



تحلیل پارامترهای هندسی مؤثر در طراحی دینامومتر هیدرولیکی ۱/۵ کیلو واتی

سید حمید رضا قریشی^۱، مهدی مقیمی^{۲*}، احمد فصیح‌فر^۳^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران^۳ استادیار، دانشکده مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۷/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۱۲/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۰۵

چکیده

استفاده از دینامومترها، روشی برای تست موتورهای الکتریکی، موتورهای احتراقی و توربین گاز در شرایط خواسته شده و کنترل شده است. از آنجا که آگاهی از نحوه کارکرد دستگاه و داشتن روشی برای ارزیابی عملکرد آن و حصول اطمینان از کارکرد درست آن بسیار حائز اهمیت است، بایستی از دینامومتر برای این عمل استفاده کرد. دینامومتر متشکل از سیستم دیسک-استاتور است. در این مقاله، جریان در اطراف یک دیسک دوار که در فاصله‌ی مشخصی از استاتور قرار دارد، به کمک نرم‌افزار آنسیس فلونت شبیه‌سازی شده، نتایج حاصل با داده‌های تجربی اعتبار سنجی می‌شود. توزیع فشار، دما، سرعت جریان بین دیسک دوار و استاتور، گشتاور و ضریب بدون بعد گشتاور برای پارامترهای مختلف از جمله سرعت دورانی دیسک دوار، فاصله بین دیسک دوار و استاتور، وجود و عدم وجود زائده در خروجی روی استاتور، قطر نازل ورودی و فاصله‌ی شعاعی نازل ورودی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. ضریب بدون بعد گشتاور با کاهش لقی بین دیسک و استاتور در خروجی و یا به عبارتی افزایش زائده موجود روی استاتور در خروجی افزایش می‌یابد، اما با افزایش فاصله بین دیسک و استاتور، تغییری چندانی بر ضریب بدون بعد گشتاور ایجاد نمی‌شود؛ همچنین با افزایش سرعت دورانی دیسک، مقدار انتقال حرارت و گشتاور افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: دیسک دوار؛ ضریب بدون بعد گشتاور؛ رینولدز دورانی؛ دینامومتر.

Investigation of Geometric Effective Parameters in Design of a 1.5 kW Hydraulic Dynamometer

S. H. R. Ghoreishi¹, M. Moghimi^{2,*}, and A. Fasihfar³¹ MSc Student, Department of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.² Assistant Prof., Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.³ Assoc. Prof., Department of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

Abstract

Using a dynamometer is a test procedure for the electric motors, combustion engines, and gas turbines under the desired and controlled conditions. In a gas turbine, the performance assessment and efficiency assurance are to be done using a dynamometer. In this work, the flow around the rotating disk, located at a given distance from the stator, is simulated using the computational fluid dynamics method. The comparison made between the results obtained and the available experimental data shows a good agreement. The distribution of pressure, temperature, flow rate between the rotating disk and the stator, torque and dimensionless torque coefficient for the rotational speed of the rotating disk, gap between the rotating disk and the stator, shrouded and unshrouded, inlet nozzle diameter, and net radial inlet nozzle was reviewed. The results obtained show that the dimensionless torque coefficient increases by reduction in the clearance between the disk and the stator or the increasing shroud on the stator output. However, it did not make a significant change by increasing the distance between the disk and the stator. The heat transfer rate and torque were also increased by the disk rotational speed increment.

Keywords: Rotating Disk; Dimensionless Torque Coefficient; Rotational Reynolds Number; Dynamometer.

۱- مقدمه

دینامومتر^۱ می‌تواند به عنوان ابزاری جهت اندازه‌گیری توان خروجی یک منبع معرفی شود. به صورت خاص‌تر، می‌توان دینامومتر را دستگاهی برای اندازه‌گیری نیروهای مماسی واقع بر یک جرم چرخان دانست. استفاده از دینامومترها، روشی برای تست موتورهای الکتریکی، موتورهای احتراقی و توربین‌های گاز در شرایط خواسته‌شده و کنترل شده است از آنجا که آگاهی از نحوه کارکرد درست توربین‌های گاز و داشتن روشی برای ارزیابی عملکرد آن و حصول اطمینان از کارکرد درست آن بسیار حائز اهمیت است، بایستی از دینامومتر برای این عمل استفاده کرد. در واقع علاوه بر اندازه‌گیری توان و گشتاور، دینامومتر می‌تواند بخشی از یک بستر آزمایشی برای انواع فعالیت‌های توسعه دستگاه مورد تست، مانند کالیبراسیون و کنترل مدیریت آن، مورد استفاده قرار گیرد [۱].

دینامومترها، غالباً از سیستم دیسک- استاتور تشکیل می‌شوند؛ بنابراین برای بررسی پارامترهای مؤثر در طراحی یک دینامومتر، بایستی پارامترهای مؤثر بر سیستم دیسک استاتور را مورد مطالعه قرار داد. شکل ۱، اجزای تشکیل‌دهنده دینامومتر را نشان می‌دهد.

فون کارمن، لایه مرزی مغشوش روی یک دیسک دوار را به کمک یک روش تقریبی مورد بررسی قرار داد. روش فون کارمن، مبتنی بر معادلات مومنتم است. او با استفاده از روش تحلیلی معادله‌ای برای گشتاور وارد بر یک دیسک دوار ارائه داد [۳].

گلدشتاین، براساس یک محاسبه تقریبی بر مبنای قانون توزیع سرعت لگاریتمی یک معادله برای گشتاور وارد بر یک دیسک دوار ارائه داد. در رابطه گلدشتاین، ضرایب عددی به گونه‌ای هستند که نزدیکترین مطابقت با نتایج تجربی در اعداد رینولدز بالا نسبت به رابطه فون کارمن حاصل می‌شود [۴].

در مورد دیسک دوار واقع در یک محفظه شولتز گرونو، شکل جریان را در محفظه‌های بزرگ برای جریان آرام و مغشوش به صورت تئوری و تجربی مورد بررسی قرار دادند و

به این نتیجه رسیدند که اگر عرض محفظه چند برابر ضخامت لایه مرزی باشد، در اینصورت یک لایه مرزی اضافی در محفظه ایجاد می‌شود [۳].

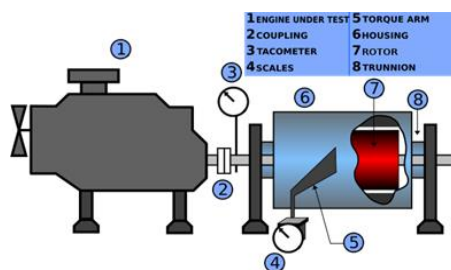
دیلی و نک، با توجه به عدد رینولدز دورانی و فاصله بین دیسک دوار و استاتور رژیم‌های مختلف جریان را مورد بررسی قرار دادند. با توجه به فاصله بین دیسک و استاتور و تشکیل لایه مرزی روی آن‌ها و تداخل یا عدم تداخل لایه مرزی‌های تشکیل شده، رژیم جریان را برای سیستم دیسک و استاتور به ۴ ناحیه تقسیم‌بندی کردند و در هر ناحیه روابطی برای ضریب بدون بعد گشتاور سیستم دیسک- استاتور ارائه کردند [۵].

