



تعیین پارامترهای بهینه مؤثر بر توزیع تنش صفحات ارتوتروپیک دارای گشودگی شبه مربعی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

محمد جعفری^۱ و عباس روحانی^{۲*}

^۱ استادیار، گروه مکانیک جامدات، دانشکده مکانیک، دانشگاه شاهرود

^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۶/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۰۸/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۰/۲۳

چکیده

توزیع تنش اطراف گشودگی در صفحات حاوی گشودگی تحت بار کششی، متأثر از پارامترهای بسیاری است. متغیرهای طراحی از قبیل زاویه چرخش گشودگی (RA)، زاویه الیاف (FA)، زاویه بار (LA)، نرمینگی (w) و کشیدگی گشودگی (c) بر توزیع تنش تأثیرگذار هستند. در این تحقیق، تأثیر متقابل پارامترهای فوق بر مقدار تنش بی‌بعد اطراف گشودگی بررسی شده و سپس با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک (GA)، مقادیر بهینه پارامترهای فوق برای یک صفحه ارتوتروپیک حاوی گشودگی معرفی می‌شود. الگوریتم ژنتیک، پارامترهای مدل توزیع تنش را بر اساس تابع شایستگی به دست آمده از تئوری لخنیتسکی بهینه سازی می‌کند. بعد از بررسی اثرات متقابل پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی، پارامترهای بهینه براساس دستیابی به کمترین تنش ممکن تعیین می‌شوند. نتایج نشان داد که نوع ماده عامل مهم و تأثیرگذاری بر مقدار تنش کمینه است و توزیع تنش اطراف گشودگی وابسته به پارامترهای مختلفی است که با انتخاب صحیح این پارامترها دستیابی به کمترین مقدار تنش ممکن می‌شود.

کلمات کلیدی: صفحات غیرهمسانگرد؛ الگوریتم ژنتیک؛ گشودگی شبه مربعی؛ حل تحلیلی.

Stress distribution parameters optimization of orthotropic plates with quasi-square cut out using genetic algorithm

M. Jafari¹ and A. Rohani^{2,*}

¹ Assis. Prof., Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran

² Assis. Prof., Bio. Mech., Fac. Agri., Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract

Many parameters affect the stress distribution around holes in perforated plates under tensile load. Rotation Angle (RA), Fiber Angle (FA), Load Angle (LA), bluntness (w), and shaped cut out (c) are design variables which influence the stress distribution. In this paper, the interaction effects of these parameters on the normalized stress are discussed. The optimum design of the perforated orthotropic plate is attempted in the presence of these parameters by Genetic Algorithm (GA) method. Based on the fitness function obtained from Lekhnitskii theory, the optimization model of stress distribution parameters was created using GA. Optimum parameters based to achieve possible minimum stress are predicted. Interaction of parameters affect the stress distribution around hole were investigated. Also, results showed that the type of material is an important factor influencing on minimum stress. The results show that stress distribution depends on the varied parameters and correct selection of these parameters causes the possible minimum stress.

Keywords: Orthotropic plates; Genetic algorithm; Quasi-squared cut out; Analytical solution.

۱- مقدمه

صفحات کامپوزیتی حاوی گشودگی کاربردهای گسترده‌ای در سازه‌های مکانیکی دارند. وجود گشودگی باعث پیچیدگی توزیع تنش در صفحه می‌گردد. در این مقاله براساس تئوری لخنیتسکی، از روش حلیّی تحلیلی برای ارزیابی مقدار تمرکز تنش در اطراف گشودگی استفاده شده است. این حل به-منظور تخمین توزیع تنش در صفحات همسانگرد و کامپوزیت دارای گشودگی مرکزی تحت بار کششی استفاده می‌شود. در این تحقیق با بسط تئوری لخنیتسکی محاسبه توزیع تنش اطراف گشودگی شبه‌مربعی بررسی می‌شود. از روش المان محدود برای ارزیابی درستی نتایج حاصل از حلّ تحلیلی استفاده شده است. با استفاده از روش متغیر مختلط، نگاشت همونا و رابطه‌ی شوارتز محاسبه‌ی تنش در حالت صفحه‌ای ساده‌تر می‌شود. اولین بار این روش توسط ساوین^۱ به کار برده شد [۱]. ایشان در مورد مواد همسانگرد برای گشودگی‌های مختلف و در مورد مواد غیرهمسانگرد تنها برای گشودگی بیضی‌شکل حلهایی را ارائه کردند. لخنیتسکی^۲ گشودگی‌های دایروی و بیضی‌شکل را در مواد غیرهمسانگرد مورد بررسی قرار داد [۲]. توزیع تنش اطراف گشودگی مثلث متساوی الاضلاع و تأثیر انحنای گوشه‌های گشودگی توسط تئوکاریس و پتروف^۳ بررسی شد [۳]. هافنباخ^۴ و همکاران [۴] با استفاده از حلّ تحلیلی اقدام به محاسبه تنش و کرنش اطراف گشودگی بیضوی در صفحات غیرهمسانگرد کردند. دائوست و هووا^۵ [۵] گشودگی‌های مثلثی و دایروی را برای صفحات ارتوتروپیک تحلیل کردند. آنها تأثیر شعاع انحنای گشودگی بر توزیع تنش صفحات نامحدود کامپوزیتی را نیز بررسی کردند. ابوالفتوح^۶ [۶] روابط مربوط به تنش مماسی اطراف گشودگی‌های مختلفی مانند بیضی، دایره، مثلث و مربع را برای پوسته‌های کامپوزیتی به دست آورد. اسمر و جابور^۷ [۷] توزیع تنش اطراف گشودگی شبه‌مربعی را در یک صفحه غیرهمسانگرد و تحت کشش بررسی کردند. آنها تأثیر انحنای گوشه و زاویه‌ی چرخش گشودگی را نیز برای موارد بسیار

