



بررسی عددی تاثیرات میدان مغناطیسی مماسی و ثابت بر جریان و انتقال حرارت از یک استوانه پوشیده شده با نوار متخلخل

علیرضا پورموید^{۱*}، محمد صادق ولی پور^۲، رضا رحمتی^۳ و رحمت الله رحمانی^۴

^۱ دانشجوی دکتری هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر و عضو هیئت علمی دانشکده مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیا، (ص)، تهران

^۲ استادیار، گروه مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

^۳ و ^۴ مدرس، دانشکده مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیا، (ص)، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۲۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۰۹/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۲/۰۴

چکیده

در پژوهش حاضر، جریان و انتقال حرارت اطراف یک سیلندر استوانه‌ای که اطراف آن توسط یک نوار متخلخل پوشیده شده، به صورت عددی و با استفاده از مدل غیر داریسی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این پژوهش برای مدل سازی انتقال ممنوم در محیط متخلخل از مدل داریسی-برینکمان-فرچهایمر که یکی از کامل ترین مدل های ارائه شده می باشد، بهره گرفته شده است. معادلات حاکم بر مسئله شامل معادلات پیوستگی، ممنوم و انرژی به همراه شرایط مرزی پس از بی بعد سازی با استفاده از پارامترهای بدون بعد، به روش حجم محدود و به کمک الگوریتم سیمپل به صورت عددی حل شده اند. به علاوه، اثر میدان مغناطیسی در اطراف سیلندر در حالتی که سیال رسانای جریان الکتریسیته باشد نیز بر روی مشخصه های جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده برای محدوده وسیعی از اعداد بدون بعد حاکم از جمله عدد داریسی، عدد رینولدز و عدد استوارت نمایش داده شده اند. در پایان نیز دو فرمول پیشنهادی برای عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بر حسب عدد داریسی و عدد رینولدز ارائه شده است که اثرات میدان مغناطیسی و هدایت حرارتی ناحیه متخلخل در این دو فرمول لحاظ شده است.

کلمات کلیدی: میدان مغناطیسی؛ محیط متخلخل؛ استوانه با مقطع دایره؛ روش عددی؛ مدل داریسی-برینکمان-فرچهایمر؛ عدد استوارت.

The effects of magnetic field on the convective heat transfer around a solid cylinder wrapped by a porous sheath

A.R. Pourmoayed^{1*}, M.S. Valipoure², R. Rahmati³, R. Rahmani⁴

¹ Ph.D. Student, Mech. Eng Department, Malek Ashtar Univ. & University of Katmol Anbia Air Defense, Tehran, Iran

² Assist. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

^{3,4} Lecturer, Mech. Eng. Department, University of Katmol Anbia Air Defense, Tehran, Iran

Abstract

The study of an external magnetic field effects on fluid flow and heat transfer characteristic has direct applications to various physical phenomena. In this paper, flow and heat transfer of an electrically conducting fluid around a cylinder wrapped with a porous ring and under the influence of A constant magnetic field has been studied numerically. The range of Stuart (N), Reynolds (Re) and Darcy (Da) numbers are 0-5, 1-40, and 10-8-10-1 respectively. The Darcy-Brinkman-Forchheimer model has been used for simulating the flow in porous medium. Governing equations provides the coupling between the flow field and the magnetic field. These equations with the relevant boundary conditions are solved numerically using Finite Volume Method (FVM). The effects of varying Stuart, Reynolds, and Darcy numbers on flow patterns and heat transfer rate are explored. Finally, two overall expressions for the average Nusselt number are proposed in which effects of Magnetic field and Darcy number are considered. It was found that in the presence of a magnetic field, the drag coefficient and the critical radius of insulation increases, while the wake length and Nusselt (Nu) number decreases.

Keywords: Magnetic field; Porous medium; Circular cylinder; Numerical method; Darcy-Brinkman-Forchheimer model; Stuart number.

۱- مقدمه

تأثیر متقابل میدان جریان سیال و میدان مغناطیسی توجهات زیادی را بدلیل اهمیت زیاد در کاربردهای عملی متنوع به خود جلب کرده است. از این کاربردها می‌توان به مدارهای خنک کننده راکتور شکافت سریع، مدلسازی تحویل دارو در بدن بوسیله میدان مغناطیسی، پروسه‌های متالورژیکی و ریخته گری بوسیله میدان مغناطیسی، کنترل آلودگی‌های شیمیایی زیر زمینی، پمپ‌های مگنتو هیدرو دینامیک، فرآیندهای رشد بلور، طراحی کابل‌های زیر دریا و بسیاری از کاربردهای دیگر اشاره کرد. اخیراً تحقیقات زیادی روی تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت اطراف یک جسم سیلندر انجام شده است که در زیر آمده است.

یوون^۱ و همکارانش [۱] یک مطالعه عددی روی جریان و انتقال حرارت یک سیال هادی الکتریسته اطراف یک سیلندر صلب در حضور میدان مغناطیسی انجام دادند. تحقیق آن‌ها نشان داد که نیروی لورنتز^۲ (نیروی که از اعمال یک میدان مغناطیسی در سیال در حال حرکت ایجاد می‌شود و بسته به جهت حرکت سیال، در جهت یا خلاف جهت حرکت سیال اثر می‌کند) ایجاد شده توسط تأثیر متقابل میدان مغناطیسی و میدان جریان موجب میرایی ارتعاشات ایجاد شده توسط گردابه‌ها^۳ می‌شود.

گرایگوریادیس^۴ و همکارانش [۲] جریان مگنتو هیدرو دینامیک اطراف یک سیلندر صلب را در دو حالت پایا و ناپایا بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که در هر دو جهت میدان مغناطیسی (افقی و عمودی) بزرگی ضریب لیفت به طور یکنواخت با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش شدت آن کاهش می‌یابد تا اینکه جریان به حالت پایا برسد.

هاسم^۵ و همکارانش [۳] تأثیر میدان مغناطیسی روی جریان و انتقال حرارت اطراف یک سیلندر صلب قرار گرفته درون یک کانال در اعداد هارتمن بالا را مورد بررسی قرار دادند. محاسبات آن‌ها نشان داد که نرخ انتقال حرارت از سیلندر تا حدود زیادی به بزرگی عدد هارتمن وابسته است.

آنها همچنین نشان دادند که افت فشار ناشی از اضافه کردن یک سیلندر به درون کانال با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد.

انتقال حرارت جابجایی مخلوط از یک سیلندر عمودی با یک میدان مغناطیسی در جهت عمود بر دیواره سیلندر توسط آیدین و کایا^۶ مورد بررسی قرار گرفت [۴]. ایشکک^۷ و همکارانش [۵] جریان و انتقال حرارت مگنتو هیدرو دینامیک را در یک سیلندر مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز و عدد پرانتل افزایش می‌یابد اما با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی اصطکاک پوسته‌ای با پارامتر میدان مغناطیسی و عدد رینولدز افزایش می‌یابد.

مطالعات بسیاری هم روی جریان مگنتو هیدرو دینامیک در محیط متخلخل انجام شده است.