دورفمن، دینامیک سیال و انتقال حرارت یک دیسک دوار و سیلندر دوار به صورت تئوری و آزمایشگاهی را مورد مطالعه قرار داد [۶].

رایلی و اوون^۲، به صورت تجربی جریان بین یک دیسک دوار واقع در یک استاتور را مورد بررسی قرار دادند و پارامترهای مؤثر بر توزیع فشار، ضریب گشتاور و انتقال حرارت ناشی از این جریان را محاسبه کردند [۷ و ۸].

شوچاک، پارامترهای مؤثر بر انتقال حرارت جریان بین یک دیسک آزاد و همچنین جریان بین یک دیسک دوار و استاتور را مورد بررسی قرار داده است [۹].

در کارهای انجام شده در گذشته در مورد سیستم دیسک-استاتور به بررسی تجربی این سیستم پرداخته شده است. در اینجا با انجام شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار فلونت با استفاده از مدل‌های توربولانسی مختلف به بررسی سیستم دیسک-استاتور مورد استفاده در دینامومتر هیدرولیکی پرداخته می‌شود.



شکل ۱- دینامومتر و اجزا تشکیل‌دهنده آن [۲]

²Owen

¹ Dynamometer

۲- معادلات اساسی

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v (\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2}) \quad (2)$$

$$v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{v_r v_z}{r} = v (\nabla^2 v_\phi - \frac{v_\phi}{r^2}) \quad (3)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \nabla^2 v_z \quad (4)$$

اگر جریان آرام باشد، این معادلات به همین صورت مناسب است. برای جریان مغشوش، سرعت و فشار دارای دو جزء متوسط و نوسانی است؛ بنابراین سرعت و فشار به صورت $\bar{v} + v'$ و $\bar{p} + p'$ بیان می‌شود. لذا داریم:

$$\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \frac{\bar{v}_r}{r} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} - \frac{\bar{v}_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + v (\nabla^2 \bar{v}_r - \frac{\bar{v}_r}{r^2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'_r v'_r}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'_r v'_z}) + \frac{\overline{v'_\phi v'_r}}{r} \quad (6)$$

$$\bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_\phi}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_\phi}{\partial z} + \frac{\bar{v}_r \bar{v}_z}{r} = v (\nabla^2 \bar{v}_\phi - \frac{\bar{v}_\phi}{r^2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'_\phi v'_r}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'_\phi v'_z}) + \frac{\overline{v'_\phi v'_r}}{r} \quad (7)$$

$$\bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + v \nabla^2 \bar{v}_z - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v'_z v'_r}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'_z v'_z}) \quad (8)$$

در معادلات (۵) تا (۸) علامت $(\bar{\quad})$ نشان‌دهنده متوسط است.

فرض غیرقابل تراکم بودن که در بخش قبل استفاده شد، به این معناست که ρ سیال ثابت است. در واقع این فرض صحیح نیست، اما زمانی که تغییرات در فشار و دما زیاد نباشد، این فرض تقریب خوبی با حالت واقعی دارد؛ همچنین فرض می‌شود که دیگر خصوصیات ترمودینامیکی سیال از قبیل، μ ، k ، C_p نیز ثابت است.

برای جریان آرام معادله انرژی به صورت معادله (۹) است.

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{k}{\rho C_p} \mu \phi \quad (9)$$

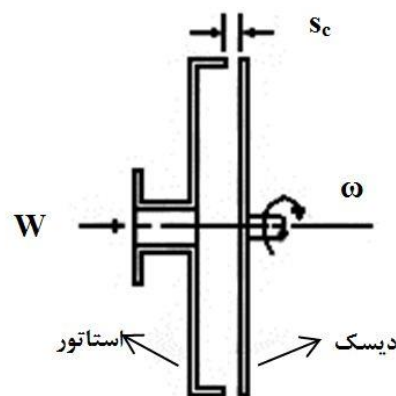
$$\phi = 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 \quad (10)$$

سمت راست معادله (۹) انتقال حرارت جابجایی، عبارت اول سمت راست معادله انتقال حرارت هدایتی و ϕ اتلاف لزجت را نشان می‌دهد که در رابطه (۱۰) بیان شده است.

معادلات ناویر-استوکس و انرژی، معادلاتی برای محاسبات پایه سیالات نیوتنی را فراهم می‌کنند. برای جریان سیال بین دیسک در یک سیستم روتور-استاتور، معمولاً دستگاه مختصات ساکن مناسب است. شکل ۲، یک دیسک را نشان می‌دهد که حول محور Z دوران می‌کند. جهت محور Z به گونه‌ای است که مبدأ دستگاه روی استاتور قرار دارد؛ بنابراین دیسک در نقطه $Z=s$ است. شعاع دیسک برابر b ، در جهت شعاعی مختصات متغیر r و زاویه ϕ با توجه به قاعده دست راست مشخص می‌شود. دیسک در جهت افزایش ϕ با سرعت دورانی ω دوران می‌کند. با توجه به دستگاه مختصات استفاده شده، سرعت هر نقطه از سیال به صورت $v=(v_r, v_\phi, v_z)$ نشان داده می‌شود. چگالی سیال برابر ρ ، دما T و فشار برابر p است. برای حالت جریان پایا و متقارن $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \phi} = 0$ که f در آن هر متغیر مورد استفاده است [۸].

زائده‌ی^۱ موجود در $Z=b$ قرار دارد که ممکن است روی استاتور یا روتور قرار گیرد. در حالت دیگر ممکن است، این زائده هم روی استاتور و هم روتور قرار گیرد.

در اینجا معادلات بقا و ناویر استوکس برای جریان غیرقابل تراکم^۲ بیان می‌شود. فرض می‌شود، در این معادلات لزجت دینامیکی μ و لزجت سینماتیکی ν مقادیر ثابتی است. معادلات بقا و ناویر-استوکس به ترتیب، در روابط (۱) تا (۴) نشان داده شده است [۸].



شکل ۲- شماتیک سیستم روتور و استاتور [۸]

^۱ shroud
^۲ Incompressible Flow

غیرایزوتروپ‌های شدید جریان و نیز اثرات غیرتعادلی هستند، این مدل در نهایت به جواب‌هایی خواهد رسید که تا حدی فوق دیفیوزر است، یعنی مقادیر μ_t که توسط این مدل پیش‌بینی می‌شود، حدی بزرگ خواهد بود. در برخی از مسائل این مدل در پیش‌بینی هسته‌های جدایشی تشکیل شده روی سطوح با انحنا ملایم، نتایج غلطی در بر دارد [۱۲].

