



بکارگیری طرح میان‌یاب سازه - سیال «شارپ» در روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن جهت مدلسازی جریان سیال غیرنیوتنی از روی سیلندر

امین امیری دلویی^۱، محسن نظری^{۲*} و محمدحسن کیهانی^۳

^۱ دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

^۲ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

^۳ استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۱/۲۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۰۶/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۹/۲۶

چکیده

در مطالعه حاضر، روش ترکیبی مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن به منظور شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای استفاده گردیده است. جهت ایجاد ارتباط بین گره‌های لاگرانژی روی مرز جسم غوطه‌ور و گره‌های اویلری واقع در میدان سیال، برای اولین بار از طرح اعمال نیروی مستقیم بر پایه الگوریتم میان‌یابی شارپ بهره گرفته شده است. اعمال نیروی ناشی از وجود مرز غوطه‌ور بر روی گره‌های واقع در دامنه سیال غیرنیوتنی با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با در نظر گرفتن الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای صورت گرفته تا یکنواختی بهتر توزیع نیرو در بازه زمانی اعمال آن حاصل شود. تأثیر پارامترهای عددی روی دقت روش پیشنهادی به طور کامل بررسی گردیده است. رژیم‌های مختلف جریان شامل جریان‌های پایا و ناپایا در اعداد رینولدز و شاخص‌های مدل سیال غیرنیوتنی توانی مختلف بررسی شده‌اند. نتایج به دست آمده چنین نشان می‌دهد که خواص رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی در حضور جسم جامد به خوبی توسط روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با طرح واسط سازه-سیال شارپ با دقت بالا قابل پیش بینی است. از این الگوریتم در آینده می‌توان برای مدلسازی حرکت اجسام غوطه‌ور در سیالات غیرنیوتنی استفاده کرد.

کلمات کلیدی: روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن؛ الگوریتم واسط شارپ؛ سیال غیرنیوتنی؛ سیلندر.

Applying 'SHARP' interface scheme in the immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation non-Newtonian fluid flow over a cylinder

A. Amiri Delouei¹, M. Nazari^{2*} and M.H. Kayhani³

¹ Ph.D. Student, Dept. of Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran

² Assist. Prof., Dept. of Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran

³ Prof., Dept. of Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran

Abstract

In the current study, the non-Newtonian fluid flow over a circular cylinder has been simulated using the Immersed Boundary - lattice Boltzmann method. In order to couple the Lagrangian nodes on Immersed Boundary and Eulerian nodes in the fluid domain, the direct forcing method based on sharp interface scheme is employed. The split-forcing lattice Boltzmann method is used to apply the effects of boundary force on non-Newtonian power-law fluid which leads to more monotonic force implantation in times interval. The impact of numerical parameters on the accuracy of the introduced method has been investigated in details. The different fluid regimes consist of steady and unsteady flows in different Reynolds numbers and power-law indices has been investigated. The results show that the immersed boundary - lattice Boltzmann method can completely captured the properties of non-Newtonian fluids in presence of Immersed Boundary. In future, this algorithm can be used for modeling of moving bodies in non-Newtonian fluids.

Keywords: Immersed boundary - lattice Boltzmann method; Sharp interface scheme; Non-Newtonian fluid; cylinder.

۱- مقدمه

امروزه دامنه وسیعی از جریان‌های سیال کاربردی در حیطه سیالات غیرنیوتنی گروه‌بندی می‌شوند. مخلوط‌های چندفازی نظیر فوم‌ها، مواد با وزن مولکولی بالا مانند محلول‌های صابونی و مذاب‌های پلیمری تنها نمونه‌ای از استفاده این مواد در صنعت می‌باشند [۱]. مسأله خاص جریان سیال غیرنیوتنی از روی یک سیلندر و نیروهای هیدرودینامیکی ناشی از آن نقش موثری در تشکیل خطوط جوش در فرایند تولید پلیمرها [۲]، طراحی سازه‌های تکیه‌گاهی^۱ قرار گرفته داخل سیالات غیرنیوتنی و همچنین در رابطه با سنسورهای استوانه‌ای مستغرق بکارگرفته شده در محیط‌های غیرنیوتنی، جهت محاسبه سرعت و دمای جریان، ایفا می‌نماید. اگرچه که مسأله جریان سیال نیوتنی از روی سیلندر و پدیده‌های مربوط به آن به طور گسترده‌ای در سال‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته است [۳-۹]، لیکن خواص غیرنیوتنی این نوع جریان در مقایسه با کاربردهای وسیع آن کمتر شناخته شده می‌باشد.

اخیراً روش‌های جدیدی بر پایه ایده مرز غوطه‌ور^۲ پیشنهاد شده توسط پسکین^۳ [۱۰] توسعه یافته است که می‌تواند به عنوان گزینه‌ای مناسب جهت حل مسائل با هندسه‌های پیچیده ملاک عمل قرار گیرد. روش مرز غوطه‌ور اولین بار توسط پسکین [۱۰] برای بررسی مکانیک قلب و جریان خون ناشی از آن پدید آمد. پسکین نشان داد که جریان‌های پیچیده می‌توانند بدون در نظر گرفتن مش‌بندی منطبق بر جسم، مورد بررسی قرار گیرند. در دهه اخیر علاقه به استفاده از این روش به طور چشمگیری افزایش یافته و منجر به انجام اصلاحات متعدد جهت غلبه بر نواقص و محدودیت‌های روش اولیه گردیده است [۱۱ و ۱۲]. به طور کلی روش مرز غوطه‌ور می‌تواند به عنوان یک روش شبکه‌ای غیرمنطبق بر جسم معرفی شود که شرایط مرزی عدم لغزش را به وسیله اعمال یک عبارت چگالی نیرویی^۴ به معادلات حاکم بر جریان ارضاء می‌کند. در این روش نقاط سیال توسط

گره‌های ثابت اوپلری و نقاط روی جسم غوطه‌ور توسط نقاط لاگرانژی در نظر گرفته می‌شوند (شکل ۱).

دو روش کلی جهت ارزیابی چگالی نیرویی مرزی در روش مرز غوطه‌ور وجود دارد. روش نخست از یک سری فرایندهای بازگشتی بر اساس پارامترهای مکان و یا سرعت روی نقاط مرزی استفاده می‌نماید (روش اعمال نیروی بازگشتی^۶) [۱۰-۱۷]. اما در روش دوم به طور مستقیم از معادلات جریان جهت تعیین چگالی نیرویی در مرز غوطه‌ور بهره برده می‌شود (روش اعمال نیروی مستقیم^۷) [۱۸-۲۴]. روش اعمال نیروی مستقیم برای محاسبه عبارت نیرویی نسبت به روش اعمال نیروی بازگشتی دو مزیت عمده دارد که باعث مقبولیت بیشتر آن می‌شوند [۱۲ و ۲۱]: (۱) عبارت چگالی نیرویی به صورت مستقیم از پارامترهای جریان سیال بدست می‌آید و (۲) نیاز به تنظیم پارامترهای اختیاری نظیر آنچه در روش بازگشتی دیده می‌شود، نیست. روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم نخستین بار توسط موحد یوسف^۸ [۱۸] معرفی گردید. بعدها این روش با روش‌های مختلف عددی نظیر روش اختلاف محدود^۹ [۱۲] یا روش حجم محدود^{۱۰} [۲۱] به صورت جفت شده مورد استفاده قرار گرفت. به دلیل عدم انطباق نقاط مرزی و گره‌های محاسباتی در دامنه سیال (شکل ۱)، یک الگوریتم واسط بایستی بکار گرفته شود تا همبستگی لازم بین گره‌های جریان سیال و مرز جامد ایجاد شود.

بسته به نوع گره‌های مورد استفاده جهت محاسبه عبارت چگالی نیرویی، دو الگوریتم واسط شامل الگوریتم‌های شارپ^{۱۱} و دیفیوز^{۱۲} متصور است که در آن‌ها به ترتیب گره‌های محاسباتی سیال و گره‌های مرزی به عنوان نقاط محاسبه عبارت نیرویی به کار می‌روند. در روش شارپ شرط عدم لغزش روی گره‌های مرزی به صورت کاملاً دقیق ارضاء می‌شود (در صورتی که در روش دیفیوز تضمینی در این خصوص وجود ندارد) و به همین خاطر مبنای کار حاضر قرار

⁶ Feedback-forcing method

⁷ Direct-forcing method

⁸ Mohd-Yusof

⁹ Fnite-difference method

¹⁰ Fnite-volume method

¹¹ Sharp interface scheme

¹² Diffuse interface scheme

¹ Foams

² Support structures

³ Immersed boundary

⁴ Peskin

⁵ Force density term

همکاران [۳۷]، بوئک^{۱۳} و همکاران [۳۸] مورد ارزیابی قرار گرفته است.

در سال‌های اخیر روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزنم نیز جهت شبیه‌سازی جریان سیالات در حضور اجسام خارجی مورد توجه قرار گرفته است. البته این شبیه‌سازی‌ها اکثراً مربوط به سیالات نیوتنی می‌باشد. به عنوان نمونه آقایان کنگ^{۱۴} و حسن^{۱۵} [۳۹] جریان سیالات نیوتنی از روی سیلندر ثابت را مورد بررسی قرار داده‌اند. یوان^{۱۶} و همکاران [۴۰] یک الگوریتم مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزنم بر پایه تبادل مومنتوم برای بررسی برهم‌کنش‌های بین سیال و جامد ارائه داده و نتایج کار را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده‌اند. جریان‌های سه بعدی در حضور اجسام غوطه‌ور نیز توسط ونگ^{۱۷} و همکاران [۴۱] و با استفاده از روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزنم شبیه‌سازی شده است. ژو^{۱۸} و فن^{۱۹} [۴۲] از یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزنم با دقت مرتبه دو جهت شبیه‌سازی جریان‌های شامل ذرات صلب استفاده کرده‌اند. آن‌ها از الگوریتم میان‌یاب چندگانه جهت ارضاء دقیق‌تر شرایط مرزی عدم لغزش بهره برده‌اند. مساله برهم-کنش بین سیال و اجسام متحرک انعطاف پذیر نیز توسط فاویر^{۲۰} و همکاران [۴۳] با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزنم مورد بررسی قرار گرفته است. البته ایشان از توابع توزیع دیراک برای الگوریتم واسط بین گره‌های اولیری و لاگرانژی استفاده کرده‌اند که قابلیت ارضاء دقیق شرایط مرزی عدم لغزش را ندارد.

