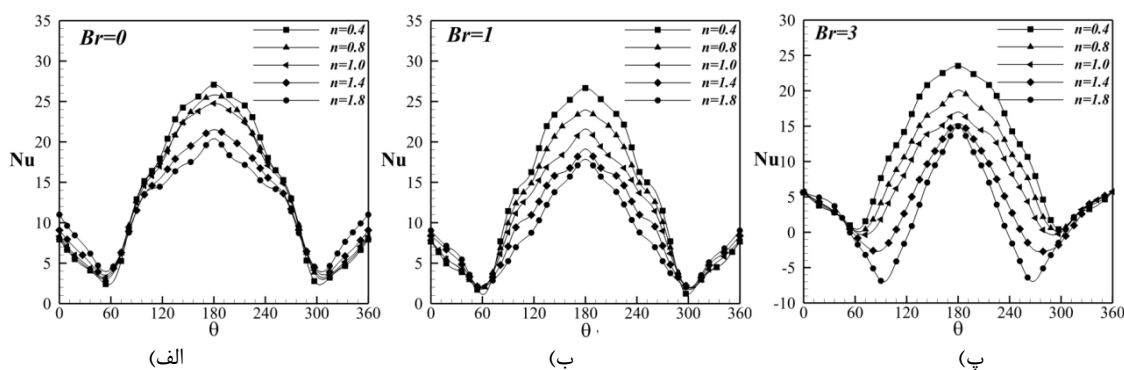
شکل ۵، کانتور ورتیسیت روی سطح سیلندر برای شاخص-های توانی مختلف در زمان بی بعد $t^*=200$ برای $Re=100$ و $Pr=20$ ، به ترتیب، برای اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ را نشان می‌دهد؛ در نتیجه زیاد بودن اطلاعات، بعضی از نتایج حذف شده‌اند. در کانتور ورتیسیت خطوط بریده بریده و خطوط توپر، به ترتیب، مقادیر منفی (سیال در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد) و مثبت (سیال در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد) ورتیسیت را نشان می‌دهند. برای تمام حالت‌های نشان داده، گردابه‌های مثبت و منفی بطور متناوب و متقارن از سطح سیلندر جدا شده، به پائین دست جریان جاری می‌شوند. برای عدد بریکمن ثابت، با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال غلیظ شونده برشی ($n > 1$) ورتیسیت‌های کشیده‌تر و پهن‌تر می‌شود؛ در حالیکه با تغییرخواص از نیوتنی به رقیق شونده برشی ($n < 1$) عکس این روند را شاهد خواهیم بود. بدین ترتیب، طول کانتور گردابه ایجاد شده در پشت سیلندر به میزان زیادی به رفتار غیرنیوتنی سیال بستگی دارد و اندیس شاخص توانی، نقش بسزایی در پدیده جدایش در جریان-های ناپایای سیالات غیرنیوتنی در حضور جسم غوطه‌ور ایفا می‌نماید.



شکل ۵- کانتور ورتیسیتته روی سطح سیلندر دایروی در شاخص‌های توانی مختلف در زمان بی بعد $t^*=200$ در $Pr=20$, $Re=100$:
 (الف) $Br=0$, (ب) $Br=1/0$ و (پ) $Br=3/0$



شکل ۶- خطوط هم‌دما برای شاخص‌های توانی مختلف در زمان بی بعد $t^*=200$ در $Pr=20$, $Re=100$: (الف) $Br=0$, (ب) $Br=1/0$ و (پ) $Br=3/0$



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت محلی روی سطح سیلندر در شاخص توانی مختلف برای $Re=100$ و $Pr=10$ (الف) $Br=0$ ، (ب) $Br=1$ و (پ) $Br=3$

جدول ۳- مقادیر عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی برای حالت‌های مختلف