به منظور اصلاح عیوب این مدل در برخی مسائل، تلاش‌هایی صورت گرفته که منجر به تولید مدل توسعه‌یافته $k-\varepsilon$ و $k-\varepsilon$ RNG شد. مدل $k-\varepsilon$ توسعه‌یافته با ضرایب اصلاح‌شده، برای جریان‌های ساده همان نتایج مدل استاندارد را خواهد داشت، ولی برای جریان‌های پیچیده‌ای نظیر، چرخش^۳ و نیز جریان‌های چرخشی، نتایج بهتر و دقیق‌تری را نسبت به مدل استاندارد به وجود خواهد آورد.

مدل $k-\varepsilon$ RNG در شکل ظاهری خود، بسیار شبیه به دو مدل استاندارد و توسعه یافته است. برای جریان‌های ساده که در آن آشفتگی در حالت موضعی قرار دارد، این مدل نتایجی شبیه مدل استاندارد ارائه می‌کند. به واسطه داشتن ترم‌های اضافی در معادله ε ، تحلیل جریان‌های سریعاً کرنش یافته و جریان روی سطوح با انحنا بسیار زیاد بهبود یافته است؛ همچنین اثرات چرخش روی آشفتگی جریان وارد شده است [۱۳].

۳-۲- مدل $k-\omega$

حالت عمومی مدل‌های $k-\omega$ از فرکانس آشفتگی ω به جای نرخ اضمحلال لزج ε برای مشخص کردن آشفتگی استفاده می‌کند. چنین مدل‌هایی به طور واضحی به انواع $k-\varepsilon$ نزدیک و مرتبط می‌باشند.

فرکانس آشفتگی ω را می‌توان توسط عبارت $\varepsilon=k\omega$ به مقادیر k و ε مربوط ساخت؛ بنابراین لزجت آشفتگی μ_t از رابطه‌ی (۱۶) به دست می‌آید.

$$\mu_t = C_{\mu} \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (16)$$

معادلات انتقال برای k و ω ، به صورت معادلات (۱۷) و (۱۸) به دست می‌آید [۱۴].

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_{,j} = (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_{,j})_{,j} + G + B - \rho \omega k \quad (17)$$

ϕ اغلب (اما نه همیشه) مقدار کوچکی است، لذا قابل صرف‌نظر کردن است [۸].

برای جریان مغشوش، معادله دمای متوسط به صورت رابطه‌ی (۱۱) است [۹].

$$\bar{v}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 \bar{T} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}'_r T') - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{v}'_z T') + \frac{k}{\rho C_p} \mu \bar{\phi} \quad (11)$$

۳-مدل‌های آشفتگی

تاکنون صدها مدل اغتشاشی ارائه شده‌اند که هر یک برای رژیم‌های خاص جریانی و حتی در ناحیه خاصی از میدان جریان معتبر و دقیق می‌باشند. هدف نهایی تمام نمونه‌های اغتشاشی، محاسبه اندازه تنش رینولدز $-\rho u'_i u'_j$ در نقاط مختلف جریان است [۱۰].

۳-۱- مدل $k-\varepsilon$

در مدل $k-\varepsilon$ ، میدان آشفتگی برحسب دو متغیر بیان می‌شود:

الف) انرژی جنبشی جریان آشفتگی

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (12)$$

ب) نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی آشفتگی

$$\varepsilon = \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \overline{u'_{i,j} u'_{i,j}} \quad (13)$$

می‌توان به کمک آنالیز ابعادی نشان داد که لزجت آشفتگی μ_t را می‌توان به طول مقیاس ادی‌های بزرگ جریان آشفتگی مرتبط ساخت.

در مدل استاندارد $k-\varepsilon$ ، مقادیر k و ε توسط معادلات نیمه تجربی (۱۴) و (۱۵) به دست می‌آیند [۹].

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_{,j} = (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_{,j})_{,j} + G + B - \rho \varepsilon \quad (14)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \varepsilon_{,j} = (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_{,j})_{,j} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G +$$

$$C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - C_3 \frac{\varepsilon}{k} B \quad (15)$$

که در معادلات (۱۴) و (۱۵)، C_1, C_2, C_3 ضرایب تجربی و σ_k و σ_ε نیز به ترتیب، اعداد پرانتل^۱ و اشمیت^۲ آشفتگی است [۱۱].

مدل استاندارد $k-\varepsilon$ برای طیف وسیعی از مسائل نسبتاً مشکل به خوبی کار می‌کند، اما برای مسائلی که شامل

^۱ Prandtl Number

^۲ Turbulent Schmidt Number

^۳ Recirculation

در اینجا به بررسی دیسک دوار با سرعت دورانی $40-50 \text{ rad/sec}$ پرداخته می‌شود که با توجه به رابطه (۱۹)، عدد رینولدز در این بازه بیشتر از 5×10^5 است، لذا جریان مغشوش است.

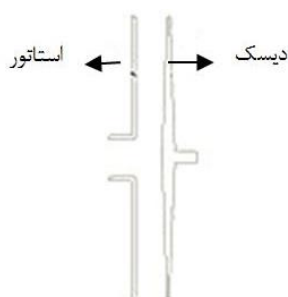
دیسک دوار مورد آزمایش اوون، دارای شعاع 0.381 m است. جنس روتور از فولاد نرم^۲ و ضخامت آن در مرکز دیسک 0.3175 m و در لبه دیسک 0.0635 m است. شکل ۳، شماتیک دیسک و استاتور بدون زائده و شکل ۴، دیسک و استاتور را با زائده نشان می‌دهد.

در اینجا ضریب بدون بعد دبی جرمی جریان هوای عبوری برابر $c_w = 2.4 \times 10^4$ است که با توجه به آن مقدار دبی جرمی هوا به صورت رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود.

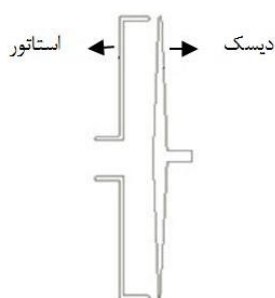
$$C_w = \frac{\dot{m}}{\rho r_0} \quad (20)$$

$$\dot{m} = 2.4 \times 10^4 \times 1.7894 \times 10^{-5} \times 0.381 = 0.1636 \text{ kg/sec}$$

در رابطه (۲۰)، \dot{m} دبی جرمی جریان عبوری از روی دیسک، μ لزجت و r_0 شعاع دیسک است.



شکل ۳- دیسک دوار و استاتور بدون زائده



شکل ۴- دیسک دوار و استاتور همراه با زائده^۳

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho u_j \omega_{,j} = (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \omega_{,j})_{,j} + C_1 \frac{\omega}{k} G + C_1(1 - C_3) \frac{\omega}{k} B - C_2 \rho \omega^2 \quad (18)$$

مدل $k-\omega$ نسبت به مدل استاندارد $k-\epsilon$ در جریان‌هایی بهتر عمل می‌کند که شامل، کاهش سرعت و جدایش ناشی از گردان فشار معکوس می‌باشند. مدل‌های $k-\epsilon$ از آنجا که از دسته مدل‌های رینولدز بالا می‌باشند، برای حل معادلات در نواحی نزدیک دیواره با مشکلات زیادی مواجه می‌شود؛ اما مدل $k-\omega$ را می‌توان برای پیش‌بینی تغییرات متغیرهای آشفتگی تا لب دیواره‌های جامد (البته با استفاده از المان‌های متراکم نزدیک دیواره)، مورد استفاده قرار داد.