بارلتا^۸ و همکارانش [۶] انتقال حرارت مخلوط را در دو لوله هم مرکز که فضای بین آنها از مواد متخلخل پر شده و تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیر شعاعی قرار گرفته‌اند بررسی کردند. تکلیفی^۹ و همکارانش [۷] تأثیر میدان مغناطیسی را روی یک پره متخلخل که به یک صفحه عمودی هم دما چسبیده برای دو مورد مختلف: الف) سیال از پای پره گرمتر باشد ب) پای پره از سیال گرمتر باشد به صورت عددی بررسی کردند. در طول این تحقیق آنها متوجه شدند که تأثیر میدان مغناطیسی روی نرخ انتقال حرارت در حالتی که سیال هادی قوی‌تر برای هدایت جریان الکتریسته است بیشتر است. همچنین آنها پی بردند که میدان مغناطیسی در حالتی که پای پره از سیال گرمتر باشد نرخ انتقال حرارت را کاهش می‌دهد. گیندراو و اریاولت^{۱۰} [۸] اثرات میدان مغناطیسی را روی رفتار ظاهری سیال در محیط متخلخل برای اعداد هارتمن بسیار بزرگ مورد بررسی قرار دادند. آنها پی بردند که میزان تراوایی بستگی زیادی به میدان مغناطیسی دارد. شارما و مادور^{۱۱} جریان جابجایی آزاد

^۶Aydin and Kaya

^۷Ishak

^۸Barletta

^۹Taklifi

^{۱۰}Geindreau and Aurialt

^{۱۱}Shrma and Mathur

^۱Yoon

^۲Lorentz force

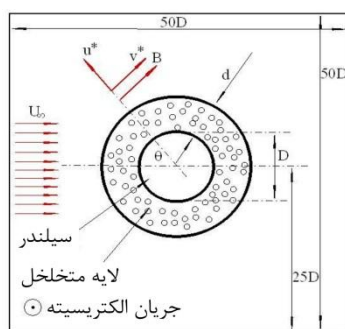
^۳Wake

^۴Grigoriadis

^۵Hussam

۲- مدل مفهومی و فیزیک مسئله

همانطوری که در شکل ۱ نشان داده شده است یک کابل با مقطع دایره‌ای نامحدود (دوبعدی) و پوشیده شده با نواری از ماده متخلخل با ضخامت d را که در مسیر جریان سیال یکنواخت، آرام و پایا قرار گرفته است در نظر می‌گیریم. قطر سیلندر D و سرعت جریان آزاد U_∞ می‌باشند. فرض می‌شود که سیلندر در دمای ثابت T_w قرار داشته باشد که از دمای محیط T_∞ بیشتر است. همچنین جریان الکتریسیته از درون کابل عبور می‌کند پس طبق قانون آمپر^{۱۴} یک میدان مغناطیسی مماسی (عمود بر جهت شعاعی) ایجاد می‌شود. جهت این میدان هم از طریق قانون دست راست (شصت در جهت جریان و چرخش چهار انگشت در جهت میدان) تعیین می‌شود. ماده متخلخل اطراف سیلندر همگن، ایزوتروپ با تخلخل و تورچپاسیتی ثابت در نظر گرفته می‌شود. همه خواص سیال ثابت در نظر گرفته می‌شوند. به منظور کاهش اثرات مرزهای خروجی اندازه دامنه محاسباتی هم در جهت افقی و هم در جهت عمودی $50D$ برابر قطر سیلندر در نظر گرفته می‌شوند. فرض می‌شود که سیالی که در اطراف سیلندر جریان دارد یک سیال هادی جریان الکتریسیته بوده و همچنین سیلندر تحت تاثیر میدان مغناطیسی مماسی و ثابت با سیلندر قرار دارد. در این شرایط جریان سیال می‌تواند تحت تاثیر میدان مغناطیسی اعمال شده قرار بگیرد. در ادامه به توضیح مختصری درباره‌ی تعامل بین جریان‌های سیال هادی و میدان‌های مغناطیسی می‌پردازیم.



شکل ۱- دامنه محاسباتی و هندسه مساله

یک سیال هادی جریان الکتریسیته عبوری از یک صفحه عمودی گرم که در حضور یک چاه یا چشمه حرارتی قرار دارد را بررسی کردند [۹]. جا^{۱۲} جریان جابجایی آزاد مگنتوهیدرودینامیک در محیط متخلخل را مورد بررسی قرار داد [۱۰]. شاکیا و سینک^{۱۳} جریان ویسکو الاستیک مگنتوهیدرودینامیک را از یک دیواره عمودی متخلخل بررسی کردند [۱۱]. مطالعات زیادی هم در مورد بررسی جریان و انتقال حرارت از سیلندرهای متخلخل وجود دارد [۱۲ و ۱۳ و ۱۴]. ولی پور و زارع [۱۵] انتقال حرارت جابجایی از یک سیلندر با مقطع دایره متخلخل با تولید حرارت داخلی را بررسی کردند. رشیدی و همکارانش [۱۶] انتقال حرارت جابجایی اجباری و جریان را حول یک استوانه با مقطع دایره-ای که با یک نوار متخلخل پوشیده شده است را بررسی کردند. در مطالعه آنها اثرات میدان مغناطیسی لحاظ نشده است. در مطالعه ای دیگر ولی پور و همکارانش [۱۷] انتقال حرارت جابجایی اجباری و جریان را حول یک استوانه با مقطع دایره‌ای که با یک نوار متخلخل پوشیده شده است را در حضور میدان مغناطیسی مماسی متغیر با عکس شعاع بررسی کردند. در اکثر مطالعات انجام شده که در بالا به آنها اشاره شد در حالتی بود که میدان مغناطیسی عمود یا موازی جهت حرکت سیال بود ولی در این پژوهش میدان مغناطیسی مماسی که در اثر عبور جریان الکتریسیته از سیلندر ایجاد می‌شود در نظر گرفته شده است و جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی اجباری اطراف این سیلندر دو بعدی که با لایه ای از مواد متخلخل اشباع شده از سیال پوشیده شده، به صورت عددی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. همچنین اثرات مربوط به میدان مغناطیسی (اثرات هیدرومغناطیسی، اثرات تغییر ضخامت لایه متخلخل بر روی جریان و انتقال حرارت در حالت‌هایی که سیال هادی جریان الکتریسیته باشد از دیگر مطالبی است که در این مطالعه به آن پرداخته شده است. در تمام مطالعات انجام شده از مدل داری-برینکمان-فرچهایمر که کاملترین مدل برای شبیه سازی جریان در محیط‌های متخلخل می‌باشد استفاده می‌شود.

^{۱۴} جریان الکتریکی گذرنده از یک حلقه، میدان مغناطیسی حول آن حلقه ایجاد می‌کند.

^{۱۲}Jha

^{۱۳}Shakya and Singh

۲-۱- معادلات حاکم و مدل ریاضی مسئله

برای حل این مسئله لازم است معادلات بقاء همراه با شرایط مرزی مربوطه در دستگاه مختصات مناسب حل شوند. با توجه به طولی بودن سیلندر در راستای عمود بر صفحه و هندسه سیلندر، دستگاه مختصات قطبی دو بعدی را برای حل این مسئله انتخاب می‌کنیم.

قابل ذکر است که برای تحلیل این مسئله از مدل دارسی- برینکمان-فرچهایمر به دلیل ملاحظات مناسب برای مقاومت اینرسی ناشی از محیط متخلخل بر روی جریان سیال، برای مدل کردن انتقال اندازه حرکت در سیال استفاده شده است. فرض می‌شود که دمای سیال با دمای ماده متخلخل جامد در تمام نقاط حوزه حل برابر باشد و تعادل گرمایی محلی بین فاز سیال و فاز جامد برقرار باشد [۱۸]. همچنین فرضیات زیر را برای محیط مغناطیسی در نظر می‌گیریم:

- فرض می‌کنیم سیال یک محیط پیوسته و هادی الکتریسیته باشد. همچنین فرض می‌کنیم دیواره‌های کابل هم هادی الکتریسیته باشند.
- جریان‌های قطبی قابل صرفنظر کردن هستند. همچنین از تاثیر متقابل میدان مغناطیسی القایی و سیال در مقابل تاثیر متقابل میدان مغناطیسی اعمالی و سیال صرفنظر می‌کنیم.
- از اثرات حرارت ژول در معادله انرژی صرفنظر می‌کنیم [۷].