$Br=3/0$		$Br=1/0$		$Br=0$		n	Re
$Pr=20$	$Pr=10$	$Pr=20$	$Pr=10$	$Pr=20$	$Pr=10$		
۱۲/۰۳۹۹	۸/۸۵۶۸	۱۳/۶۷۴۸	۱۱/۲۱۵۶	۱۴/۸۳۴۲	۱۲/۹۱۸۸	۰/۴	۸۰
۹/۵۵۷۱	۶/۴۶۰۴	۱۲/۹۵۴۶	۹/۹۱۴۹	۱۴/۴۵۳۷	۱۲/۲۳۴۶	۰/۸	
۸/۵۳۳۵	۵/۱۲۲۴	۱۲/۲۳۴۲	۹/۱۳۱۳	۱۴/۰۷۳۱	۱۱/۷۷۴۱	۱/۰	
۷/۷۳۶۷	۳/۰۶۶۹	۱۱/۱۷۱۲	۷/۸۲۸۳	۱۳/۴۲۲۸	۱۰/۹۸۷۲	۱/۴	
۶/۷۱۳۷	۱/۴۱۳۱	۱۰/۴۹۸۸	۷/۴۴۴۵	۱۲/۹۴۶۹	۱۰/۴۶۳۳	۱/۸	
۱۳/۶۹۸۷	۱۰/۳۴۶۵	۱۵/۰۹۴۶	۱۲/۵۵۴۸	۱۵/۴۷۳۷	۱۳/۶۴۲۶	۰/۴	۱۰۰
۱۲/۱۵۸۶	۸/۲۲۶۱	۱۳/۷۲۶۳	۱۱/۵۲۱۶	۱۵/۳۰۵۳	۱۳/۱۹۹۸	۰/۸	
۱۱/۲۹۸۹	۶/۷۱۹۹	۱۳/۲۴۷۴	۱۰/۷۴۸۲	۱۵/۰۷۵۳	۱۲/۸۰۵۷	۱/۰	
۹/۴۹۷۷	۴/۲۳۵۲	۱۳/۱۰۸۶	۹/۵۹۸۲	۱۴/۵۳۷۳	۱۲/۱۳۴۹	۱/۴	
۷/۹۱۴۱	۲/۴۸۳۱	۱۲/۳۲۴۹	۸/۶۰۵۴	۱۴/۷۱۸۶	۱۱/۹۱۱۰	۱/۸	
۱۴/۹۲۹۰	۱۱/۵۱۵۸	۱۶/۱۷۳۰	۱۳/۶۱۰۸	۱۶/۹۵۷۷	۱۴/۸۲۷۱	۰/۴	۱۲۰
۱۳/۸۱۹۲	۹/۴۲۹۶	۱۵/۸۰۶۵	۱۲/۸۰۳۷	۱۶/۷۷۵۷	۱۴/۴۴۶۶	۰/۸	
۱۲/۶۵۹۱	۸/۱۴۵۴	۱۵/۳۱۹۰	۱۲/۱۲۱۵	۱۶/۵۵۷۰	۱۴/۲۶۵۸	۱/۰	
۱۰/۷۴۱۱	۵/۶۳۱۷	۱۴/۲۸۸۷	۱۰/۶۱۸۹	۱۶/۳۵۴۵	۱۳/۴۶۳۴	۱/۴	
۹/۱۸۹۸	۳/۴۶۷۱	۱۳/۶۰۵۴	۹/۴۳۰۲	۱۵/۷۳۴۹	۱۲/۹۵۷۰	۱/۸	

برای سیالات غلیظ شونده برشی مشهودتر است؛ در حالیکه برای عدد بریکمن صفر و یک، برای تمامی مقادیر شاخص توانی، مقادیر عدد ناسلت مینیمم تقریباً در یک مکان اتفاق می‌افتند. برای $Br=3$ و سیال غلیظ شونده برشی، مقادیر عدد ناسلت مینیمم منفی می‌شود این امر نشان دهنده این مطلب است که در این نواحی به علت وجود ترم اتلاف ویسکوز، درجه حرارت سیال بیشتر از سطح می‌شود و انتقال گرما از سمت سیال به سطح سیلندر است. همچنین از این شکل‌ها پیداست که با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق شونده برشی با افزایش در مقدار

ناسلت محلی، دارای یک نقطه ماکزیمم در $\theta_{max}=180^\circ$ و دو نقطه مینیمم است که حاکی از تقارن کامل نسبت به $\theta=180^\circ$ است. این مقادیر ماکزیمم و مینیمم عدد ناسلت به ترتیب، بدلیل وجود مینیمم و ماکزیمم ضخامت لایه مرزی حرارتی می‌باشند. برای عدد بریکمن برابر با صفر، عدد ناسلت مینیمم برای همه مقادیر شاخص توانی حوالی $\theta_{min1} \approx 55^\circ$ و $\theta_{min2} \approx 30^\circ$ رخ می‌دهد؛ در حالیکه با افزایش عدد بریکمن، θ_{min1} افزایش یافته و θ_{min2} کاهش می‌یابد. برای $Br=3$ مشاهده می‌شود که محل مقادیر عدد ناسلت مینیمم برای شاخص‌های توانی مختلف، متفاوت است و