مدل انتقال تنش برشی $k-\omega$ (SST $k-\omega$) توسط منتر^۱ و به منظور آمیختن فرمول‌بندی دقیق و قدرتمند مدل $k-\omega$ در نواحی نزدیک دیواره با مدل $k-\epsilon$ مستقل از جریان آزاد در نواحی دور از دیواره ارائه شده است؛ یعنی این مدل به طور همزمان، توانایی بالای مدل $k-\omega$ در نواحی با عدد رینولدز پایین و توانایی بالای مدل $k-\epsilon$ در نواحی با عدد رینولدز بالا را در اختیار گرفته است.

مدل SST $k-\omega$ ، بسیار شبیه به مدل استاندارد است؛ اما شامل بهینه‌سازی‌های زیر است.

مدل استاندارد $k-\omega$ و شکل تبدیل یافته مدل $k-\epsilon$ هر دو در یک تابع آمیختگی ضرب شده، آنگاه دو مدل با یکدیگر جمع می‌شوند. ثوابت مدل نسبت به مدل استاندارد $k-\omega$ تغییر یافته است.

این خصوصیات باعث شده که مدل SST $k-\omega$ برای دسته وسیعی از جریان‌ها (همانند جریان‌های شامل گردان فشار معکوس و ایرفویل‌ها) نسبت به مدل استاندارد $k-\omega$ بسیار دقیق‌تر و مطمئن‌تر باشد [۱۳].

۴- دیسک دوار

عدد رینولدز دورانی برای مشخص کردن نوع جریان به صورت رابطه‌ی (۱۹) تعریف می‌شود [۳].

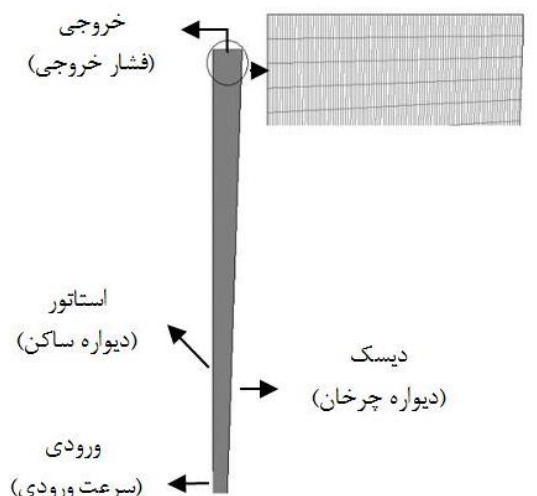
$$Re_\phi = \frac{\omega r^2}{\nu} \quad (19)$$

که اگر این عدد برای جریان بزرگتر از 5×10^5 باشد، جریان مغشوش است.

² Mild Steel

³ Shroud

¹ Menter



شکل ۵- شبکه‌بندی حل و شرایط مرزی جریان بین دیسک و استاتور بدون زائده برای $G=0.06$

برای لحاظ کردن اثرات دیواره تنها کافی است که از تعداد المان‌ها (یا سلول‌های محاسباتی) به اندازه کافی زیاد داخل لایه مرزی، بالاخص در نواحی گرادیان بالای مجاور دیواره، استفاده کرد. محدوده مجاز برای y^+ در مدل $k-\varepsilon$ با تابع دیواره Non-Equilibrium و مدل SST $k-\omega$ برابر $50 < y^+ < 500$ است [۱۳].

برای حل از الگوریتم سیمپل سی^۵ استفاده شده است. با توجه به اینکه شبکه‌بندی دو بعدی انجام شده به صورت چهارضلعی است، لذا بهترین روش برای میان‌یابی فشار، روش PRESTO! است. برای مجزا سازی مومنتم و انرژی از روش آپ ویند مرتبه ۲^۶ استفاده شده است. همزمان با حل معادلات مومنتم و پیوستگی، برای محاسبه دمای سیال، معادله انرژی نیز حل می‌شود.

در جدول ۱، استقلال از شبکه برای سه شبکه‌بندی نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، برای تعداد سلول ۲۰۰۰۰ با ۳۰۰۰۰، تفاوت چندانی در مقدار سرعت در یک نقطه خاص از جریان دیده نمی‌شود و تنها سبب افزایش زمان حل می‌شود؛ لذا از تعداد سلول ۲۰۰۰۰ برای حل استفاده می‌کنیم.

شعاع لوله ورودی هوای متصل به استاتور برابر 0.0508m است، لذا سرعت ورودی از رابطه‌ی (۲۱) برابر است با:

$$\dot{m} = \rho v_{in} A \quad (21)$$

$$v_{in} = \frac{0.1636}{1.225 \times 0.0508^2 \pi} = 16.4751 \text{ m/sec}$$

در اینجا دو حالت بررسی می‌شود.

۴-۱- دیسک و استاتور بدون زائده

در اینجا دو حالت $G=0.06$ و $G=0.12$ را مدل‌سازی کرده، سپس با داده‌های مقاله اوون مقایسه می‌کنیم که در رابطه (۲۲) نسبت فاصله G^1 نشان داده شده است.

$$G = \frac{s}{r_0} \quad (22)$$

که در رابطه (۲۲)، s فاصله محوری بین دیسک و استاتور است.

با توجه به تقارن دیسک دوار و استاتور، مدل دو بعدی یک نیم دیسک را در نرم‌افزار گمبیت^۲ رسم کرده، از شبکه‌بندی مربعی استفاده می‌شود که در شکل ۵ نشان داده شده است.

در اینجا از مدل $k-\varepsilon$ همراه با تابع دیواره Non-Equilibrium برای بهتر مدل شدن جریان در نزدیکی دیواره و مدل SST $k-\omega$ استفاده می‌شود و نتایج حاصله را با اعداد حاصله برای ضریب بدون بعد گشتاور (C_m) با داده‌های آزمایشگاهی موجود در مقاله اوون اعتبارسنجی می‌شود.

شرایط مرزی استفاده شده در این مسئله با توجه به داده‌های موجود از نتایج حل آزمایشگاهی اوون، "سرعت ورودی"^۳ در ورودی و "فشار خروجی"^۴ در خروجی است. مقدار سرعت ورودی که در ابتدا مشخص شد و برابر $16/4751\text{m/sec}$ و فشار نسبی خروجی، صفر است؛ زیرا خروجی محیط اطراف (اتمسفر) است. در شرط مرزی ورودی، مقدار دما را 298K قرار می‌دهیم. برای دیسک دوار و استاتور از شرط دما ثابت استفاده کرده، مقدار آن را برابر دمای محیط قرار می‌دهیم.