موضوع اصلی مطالعه حاضر، شبیه‌سازی حرکت سیالات غیرنیوتنی در حضور مانع با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزنم شارپ می‌باشد. برای این منظور روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزنم برای بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی نامحدود از روی یک استوانه در نظر گرفته شده است که با توجه به هندسه نسبتاً پیچیده و وجود رژیم‌های

گرفته است. در روش شارپ محل گره‌های مورد استفاده برای اعمال نیرو می‌تواند گره‌های داخلی^۱ واقع در جسم غوطه‌ور و و یا گره‌های خارجی^۲ واقع در سیال باشد.

روش شبکه بولتزنم به دلیل سادگی، دقت بالا و چارچوب کارترین به عنوان روش محاسبه سرعت در گره‌های اولیری سیال استفاده شده است. بر خلاف روش‌های معمول عددی که معادله ناویر استوکس (بر پایه سیستم پیوسته ماکروسکوپی^۳) را مبنای عمل قرار می‌دهند، روش شبکه بولتزنم یک روش مسوسکوپی^۴ (بر پایه تئوری انرژی جنبشی گازها) محسوب می‌شود. علاوه بر این روش شبکه بولتزنم توانایی بالای مقیاس‌پذیری در شبیه‌سازی‌های موازی را داراست و با توجه به فرمولاسیون بسیار ساده‌تر نسبت به روش‌های ناویر استوکس از محبوبیت بالایی برخوردار گردیده است. استفاده از روش شبکه بولتزنم جهت شبیه‌سازی جریان‌های نیوتنی در سال‌های اخیر به طور گسترده‌ای افزایش یافته است [۲۵-۳۰]. در مورد جریان‌های غیرنیوتنی مساله‌ای که حائز اهمیت می‌باشد ثابت نبودن ویسکوزیته است که می‌تواند باعث بروز ناپایداری در فرایند حل گردد [۳۱ و ۳۲]. اما روش شبکه بولتزنم، با توجه به دارا بودن ماهیت انرژی جنبشی، توانایی محاسبه مستقیم نرخ برش محلی با دقت مرتبه دو را داراست [۳۳ و ۳۴]. آهارنو^۵ و رتمن^۶ [۳۵] اولین محققانی بودند که توانایی روش روش شبکه بولتزنم در حل جریان‌های غیرنیوتنی با استفاده از مدل توانی^۷ را نشان دادند. دقت روش شبکه بولتزنم برای شبیه‌سازی جریان سیالات غیر نیوتنی رقیق برشی^۸ و ضخیم ضخیم شونده^۹ توسط گابانلی^{۱۰} و همکاران [۳۳] مورد بررسی بررسی قرار گرفته است. نتایج روش شبکه بولتزنم برای شبیه‌سازی جریان‌های غیرنیوتنی توانی توسط چندین محقق از جمله سایجیوس^{۱۱} و همکاران [۳۶]، چن^{۱۲} و

¹ Interior nodes

² Exterior nodes

³ Macroscopic

⁴ Mesoscopic

⁵ Aharonov

⁶ Rothman

⁷ Power-law model

⁸ Shear-thinning

⁹ Shear-thickening

¹⁰ Gabbanelli

¹¹ Psihogios

¹² Chen

¹³ Boek

¹⁴ Kang

¹⁵ Hassan

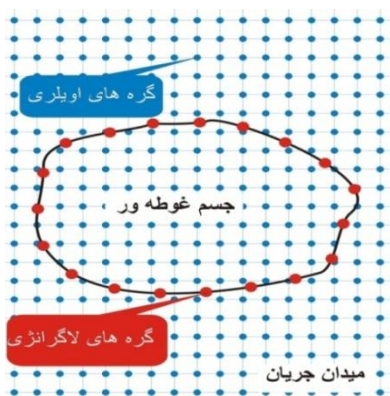
¹⁶ Yuan

¹⁷ Wang

¹⁸ Zhou

¹⁹ Fan

²⁰ Favier



شکل ۱- شماتیک مربوط به روش مرز غوطه‌ور

عدد استروهال^۷ در جریان غیرپایا مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این اثرات پارامترهای عددی به صورت جزء به جزء تحقیق شده است. به طور کلی رژیم‌های مختلف جریان شامل جریان‌های پایا بدون وجود گردابه و در حضور گردابه-های متقارن و همچنین جریان‌های ناپایا با گردابه‌های نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل غیر نیوتنی

در سیالات نیوتونی ویسکوزیته در تمامی نرخ برش‌ها عددی ثابت است در حالی که سیالات غیرنیوتونی از یک رابطه‌ی غیرخطی بین تنش برشی^۸ و نرخ کرنش برشی^۹، مخصوصاً در در نرخ برش پایین، پیروی می‌کنند. مدل توانی^{۱۰} یکی از معمول‌ترین مدل‌های غیرنیوتنی است که برای بیان رفتار سیالات غیرنیوتنی استفاده می‌شود. در این مدل غیرنیوتنی رابطه‌ی بین ویسکوزیته و نرخ کرنش برشی آنگونه که توسط کوآرترونی^{۱۱} و همکاران [۴۵ و ۴۶]، گیجسن^{۱۲} و همکاران [۴۷]، نیوفیتو^{۱۳} و دریکاکیس^{۱۴} [۴۸] و حسین^{۱۵} و همکاران [۴۹] معرفی نموده‌اند به صورت زیر است:

$$\nu = m|\dot{\gamma}|^{n-1}, \quad (1)$$

مختلف جریان می‌تواند به عنوان معیاری مناسب جهت بررسی توانایی‌های روش حاضر ملاک عمل قرار گیرد. استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با شبکه غیر منطبق بر جسم (شکل ۱)، عمل تولید شبکه را آسان نموده و حجم محاسبه و زمان پردازش مورد نیاز را در مقایسه با شبکه‌های غیرساختار یافته منطبق بر جسم کاهش می‌دهد. علاوه بر این الگوریتم دقیق شارپ جهت محاسبه و میانجی‌بندی مقادیر نیروی خارجی ناشی از حضور مرز جامد بکار گرفته شده است. گره‌های مربوط به اعمال نیرو در الگوریتم شارپ به صورت خارجی و در محدوده میدان جریان فرض شده است. مدل غیرنیوتنی توانی جهت بررسی رفتار باریک شونده‌گی و ضخیم شونده‌گی سیال غیرنیوتنی حول استوانه در رژیم‌های مختلف جریان مورد استفاده قرار گرفته است. برای اولین بار روش شبکه بولتزمن چند مرحله‌ای^۱ پیشنهادی توسط گو و همکاران [۴۴] جهت اعمال نیروی ناشی از حضور مرز غوطه‌ور در سیال غیرنیوتنی اعمال گردیده است. این نوع از معادلات بولتزمن در زمینه توزیع یکنواخت‌تر نیروهای خارجی بر معادلات حاکم در یک بازه زمانی و بدست آوردن نتایج بهتر کمک شایانی خواهند نمود. استفاده از معادله شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای در کنار روش مرز غوطه‌ور با الگوریتم میانجی‌بندی شارپ تا حدود زیادی باعث افزایش پایداری حل میدان جریان سیالات غیرنیوتنی گردیده است که این امر به نوبه خود یکی از نوآوری‌های حل غیرنیوتنی حاضر محسوب می‌شود. اعتبارسنجی روش پیشنهادی در این مقاله توسط مقایسه نتایج حاصل از حل جریان سیال غیرنیوتنی در یک کانال و همچنین جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر انجام گردیده است. اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی مربوط به مدل سیال غیرنیوتنی توانی^۲ و عدد رینولدز^۳ روی ضریب پسا^۴ و طول گردابه^۵ در جریان پایدار و همچنین ضریب پسا، ضریب برآ^۶ و

و

⁷ Strouhal number

⁸ Shear stress

⁹ Shear strain

¹⁰ Power-law model

¹¹ Quarteroni

¹² Gijzen

¹³ Neofytou

¹⁴ Drikakis

¹⁵ Hussain

¹ Split forcing lattice Boltzmann method

² Power-Law index

³ Reynolds number

⁴ Drag coefficient

⁵ Recirculation length

⁶ Lift coefficients

ترتیب تابع توزیع چگالی ذره و تابع توزیع گسسته نیروی خارجی در جهت \hat{m} هستند. زمان آسایش بی‌بعد (τ) ، نرخ‌ی را نشان می‌دهد که توزیع ذره محلی به حالت تعادل محلی $f_i^{(eq)}$ می‌رسد. سرعت‌های ذره محلی به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$[\bar{e}_i] = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت شبکه و Δx و Δt به ترتیب اندازه شبکه و گام زمانی است. تابع توزیع تعادلی $f_i^{(eq)}$ به صورت زیر است:

$$f_i^{(eq)} = w_i \rho \left[1 + \frac{3}{c^2} (\bar{e}_i \cdot \bar{u}) + \frac{9}{2c^4} (\bar{e}_i \cdot \bar{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \bar{u}^2 \right] \quad (4)$$

که $w_5 = w_6 = w_7 = w_8 = 1/9$ ، $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/9$ و $w_0 = 4/9$ و $w_8 = 1/36$ تابع توزیع نیرویی گسسته، می‌تواند به صورت زیر بدست می‌آید:

$$F_i(\bar{x}, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) w_i \times \left[3 \frac{\bar{e}_i \cdot \bar{u}(\bar{x}, t)}{c^2} + 9 \frac{\bar{e}_i \cdot \bar{u}(\bar{x}, t)}{c^4} \bar{e}_i \right] \cdot \bar{F}(\bar{x}, t), \quad (5)$$

متغیرهای ماکروسکوپی ρ ، و چگالی مومنتوم $\rho \bar{u}$ چنین بیان می‌شوند:

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(eq)}, \quad \rho \bar{u} = \sum_i \bar{e}_i f_i + \frac{\Delta t}{2} \bar{F} \quad (6)$$

هنگامی که یک ذره طی یک گام زمانی از نقطه (۱) به (۲) حرکت می‌کند، دو میدان نیروی متفاوت $F_i(\bar{x}_1, t)$ و $F_i(\bar{x}_2, t + \Delta t)$ را تجربه می‌کند. در معادلات شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندگانه، $F_i(\bar{x}_1, t)$ و $F_i(\bar{x}_2, t + \Delta t)$ به ترتیب طی نیم گام‌های زمانی اول و دوم اعمال می‌شود [۳۹]. بر اساس روش گو و همکاران [۴۴]، چهار گام زیر برای معادلات LBE چند مرحله‌ای در نظر گرفته می‌شود:

گام (۱): مرحله اعمال نیروی اولیه

$$\rho(\bar{x}, t) \bar{u}(\bar{x}, t) = \sum_i \bar{e}_i f_i(\bar{x}, t) + \frac{\Delta t}{2} \bar{F}(\bar{x}, t) \quad (7)$$

گام (۲): مرحله برخورد

$$f_i'(\bar{x}, t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} \left[f_i(\bar{x}, t) - f_i^{(eq)}(\bar{x}, t) \right], \quad (8)$$

گام (۳): مرحله اعمال نیروی ثانویه

که m و n به ترتیب شاخص سازگاری^۱ و شاخص رفتار غیرنیوتنی می‌باشند. ویسکوزیته سیال با افزایش شاخص m زیاد می‌شود. هنگامی که $n < 1$ است، ویسکوزیته سیال با افزایش نرخ برش کاهش خواهد یافت. سیالاتی با چنین رفتاری را به عنوان سیالات شبه پلاستیک^۲ یا رقیق برشی^۳ معرفی می‌کنند. از سویی دیگر هنگامی که $n > 1$ است، ویسکوزیته با افزایش نرخ کرنش زیاد خواهد شد که چنین سیالاتی به سیالات دیلانت^۴ یا ضخیم برشی^۵ معروف هستند. در حالت خاص $n = 1$ و $m = \mu_0$ ، سیال رفتاری نیوتنی خواهد داشت.