برای نوشتن معادلات حاکم از دو گروه معادله استفاده می‌کنیم یک گروه برای دامنه سیال خالص که با اندیس ۱ مشخص شده‌اند و دیگری برای دامنه محیط متخلخل که با اندیس ۲ مشخص شده‌اند. برای نوشتن معادلات از پارامترهای بدون بعد که در جدول زیر نمایش داده شده است استفاده می‌کنیم:

جدول ۱- مجموعه پارامترهای بدون بعد استفاده شده برای بی‌بعد کردن معادلات حاکم بر مسئله

اعداد بدون بعد مورد استفاده		
$r=r^*/R$	$v=v^*/U_\infty$	$Pr=v/a$
$\theta=\theta^*$	$p=p^*/\rho U_\infty^2$	$Da=K/D^2$
$u=u^*/U_\infty$	$T=T^*-T_w/T_w-T_\infty$	$Re=\rho U_\infty D/\mu$
$N=\sigma B^2 D/\rho U_\infty$		

دقت شود در روابط بالا N عدد استوارت می‌باشد و برابر نسبت نیروی الکترو مغناطیسی به نیروی لزجت می‌باشد. بنابراین با توجه به فرض‌های ذکر شده در بالا و همچنین فرض غیر قابل تراکم بودن سیال جاری در محیط متخلخل روابط حاکم در دستگاه مختصات قطبی عبارتند از

۲-۱-۱- معادلات بدون بعد حاکم بر ناحیه سیال خالص [۷]

- معادله بقای جرم (پیوستگی)

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru_1) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v_1) = 0 \quad (۱)$$

- معادله بقای ممنتوم در راستای شعاعی:

$$\left(\frac{v_1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{v_1^2}{r} \right) = -\frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{2}{Re}$$

$$\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_1}{\partial \theta} - \frac{u_1}{r^2} \right) \quad (۲)$$

$$-\frac{Nu_1}{2}$$

- معادله بقای ممنتوم در راستای مماسی:

$$\left(\frac{v_1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial \theta} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{u_1 v_1}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial \theta} + \frac{2}{Re}$$

$$\left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} - \frac{v_1}{r^2} \right) \quad (۳)$$

- معادله انرژی:

$$\left(u_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{v_1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial \theta} \right) = \frac{2}{RePr}$$

$$\left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \theta^2} \right) \quad (۴)$$

۲-۱-۲- معادلات بدون بعد حاکم بر ناحیه متخلخل [۷]

• معادله بقای جرم (پیوستگی):

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru_2) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v_2) = 0 \quad (۵)$$

• معادله بقای ممنتوم در راستای شعاعی:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(v_2 \frac{\partial u_2}{\partial \theta} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{v_2^2}{r} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p_2}{\partial r} + \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \theta^2} - \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial v_2}{\partial \theta} - \frac{u_2}{r^2} \right) \right) - \frac{\varepsilon}{2\text{ReDa}} u_2 - \frac{\varepsilon C_F}{2\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{u_2^2 + v_2^2} u_2 - \frac{\varepsilon \text{Nu}_2}{2} \quad (۶)$$

• معادله بقای ممنتوم در راستای مماسی:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{v_2}{r} \frac{\partial v_2}{\partial \theta} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{u_2 v_2}{r} \right) = -\frac{\varepsilon}{r} \frac{\partial p_2}{\partial \theta} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_2}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_2}{\partial \theta} - \frac{v_2}{r^2} \right) - \frac{\varepsilon}{2\text{ReDa}} v_2 - \frac{\varepsilon C_F}{2\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{u_2^2 + v_2^2} v_2 \quad (۷)$$

دقت شود که معادلات فوق در حالتی که تخلخل (نسبت حجم فضای خالی به حجم کل) به سمت ۱ و عدد دارسی به سمت صفر میل کنند به معادلات ۲ و ۳ که برای سیال خالص ارائه شده بودند می‌رسند.

در این پژوهش میدان مغناطیسی در جهت مماسی (θ) اعمال شده است. در مسئله مگنتوهیدرودینامیک اثر این میدان روی معادله ممنتوم به صورت نیروی لورنز دیده می‌شود این نیرو برابر $F = \sigma(\vec{V} \times \vec{B} \times \vec{B})$ می‌باشد.

در جهت شعاعی این نیرو به صورت $F_r = \sigma(u \times B_\theta \times B_\theta) = -\sigma u B_\theta^2$ است و در جهت

مماسی به صورت $F_\theta = \sigma(v \times B_\theta \times B_\theta) = 0$ باشد. بنابراین اثر میدان مغناطیسی در جهت مماسی فقط در معادله ممنتوم در جهت شعاعی و به صورت منفی دیده می‌شود

• معادله انرژی

$$(u_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{v_2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial \theta}) = \frac{2R_c}{\text{RePr}} \quad (۸)$$

$$\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} \right)$$

سرعت سیال خالص با سرعت سیال در محیط متخلخل بوسیله رابطه دوپویت-فورچهایمر^{۱۵} ارتباط برقرار می‌کنند:

$$\vec{v}_2 = \varepsilon \vec{v}_1 \quad (۹)$$

همچنین ضریب فورچهایمر به صورت زیر قابل تعریف است [۱۹].

$$C_F = \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^3}} \quad (۱۰)$$

تخلخل با عدد دارسی بوسیله رابطه کارمن-کوزنی^{۱۶} ارتباط برقرار می‌کند [۲۰]:

$$K = \frac{1}{180} \frac{\varepsilon^3 D_p^2}{(1-\varepsilon)^2} \quad (۱۱)$$

که در معادله فوق D_p مشخصه قطر ذرات در بستر متخلخل می‌باشد و مقدار آن در این مقاله $100 \mu\text{m}$ فرض شده است [۲۱].

۲-۲- شرایط مرزی

در روابط زیر مدل ریاضی شرایط مرزی به عنوان نمونه برای هندسه نشان داده شده در شکل ۱ به بدون بعد آورده می‌شود. شرایط مرزی در این مسئله به صورت ورودی سرعت و خروجی فشار در نظر گرفته شده است.

• روی سطح سیلندر جامد:

$$U_2 = V_2 = 0, T_2 = 1 \quad (۱۲)$$

^{۱۵}Dupuit-Forchheimer

^{۱۶}Carman-Kozeny relation

ضریب بدون بعد پسای کل که از مجموع پسای لزجی و پسای فشاری بدست می آید، به صورت زیر بر روی دیواره سیلندر محاسبه می شود:

$$C_D = C_{DV} + C_{DP} = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2 D} \quad (21)$$

نیروی دراگ بر واحد طول سیلندر داخلی و همچنین چرخش از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$F_d = \frac{DU_{\infty}}{2} \int_0^{2\pi} (-p r u_{\infty} \cos \theta - 2v \omega \sin \theta) d\theta \quad (22)$$

در رابطه فوق عبارت اول داخل انتگرال در سمت راست معادله مربوط به دراگ فشاری و عبارت دوم آن مربوط به دراگ ویسکوز می باشد که از انتگرال گیری بر روی طول سیلندر بدست آمده‌اند.

۲-۴- محاسبه عدد ناسلت بر روی دیواره سیلندر

ضریب بدون بعد انتقال حرارت بر حسب عدد ناسلت به صورت زیر بر روی دیواره محفظه محاسبه می گردد:

$$Nu = -R_c \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=1} \quad (23)$$

همچنین عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره سیلندر با انتگرالگیری از عدد ناسلت موضعی که در معادله بالا معرفی گردید، به صورت زیر بدست می آید:

$$\bar{Nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu(\theta) d\theta \quad (24)$$

۲-۵- شیوه حل عددی

روابط حاکم بر مسئله که دربخش قبل معرفی گردیدند، شامل مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل جزئی همراه با جملات غیرخطی بوده و تاکنون روش تحلیلی و دقیقی برای حل این معادلات در حالت کلی ارائه نشده است. معادلات حاکم بر مسئله شامل معادله پیوستگی، معادلات اندازه حرکت و معادله انرژی به همراه شرایط مرزی مربوطه به کمک نرم افزار فلونت^{۱۷} حل شده اند. روش تجزیه معادلات روش حجم محدود^{۱۸} بوده که در شبکه رویهم^{۱۹} به کاربرده می شود. در تجزیه ترم های جابجایی معادلات انتقال از روش بالادست^{۲۰} استفاده شده است. همچنین برای ارتباط بین

• در ورودی دامنه محاسباتی (جریان یکنواخت):

$$\text{for } 0 < \theta < \frac{\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4} < \theta < 2\pi \Rightarrow \quad (13)$$

$$u_1 = -\cos \theta, \quad v_1 = \sin \theta \quad T_1 = 0$$

دقت شود در خروجی دامنه محاسباتی هم فشار برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است.