¹ Gap Ratio

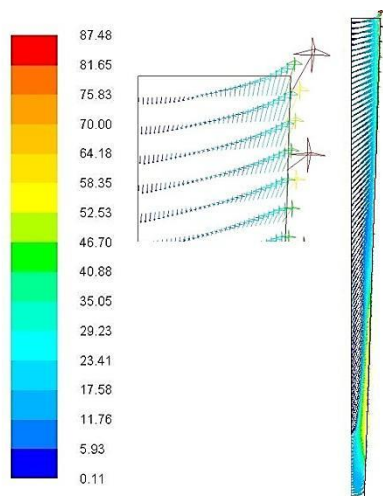
² Gambit

³ Velocity Inlet

⁴ Pressure Outlet

⁵ SIMPLEC

⁶ Second Order Upwind



شکل ۸- بردار سرعت جریان بین دیسک و استاتور بدون زائده بر حسب m/s برای $G=0.06$ برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec

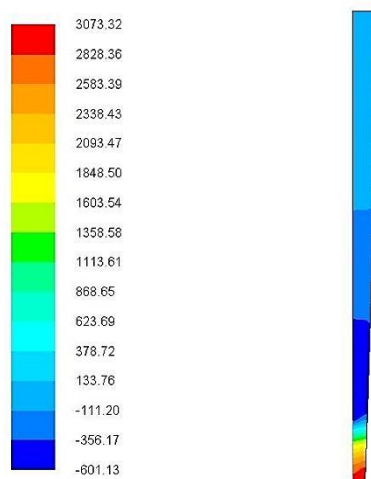
نتایج حاصله گشتاور و ضریب بدون بعد گشتاور برای حالت روتور و استاتور بدون زائده در شکل ۹ نشان داده است. با توجه به نتایج شکل ۹، خطای شبیه‌سازی برای سه مدل اغتشاشی نسبت به نتایج حاصل از آزمایش اوون در جدول ۲ نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، مدل SSTk- ω خطای کمتری نسبت به دیگر مدل‌ها دارد. البته خطای مدل k- ϵ RNG نیز کم است. همانطور که در بخش مدل‌های آشفتگی بیان شد، مدل SSTk- ω هم در رینولدزهای پایین و هم در رینولدزهای بالا، توانایی مدل کردن بالاتری نسبت به مدل‌های دیگر را دارا است و جدایی جریان و نواحی با گرادیان‌های معکوس فشار را به خوبی مدل می‌کند و در اینجا به علت بازشدگی فضای بین دیسک و استاتور و وجود گرادیان معکوس فشار، نتایج مدل SST k- ω نزدیکتر به نتایج آزمایشگاهی است.

اکنون با دو برابر کردن پارامتر بدون بعد G ، مقدار ضریب بدون بعد گشتاور محاسبه می‌شود. شکل ۱۰، مقادیر ضریب بدون بعد گشتاور در حالت $G=0.12$ را برای سه مدل اغتشاشی و حالت آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در جدول ۳، خطای این شبیه‌سازی نسبت به نتایج حاصل از آزمایش اوون نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، خطای شبیه‌سازی برای مدل SST k- ω و k- ϵ RNG، تقریباً نزدیک به هم است.

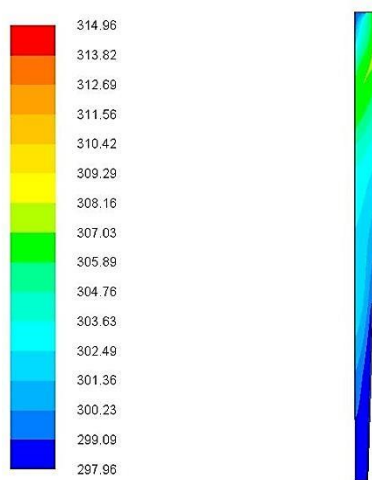
برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec ، توزیع فشار بین دیسک و استاتور در شکل ۶، توزیع دما در شکل ۷ و بردار سرعت جریان در شکل ۸ نشان داده شده است.

جدول ۱- بررسی استقلال شبکه

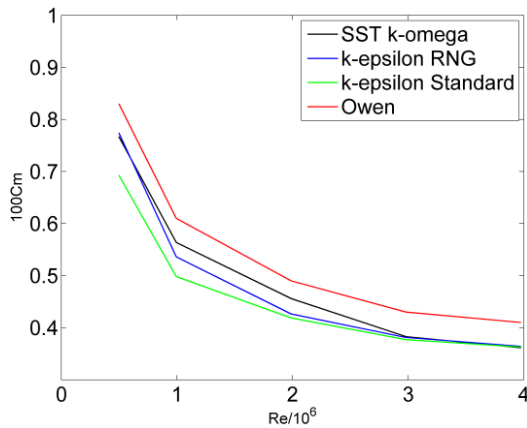
تعداد سلول	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳۰۰۰۰
سرعت (m/s)	۱۰/۳۲	۱۱/۹۵	۱۱/۹۷



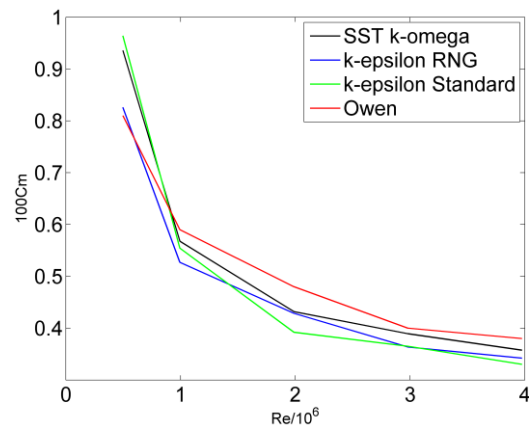
شکل ۶- توزیع فشار جریان بین دیسک و استاتور بدون زائده بر حسب Pa برای $G=0.06$ برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec



شکل ۷- توزیع دمای جریان بین دیسک و استاتور بدون زائده بر حسب K برای $G=0.06$ برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec



شکل ۱۰- ضریب بدون بعد گشتاور برای $G=0.12$ برای دیسک دوار بدون زائده



شکل ۹- ضریب بدون بعد گشتاور برای $G=0.06$ برای دیسک دوار بدون زائده

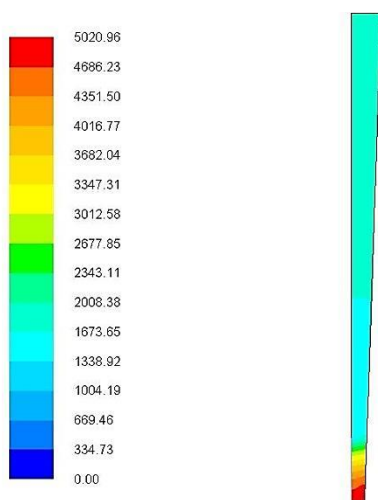
جدول ۳- مقایسه درصد خطا برای شبیه‌سازی ضریب بدون بعد گشتاور در حالت $G=0.12$ برای دیسک دوار بدون زائده