ترم اتلاف ویسکوز، نقش بسیار مهمی در سیالات غیر نیوتنی ایفا می‌کند. با تغییر خواص سیال از رقیق شونده برشی به نیوتنی و سپس به غلیظ شونده برشی، طول و پهنای گرابه‌ها افزایش و فاصله مابین خطوط هم‌دما کاهش می‌یابد. بطور کلی، نرخ انتقال گرما از سطح سیلندر با کاهش اعداد رینولدز و پرانتل و با افزایش عدد بریکمن و شاخص توانی، کاهش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Prandtl L (1925) The Magnus effect and wind powered ships. *Naturwissenschaften* 13: 93-108.
- [2] Coutanceau M, Menard C (1985) Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder. *J Fluid Mech* 158: 399-466.
- [3] Peller H, Lippig V, Straub D, Waibel R (1984) Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow. Part 1: Subcritical heat transfer measurements. *Exp Fluids* 2(3): 113-120.
- [4] Peller H (1986) Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow. Part 2.1: Boundary layer profiles and location of separation points. *Exp Fluids* 4(4): 223-231.
- [5] Peller H, Straub D (1988) Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow. Part 2.2: Temperature boundary layer profiles. *Exp Fluids* 6(2): 111-114.
- [6] Zerdem B (2000) Measurement of convective heat transfer coefficient for a horizontal cylinder rotating in quiescent air. *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 27(3): 389-395.
- [7] Kendoush A A (1996) An approximate solution of the convective heat transfer from an isothermal rotating cylinder. *Int J Heat Fluid Flow* 17 (4): 439-441.
- [8] M.Morales R E, Balparada A, Neto A S (1999) Large-eddy simulation of the combined convection around a heated rotating cylinder. *Int J Heat Mass Transfer* 42(5): 941-949.
- [9] Coelho PM, Pinho FT (2003) Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids, II. Flow characteristics. *J Non-Newton Fluid* 110: 177-193.
- [10] Coelho PM, Pinho FT (2004) Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids. III. Pressure measurements. *J Non-Newton Fluid* 121: 55-68.

$\overline{Nu}_{\theta max}$ مواجه هستیم در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به غلیظ شونده برشی، عکس این روند را برای $\overline{Nu}_{\theta max}$ شاهد خواهیم بود.

در مطالعه حاضر، به منظور بررسی دقیق‌تر اثر تغییر شاخص توانی، عدد پرانتل، عدد رینولدز و عدد بریکمن روی میزان انتقال حرارت از سطح سیلندر، تغییرات عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی در جدول ۳ ارائه شده است. همانگونه که پیداست، با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق شونده برشی با افزایش عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی مواجه هستیم؛ درحالی‌که با تغییر خواص از نیوتنی به غلیظ شونده برشی عکس این روند را شاهد خواهیم بود؛ بنابراین سیالات رقیق شونده برشی به جهت ویسکوزیته پایین‌تر، باعث افزایش انتقال حرارت از سیلندر می‌شوند و همانگونه که انتظار می‌رود، افزایش خواص غلیظ شونده برشی، باعث کاهش انتقال حرارت خواهد شد. برای مقادیر ثابت عدد بریکمن و شاخص توانی، با افزایش عدد رینولدز برای هر دو عدد پرانتل ۱۰ و ۲۰، عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی افزایش می‌یابد. این امر را بدین‌گونه می‌توان شرح داد که اینرسی سیال با افزایش عدد رینولدز، افزایش می‌یابد و منجر به افزایش انتقال گرما می‌شود. برای مقادیر ثابت رینولدز و شاخص توانی، همچنانکه عدد بریکمن افزایش می‌یابد، عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد پرانتل برای مقادیر ثابت رینولدز، بریکمن و شاخص توانی، عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی افزایش می‌یابد.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق، از روش شبکه بولتزمن به‌منظور مطالعه انتقال حرارت سیال ناپایا دو بعدی غیر نیوتنی عبوری از سیلندر دایروی ساکن استفاده شده است و برای بررسی رفتار سیال غیر نیوتنی، مدل توانی بکار گرفته شده است. اثر پارامترهای مختلف روی کانتور ورتیسیته، خطوط هم‌دما، ناسلت محلی و عدد ناسلت متوسط سطح-تناوبی، مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه‌سازی‌های عددی برای اعداد رینولدز ۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰، اعداد پرانتل ۱۰ و ۲۰، شاخص‌های توانی متفاوت در بازه بین ۰/۴ تا ۱/۸ و اعداد بریکمن صفر، ۱ و ۳ انجام شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که