• شرایط روی دیواره بالایی و پایینی دامنه محاسباتی:

$$\text{for } \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{4} < \theta < \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \quad (14)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial r} = 0, \quad T_1 = 0$$

• شرایط در فصل مشترک بین سیال و محیط متخلخل [۲۱]:

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2 \quad (15)$$

$$\mu_f \frac{\partial v_1}{\partial r} = \mu_{\text{eff}} \frac{\partial v_2}{\partial r} \quad (16)$$

$$T_1 = T_2 \quad (17)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial r} = R_c \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad \frac{\partial T_1}{\partial \theta} = R_c \frac{\partial T_2}{\partial \theta} \quad (18)$$

دقت شود که شرایط مرزی در فصل مشترک سیال و محیط متخلخل از پیوستگی عبارت های سرعت، تنش برشی، دما و شار حرارتی بدست آمده است. همچنین ویسکوزیته دینامیکی موثر و ضریب هدایت حرارتی موثر در محیط متخلخل که در عبارت های تنش برشی و شار حرارتی فصل مشترک دو ناحیه (ناحیه سیال و محیط متخلخل) به کار رفتند از عبارت های زیر قابل محاسبه اند [۲۲]:

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu_f}{\varepsilon} \quad (19)$$

$$k_{\text{eff}} = \varepsilon k_f + (1 - \varepsilon) k_s \quad (20)$$

۲-۳- محاسبه ضریب دراگ بر روی دیواره سیلندر

¹⁷Fluent

¹⁸Finite Volume Method

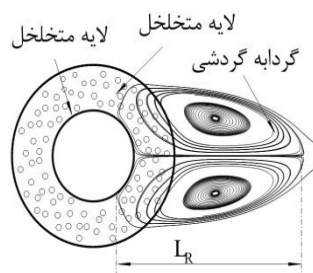
¹⁹Collocated Grids

²⁰Upwind

فشار و سرعت، معادله تصحیح فشار با الگوریتم سیمپل^{۲۱} مورد استفاده قرار گرفته است.

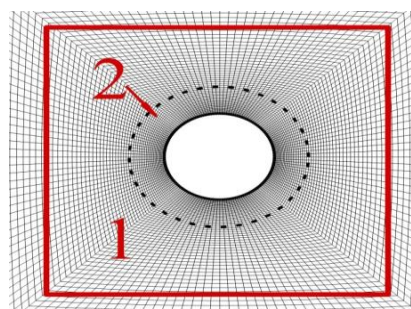
۲-۶- استقلال نتایج از شبکه

برای یک محدوده خاصی از اعداد رینولدز یک گردابه گردشی در قسمت پشت سیلندر تشکیل می‌شود. پارامترهندسی این گردابه شامل طول گردابه است که در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- پارامترهندسی گردابه سیلندر

نوع شبکه بندی مورد استفاده در این مسئله در شکل ۳ نمایش داده شده است. شبکه‌ها به صورت ساده، مربعی و غیریکنواخت تولید شده اند به طوری که فاصله بین نقاط شبکه در نزدیکی فصل مشترک میان دیواره سیلندر و نوار متخلخل که در آن تغییرات متغیرها شدیدتر است کوچکتر از سایر نواحی حوزه حل می باشد و به تدریج با نزدیک شدن به نواحی میانی این فاصله‌ها افزایش یافته و شبکه درشت تر می شود.



شکل ۳- نمایش شبکه بندی اطراف سیلندر

برای نشان دادن این موضوع که نتایج بدست آمده از حل عددی انجام شده به شبکه انتخاب شده برای حل مسئله وابسته نیستند، در این بخش حل عددی را به ازای تعداد مختلفی از نقاط شبکه انجام داده و همچنین شبکه بهینه را که در آن خطای ناشی حل عددی از یک مقدار دلخواه کوچکتر باشد تعیین می نماییم. در جدول ۲ نتایج مربوط به عدد ناسلت متوسط روی دیواره سیلندر و همچنین مقدار طول گردابه برای شبکه‌های با اندازه مختلف نشان داده شده است.

در این بررسی شرایط زیر مدنظر بوده است:

$$Re = 40, \delta = 0, B_\theta = 0 \quad (25)$$

جدول ۲- مقایسه نتایج حل عددی به ازای شبکه‌های با

اندازه مختلف					
مورد	اندازه شبکه (n×m)	L _R	درصد اختلاف	Nu _{ave} (نتایج حل میان)	درصد اختلاف
۱	300×194	2/169	2/0.7%	7/0.24	1/924%
۲	400×251	2/214	0/722%	7/160	0/754%
۳	460×270	2/230	0/314%	7/214	0/388%
۴	480×281	2/237	---	7/242	---

همانطوری که در جدول ۲ نشان داده شده است نتایج عددی در چهار اندازه گره متفاوت (m×n) ارائه شده‌اند، که اولین رقم (n) مربوط به تعداد گره‌ها در جهت شعاعی (r) و دومین رقم (m) مربوط به تعداد گره‌ها در جهت مماسی (θ) می باشند.

با انجام مقایسه‌ای بین اندازه گره‌های متفاوت و طول گردابه گردشی و عدد ناسلت متوسط مربوطه در می‌یابیم که تفاوت بین طول گردابه گردشی دو اندازه شبکه 460×270 و 480×281 برابر 31٪ و برای عدد ناسلت متوسط برابر 39٪ است. بنابراین تست استقلال از شبکه ما پیشنهاد می کند که می توان از اندازه شبکه 480×281 برای مسئله استفاده کنیم. در مورد عدد ناسلت میانگین بدست آمده در این جدول، ولی پور و زارع [۱۵] مقدار 7/18 و همچنین در طول

²¹SIMPLE

جدول ۳- مقایسه ی نتایج مطالعه حال حاضر با نتایج

رشیدی و همکاران		
عدد رینولدز	زاویه جدایش (نتایج رشیدی و همکاران [۱۶])	زاویه جدایش (نتایج مطالعه حال حاضر)
۱۰	۱۵۰.۷۵۸	۱۵۱
۲۰	۱۳۷.۵۴۵	۱۳۷
۳۰	۱۳۱.۴۸	۱۳۲
۴۰	۱۲۷.۷۹۸	۱۲۸

جدول ۳ مقادیر زاویه جدایش را در اعداد رینولدز مختلف و برای سیلندر دایره‌ای بدون لایه متخلخل نمایش می‌دهد. برای تعیین دقت حل عددی نتایج در این جدول با نتایج رشیدی و همکاران [۱۶] مقایسه شدند. این جدول نشان می‌دهد که تطابق خوبی بین نتایج کار حاضر و کار رشیدی و همکاران وجود دارد. همچنین این جدول نشان می‌دهد که زاویه جدایش با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد.

۳- بحث و نتیجه گیری

همانگونه که از عنوان پژوهش حاضر دریافت می‌شود، یکی از اهداف اصلی این پژوهش، بررسی اثر میدان‌های مغناطیسی بر روی جریان و انتقال حرارت در اطراف یک سیلندر پوشیده با لایه متخلخل اشباع شده از سیال هادی جریان الکتریسیته می‌باشد. به این منظور در این بخش به بررسی پارامتر بدون بعد مربوط به بزرگی میدان مغناطیسی یعنی عدد استوارت بر روی خطوط جریان و عدد ناسلت متوسط روی دیواره سیلندر پرداخته شده است.