ω	k- ϵ	k- ϵ RNG	SST k- ω
۵۰	۱۶/۴۹۹	۶/۶۹۸	۷/۵۸
۱۰۰	۱۸/۳۲۲	۱۲/۱۲۱	۷/۵۸۷
۲۰۰	۱۴/۵۳۶	۱۲/۹۹۰	۶/۹۵۱
۳۰۰	۱۲/۳۱۲	۱۱/۳۶۱	۱۰/۹۷۸
۴۰۰	۱۱/۴۶۹	۱۱/۱۵۹	۱۱/۸۵۷

جدول ۲- مقایسه درصد خطا برای شبیه‌سازی ضریب بدون بعد گشتاور در حالت $G=0.06$ برای دیسک دوار بدون زائده

ω	k- ϵ	k- ϵ RNG	SST k- ω
۵۰	۱۹/۰۳۴	۱/۹۷۹	۱۵/۵۲۱
۱۰۰	۶/۰۶۶	۱۰/۶۸۲	۳/۷۹۲
۲۰۰	۱۰/۶۹۴	۱۸/۳۰۹	۱۰/۰۱۸
۳۰۰	۸/۷۴۲	۹/۰۷۴	۲/۶۸۴
۴۰۰	۱۳/۰۷۵	۹/۹۴۳	۵/۹۰۴

برای سرعت دورانی 400 rad/sec ، توزیع فشار بین دیسک و استاتور در شکل ۱۱، توزیع دما در شکل ۱۲ و بردار سرعت جریان در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۱- توزیع فشار جریان بین دیسک و استاتور برحسب Pa برای $G=0.06$ و $Gc=0.0033$ برای سرعت دورانی 400 rad/sec

همان‌طور که در شکل ۱۰ دیده می‌شود، با افزایش سرعت دورانی دیسک در حالتی که دبی ورودی جریان ثابت است، مقدار ضریب بدون گشتاور کاهش می‌یابد. با مقایسه دو حالت $G=0.12$ و $G=0.06$ یعنی با دو برابر کردن فاصله بین دیسک و استاتور و یا به عبارتی افزایش فاصله بین دیسک و استاتور، مقادیر گشتاور وارد بر دیسک افزایش می‌یابد. البته این میزان افزایش بسیار کم است و در دوره‌های پایین دیسک، میزان تغییر گشتاور با تغییر فاصله بین دیسک و استاتور نسبت به دوره‌های بالاتر بسیار ناچیز است.

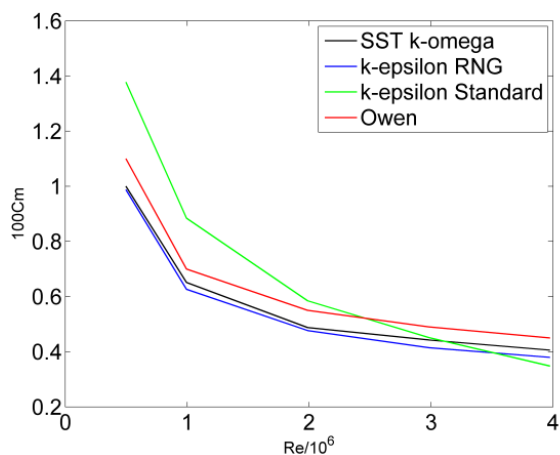
۲-۴- دیسک و استاتور با زائده $Gc=0.0033$

در اینجا می‌خواهیم تأثیر زائده بر گشتاور وارد بر دیسک دوار را بررسی کنیم. پارامتر بدون بعد مربوط به زائده در رابطه (۲۳) بیان شده است.

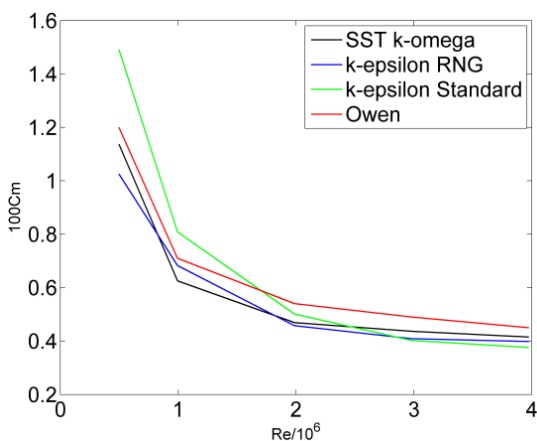
$$G_c = \frac{z_c}{r_0} \quad (23)$$

که در رابطه (۲۳)، S_c فاصله انتهایی دیسک در جهت محوری تا زائده موجود روی استاتور است که در شکل ۲ نشان داده شده است.

نشان داده شده است؛ همچنین مقدار خطای هر مدل نسبت به نتایج حاصل از آزمایش اوون در جدول ۵ نشان داده شده است.



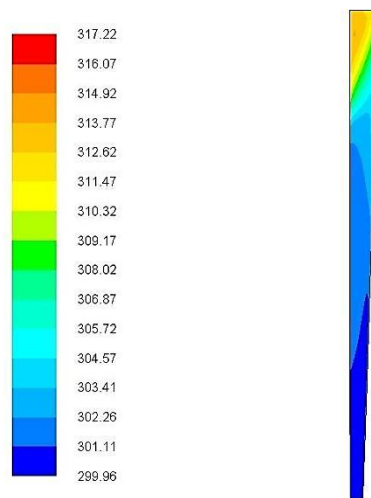
شکل ۱۴- ضریب بدون بعد گشتاور برای $G=0.06$ و $Gc=0.0033$



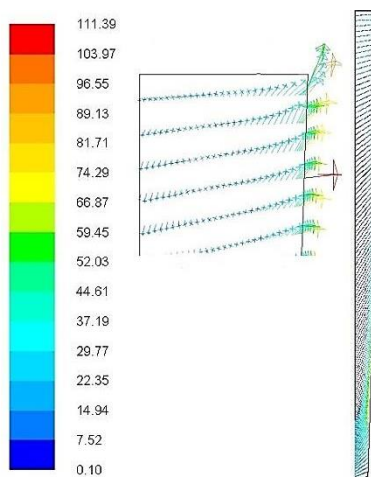
شکل ۱۵- ضریب بدون بعد گشتاور برای $G=0.12$ و $Gc=0.0033$

جدول ۴- مقایسه‌ی درصد خطا برای شبیه‌سازی ضریب بدون بعد گشتاور در حالت $G=0.0033$ و $G=0.06$