۳- روش‌های عددی

در این بخش، روش‌های عددی که برای حل مسأله حاضر اعمال شده‌اند، توضیح داده شده است. در کار حاضر از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم بر پایه معادله شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای استفاده شده است. همچنین الگوریتم میانابی شارپ مرتبط با این روش معرفی شده است.

۳-۱- روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن غیر نیوتنی بر پایه معادله بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای

۳-۱-۱- روش شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای معادله شبکه بولتزمن برای میدان سرعت شامل یک عبارت چگالی نیرویی خارجی (به دلیل وجود مرز جامد) در بعد زمان (t) و مکان (\bar{x}) به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود (بر پایه‌ی مدل بهاتناگر-گروس-کروک [۵۰]):

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} \left[f_i(\bar{x}, t) - f_i^{(eq)}(\bar{x}, t) \right] + F_i(\bar{x}, t) \Delta t, \quad (9)$$

که \bar{e}_i بردار سرعت ذره در جهت \hat{m} سرعت شبکه است. در کار حاضر از مدل شبکه بولتزمن دو بعدی با نه جهت سرعت مستقل (D2Q9) استفاده شده است. $f_i(\bar{x}, t)$ و $F_i(\bar{x}, t)$ به

¹ Consistency index

² Pseudo plastic

³ Shear-thinning

⁴ Dilatant

⁵ Shear-thickening

⁶ Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) model

دست آید. از سویی دیگر با توجه به ویژگی‌های خاص روش شبکه بولتزمن، تانسور نرخ کرنش می‌تواند با استفاده از رابطه (۱۲) به صورت محلی و در مقیاس مسوسکوپیک به دست آید. بنابراین، با توجه به معادله (۱۴)، ویسکوزیته مربوط به مدل سیال غیرنیوتنی توانی در هر نقطه از رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$v(\vec{x}, t) = m \left(\sqrt{2D_{II}}(\vec{x}, t) \right)^{n-1}, \quad (16)$$

زمان آسایش محلی می‌تواند مستقیماً با استفاده از تعریف ویسکوزیته و معادله (۱۳) حاصل شود.

۳-۲- روش اعمال نیروی مستقیم

به منظور مطالعه اثرات حضور جسم غوطه‌ور روی دامنه سیال از روش اعمال نیروی مستقیم استفاده شده است. سرعت دلخواه بایستی شرایط عدم لغزش روی مرز را تأمین کند. با در نظر گرفتن این حقیقت و همچنین الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای که برای حل میدان سرعت سیال استفاده شده است، فرمول مربوط به اعمال نیروی مستقیم به دست خواهد آمد [۳۹]:

$$\vec{F}(\vec{x}, t + \Delta t) = \frac{2\rho(\vec{x}, t + \Delta t) \vec{u}^d - \vec{u}^{noF}(\vec{x}, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (17)$$

که u^d و u^{noF} به ترتیب سرعت دلخواه مربوط به جسم غوطه‌ور و سرعت قبل از اعمال نیرو می‌باشند. شایان ذکر است که u^{noF} می‌تواند از معادله ناوراستوکس [۵۶ و ۵۷] و یا معادله شبکه بولتزمن [۵۸] بدون عبارت نیرویی به دست آید.

۳-۳- الگوریتم میانمایی شارپ

در این قسمت روش الگوریتم واسط شارپ توضیح داده شده است. از آنجائیکه گره‌های اعمال نیرو روی گره‌های محاسباتی قرار دارند و لزوماً روی مرز جسم جامد نیستند، یک الگوریتم واسط برای بدست آوردن سرعت در گره‌های محاسباتی با توجه به شرط عدم لغزش روی مرز جامد مورد نیاز است. جدول ۱ مراحل محاسباتی مربوط به روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم و بر پایه الگوریتم واسط شارپ را نشان می‌دهد.

$$f_i''(\vec{x}, t) = f_i'(\vec{x}, t) + \Delta t F_i(\vec{x}, t), \quad (9)$$

گام (۴): مرحله جاری شدن

$$f_i(\vec{x} + e_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i''(\vec{x}, t), \quad (10)$$

که f_i' و f_i'' به ترتیب توابع توزیع ذره بعد از برخورد و بعد از اعمال نیرو نامیده می‌شوند. در روش شبکه بولتزمن، تطابق بین معادلات مسوسکوپیک و ماکروسکوپیک از طریق بسط چایمن-اینسکاک^۱ صورت می‌گیرد [۵۱-۵۵]. تانسور نرخ کرنش، به صورت ماکروسکوپیک زیر تعریف می‌شود [۵۴]:

$$S_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\nabla_\beta u_\alpha + \nabla_\alpha u_\beta) \quad (11)$$

تانسور نرخ کرنش می‌تواند به صورت محلی نیز محاسبه شود [۵۵]:

$$S_{\alpha\beta} = -\frac{1}{\tau 2c_s^2 \rho \Delta t} \times \left(\sum_{i=0}^8 c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(neq)} + \frac{1}{2} (u_\alpha F_\beta + u_\beta F_\alpha) \Delta t \right) \quad (12)$$

فشار می‌تواند به صورت ضمنی $P = C_s^2 \rho$ در نظر گرفته شود که در این صورت سرعت صوت C_s ، بایستی به صورت $C_s = 1/\sqrt{3}$ باشد. با استفاده از بسط چایمن-اینسکاک مرتبه اول برای معادله (۱۲)، ویسکوزیته دینامیکی به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$v = (2\tau - 1)/6 \quad (13)$$

۳-۱-۲- روش شبکه بولتزمن برای سیالات غیرنیوتنی

در مورد سیالاتی با ویسکوزیته وابسته به نرخ برش، τ می‌تواند از ثابت دوم تانسور نرخ کرنش به دست آید:

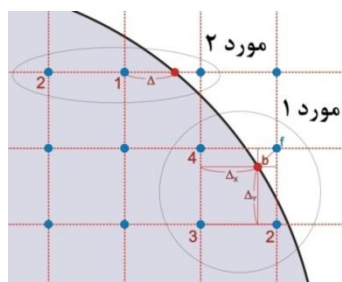
$$\dot{\gamma} = \sqrt{2D_{II}} \quad (14)$$

که

$$D_{II} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}, \quad (15)$$

به منظور شبیه سازی سیال غیرنیوتنی وابسته به نرخ کرنش، مقادیر برش در هر نقطه بایستی محاسبه گردد. تانسور نرخ کرنش می‌تواند از تعریف معادله (۱۱) و اعمال روش اختلاف محدود روی سرعت‌های ماکروسکوپیک به

^۱ Chapman-Enskog



شکل ۲- شماتیک مربوط به روش شارپ

در حالت دوم چنانچه در شکل ۲ نشان داده شده است تنها دو نقطه جهت میانمایی در دسترس است و میانمایی خطی ذیل مد نظر قرار گرفته است:

$$\bar{u}_f = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} \bar{U}_b - \frac{1-\Delta}{\Delta} \bar{u}_1 & \text{if } \Delta \geq 0.5 \\ 2\bar{U}_b - 2\Delta \bar{u}_1 - (1-2\Delta) \bar{u}_2 & \text{if } \Delta \leq 0.5 \end{cases} \quad (20)$$

۳-۳- الگوریتم کلی حل مساله

شکل ۳ الگوریتم کلی حل مساله با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن غیرنیوتنی را نشان می‌دهد.

۴- بررسی پایداری عددی

همانگونه که در بحث روش‌های مربوط به معادلات شبکه بولتزمن بیان گردیده است، زمان‌های آسایش نزدیک به 0.5 (یا $\frac{1}{\tau} = 2$) باعث ناپایداری در حل می‌گردند و از جمله پارامترهای مورد بررسی در بحث ناپایداری محسوب می‌شوند [۶۷]. در کار حاضر حداکثر مقداری که τ می‌تواند به 0.5 (یا $\frac{1}{\tau}$ به 2) نزدیک شود برای دو روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای شارپ رسم شده است (شکل ۴). این شکل در رینولدزهای مختلف و تا حداکثر مقدار مجاز عدد رینولدز برای شبیه‌سازی‌های دوبعدی (قبل از بوجود آمدن اثرات سه بعدی جریان $Re < 1188/5$) رسم شده است. دامنه محاسباتی به صورت $20D \times 20D$ در نظر گرفته شده است و سیلندر دایره‌ای در مرکز دامنه محاسباتی قرار دارد. در واقع حل‌های مورد نظر در ناحیه زیر منحنی‌ها پایدار هستند. همانگونه که از شکل ۴ برمی‌آید استفاده از روش پیشنهادی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن باعث افزایش قابل توجهی در پایداری حل گردیده است.