۳-۱- نتایج هیدرودینامیک

در این بخش نتایج در دو قسمت هیدرودینامیک جریان و انتقال حرارت جریان ارائه می‌شوند.

رنج تغییرات عددهای رینولدز، داری و استوارت در این پژوهش به ترتیب $40 < Re < 501$ و $0 < N < 5$ و $10^{-1} < Da < 10^{-8}$ می‌باشند. همچنین عدد پرانتل ثابت برابر $7/2$ برای تمام مراحل در نظر گرفته می‌شود.

به منظور نمایش تاثیرات لایه متخلخل اطراف سیلندر و همچنین اعمال میدان مغناطیسی روی رفتار جریان، خطوط جریان اطراف سیلندر در شکل ۵ نمایش داده شده است. در

گردابه بدست آمده در این جدول، یو^{۲۲} و همکاران [۲۳] ۲/۲۲۳۶ را در شرایط یکسان بدست آوردند که در هر دو مورد تطابق خوبی را نشان می‌دهند.

۲-۷- بررسی صحت نتایج

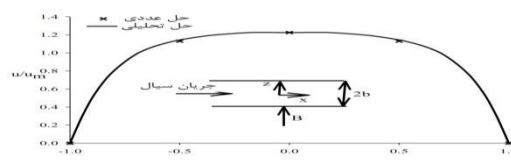
به منظور بررسی صحت نتایج و پیشگویی مدل و حل عددی به کار رفته در پژوهش حال حاضر در حضور میدان مغناطیسی، نتایج بدست آمده از طریق حل عددی در این پژوهش با نتایج آنالیزی هارتمن مقایسه می‌شود. به این منظور جریان هادی الکتریسیته را که بین دو صفحه موازی که از هم با فاصله $2b$ جدا شده‌اند در نظر می‌گیریم. جریان در جهت x و میدان در جهت z و عمود بر دیواره است. طول صفحات a می‌باشند و $a \gg b$ است و جریان هم توسعه یافته است. در این جا پروفیل سرعت بدون بعد را بدست می‌آوریم و با نتایج هارتمن مقایسه می‌کنیم. پروفیل سرعت از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{u}{u_m} = \frac{Ha}{Ha - \tanh Ha} \left(1 - \frac{\cosh(Haz^*)}{\cosh(Ha)} \right) \quad (26)$$

که در معادله فوق $z^* = z/b$ می‌باشد و همچنین u_m سرعت متوسط است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$u_m = \frac{1}{2b} \int_{-b}^b u(z) dz \quad (27)$$

همچنین در معادله فوق Ha عدد هارتمن می‌باشد و به صورت نسبت نیروی الکترومغناطیس به نیروی لزجت تعریف می‌شود. شکل ۴ پروفیل سرعت را در $Ha=10$ نمایش می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین دو حل وجود دارد.

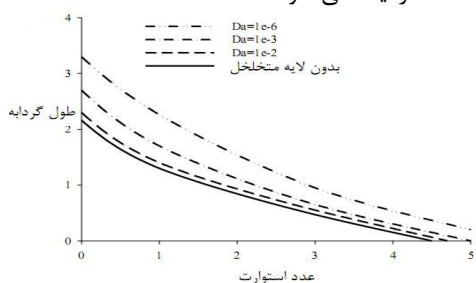


شکل ۴- تغییرات سرعت بدون بعد بر حسب فاصله از دیواره‌ها

^{۲۲} این عدد پرانتل برای آب دریا می‌باشد.

وجود لایه متخلخل با ضخامت بدون بعد ۰/۲۵ و عدد دارسی 10^{-3}

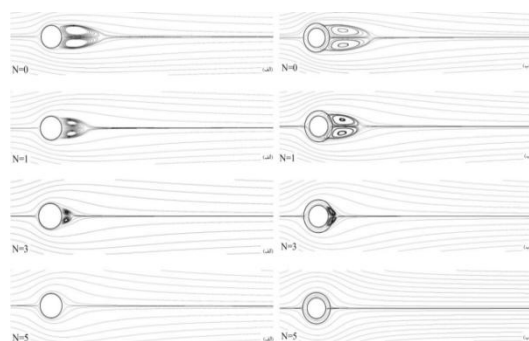
تاثیرات اعمال میدان مغناطیسی، عدد دارسی و عدد رینولدز روی طول گردابه پشت سیلندر در شکل ۶ نمایش داده شده است. از این شکل مشاهده می‌شود که طول گردابه پشت سیلندر با افزایش عدد استوارت در همه اعداد دارسی و همچنین حتی در موردی که لایه متخلخل دور سیلندر وجود ندارد کاهش پیدا می‌کند. از این شکل همچنین مشاهده می‌شود که برای اعداد دارسی بالا طول گردابه به سمت اعدادی که نزدیک حالتی هستند که سیلندر با هیچ لایه‌ای پوشانده نشده است نزدیک می‌شود.



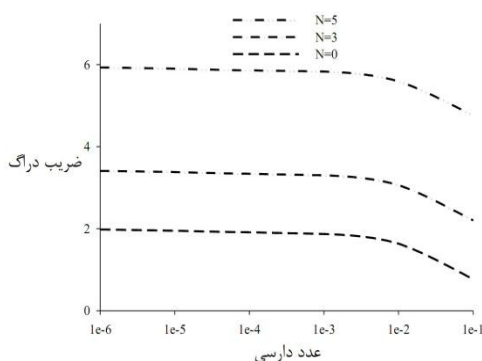
شکل ۶- تغییرات طول گردابه بر حسب عدد استوارت در اعداد دارسی مختلف ($Re=40$, $\delta=0.25$)

شکل ۷ عدد استوارت بحرانی برای محو گردابه (عدد دارسی و دو عدد رینولدز ۱۰ و ۲۰ نشان می‌دهد. دو نمودار نشان می‌دهند که عدد استوارت بحرانی با افزایش عدد دارسی کاهش می‌یابد زیرا گردابه با افزایش عدد دارسی کوچکتر می‌شود و عدد استوارت کوچکتری برای محو آن لازم است. همچنین برای اعداد دارسی بالا عدد استوارت بحرانی به سمت عدد مجانبی میل می‌کند که برابر با عدد استوارت بحرانی برای سیلندری است که با لایه متخلخل پوشیده نشده است. بررسی عددی ما نشان می‌دهد که عدد استوارت بحرانی برای محو گردابه برای سیلندری که با لایه متخلخل پوشیده نشده است برابر ۳/۵ و ۴/۵ به ترتیب برای اعداد رینولدز ۲۰ و ۴۰ می‌باشند. از این شکل همچنین واضح است که عدد استوارت بحرانی با افزایش رینولدز افزایش می‌یابد.