ω	k-ε	k-ε RNG	SST k-ω
۵۰	۲۵/۲۵۴	۱۰/۲۰۲	۹/۰۸۹
۱۰۰	۲۶/۳۲۸	۱۰/۵۲۱	۶/۹۵۷
۲۰۰	۶/۲۹۷	۱۳/۳۱۶	۱۱/۳۵۴
۳۰۰	۷/۸۸۶	۱۵/۴۰۱	۹/۷۰۷
۴۰۰	۲۲/۶۵۶	۱۵/۶۷۴	۹/۸۰۸

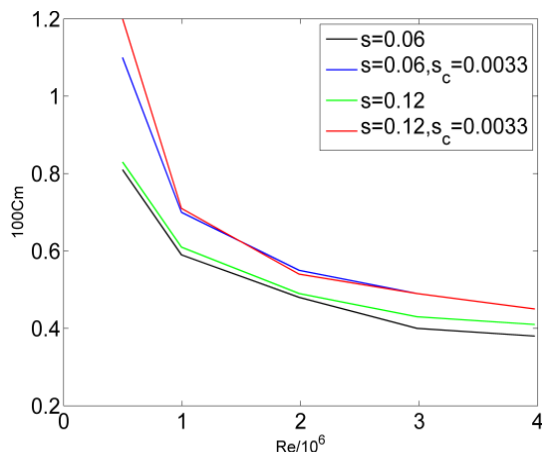


شکل ۱۲- توزیع دمای جریان بین دیسک و استاتور برحسب K برای $G=0.06$ و $Gc=0.0033$ برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec

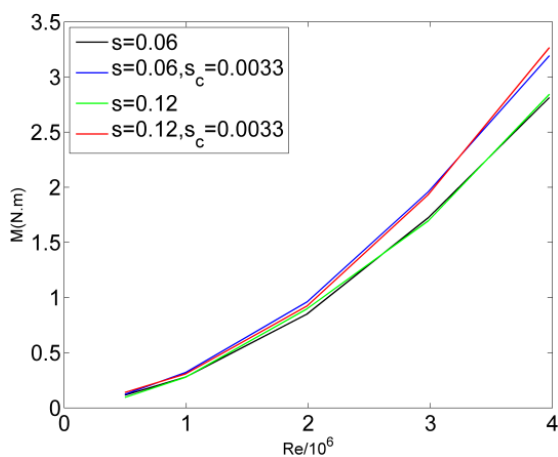


شکل ۱۳- بردار سرعت جریان بین دیسک و استاتور برحسب m/s برای $G=0.06$ و $Gc=0.0033$ برای سرعت دورانی ۴۰۰rad/sec

نتایج حاصله برای گشتاور و ضریب بدون بعد گشتاور در شکل ۱۴ نشان داده شده است؛ همچنین خطای شبیه‌سازی برای این حالت نسبت به نتایج حاصل از آزمایش اوون در جدول ۴ نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، خطای مدل SST k- ω کمتر از دو روش دیگر است. در شکل ۱۵، مقادیر حاصل از شبیه‌سازی و مقدار آزمایشگاهی ضریب بدون بعد گشتاور برای $G=0.12$ و



شکل ۱۶- مقایسه ضریب بدون بعد گشتاور وارد بر دیسک برای حالت بدون زائده و با زائده و تغییر فاصله‌ی دیسک از استاتور



شکل ۱۷- مقایسه گشتاور وارد بر دیسک برای حالت بدون زائده و با زائده و تغییر فاصله‌ی دیسک از استاتور

جدول ۶- مقادیر گشتاور وارده بر دیسک در شرایط مختلف

شرایط	M(N.m)
استاتور بدون زائده برای $G=0.06$	۲/۸۱۳۲۲
$G_c=0.0033$	۳/۱۹۳۲۳
قطر نازل نصف	۲/۹۶۷۵۵
افزایش فاصله نازل از مرکز دیسک در جهت شعاعی	۲/۶۶۹۲۴

جدول ۵- مقایسه‌ی درصد خطا برای شبیه‌سازی ضریب

بدون بعد گشتاور در حالت $G=0.0033$ و $G=0.12$

ω	k- ϵ	k- ϵ RNG	SST k- ω
۵۰	۲۴/۳۰۱	۱۴/۵۳۰	۵/۲۳۶
۱۰۰	۱۳/۹۲۱	۳/۸۲۵	۱۱/۸۶۹
۲۰۰	۷/۲۷۲	۱۵/۳۲۸	۱۳/۱۴۹
۳۰۰	۱۷/۹۲۶	۱۶/۵۵۶	۱۰/۹۰۲
۴۰۰	۱۶/۴۳۴	۱۱/۴۹۳	۷/۷۳۹

با توجه به نتایج ارائه شده در بالا دیده می‌شود که با قرار دادن زائده روی استاتور، می‌توان گشتاور وارد بر دیسک دوار را افزایش داد.

شکل ۱۶، مقایسه حالت‌های انجام شده در بالا را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، با قرار دادن زائده روی استاتور در مسیر خروجی جریان سیال بین دیسک و استاتور، ضریب بدون بعد گشتاور کاهش می‌یابد.

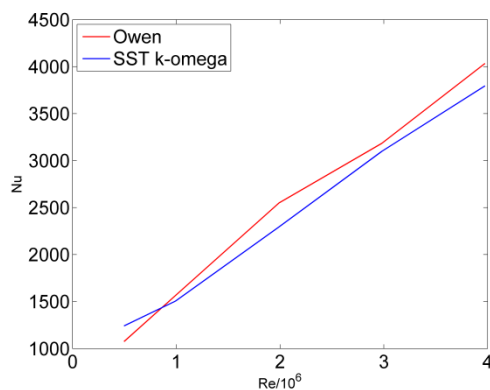
در شکل ۱۷، تأثیر زائده و تغییر فاصله بین دیسک و استاتور روی مقدار گشتاور وارد بر دیسک نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۷ دیده می‌شود که گشتاور وارد بر دیسک در حالت وجود زائده روی استاتور نسبت به عدم وجود زائده افزایش یافته است؛ زیرا در صورت وجود زائده در خروجی، فشار نسبت به حالتی که زائده وجود ندارد، بیشتر است. همچنین با دو برابر کردن فاصله بین دیسک و استاتور در هر دو حالت وجود زائده و نبودن زائده تأثیر چندانی روی مقادیر گشتاور ندارد.

۵- بررسی تأثیر قطر نازل ورودی و فاصله نازل از مرکز

در اینجا در حالتی که سرعت دورانی $\omega=400$ rad/sec و $G=0/6$ ، به بررسی تأثیر قطر نازل ورودی و فاصله این نازل در جهت شعاعی پرداخته می‌شود. نتایج گشتاور در شرایط مختلف در جدول ۶ نشان داده شده است.

با توجه به جدول ۶ دیده می‌شود که با کاهش قطر نازل، مقدار گشتاور افزایش می‌یابد و با دور شدن نازل از مرکز دیسک در جهت شعاعی، مقدار گشتاور کاهش می‌یابد.

شبیه‌سازی شده، مقدار عدد ناسلت شبیه‌سازی با مقدار تجربی اختلاف دارد.