جدول ۱- مراحل مربوط به الگوریتم میانمایی شارپ (بین

مرحله جاری شدن و مرحله برخورد)

$$(1) \text{ محاسبه سرعت‌ها قبل از اعمال نیرو } u_{ij}^{noF} = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}(x_{\alpha}, t)$$

$$(2) \text{ میان یابی سرعت در گره‌های اویبری } u_{i_f j_f} = I(u_{ij}^{noF}, U_b)$$

$$(3) \text{ محاسبه نیرو روی گره‌های محاسباتی } F_{i_f j_f} = 2\rho \frac{u_{i_f j_f} - u_{i_f j_f}^{noF}}{\Delta t}$$

نیروهای سطحی وارد بر جسم غوطه‌ور از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\bar{F}_s = - \sum_{i,j} \bar{F}(\bar{x}_{ij}) h^2. \quad (18)$$

دقت الگوریتم میانمایی شارپ بستگی به الگوریتم میانمایی دارد که در مرحله (۲) از جدول ۱ استفاده می‌شود. روش‌های میانمایی گوناگونی جهت محاسبه سرعت‌ها در گره‌های محاسباتی پیشنهاد شده است که در برخی از موارد از گره‌های داخلی واقع در محدوده جسم غوطه‌ور [۵۹-۶۲] و یا گره‌های خارجی واقع در دامنه سیال [۶۳-۶۶] بهره می‌برند. در کار حاضر از روش معرفی شده توسط کیم^۱ و همکاران [۲۱] جهت میانمایی استفاده شده است. در این روش میانمایی‌های خطی و درجه دو (با دقت مرتبه دو) جهت محاسبه سرعت روی گره‌های سیال نزدیک مرز جسم غوطه‌ور استفاده می‌شود. در شکل ۲ مراحل انجام میانمایی برای محاسبه سرعت دلخواه روی نقاط سیال مورد نظر (نقاط f)، با توجه به شرط عدم لغزش روی نقاط مرزی جسم غوطه‌ور (نقاط b)، ترسیم شده است. در این روش دو نوع میانمایی استفاده شده است. در نوع اول که در آن سه گره اعمال نیرو نشده قابل دستیابی است (شکل ۲)، یک میانمایی درجه دو به صورت زیر اعمال گردیده است.

$$\bar{u}_f = \frac{1}{\Delta_x \Delta_y} \left\{ \bar{U}_b - \left[\begin{array}{l} \Delta_x (1-\Delta_y) \bar{u}_2 \\ + (1-\Delta_x)(1-\Delta_y) \bar{u}_3 \\ + (1-\Delta_x)(1-\Delta_y) \Delta_y \bar{u}_4 \end{array} \right] \right\}, \quad (19)$$

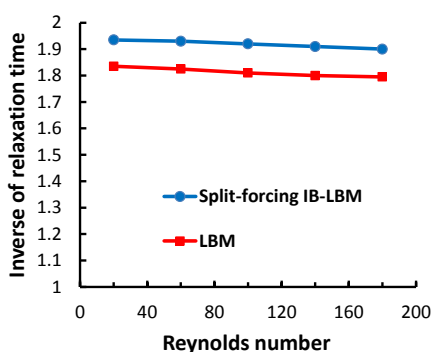
¹ Kim

۵-۱- جریان سیال غیرنیوتنی در کانال

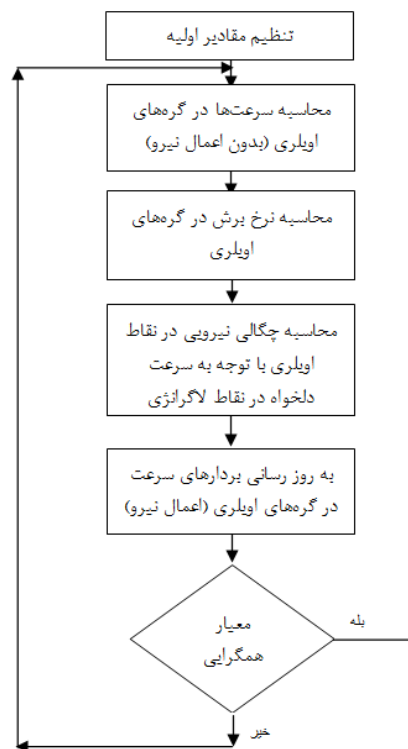
از آنجا که حل تحلیلی مربوط به پروفیل سرعت دو بعدی سیال غیرنیوتنی توانی داخل کانال موجود است، از این پروفایل جهت صحت سنجی فرایند مربوط به بخش غیرنیوتنی روش پیشنهادی بهره برده‌ایم. حل تحلیلی مربوط به سرعت موازی با محور کانال به شرح زیر است [۶۸]:

$$u(y) = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{G}{m} \right) \left[H \left| \frac{n+1}{n} - (H-y) \right|^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (21)$$

که G و H به ترتیب نشان دهنده گرادیان فشار ثابت در جهت طولی و ضخامت کانال می‌باشند. در شکل ۶ پروفایل سرعت بی بعد توسعه یافته مربوط به حل تحلیلی ارائه شده در معادله (۲۱) و نتایج حاصل از حل IB-LBM حاضر برای $n=1/5$ رسم گردیده است. شرایط مرزی در دیواره‌های بالا و پایین شرط عدم لغزش در نظر گرفته شده است. همچنین در ابتدای کانال شرط مرزی سرعت ثابت و در انتهای کانال شرط مرزی گرادیان ثابت در جهت طولی لحاظ گردیده است. مقایسه بین سرعت‌های حاصل از حل عددی و تحلیلی تطابق کامل و قابل قبولی را نشان می‌دهد. علاوه بر این در جدول ۲ طول ورودی کانال قبل از رسیدن به حالت کاملاً توسعه یافته را برای سیالات توانی مختلف با کارهای تئوری قبلی [۶۹ و ۷۰] مورد مقایسه قرار گرفته است. همانگونه که از جدول ۲ بر می‌آید، نتایج حاصل از کار حاضر در محدوده مناسبی قرار دارد.



شکل ۴- نمودار حداکثر مقدار قابل تنظیم برای $\frac{1}{\tau}$ قبل از ایجاد ناپایداری برحسب عدد رینولدز بدست آمده با روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن



شکل ۳- الگوریتم کلی روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن غیرنیوتنی جهت شبیه سازی حرکت ذره در سیال غیرنیوتنی

همچنین شکل‌های ۵ الف و ب تغییرات ضریب پسا را به صورت تابعی از گام زمانی حل در زمان آسایش ۰/۵۲۶۳ و عدد رینولدز ۲۰ به ترتیب برای دو روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن نشان می‌دهد. همانگونه که از این شکل‌ها مشخص است روش شبکه بولتزمن با توجه به نوسانات اضافی ایجاد شده قابلیت همگرایی خود را از داده است در حالیکه روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن مورد بررسی، همچنان همگراست.

۵- صحت سنجی

به منظور اطمینان از صحت نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر، از مقایسه نتایج در دو مورد مطالعاتی شامل: (۱) جریان سیال غیرنیوتنی توانی در یک کانال (شکل ۶ و جدول ۲) و (۲) جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای در حالت‌های پایا (جدول ۳) و ناپایا (جدول ۴) استفاده کرده‌ایم.

۵-۲- جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر در حالت پایا و ناپایا

مسئله جریان نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای توسط چندین نویسنده در حالت‌های پایا و ناپایا مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور صحت سنجی فرایند مربوط به جسم غوطه‌ور در شبیه سازی حاضر، نتایج پیشین در خصوص ضریب بازدارندگی (C_D) و طول گردابه (l_w) در حالت پایا (جدول ۳) و ضریب پسای متوسط، (\bar{C}_D) و عدد استروهل (St) در حالت غیر پایا (جدول ۴) مورد مقایسه قرار گرفته است. در کار حاضر تعاریف زیر در خصوص محاسبه ضریب پسا، ضریب بالابردندگی، ضریب فشار (C_p) و عدد استروهل استفاده شده است:

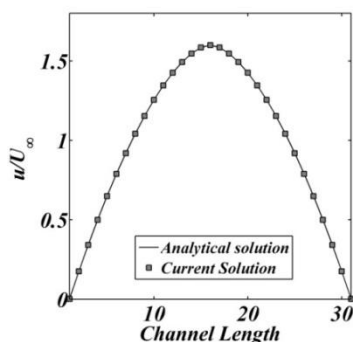
$$C_D = \frac{F_D}{\rho U_\infty^2 D/2}, \quad (22)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\rho U_\infty^2 D/2}, \quad (23)$$

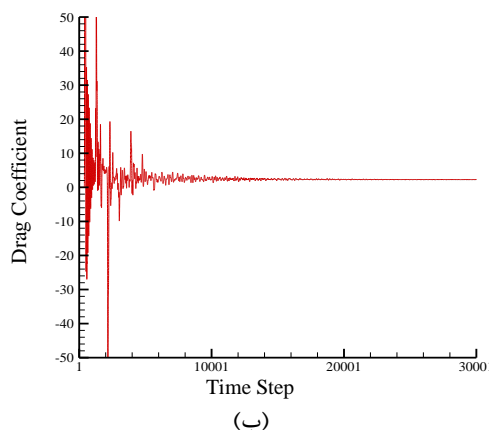
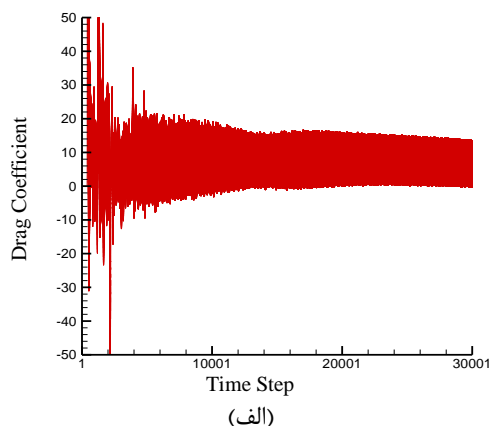
$$C_p = \frac{P_w - P_\infty}{\rho U_\infty^2 / 2}, \quad (24)$$

$$St = \frac{f_q D}{U_\infty}. \quad (25)$$

که نیروی بازدارندگی، F_D و نیروی بالابردندگی، F_L با استفاده از معادله (۱۸) به دست می‌آید. P_∞ و P_w به ترتیب نمایانگر فشار روی مرز سیلندر و فشار جریان آزاد می‌باشند. f_q فرکانس نوسانات گردابه را نشان می‌دهد. در کار حاضر از تغییرات ضریب بالابردندگی جهت محاسبه این فرکانس استفاده شده است.