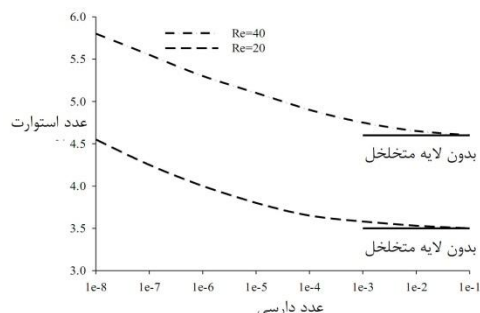
این شکل $N=0$ حالت بدون حضور میدان مغناطیسی است. این شکل برای عدد رینولدز ثابت ۴۰ و همچنین در دو حالت بدون وجود لایه متخلخل و همچنین با وجود لایه متخلخل که عدد دارسی آن برابر 10^{-3} است در اعداد استوارت مختلف رسم شده است. از این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش شدت میدان مغناطیسی نیروی لورنتز که از کوپل این میدان و میدان جریان سیال بوجود می‌آید، افزایش می‌یابد و این امر موجب کاهش سرعت جریان و ضعیف تر شدن گردابه پشت آن می‌شود. زیرا با توجه به جهت اعمال میدان و سرعت حرکت سیال همیشه نیروی لورنتز در این مساله در جهت عکس حرکت سیال عمل می‌کند. از این شکل مشاهده می‌شود که گردابه‌های پشت سیلندر در عدد استوارت برابر ۵ به طور کلی محو می‌شوند. همچنین از این شکل واضح است که با اعمال میدان مغناطیسی جدایش به تاخیر می‌افتد و زاویه جدایش هم با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد. منظور از زاویه جدایش زاویه‌ای است که از نقطه سکون سیلندر که در سمت بالا دست جریان قرار دارد تا نقطه جدایش اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین موقعیت جدایش جریان بستگی زیادی به عدد استوارت و شدت میدان مغناطیسی اعمالی دارد. از این شکل همچنین مشاهده می‌شود که با وجود لایه متخلخل اطراف سیلندر طول گردابه پشت آن افزایش می‌یابد. از نظر فیزیکی نزدیک شدن خطوط جریان به یکدیگر به معنای افزایش نسبی سرعت و قدرت جریان می‌باشد. با اضافه کردن لایه متخلخل حول سیلندر سرعت جریان حول سیلندر افزایش پیدا کرده و جدایش زودتر انجام می‌پذیرد، که این بدان معنا است که طول گردابه پشت سیلندر هم بیشتر می‌شود.



شکل ۵- نمایش خطوط جریان در اعداد استوارت مختلف ($Re=40$) برای دو حالت: الف) عدم وجود لایه متخلخل (ب)



شکل ۸- تغییرات ضریب پسا بر حسب عدد داری و در اعداد استوارت مختلف ($\delta=10$) برای $Re=20$



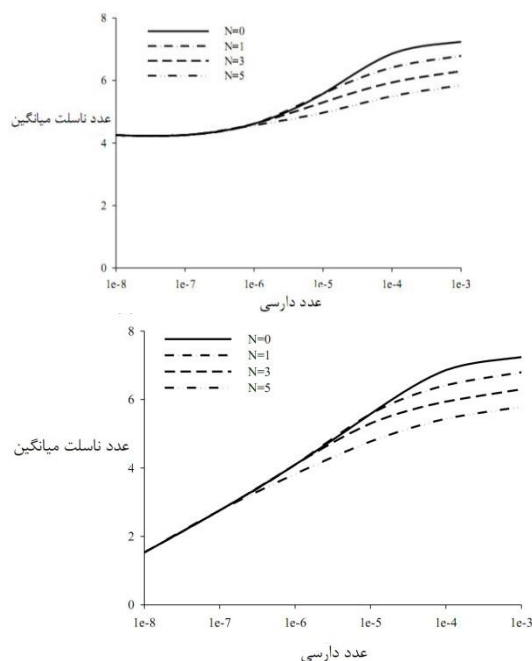
شکل ۷- تغییرات عدد استوارت بحرانی برای محو گردابه بر حسب عدد داری در دو عدد رینولدز برابر ۲۰ و ۴۰ ($\delta=0.25$)

۳-۲- نتایج انتقال حرارت

میدان‌های مغناطیسی از دو طریق می‌توانند بر مسائل مربوط به انتقال حرارت جابجایی تأثیرگذار باشند یک اثر مربوط به نیروهایی است که این میدان‌ها به سیال رسانای جریان برق به دلیل قطبیده شدن مولکول‌های سیال وارد می‌کنند. این نیروها در معادله ممنتوم سیال ظاهر می‌شوند و نیروی لورنتز نامیده می‌شوند. اثر دیگر مربوط به گرمای اتلافی تولید شده توسط این میدان‌ها در حوزه جریان سیال، تحت عنوان اتلافات اهمی می‌باشد. این آثار نیز به عنوان منبع تولید حرارت در معادله انرژی سیال ظاهر می‌گردند که در این پژوهش از این اثر صرف‌نظر شده است و فقط اثر نیروی لورنتز لحاظ شده است. در این بخش نتایج انتقال حرارت با حل معادله انرژی حاصل می‌شود و تأثیرات اعمال میدان مغناطیسی و خواص مواد متخلخل روی عدد ناسلت میانگین و شعاع بحرانی عایق بررسی می‌شوند.

تغییرات عدد ناسلت میانگین با عدد استوارت برای سیلندری که با لایه متخلخل پوشیده نشده است برای عدد رینولدز برابر ۴۰ در شکل ۹ نشان داده شده است. در حالت سیلندر بدون لایه متخلخل نتایج با ولی پور و زارع [۱۵] مقایسه شده است که مقایسه نتایج تطابق خوبی را نشان می‌دهد. از این شکل واضح است که عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد استوارت کاهش می‌یابد. همانطور که قبلاً هم اشاره شد همیشه اعمال میدان مغناطیسی از دو راه مستقیم و غیر مستقیم بر مکانیزم انتقال حرارت تأثیر گذار است. به طور مستقیم از راه حرارت ژول و به طور غیر مستقیم از راه تغییر توزیع سرعت. سرعت و نرخ انتقال حرارت جابجایی با

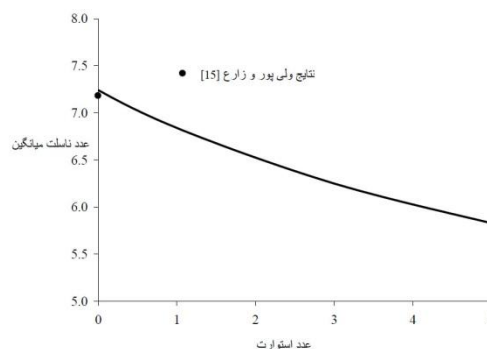
شکل ۸ ضریب پسا را برای اعداد داری و استوارت مختلف در عدد رینولدز برابر ۲۰ و همچنین $\delta=10$ نمایش می‌دهد. از این شکل واضح است که ضریب دراگ با افزایش عدد استوارت افزایش می‌یابد زیرا نیروی لورنتز دقیقاً در عکس جهت حرکت جریان آزاد سیال عمل می‌کند یا به عبارت دیگر میدان مغناطیسی در جهت فرونشاندن میدان سرعت عمل می‌کند که این خود باعث افزایش پسای ویسکوز می‌شود. همچنین افزایش شدت میدان مغناطیسی همیشه به افزایش اختلاف فشار بین بالا دست و پایین دست جریان منجر می‌شود که این خود باعث افزایش پسای فشاری می‌شود. پون و همکارانش [۱] برای یک سیلندر (بدون پوشش لایه متخلخل) نتیجه گرفتند که ضریب پسا به کندی با افزایش عدد استوارت برای اعداد استوارت کمتر از عدد استوارت بحرانی کاهش می‌یابد. همچنین ضریب پسا به تندی با افزایش عدد استوارت برای اعداد استوارت بیشتر از عدد استوارت بحرانی افزایش می‌یابد. در مقاله آنها عدد استوارت بحرانی به عددی گفته می‌شد که میدان جریان و میدان دما به حالت پایا برسند و نوسانات آن‌ها نسبت به زمان کاملاً میرا شوند. از این شکل همچنین مشاهده می‌شود که ضریب پسا با افزایش اعداد داری و رینولدز کاهش می‌یابد. مهم است که اشاره کنیم برای اعداد داری پایین ضریب پسا به سمت یک مقدار مجانبی میل می‌کند که برابر ضریب پسا برای سیلندری است که توسط لایه متخلخل پوشانده نشده است.