شکل ۱۸- ناسلت میانگین روی دیسک برای استاتور بدون زائده و $G=0.06$

۷- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

با توجه به نتایج حاصله که در بالا آورده شد، پارامترهای تأثیرگذار روی مقدار ضریب بدون بعد گشتاور، توزیع دما، فشار و سرعت جریان بین دیسک و استاتور، فاصله بین دیسک و استاتور در جهت شعاعی، وجود زائده روی استاتور، تغییر اندازه زائده موجود روی استاتور، قطر نازل ورودی و فاصله نازل از مرکز دیسک در جهت شعاعی است.

با تغییر فاصله بین دیسک و استاتور و ۲ برابر شدن این فاصله در دبی یکسان در میزان گشتاور وارد بر دیسک در دوره‌های مختلف، تغییر محسوسی ایجاد نشد. ضریب بدون بعد گشتاور در حالت بدون زائده با ۲ برابر شدن فاصله بین دیسک و استاتور در دور 400 rad/sec در حدود $1/0.6$ درصد کاهش یافت.

با اضافه کردن زائده در خروجی، تغییر محسوسی در میزان گشتاور وارد بر دیسک دیده می‌شود. ضریب بدون بعد گشتاور در دور 400 rad/sec با اضافه کردن زائده در خروجی $14/89$ درصد افزایش یافت.

۸- فهرست علائم

k	انرژی جنبشی جریان مغشوش
P	توان
m	دبی جرمی

۶- انتقال حرارت سیستم دیسک دوار و استاتور

کاربرد آنالوژی رینولدز بیان شده توسط دورفمن برای انتقال حرارت از یک دیسک آزاد توسط اوون برای یک دیسک دوار نزدیک یک استاتور بررسی شد. برای این حالت، عدد ناسلت میانگین به صورت رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود.

$$\overline{Nu} = Re \cdot C_{m,0} / \pi \quad (24)$$

$$\overline{Nu} = \frac{q_{0,av} r_0}{k(T_0 - T_{0,ad,av})} \quad (25)$$

که در رابطه (۲۵)، $q_{0,ad}$ شار حرارتی میانگین از طریق دیسک دوار، k هدایت حرارتی سیال است. اگر حرارت ناشی از اصطکاک قابل صرف‌نظر باشد، دمای آدیاباتیک دیسک، $T_{0,ad}$ برابر دمای استاتور است. برای سرعت دورانی زیاد، حرارت اتلافی از دیسک دوار قابل توجه است، لذا دمای آدیاباتیک دیسک از رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود [۷].

$$T_{0,ad} = T_s + \frac{\omega^2 r^2}{2C} \quad (26)$$

که در رابطه (۲۶)، C ظرفیت گرمایی سیال است.

با توجه به نتایج کاپینوس^۲ برای $4 \times 10^6 < Re < 5 \times 10^5$ عدد ناسلت تابعی از عدد رینولدز است و وابستگی کمی به مقدار دبی جرمی جریان دارد [۱۵].

آنالوژی رینولدز بر مبنای رابطه (۲۴)، با توجه به عدد پرانتل، توسط دورفمن به صورت رابطه (۲۷) اصلاح می‌شود.

$$\overline{Nu}(Pr) = Pr^{0.6} \overline{Nu}(Pr = 1) \quad (27)$$

با توجه به عدد پرانتل هوا (0.7442) و رابطه (۲۷)، مقدار ناسلت متوسط به صورت رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود.

$$\overline{Nu} = \frac{0.7442^{-0.6} Re \cdot C_{m,0}}{\pi} = 0.267 Re \cdot C_{m,0} \quad (28)$$

در شکل ۱۸، نتایج حاصل از آزمایش اوون و شبیه‌سازی انجام شده برای مقدار عدد ناسلت میانگین به ترتیب، برای حالات $G=0.06$ بدون زائده نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود با افزایش سرعت دورانی دیسک، عدد ناسلت و در نتیجه انتقال جابجایی حرارت سیال افزایش یافته است.

مقدار عدد ناسلت محاسبه شده در روش تجربی و شبیه‌سازی با استفاده از رابطه (۲۸) به دست می‌آید؛ لذا به علت اختلاف بین مقادیر ضریب بدون بعد گشتاور تجربی و

^۱ Reynolds Analogy

^۲ Kapinos

- [4] Goldstein S. (1935) On the resistance to the rotation of a disc immersed in a fluid. Proc. Cambr.
- [5] Daily JW, Nece RE (1960) Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed disks. J Basic Eng 82: 217-232.
- [6] Dorfman L (1963) Hydrodynamic resistance and heat loss of rotating solids. Oliver and Boyd, Edinburge.
- [7] Rayley F, Owen J (1970) The fluid dynamics of a shrouded disk system whit a radial outflow of coolant. J Eng Power-T ASME 335-341.
- [8] Owen J, Rogers R (1989) Flow and heat transfer in rotating-disc systems. John Wiley & Sons Inc, New York.
- [9] Shevchuk I (2009) Convective heat and mass transfer in rotating disk systems. Springer.
- [10] Jones WP, Launder BE (1972) The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. Int J Heat Mass Tran 301-314.
- [11] Launder BE, Sharma BI (1974) Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. Lett Heat Mass Transfer 131-138
- [12] Davidson L (2011) An introduction to turbulence models. Goteborg, Sweden.
- [۱۳] [۱۳] صنیعی نژاد م (۱۳۸۸) مبانی جریان‌های آشفته و مدل‌سازی آن‌ها. دانش نگار .
- [14] Wilcox DC (1994) Simulation of transition with a two-equation turbulence model. AIAA 32(2): 247-255.
- [15] Kapinos VM (1965) Heat transfer from a disc rotating in a housing with a radial flow of coolant. J Eng Phys 8: 35-38.

دمای آدیباتیک دیسک	$T_{0,ad}$
سرعت دورانی	ω
ضریب بدون بعد دبی جرمی	C_w
ضریب بدون بعد گشتاور	C_M
طول زائده‌ی موجود بر روی استاتور	S_c
عدد پرانتل	Pr
عدد رینولدز دورانی ($Re_\phi = \frac{\omega r^2}{\nu}$)	Re_ϕ
فاصله‌ی بین دیسک و استاتور	S
گشتاور	M
ناسلت میانگین	\overline{Nu}
نرخ اضمحلال ویسکوز جریان مغشوش	ε
نسبت فاصله ($G = \frac{S}{r}$)	G
نسبت لقی زائده ($G_c = \frac{S}{r}$)	G_c

۹- مراجع

- [1] Winther JB (1975) Dynamometer handbook of basic theory and applications. Ohio: Eaton Corporation.
- [2] McNamee R, Monk I (2010) Hydraulic dynamometer. Worcester Plytechnic Institute, Worcester, United States.
- [3] Schlichting H (1979) Boundary layer theory. McGraw-Hill, New Yourk.