شکل ۶- پروفیل سرعت مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی در کانال



شکل ۵- ضریب درگ برحسب گام زمانی حل برای (الف) روش شبکه بولتزمن و (ب) روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن در زمان آسایش ۰/۵۲۶۳ و عدد رینولدز ۲۰

جدول ۲- مقایسه طول ورودی برای سیالات پاورلو در جریان دوبعدی داخل کانال مستقیم

نویسنده	سال	$n=0/75$	$n=1/25$
گوپتا [۶۹]	۱۹۸۷	۰/۰۳۷۷	۰/۰۴۴۷
گوپتا [۷۰]	۱۹۹۰	۰/۰۳۴۶	۰/۰۴۱۰
کار حاضر	۲۰۱۴	۰/۰۳۵۲	۰/۰۴۲۳

¹ Gupta

جدول ۳- مقایسه پارامترهای جریان پایا با مطالعات پیشین

نویسنده	سال	Re=۲۰		Re=۴۰	
		L _w	C _D	L _w	C _D
نیو ^۱ و همکاران [۷۱]	۲۰۰۶	۲/۱۴	۰/۹۵	۱/۵۹	۲/۲۶
لی ^۲ و همکاران [۷۲]	۲۰۰۸	۲/۰۷	۰/۹۸	۱/۵۸	۲/۴۹
ونگ ^۳ و همکاران [۷۳]	۲۰۰۹	۲/۲۵	۰/۹۸	۱/۶۶	۲/۳۵
وو ^۴ و شو ^۵ [۷۴]	۲۰۰۹	۲/۰۹	۰/۹۳	۱/۵۶	۲/۳۱
فورن برگ ^۶ [۷۵]	۱۹۸۹	۲/۰	۰/۹۱	۱/۵	۲/۲۴
یه ^۷ و همکاران [۷۶]	۱۹۹۹	۲/۰۳	۰/۹۲	۱/۵۲	۲/۲۷
نیرمالکار ^۸ و چابرا ^۹ [۷۷]	۲۰۱۲	۲/۱۶	-	۱/۵۷	-
محمدی پور و همکاران [۲۹]	۲۰۱۳	۲/۱۰	-	۱/۶۲	-
کار حاضر	۲۰۱۳	۲/۰۴	۰/۹۲	۱/۵۷	۲/۲۳

جدول ۴- مقایسه پارامترهای جریان ناپایا با مطالعات پیشین

خصوصیت روش	سال	Re=۱۰۰	
		St	\bar{C}_D
لی و همکاران [۷۲]	۲۰۰۸	۰/۱۶	۱/۳۹
وو و شو [۷۴]	۲۰۰۹	۰/۱۶۳	۱/۳۶۴
کیم و همکاران [۲۱]	۲۰۰۰	۰/۱۶۵	۱/۳۳
چوی ^{۱۰} و همکاران [۶۱]	۲۰۰۷	۰/۱۶۴	۱/۳۴
پارک ^{۱۱} و همکاران [۷۸]	۱۹۹۸	۰/۱۶۵	۱/۳۳
لیو ^{۱۲} و همکاران [۷۹]	۱۹۹۸	۱/۱۶۴	۱/۳۵
نیرمالکار و چابرا [۷۷]	۲۰۱۱	-	۱/۳۳۴
کار حاضر	۲۰۱۳	۰/۱۶۷	۱/۳۱۲

مقایسه مقادیر جداول ۳ و ۴ نشان می‌دهد که شبیه سازی IB-LBM حاضر نتایج قابل قبولی در مقایسه با روش‌های پیشین ذکر شده در جداول ۳ و ۴ دارد. شایان ذکر است که دامنه محاسباتی مورد استفاده در این شبیه سازی ۴۰D×۴۰D با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ گره محاسباتی بوده است.

۶- بحث و نتایج

در این قسمت روش IB-LBM معرفی شده در بخش ۳ جهت شبیه سازی جریان سیال نامحدود از روی یک سیلندر دایروی بکار برده شده است. دامنه محاسباتی به صورت ۴۰D×۴۰D با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ نقطه گره در یک شبکه یکنواخت در نظر گرفته شده است. سیلندر دایره‌ای در مرکز دامنه محاسباتی قرار گرفته است. معیار همگرایی نتایج برای حالت پایدار $|C_D^{n+1} - C_D^n| \leq 0.005$ و برای حالت ناپایدار $|\bar{C}_D^{n+1} - \bar{C}_D^n| \leq 0.005$ در نظر گرفته شده است. برای شرایط مرزی دیواره بالایی و پایینی از مدل مرزی لغزش آزاد استفاده کرده‌ایم. همچنین شرایط مرزی برای جریان ورودی از نوع سرعت ثابت (با استفاده از مدل زو و هی^{۱۳} [۸۰]) و برای جریان خروجی از نوع گرادیان ثابت (سرعت) در نظر گرفته شده است. مقادیر اولیه مربوط به سرعت ورودی و زمان آسایش به ترتیب ۰/۰۵ و ۰/۶۵ می باشد. همچنین مقادیر Δx و Δt در روش بولتزمن برابر یک تنظیم شده است. عدد رینولدز مربوط به مدل سیال غیرنیوتنی توانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_{pl} = \frac{U_{\infty}^{(2-n)} D^n}{m} \quad (26)$$

که U_{∞} و D به ترتیب سرعت جریان آزاد و قطر سیلندر است. اثرات پارامترهای عددی و خصوصیات جریان به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

• اثر تعداد نقاط اویلری

جدول ۵ اثر تعداد نقاط اویلری بر ضریب پسا را در دو حالت جریان پایا (Re=۲۰) و جریان ناپایا (Re=۱۰۰) نشان می‌دهد. این جدول برای انواع مختلف سیالات نیوتنی و سیالات

¹ Niu
² Le
³ Wang
⁴ Wu
⁵ Shu
⁶ Fornberg
⁷ Ye
⁸ Nirmalkar
⁹ Chhabra
¹⁰ Choi
¹¹ Park
¹² Liu

¹³ Zou and He

غیرنیوتنی رقیق برشی و ضخیم برشی نشان داده شده است. همان‌طور که از این مقادیر پیداست، با افزایش تعداد نقاط شبکه، خصوصاً در مورد سیالات رقیق برشی و در حالت ناپایا، مقادیر به سمت نتایج تایید شده نزدیک‌تر می‌شود. به عبارت دیگر در حالتی که یک شبکه 1601×1601 گره داریم، در تمامی حالات سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی نتایج قابل قبول حاصل خواهد شد.

جدول ۵- تأثیر اندازه شبکه اویلری بر ضریب پسا در حالت- های جریان پایا ($Re=20$) و ناپایا ($Re=100$) و خواص غیرنیوتنی مختلف

اندیس مدل توانی	اندازه شبکه	$Re=20$ C_D	$Re=100$ \bar{C}_D
	801×801	$1/866$	$0/910$
$n=0/7$	1201×1201	$1/864$	$1/353$
	1601×1601	$1/867$	$1/161$
	801×801	$2/090$	$1/215$
$n=1/0$	1201×1201	$2/077$	$1/286$
	1601×1601	$2/040$	$1/316$
	801×801	$2/230$	$1/443$
$n=1/3$	1201×1201	$2/268$	$1/462$
	1601×1601	$2/190$	$1/444$

جدول ۶- زمان پردازش مورد نیاز جهت رسیدن به همگرایی در روش‌های مختلف مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن

اندازه شبکه	الگوریتم واسط مورد استفاده	زمان پردازش (Cpu Time)
801×801	شارپ	$1/64 \times 10^5$
	دیفیوز ۲ نقطه‌ای [۳۹]	$1/75 \times 10^5$
	دیفیوز ۳ نقطه‌ای [۸۱]	$1/84 \times 10^5$
	دیفیوز ۴ نقطه‌ای [۸۲]	$1/98 \times 10^5$
1201×1201	شارپ	$3/87 \times 10^5$
	دیفیوز ۲ نقطه‌ای [۳۹]	$4/38 \times 10^5$
	دیفیوز ۳ نقطه‌ای [۸۱]	$4/49 \times 10^5$
	دیفیوز ۴ نقطه‌ای [۸۲]	$4/78 \times 10^5$
1601×1601	شارپ	$9/06 \times 10^5$
	دیفیوز ۲ نقطه‌ای [۳۹]	$1/07 \times 10^6$
	دیفیوز ۳ نقطه‌ای [۸۱]	$1/09 \times 10^6$
	دیفیوز ۴ نقطه‌ای [۸۲]	$1/16 \times 10^6$

• هزینه محاسبات

در این قسمت هزینه محاسبات مربوط به روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با استفاده از الگوریتم میان‌یاب شارپ با سایر روش‌های مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن دیفیوز مورد مقایسه قرار گرفته است. جدول ۶ مدت زمان مورد نیاز جهت همگرایی جواب‌ها با دقت قابل قبول ($|C_D^{n+1} - C_D^n| \leq 0.005$) را برای روش‌های شارپ، دیفیوز دو نقطه‌ای [۳۹]، سه نقطه‌ای [۸۱] و چهار نقطه‌ای [۸۲] در سیال نیوتنی و اندازه شبکه‌های گوناگون نشان می‌دهد. شایان ذکر است که در کار حاضر از یک پردازشگر $i7-3.40$ GHz جهت شبیه سازی مساله استفاده شده است. همانگونه که از جدول ۶ بر می‌آید، روش شارپ در همه موارد از سرعت بالاتری در مقایسه با سایر روش‌های دیفیوز متداول برخوردار است. البته این افزایش سرعت در شبکه‌های بزرگتر مشهودتر خواهد بود.