شکل ۱۰ تغییرات عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بر حسب عدد دارسی و در اعداد استوارت مختلف ($Re=40$) برای الف) ($\delta=1$) ب) ($\delta=20$)

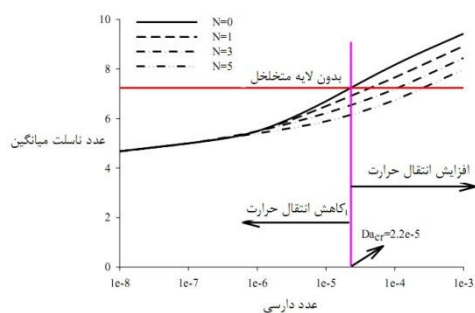
شکل ۱۱ شعاع بحرانی عایق را در اعداد دارسی، ضخامت های مختلف لایه متخلخل و همچنین عدد استوارت برابر ۱ نشان می دهد. خطوط با رنگ سیاه حالتی را نشان می دهند که میدان مغناطیسی اعمال نشده است و خطوط با رنگ قرمز حالتی را نشان می دهند که میدان مغناطیسی اعمال شده است. عدد رینولدز ثابت ۴۰ برای این محاسبات در نظر گرفته شده است. از شکل مشخص است که شعاع بحرانی عایق با افزایش عدد دارسی کاهش می یابد. همچنین شعاع بحرانی عایق با افزایش عدد استوارت افزایش می یابد البته این افزایش بیشتر در نواحی که اعداد دارسی بالا هستند بیشتر مشهود است. همچنین از این شکل واضح است که برای نواحی بالای خط نمایش داده شده، انتقال حرارت با افزودن لایه متخلخل دور سیلندر افزایش و پایین آن انتقال حرارت کاهش می یابد یعنی عایق درست در جهت کاهش انتقال حرارت عمل می کند. نفوذپذیری لایه متخلخل با افزایش عدد دارسی افزایش پیدا می کند و هر چه عدد دارسی بالاتر رود،

افزایش عدد استوارت کاهش می یابد زیرا نیروی لورنتز در این مساله در جهت مخالفت با پدیده های انتقال عمل می کند.



شکل ۹- تغییرات عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بدون لایه متخلخل بر حسب عدد استوارت ($Re=40$)

شکل ۱۰ تغییرات عدد ناسلت میانگین را در اعداد دارسی و استوارت مختلف و دو ضخامت لایه متخلخل ۲۰ و ۱ و همچنین عدد رینولدز ثابت ۴۰ برای حالتی که لایه متخلخل از ماده ای پر شده است که هدایت حرارتی آن کمتر از هدایت حرارتی سیال است نمایش می دهد. از این شکل واضح است که عدد ناسلت میانگین با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش شدت آن کاهش می یابد. گریگوریادیس و همکارانش [۲] هم دریافتند که با اعمال میدان مغناطیسی عدد ناسلت موضعی اطراف سیلندر در مکان هایی که ورتیسیتی دیواره افزایش می یابد با افزایش عدد استوارت زیاد می شود اما در مکان های که ورتیسیتی دیواره کاهش می یابد با افزایش عدد استوارت کاهش می یابد. باید دقت کرد که در اعداد دارسی کوچک عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد استوارت و همچنین اعمال میدان مغناطیسی ثابت باقی می ماند زیرا میدان مغناطیسی فقط بر مکانیزم انتقال حرارت جابجایی تاثیر گذار است ولی در اعداد دارسی پایین مکانیزم هدایت غالب است و بدین ترتیب در اعداد دارسی پایین تاثیر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت چندان قابل توجه نیست.



شکل ۱۲- تغییرات عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بر حسب عدد دارسی در اعداد استوارت مختلف ($Re=40, \delta=1$)

از شکل های بالا مشاهده شد که تاثیر میدان مغناطیسی بر الگوی جریان و انتقال حرارت در محیط متخلخل برای اعداد دارسی بزرگتر بسیار شدیدتر است و به تدریج با کاهش عدد دارسی از شدت اثر میدان کاسته می‌شود به طوری که در اعداد دارسی خیلی کم، افزایش عدد استوارت به میزان ناچیزی در کاهش انتقال حرارت جابجایی نقش دارد. دلیل این مطلب نیز به ناچیز بودن نیروی پسای ناشی از اثرات هیدرومغناطیسی نسبت به نیروی پسای ناشی از مقاومت ماده متخلخل در اعداد دارسی کوچک بر می‌گردد. برای بررسی تاثیر هم زمان اعداد دارسی و استوارت روی پارامتر انتقال حرارت با در نظر گرفتن همه نتایج عددی شامل نتایج شکل‌های ۱۰ و ۱۲ عبارت های زیر برای محاسبه عدد ناسلت متوسط ارائه شده اند:

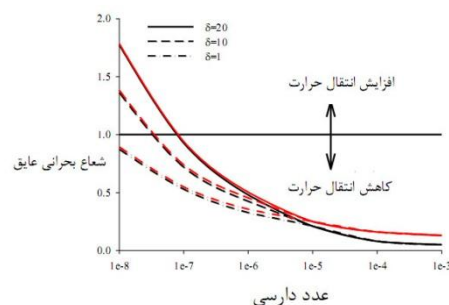
$$Nu_{ave} = 0.5622(pr)^{\frac{1}{2}} (Re)^{\frac{1}{2}} (Da)^{\frac{1}{20}} (N)^{\frac{1}{7}}, k_f \leq k_s$$

$$Nu_{ave} = 0.7905(pr)^{\frac{1}{2}} (Re)^{\frac{1}{2}} (Da)^{\frac{1}{18}} (N)^{\frac{1}{8}}, k_f > k_s$$

که ضرایب این دو معادله از روش حداقل مربعات و با برازش کردن با نتایج محاسبات عددی موجود بدست آمده- اند. دقت شود که معادلات بالا برای $10^{-3} < Da < 10^{-6}$, $\delta=1$, $1 < N < 5$ و $10 < Re < 40$ بدست آمده اند.

شکل ۱۳ مقایسه بین مقادیر عددی و فرمول های پیشنهادی برای عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بر حسب

محیط متخلخل به یک جسم تهی^{۲۴} تبدیل می شود که در این صورت ضخامت لایه متخلخل تاثیر چندانی روی انتقال حرارت جابجایی و همچنین شعاع بحرانی عایق ندارد.



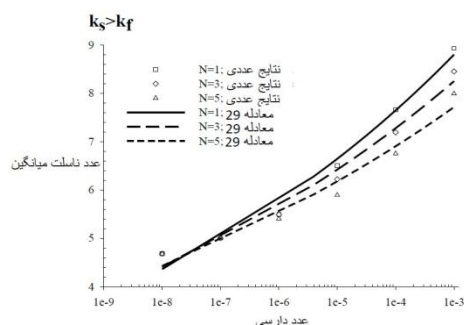
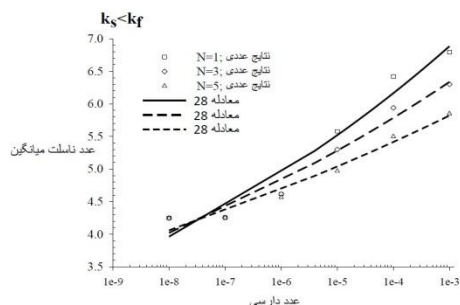
شکل ۱۱- تغییرات شعاع بحرانی عایق بر حسب عدد دارسی در ضخامت های مختلف ($Re=40$) و برای $N=1$

شکل ۱۲ تغییرات عدد ناسلت میانگین را در اعداد دارسی و استوارت مختلف و در ضخامت لایه متخلخل ۱ و همچنین عدد رینولدز ثابت ۴۰ برای حالتی که لایه متخلخل از ماده‌ای پر شده است که هدایت حرارتی آن بیشتر از هدایت حرارتی سیال است نمایش می‌دهد. از این شکل واضح است که عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد دارسی زیاد می‌شود و همچنین با افزایش عدد استوارت در اعداد دارسی بالا کاهش می یابد ولی در اعداد دارسی پایین ثابت باقی می‌ماند. در این شکل خط قرمز عدد ناسلت میانگین برای سیلندری را نشان می‌دهد که به دور آن لایه متخلخل پیچیده نشده است. از این شکل متوجه می‌شویم که برای نواحی عدد دارسی پایین تر از $2/2 \times 10^{-5}$ اضافه کردن لایه به دور سیلندر موجب کاهش انتقال حرارت می شود حال آنکه ما انتظار داریم چون هدایت حرارتی مواد متخلخل از هدایت حرارتی سیال بالاتر است افزودن لایه موجب افزایش انتقال حرارت شود ولی بدلیل کاهش نفوذپذیری در اعداد دارسی پایین انتقال حرارت جابجایی کمتر می شود. برای اعداد دارسی بالاتر از $2/2 \times 10^{-5}$ اضافه کردن لایه متخلخل به دور سیلندر موجب افزایش انتقال حرارت می شود. از این شکل می توان نتیجه گرفت که این عدد دارسی بحرانی که بیانگر مرز بین افزایش و کاهش انتقال حرارت است با افزایش عدد استوارت افزایش می یابد.