- Lattice Boltzmann method. *Modares Mechanical Engineering* 13(13): 43-56, 2013.
- [25] Nemati H, Farhadi M, Sedighi K, Pirouz MM, Fattahi E (2010) Numerical simulation of fluid flow around two rotating side by side circular cylinders by Lattice Boltzmann method. *Int J Comput Fluid Dyn* 24(3): 83-94.
- [26] Fallah K, Fardad A, Fattahi E, Sedaghati zadeh N, Ghaderi A (2012) Numerical simulation of planar shear flow passing a rotating cylinder at low Reynolds numbers. *Acta Mech* 223: 221-236.
- [27] Artoli AM, Sequeira A (2006) Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows, in: *Lecture Notes in Comput Sci*, Berlin: Springer 3992: 78-85.
- [28] Gabbanelli S, Drazer G, Koplik J (2005) Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (Power-Law). *fluid Phys Rev E* 72: 046312.
- [29] Aharonov E, Rothman D H (1993) Non-Newtonian flow (through porous-media): a lattice Boltzmann method. *Geophys Res Lett* 20: 679.
- [30] Boek E S, Chin J, Coveney P V (2003) Lattice Boltzmann simulation of the flow of non-Newtonian fluids in porous media. *Int J Mod Phys B* 17: 99-102.
- [31] Zhenhua C, Baochang S, Zhaoli G, Fumei R (2011) Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model for generalized Newtonian fluid flows, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 166: 332-342.
- [32] Ashrafizaadeh M, Bakhshaei H (2009) A comparison of non-Newtonian models for lattice Boltzmann blood flow simulations. *Comput Math Appl* 58: 1045-1054.
- [33] Hedayat M M, Borghei M H, Fakhari A, Sadeghy K (2010) On the use of Lattice-Boltzmann model for simulating lid-driven cavity flows of strain-hardening fluids. *Nihon Reoroji Gakkaishi (J Soc Rheol Jpn)* 38: 201-207.
- [34] Filippova O, Hänel D (1998) Grid refinement for lattice-BGK models. *J Comput Phys* 147: 219-228.
- [35] Mei R, Luo L Sh. (2000) An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method. *J Comput Phys* 155: 307-330.
- [36] Mei R, Yu D (2002) Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry. *Phys Rev E* 65: 1/041203–14/041203.
- [37] Mei R, Shyy W (2002) Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary. *J Comput Phys* 161: 680-699.
- [38] Yan Y Y, Zu Y Q (2008) Numerical simulation of heat transfer and fluid flow past a rotating isothermal cylinder-A LBM approach. *Int J Heat Mass Trans* 51:2519-2536.
- [11] Sivakumar P, Bharti RP, Chhabra RP (2006) Effect of power-law index on critical parameters for power-law flow across an unconfined circular cylinder. *Chem Eng Sci* 61: 6035-6046.
- [12] Bharti RP, Chhabra RP, Eswaran V (2006) Steady flow of power-law fluids across a circular cylinder. *Can J Chem Eng* 84: 406-421.
- [13] Patnana V K, Bharti R P, Chhabra R P (2009) Two-dimensional unsteady flow of power-law fluids over a cylinder. *Chem. Eng. Sci* 64: 2978–2999.
- [14] Sivakumar P, Bharti RP, Chhabra RP (2007) Steady flow of power-law fluids across an unconfined elliptical cylinder. *Chem Eng Sci* 62: 1682-1702.
- [15] Fallah K, Khayat M, Borghei MH, Ghaderi A, Fattahi E (2012) Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past a rotating circular cylinder. *J Non-Newtonian Fluid Mech* 177-178: 1-14.
- [16] Patnana VK, Bharti RP, Chhabra RP (2010) Two-dimensional unsteady forced convection heat transfer in power-law fluids from a cylinder. *Int. J. Heat Mass Transfer* 53: 4152–4167.
- [17] Bharti RP, Sivakumar P, Chhabra RP (2008) Forced convection heat transfer from an elliptical cylinder to power-law fluids. *Int J Heat Mass Transf* 51: 1838-1853.
- [18] Bharti RP, Chhabra RP, Eswaran V (2007) Steady forced convection heat transfer from a heated circular cylinder to power-law fluids. *Int J Heat Mass Transfer* 50: 977-990.
- [19] Soares AA, Ferreira JM, Chhabra RP (2005) Flow and forced convection heat transfer in cross flow of non-Newtonian fluids over a circular cylinder. *Ind Eng Chem Res* 44: 5815-5827.
- [20] Nazari M, Ramzani S (2011) Natural Convection in a Square Cavity with a Heated Obstacle Using Lattice Boltzmann Method. *Modares Mechanical Engineering*. 13(2): 119-133.
- [21] Mohammadipoor O R, Niazmand H, Mirbozorgi S A (2013) A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method. *Modares Mechanical Engineering* 13(8): 28-41.
- [22] Nazari M, Kayhani MH, Anaraki Haji Bagheri A (2013) Comparison of heat transfer in a cavity between vertical and horizontal porous layers using LBM. *Modares Mechanical Engineering* 13 (8): 93-107.
- [23] Bijarchi A, Raahimian MH (2013) Numerical simulation of droplet collision in the two phase flow using Lattice Boltzmann method. *Modares Mechanical Engineering* 14(2): 85-96.
- [24] Taghilou M, Raahimian MH (2013) Simulation of 2D droplet penetration in porous media using