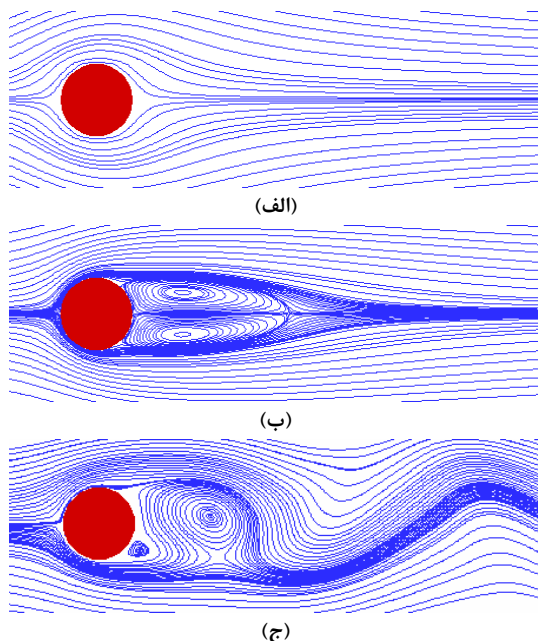
• خطوط جریان در رژیم‌های مختلف جریان

شکل‌های ۷، ۸ و ۹ به ترتیب خطوط جریان مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی رقیق برشی ($n=0/7$)، سیال نیوتنی ($n=1/0$) و سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی ($n=1/3$) را نشان می‌دهد. این شکل‌ها برای اعداد رینولدز مختلف رسم گردیده است. شایان ذکر است شکل‌های ۷-ج، ۸-ج و ۹-ج همگی در گام زمانی 150000 ثانیه گزارش شده‌اند. در خصوص ارتباط بین زمان‌های فیزیکی و گام زمانی ذکر شده در مقاله حاضر می‌توان به صورت زیر عمل نمود:

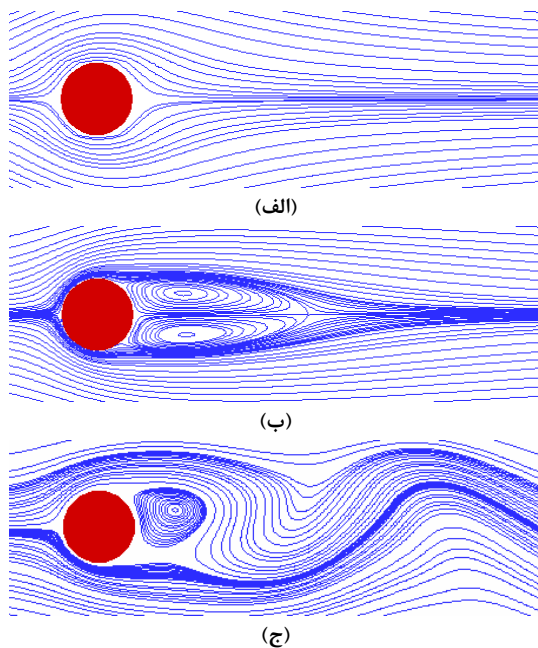
اگر ضریب C_h به صورت $C_h = H_{Phys} / H_{LBM}$ و ضریب تبدیل زمانی C_t به صورت $C_t = \Delta T_{Phys} / \Delta T_{LBM}$ تعریف شوند (که در آن H و ΔT به ترتیب نشان‌دهنده طول کانال و گام زمانی هستند و زیرنویس‌های Phys. و LBM بیانگر متغیرهای فیزیکی و متغیرهای مورد استفاده در حل شبکه می‌باشند) آنگاه با توجه به ابعاد و اسکالریته (V)، تبدیل زیر متصور خواهد بود:

$$V_{Phys.} = V_{LBM} \times \frac{C_h^2}{C_t} \quad (27)$$

بنابراین با داشتن $V_{Phys.}$ و با توجه به رابطه ۱۳، C_t از معادله (۲۷) قابل استخراج خواهد بود (در کار حاضر $\Delta T = \Delta x = \Delta y = 1$ می‌باشد). علاوه بر این فاکتور تبدیل بین سرعت‌های فیزیکی و شبکه (C_u) نیز به صورت

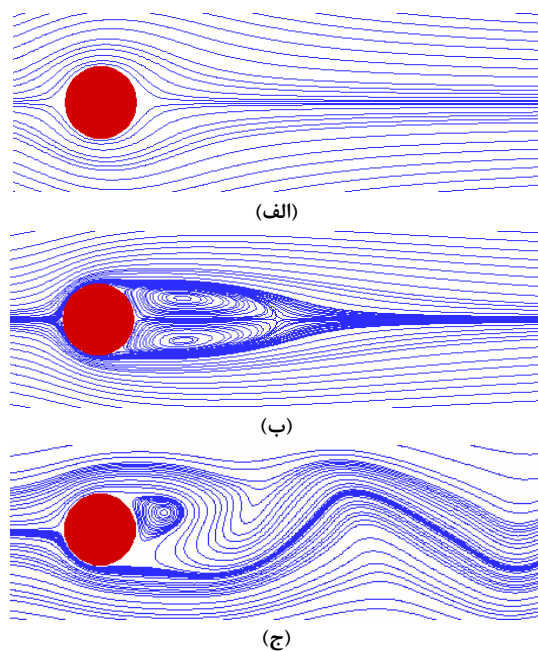


شکل ۸- خطوط جریان مربوط به جریان سیال نیوتنی (الف) $Re=1$ ، (ب) $Re=40$ و (ج) $Re=100$



شکل ۹- خطوط جریان مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی ($n=1.3$) (الف) $Re=1$ ، (ب) $Re=40$ و (ج) $Re=100$

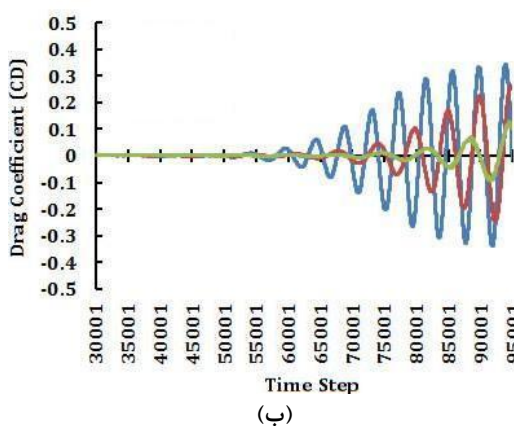
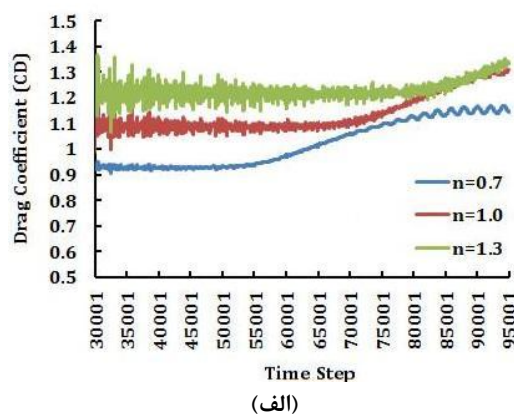
$C_{ii} = C_{ih}/C_t$ قابل تعریف است. همانگونه که از شکل‌های ۷ تا ۹ بر می‌آید، جریان سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی تحت رینولدزهای مختلف و رژیم‌های مختلف جریان شامل جریان پایا بدون هیچگونه گردابه (شکل‌های ۷-الف، ۸-الف و ۹-الف)، جریان سیال پایا همراه با دو گردابه متقارن در پشت سیلندر (شکل‌های ۷-ب، ۸-ب و ۹-ب) و جریان سیال غیر پایا همراه با گردابه‌های نامتقارن در پشت سیلندر (شکل‌های ۷-ج، ۸-ج و ۹-ج) را تجربه می‌کنند. طول گردابه پشت استوانه در شکل‌های ۷-ب، ۸-ب و ۹-ب به ترتیب $2/0.37$ ، $2/225$ و $2/476$ می‌باشد. این کانتورهای مختلف نشان دهنده حساسیت بالای رژیم‌های جریان سیال غیرنیوتنی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی مدل توانی، علاوه بر عدد رینولدز، می‌باشد. از طرفی دیگر نتایج ارائه شده، توانایی حل حاضر در پیش‌گویی رژیم‌های مختلف جریان سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم برشی را نشان می‌دهد.



شکل ۷- خطوط جریان مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی رقیق برشی ($n=0.7$) (الف) $Re=1$ ، (ب) $Re=40$ و (ج) $Re=100$

• تغییرات ضرایب پسا و برآ نسبت به گام زمانی:

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ تغییرات ضرایب پسا و برآ را به ترتیب بین گام‌های زمانی ۳۰۰۰۰ تا ۹۵۰۰۰ و ۱۱۰۰۰۰ تا ۱۴۰۰۰۰ نشان می‌دهد. این شکل‌ها برای سه نوع سیال غیرنیوتنی رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در $Re=100$ رسم گردیده‌اند. همانگونه که از این شکل‌ها بر می‌آید در زمان‌های کم (۳۰۰۰۰ تا ۹۵۰۰۰) ضرایب پسا و برآ رفتاری غیر پریودیک دارند در حالی که بعد از گذشت زمان‌های کافی (این زمان بسته به نوع سیال و روش مورد استفاده متفاوت است) به حالت پریودیک در می‌آیند. چنانچه از این شکل‌ها بر می‌آید با افزایش اندیس مدل سیال غیرنیوتنی توانی، زمان تناوب نیز افزایش می‌یابد.

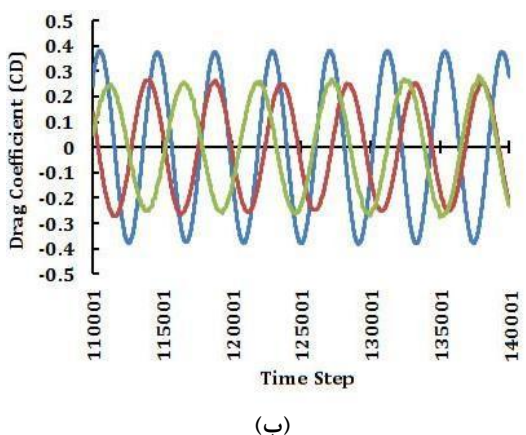
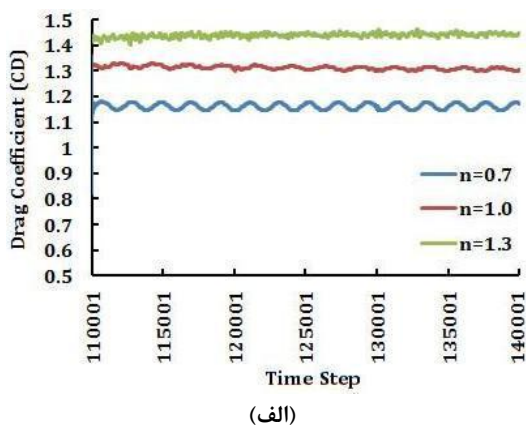


شکل ۱۰- تغییرات غیر پریودیک (الف) ضریب پسا و (ب) ضریب برآ نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیر نیوتنی رقیق برشی ($n=0.7$) و ضخیم برشی ($n=1.3$)

• تغییرات طول گردابه نسبت به Re و n :

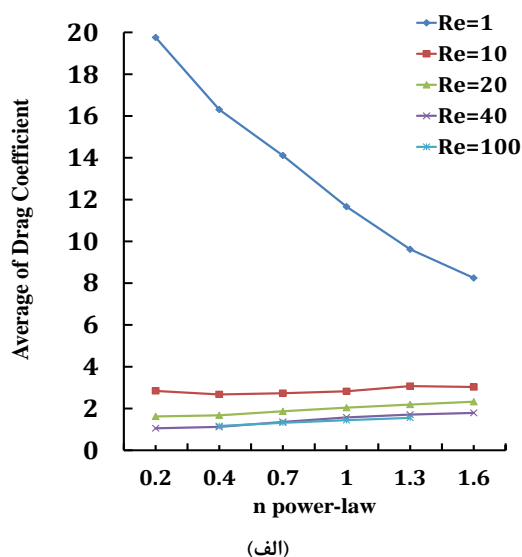
شکل ۱۲ تغییرات طول گردابه بر حسب عدد رینولدز را در حالت جریان پایا و برای دو عدد رینولدز ۲۰ و ۴۰ نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که برای سیالات غیر نیوتنی با شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی $0.6/0.8$ ، $1.0/1.2$ و $1.4/1.6$ ، عدد رینولدز بحرانی جهت شروع تشکیل گردابه‌ها به ترتیب $9.7/11.82$ ، $6.26/4.53$ و 2.29 می‌باشد.