^{۲۴}Void body

- با افزایش عدد استوارت گردابه پشت سیلندر ضعیف شده و زاویه جدایش افزایش می‌یابد.
- عدد استوارت بحرانی برای محو گردابه پشت سیلندر با افزایش عدد دارسی کاهش می‌یابد.
- افزایش شدت میدان مغناطیسی منجر به افزایش ضریب دراگ می‌شود.
- عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد استوارت برای اعداد دارسی بالا کاهش می‌یابد.
- برای اعداد دارسی پایین، عدد ناسلت میانگین با اعمال میدان مغناطیسی چندان تغییری نمی‌کند.
- شعاع بحرانی عایق با افزایش عدد استوارت افزایش می‌یابد.
- عدد ناسلت میانگین را می‌توان با دو فرمول ارائه شده در این پژوهش محاسبه نمود.

عدد دارسی در اعداد استوارت مختلف و دو حالت $k_s < k_f$ و $k_s > k_f$ نمایش می‌دهد.



فهرست علائم

شدت میدان مغناطیسی، (T)	B
ضریب پسا، $(-)$	C_D
ضریب فرچه‌ایمر، $(-)$	C_F
گرمای ویژه سیال، (J/kgK)	c_p
ضریب براه، $(-)$	C_L
ضریب فشار، $(-)$	C_p
ضخامت لایه متخلخل (m)	d
قطر سیلندر، (m)	D
عدد دارسی، $(-)$	Da
پارامتر قطر ذرات، (m)	Dp
نیروی پسای کل، (N)	F_D
ضریب انتقال حرارت	h
جابجایی، (W/m^2K)	$Ha(=BD(\sigma/\rho\nu))$
عدد هارتمن، $(-)$	j
چگالی جریان الکتریکی، (A/m^2)	k
ضریب رسانش حرارتی، (W/mK)	K
تراوایی، (m^2)	$N(=\sigma BD^2/\rho U \infty)$
عدد استوارت، $(-)$	$Nu(=hD/k)$
عدد ناسلت موضعی، $(-)$	Nu_{ave}
عدد ناسلت میانگین، $(-)$	

شکل ۱۳- مقایسه بین مقادیر عددی و فرمول‌های پیشنهادی برای عدد ناسلت میانگین اطراف سیلندر بر حسب عدد دارسی در اعداد استوارت مختلف $(Re=40, \delta=1)$ و دو حالت الف) $k_s < k_f$ و ب) $k_s > k_f$

۴- نتیجه گیری کلی

در این پژوهش جریان و انتقال حرارت اطراف یک سیلندر دو بعدی پوشیده با لایه‌ای از مواد متخلخل اشباع شده از سیال به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. برای مدل سازی انتقال اندازه حرکت در محیط متخلخل از مدل دارسی برینکمان-فورچه‌ایمر بهره گرفته شده و معادلات حاکم بر مسئله با تعریف پارامترهای بدون بعد مناسب ابتدا به صورت بی بعد نوشته شده و به روش حجم محدود به کمک الگوریتم سیمپل حل شده‌اند. در این مطالعه اثر میدان مغناطیسی نیز بر الگوی جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است. مهمترین یافته‌های این پژوهش عبارتند از:

	مراجع:		
		فشار، (Pa)	p
		عدد پراتل، (-)	$Pr(=v/\alpha)$
		مختصات شعاعی، (m)	R
		شعاع سیلندر، (m)	R
		ضریب رسانش نسبی (-)	$Rc(=k_{eff}/k_f)$
		عدد رینولدز، (-)	$Re(=\rho U_\infty D/\mu)$
		فاصله بین مراکز سیلندرها، (m)	S
		دما، (K)	T
		مولفه سرعت ظاهری در راستای شعاعی، (m/s)	u
		مولفه سرعت ظاهری در راستای مماسی، (m/s)	v
		بردار سرعت ظاهری، (m/s)	V
		مختصات کارتزین، (m)	x, y
			علائم یونانی
		نفوذ حرارتی، (m ² /s)	α
		رسانش الکتریکی سیال، (1/ Ω m)	σ
		لزجت دینامیکی سیال، (kg/ms)	μ
		لزجت سینماتیکی سیال (m ² /s)	ν
		چگالی سیال، (kg/m ³)	ρ
		مختصات مماسی، (m)	θ
		میزان تخلخل محیط، (-)	ε
		ضخامت بدون بعد لایه متخلخل، (-)	δ
		ورتیسیته، (1/s)	ω
			زیرنویس‌ها
		میانگین، (-)	ave
		بحران، (-)	cr
		موثر، (-)	eff
		فاز سیال، (-)	f
		نیروی فشاری، (-)	P
		فاز جامد، (-)	s
		نیروی لزجت، (-)	V
		دیوار، (-)	w
		جریان بالا دست، (-)	∞
		ناحیه سیال خالص، (-)	l
		ناحیه محیط متخلخل، (-)	2

- [18] Minkowycz W.J, Haji-Sheikh A, Vafai K (1999) On departure from local thermal equilibrium in porous media due to a rapidly changing heat source: the Sparrow number, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 :3373-3385.
- [19] Forchheimer P (1901) *Zeitschrift des vereines Deutscher Ingenieure, Wasserbewegung durch Boden* 45: 1736-1741 and 1781-1788.
- [20] A.D. Nield, A. Bejan (1998) *Convection in Porous Media*, Springer, New York.
- [21] Bhattacharyya S, Dhinakaran S, Khalili A (2006) Fluid motion around and through a porous cylinder, *Chemical Engineering Science* 61:4451-4461.
- [22] Alazm B. i, Vafai K, Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (9):1735-1749.
- [23] Yu P, Zeng Y, Lee T.S, Chen X.B, Low H.T(2011) Steady flow around and through a permeable circular cylinder, *Computers & Fluids* 42 :1-12.
- direct-forcing immersed boundary–thermal lattice Boltzmann method. *Physical Review E* 89053312.
- [13] Nazari M, Mohebbi R, Kayhani M. H (2014) Power-law fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in porous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 204:38-49.
- [14] Nazari M, Kayhani M. H (2013) Mohebbi R Heat transfer enhancement in a channel partially filled with a porous block: lattice Boltzmann method, *International Journal of Modern Physics C* 24.
- [15] Valipour M.S, Ghadi A.Z (2012) Numerical Investigation of Forced Convective Heat Transfer Around and Through a Porous Circular Cylinder with Internal Heat Generation, *ASME Journal of Heat Transfer* 134 :062601.
- [16] Rashidi S, Tamayol A, Valipour M. S, Shokri N (2013) Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 63 :91-100.
- [17] Valipour M. S, Rashidi S, Masoodi R (2014) Magnetohydrodynamics flow and heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring, *ASME Journal of Heat Transfer* 136: 062601-9.