همانگونه که در شکل ۱۲ نشان داده شده است، طول گردابه با افزایش عدد رینولدز برای تمامی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی افزایش خواهد یافت. همچنین با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی و حرکت از سمت خواص غیرنیوتنی رقیق برشی به سمت خواص نیوتنی و سپس ضخیم برشی، طول گردابه افزایش خواهد یافت.

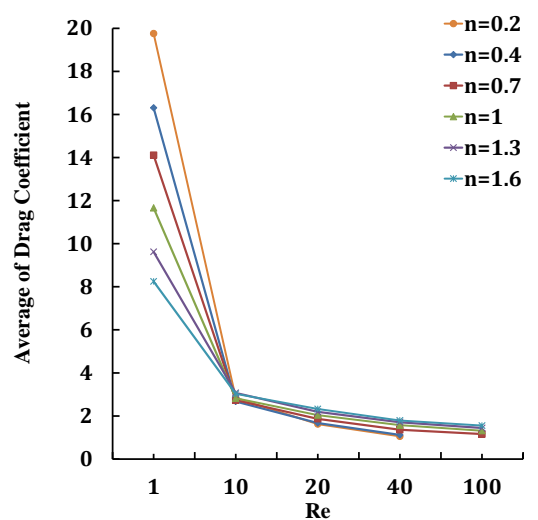


شکل ۱۱- تغییرات غیر پریودیک (الف) ضریب پسا و (ب) ضریب برآ نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیر نیوتنی رقیق برشی ($n=0.7$) و ضخیم برشی ($n=1.3$)

مجاور ایجاد می‌شود. در اعداد رینولدز پایین، تنش برشی روی جسم غوطه‌ور با افزایش $n_{power-law}$ کاهش خواهد یافت که منجر به کاهش مقادیر ضریب پسا خواهد گردید. در اعداد رینولدز بالا علاوه بر پسا اصطکاکی، پسا فشاری، که به دلیل ایجاد جدایش جریان در پشت استوانه ایجاد می‌شود نیز حائز اهمیت است.



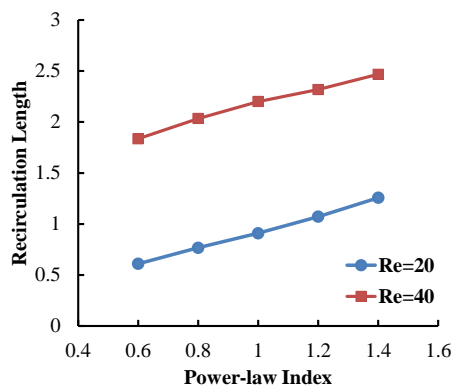
(الف)



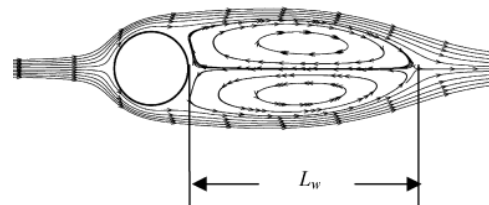
(ب)

شکل ۱۴- تغییرات ضریب پسای متوسط نسبت به (الف)

اعداد رینولدز در اندیس‌های مدل توانی مختلف و (ب) ضرایب مدل توانی در اعداد رینولدز مختلف



شکل ۱۲- تغییرات طول گردابه بر حسب اندیس مدل توانی در اعداد رینولدز مختلف



شکل ۱۳- نحوه محاسبه طول گردابه [۸۳]

شایان ذکر است که طول گردابه از عبارت بی بعد L_w/D محاسبه شده است که طول L_w با توجه به شکل ۱۳ استخراج گردیده است.

• تغییرات ضریب پسا نسبت به Re و $n_{power-law}$:
تغییرات ضریب پسا به ترتیب نسبت به عدد رینولدز (در اندیس‌های مدل توانی مختلف) و نسبت به اندیس مدل توانی (در اعداد رینولدز مختلف) در شکل‌های ۱۴-الف و ۱۴-ب نشان داده شده است. شایان ذکر است که در حالت ناپایا، ضریب پسای متوسط محاسبه شده است. همانگونه که در شکل ۱۴-ب نشان داده شده است، تغییرات ضریب پسا نسبت به اندیس مدل توانی در اعداد رینولدز بالا و پایین متفاوت است.

در اعداد رینولدز پایین ($Re < \sim 10$)، پسا اصطکاکی پوسته‌ای موثر می‌باشد؛ این بخش از ضریب پسا مربوط به تنش‌های برشی است که در سطح جسم غوطه‌ور و در تماس با سیال

- در اعداد رینولدز پایین ($Re < 10$)، ضریب پسا با افزایش شاخص مدل سیال غیرنیوتنی توانی، کاهش می‌یابد در حالی که برای اعداد رینولدز بالا ($Re > 10$) این روند عکس است. با توجه به مزیت‌های فراوان روش‌های مرزغوطه‌ور در رابطه با شبیه‌سازی اجسام متحرک در سیال، الگوریتم اعتبارسنجی شده حاضر می‌تواند ابزاری مناسب جهت بررسی حرکت اجسام متحرک در سیالات غیر نیوتنی باشد.

مراجع

- [1] Chhabra RP, Richardson JF (1999) Non-Newtonian flow in the process industries: fundamentals and engineering applications. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [2] Gupta RK (2000) Polymer and composites rheology. 2nd edn. Marcel Dekker, New York.
- [3] Clift R, Grace J, Weber ME (1978) Bubbles, drops and particles. Academic Press, New York.
- [4] Coutanceau M, Defaye JR (1991) Circular cylinder wake configuration: a flow visualization survey. Appl Mech Rev 44: 255–305.
- [5] Williamson CHK (1996) Vortex dynamics in the cylinder wake. Annu Rev FluidMech 28: 477–539.
- [6] Chhabra RP (1996) Hydrodynamics of non-spherical particles in non-Newtonian fluids. In: Cheremisinoff NP (eds) Handbook of Applied Polymer Processing Technology. Chap 1. Marcel Dekker, New York.
- [7] Chhabra RP (2006) Bubbles, drops and particles in non-newtonian fluids. 2nd edn. CRC Press, Boca Raton FL.
- [8] Zdravkovich MM (1997) Flow around circular cylinders. Vol 1: Fundamentals. Oxford University Press, New York.
- [9] Zdravkovich MM (2003) Flow around circular cylinders. Vol 2: Applications. Oxford University Press, New York.
- [10] Peskin CS (1972) Flow patterns around heart valves: a digital computer method for solving the equations of motion. PhD thesis, Physiol. Albert Einstein Coll Med, Univ Microfilms. 378.
- [11] Verzicco R, MohdYusof J, Orlandi P, Haworth D (2000) Large eddy simulation in complex geometric configurations using boundary body forces. AIAA J 38: 427–433.
- [12] Fadlun EA, Verzicco R, Orlandi P, MohdYusof J (2000) Combined immersed boundary/finite difference methods for threedimensional complex flow simulations. J Comput Phys 161: 35–60.

در اعداد رینولدز بالا ($Re > 10$) گردابه به‌وجود آمده در پشت استوانه با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی، افزایش خواهد یافت (به شکل‌های ۷، ۸ و ۹ مراجعه فرمایید) که منجر به افزایش مقادیر ضریب پسا می‌شود. مطابق شکل ۱۴-ب، ضریب پسا در حالت کلی با افزایش عدد رینولدز (در تمامی شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی) کاهش می‌یابد. البته شیب تغییرات ضریب پسا در مقادیر بالای عدد رینولدز کمتر است. شایان ذکر است که تقریباً در اعداد رینولدز بیشتر از ۴۷ گردابه‌های متقارن تشکیل شده در پشت سیلندر (شکل‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۰) از بین رفته و گردابه‌های غیرپایا و متناوب (شکل‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۰) تشکیل خواهند شد (گردابه‌های فون-کارمن). این رژیم جریان تا رینولدزهای نزدیک به ۱۸۸/۵ مشاهده می‌شود. اگرچه که این پدیده باعث افزایش قابل توجه در ضریب پسا فشاری می‌شود اما ضریب پسا کلی کاهش خواهد یافت [۸۴].

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، جریان سیال غیرنیوتنی از روی یک سیلندر دایره‌ای با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم بررسی شده است. معادله شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای برای حل دامنه سیال محاسباتی بکار برده شده است. الگوریتم واسط شارپ به عنوان الگوریتم میانمایی برای تبادل اثرات سرعت‌ها بین گره‌های اویلری سیال و گره‌های لاگرانژی واقع در روی مرز استفاده شده است. مهمترین نتایج حاصل از این مطالعه به صورت زیر است:

- روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم و بر پایه الگوریتم واسط شارپ، می‌تواند خواص غیرنیوتنی جریان سیال در حضور جسم غوطه‌ور در حالت‌های پایا و ناپایا را به خوبی شبیه‌سازی کند.
- در جریان‌های پایای سیال غیرنیوتنی، طول گردابه به میزان زیادی به رفتار غیرنیوتنی سیال ($n_{power-law}$) بستگی دارد.
- شاخص رفتار غیرنیوتنی ($n_{power-law}$) مدل توانی تأثیر زیادی در پدیده جدایش در جریان‌های ناپایای سیالات غیرنیوتنی در حضور جسم غوطه‌ور دارد.

- two tandem cylinders. *J Comput Phys* 228: 983–999.
- [28] Ku X, Lin J (2005) Numerical simulation of the flows over two tandem cylinders by lattice Boltzmann method. *Mod Phys Lett B* 19 (28–29): 1551–1554.
- [29] Mohammadipoor OR, Niazmand H, Mirbozorgi SA (2013) A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method. *Modares Mech Eng* 13(8): 28-41 (In Persian).
- [30] Nazari M, Shokri H (2013) Natural convection in semi-ellipse cavities with variable aspect ratios using lattice Boltzmann method. *Modares Mech Eng* 13(10): 1-13 (In Persian).
- [31] Artoli AM, SequeiraA (2006) Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows. In: *Lecture Notes in Comput Sci*. Springer, Berlin: 78–85.
- [32] Kehrwald D (2005) Lattice Boltzmann simulation of shear-thinning fluids. *J Stat Phys* 121: 223–237.
- [33] Gabbanelli S, Drazer G, Koplik J (2005) Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (Power-Law) fluids. *Phys Rev E* 72: 046312.
- [34] Boyd J, Buick JM, Green S (2006) A second-order accurate lattice Boltzmann non-Newtonian flow model. *J Phys A* 39: 14241–14247.
- [35] Aharonov E, Rothman DH (1993) Non-Newtonian flow (through porous-media): a lattice Boltzmann method. *Geophys Res Lett* 20: 679.
- [36] Psihogios J, Kainourgiakis ME, Yiotis AG, Papaioannou Ath, Stubos AK (2007) A lattice Boltzmann study of non-Newtonian flow in digitally reconstructed porous domains. *Transp Porous Med* 70: 279–292.
- [37] Chen YL, Cao XD, Zhu KQ (2009) A gray lattice Boltzmann model for Power-Law fluid and its application in the study of slip velocity at porous interface. *J Non-Newtonian Fluid Mech* 159: 130–136.
- [38] Boek ES, Chin J, Coveney PV (2003) Lattice Boltzmann simulation of the flow of non-Newtonian fluids in porous media. *Int J Mod Phys B* 17: 99–102.
- [39] Kang SK, Hassan YA (2011) A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries. *Int J Numer Meth Fluids* 66: 1132–1158.
- [40] Yuan HZ, Niua XD, Shu S, Li M, Yamaguchi H (2014) A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating a flexible filament in an incompressible flow. *Computers and Mathematics with Applications* 67: 1039–1056.
- [13] Peskin CS (1977) Numerical analysis of blood flow in the heart. *J Comput Phys* 25: 220–252.
- [14] Goldstein D, Handler R, Sirovich L (1993) Modeling a no-slip boundary with an external force field. *J Comput Phys* 105: 354–366.
- [15] Saiki EM, Birigen S (1996) Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method. *J Comput Phys* 123: 450–465.
- [16] LaiM-C, Peskin CS (2000) An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *J Comput Phys* 160: 705–719.
- [17] Feng Z-G, Michaelides EE (2004) The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *J Comput Phys* 195: 602–628.
- [18] Mohd-Yusof J (1997) Combined immersed boundaries/B-spline methods for simulations of flows in complex geometries. *CTR Annual Research Briefs*, NASA Ames/Stanford University: 317–327.
- [19] Wu J, Shu C (2010) An improved immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating three-dimensional incompressible flows. *J Comput Phys* 229: 5022–5042.
- [20] Wu J, Shu C (2011) A solution-adaptive lattice Boltzmann method for two-dimensional incompressible viscous flows. *J Comput Phys* 230: 2246–2269.
- [21] Kim J, Kim D, Choi H (2001) An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *J Comput phys* 171: 132–150.
- [22] Silva ALFLE, Silveira-Neto A, Damasceno JJR (2003) Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *J Comput Phys* 189: 351–370.
- [23] Hao J, Zhu L (2010) A lattice Boltzmann based implicit immersed boundary method for fluid-structure interaction. *Comput Math Appl* 59: 185–193.
- [24] Cheng Y, Zhang H (2010) Immersed boundary method and lattice Boltzmann method coupled FSI simulation of mitral leaflet flow. *Comput Fluids* 39: 871–881.
- [25] ChenS, Doolen GD (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu Rev Fluid Mech* 30: 329–364.
- [26] Yu D, Mei MR, LuoL-S, Shyy W (2003) Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation. *Prog Aerosp Sci* 39: 329–367.
- [27] Mussa A, Asinari P, Luo LS (2009) Lattice Boltzmann simulations of 2D laminar flows past

- [56] Feng ZG, Michaelides EE (2005) Proteus: a direct forcing method in the simulation of particulate flows. *J Comput Phys* 202: 20–51.
- [57] Sui Y, Chew Y-T, Roy P, Low H-T (2007) A hybrid immersed-boundary and multi-block lattice Boltzmann method for simulating fluid and moving-boundaries interactions. *Int J Numer Meth Fl* 53: 1727–1754.
- [58] Dupuis A, Chatelain P, Koumoutsakos P (2008) An immersed boundary-lattice Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder. *J Comput Phys* 227: 4486–4498.
- [59] Balaras E (2004) Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations. *Comput Fluids* 33: 375–404.
- [60] Gilmanov A, Sotiropoulos F, Balaras E (2003) A general reconstruction algorithm for simulating flows with complex 3D immersed boundaries on Cartesian grids. *J Comput Phys* 191: 660–669.
- [61] Choi JJ, Oberoi RC, Edwards JR, Rosati JA (2007) An immersed boundary method for complex incompressible flows. *J Comput Phys* 224: 757–784.
- [62] Ikeno T, Kajishima T (2007) Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations. *J Comput Phys* 226: 1485–1508.
- [63] Majumdar S, Iaccarino G, Durbin P (2001) RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids. *CTR Annual Research Briefs, NASA Ames/Stanford University*: 353–366.
- [64] Iaccarino G, Verzicco R (2003) Immersed boundary technique for turbulent flow simulations. *Appl Mech Rev* 56: 331–347.
- [65] Tseng Y-H, Ferziger JH (2003) A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J Comput Phys* 192: 593–623.
- [66] Ghias R, Mittal R, Dong H (2007) A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows. *J Comput Phys* 225: 528–553.
- [67] Lallemand P, Luo LS (2000) Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability. *Phys Rev E* 61: 6546–6562.
- [68] Wang C-H, Ho J-R (2011) A lattice Boltzmann approach for the non-Newtonian effect in the blood flow. *Comput Math Appl* 62: 75–86.
- [69] Gupta RC (1987) Laminar two-dimensional entrance region flow of power-law fluids. *Acta Mechanica* 67: 129–137.
- [70] Gupta RC (1990) Laminar two-dimensional entrance region flow of power-law fluids II. *Acta Mechanica* 84: 209–215.
- [41] Wang X, Shu C, Wu J, Yang LM (2014) An efficient boundary condition-implemented immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation of 3D incompressible viscous flows. *Computers & Fluids* 100: 165–175.
- [42] Zhou Q, Fan LS (2014) A second-order accurate immersed boundary-lattice Boltzmann method for particle-laden flows. *Journal of Computational Physics* 268: 269–301.
- [43] Favier J, Revell A., Pinelli A (2014) A Lattice Boltzmann–Immersed Boundary method to simulate the fluid interaction with moving and slender flexible objects. *Journal of Computational Physics* 261: 145–161.
- [44] Guo Z, Zheng C, Shi B (2002) Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method. *Phys Rev E* 65: 046308.
- [45] Quarteroni A, Tuveri M, Veneziani A (2000) Computational vascular fluid dynamics: problems, models and methods. *Comput Visualisation Sci* 2: 163–197.
- [46] Quarteroni A, Veneziani A (1997) Computational science for the 21st century. In: Bristeau MO, Etgen G, Fitzgibbon W, Lions JL, Periaux J, Wheeler MF (eds) *Modeling and simulation of blood flow problems*. Wiley, New York.
- [47] Gijsen FJH (1998) Modeling of wall shear stress in large arteries. Ph.D Thesis, Eindhoven University of Technology.
- [48] Neofytou P, Drikakis D (2003) Non-Newtonian flow instability in a channel with a sudden expansion. *J Non-Newton Fluid* 111: 127–150.
- [49] Hussain MA, Kar S, Puniyani RR (1999) Relationship between power law coefficients and major blood constituents affecting the whole blood viscosity. *J Bioscience* 24: 329–337.
- [50] Bhatnagar PL, Gross EP, Krook M (1954) A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys Rev* 94: 511–525.
- [51] Frisch U, d'Humières D, Hasslacher B, Lallemand P, Pomeau Y, Rivet J-P (1987) Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Syst* 1: 649–707.
- [52] Wolfram S (1986) Cellular automaton fluids I: basic theory. *J Stat Phys* 45: 471–529.
- [53] Chen S, Doolen GD (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu Rev Fluid Mech* 30: 329–364.
- [54] Chopard B, Droz M (1998) *Cellular Automata Modeling of Physical Systems*. Cambridge University Press, Cambridge UK.
- [55] Artoli A (2003) Mesoscopic computational haemodynamics. Ph.D Thesis. University of Amsterdam.

- asymmetrically confined heated circular cylinder. *Int J Heat Mass Tran* 55: 235–250.
- [78] Park J, Kwon K, Choi H (1998) Numerical solutions of flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 160. *KSME Int J* 12: 1200–1205.
- [79] Liu C, Zheng X, Sung CH (1998) Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows. *J Comput Phys* 139: 35–57.
- [80] Zou Q, He X (1997) On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Phys Fluids* 9: 1591–1598.
- [81] Roma AM, Peskin CS, Berger MJ (1999) An Adaptive Version of the Immersed Boundary Method. *J Comput Phys* 153: 509–534.
- [82] Peskin CS (2002) The immersed boundary method. *Acta Numerica*: 479–517.
- [83] Silva ALFLE, Silveira-Neto A, Damasceno JJR (2003) Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *J Comput Phys* 189: 351–370.
- [84] Henderson RD (1995) Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. *Phys Fluids* 7: 2102–2104.
- [71] Niu XD, Shu C, Chew YT, Peng Y (2006) A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows. *Phys Lett A* 354: 173–182.
- [72] Le DV, Khoo BC, Lim KM (2008) An implicit-forcing immersed boundary method for simulating viscous flows in irregular domains. *Comput Method Appl M* 197: 2119–2130.
- [73] Wang Z, Fan J, Cen K (2009) Immersed boundary method for the simulation of 2D viscous flow based on vorticity-velocity formulations. *J Comput Phys* 228: 1504–1520.
- [74] Wu J, Shu C (2009) Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications. *J Comput Phys* 228: 1963–1979.
- [75] Fornberg B (1980) A numerical study of steady viscous flow past a circular. *J Fluid Mech* 98: 819–855.
- [76] Ye T, Mittal R, Udaykumar HS, Shyy W (1999) An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries. *J Comput Phys* 156: 209–240.
- [77] Nirmalkar N, Chhabra RP (2012) Forced convection in power-law fluids from an