خاص مطالعه کردند. همچنین در مطالعاتی دیگر، برای توزیع تنش اطراف گشودگی با شکل‌های نامنظم هندسی و تحت بارگذاری‌های مختلف درون صفحه‌ای، از روش حلّ تحلیلی و روش المان محدود نتایجی ارائه شد [۸، ۹]. رضایی‌پژند و جعفری با هدف دستیابی به دقت بیشتر در مورد توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف مقالاتی را منتشر کردند [۱۰-۱۱].

الگوریتم ژنتیک (GA) می‌تواند با موفقیت در طراحی صفحات کامپوزیتی استفاده شود. GA از روش‌های الهام گرفته شده از تکامل بیولوژیکی استفاده می‌کند؛ لذا فرآیند جستجوی تصادفی اساس کار آن می‌باشد. بنابراین، الگوریتم ژنتیک قادر به پیدا کردن نقطه بهینه عمومی تابع هزینه است. کالاهان و ویکس^۸ از اصول الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی طراحی ساختارهای کامپوزیتی بهره جستند [۱۲]. آنها زاویه‌ی الیاف و ترتیب صفحات را به عنوان پارامترهای طراحی برای بهینه‌سازی استحکام صفحات با هدف دستیابی به کمترین وزن بررسی کردند. کویسوسو^۹ و همکاران از الگوریتم ژنتیک برای کمینه کردن ضخامت صفحات کامپوزیتی با در نظر گرفتن پارامترهای استحکام، کمانش و شرایط لایه‌های همجوار استفاده کردند [۱۳]. سیواکومارا^{۱۰} و همکاران صفحه کامپوزیتی چندلایه حاوی گشودگی بیضی-شکل را بهینه سازی کردند [۱۴]. پارامترهای طراحی در این مطالعه شامل زاویه‌ی بیضی نسبت به محور مرجع، نسبت طول به عرض، جهت لایه‌ها، ضخامت لایه‌ها، ماده هر لایه و قید فرکانس‌های طبیعی بودند. همچنین آنها پاسخ ارتعاشی مستقل صفحات کامپوزیتی حاوی گشودگی بیضی‌شکل را بررسی کردند. بریقنتی و همکاران با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهترین شکل اتصال را با هدف کمینه سازی تابع ضریب تمرکز تنش پیدا کردند [۱۵]. چو و رولاندز^{۱۱} توانایی الگوریتم ژنتیک را در کمینه سازی تمرکز تنش کششی در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی گشودگی نشان دادند [۱۶]. در آن تحقیق از الگوریتم ژنتیک و برنامه المان محدود توسعه یافته ویژه‌ای استفاده شد. روش المان محدود برای معرفی

¹ Savin² Lekhnitskii³ Theocaris & Petrou⁴ Hufenbach⁵ Daoust & Hoa⁶ Abuefoutouh⁷ Asmar & Jabbour⁸ Callahan & Weeks⁹ Kogiso¹⁰ Sivakumara¹¹ Cho & Rowlands

نرمی انحنای گشودگی پارامترهای دیگری هستند که باید بهینه شوند.

تابع هندسه گشودگی توسط ابولفتوح ارائه شده است:

$$\begin{aligned} x &= \cos\theta + w \cos(n\theta) \\ y &= -(\sin\theta - w \sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (1)$$

عدد صحیح n تعداد اضلاع گشودگی و پارامتر C مقدار

کشیدگی گشودگی را در جهت γ نشان می‌دهد. $w (>0)$ فاکتور نرمی انحنای گوشه گشودگی (فاکتور نرمینگی) است که تأثیر مقدار آن بر مرز گشودگی در شکل ۲ نشان داده شده است. نرمینگی یکی از فاکتورهای طراحی است که در این مطالعه مقدار بهینه آن محاسبه شده است. مرز بالای نرمینگی برای شکل‌های مختلف گشودگی متفاوت است. اگر نرمینگی بیش از آن مقدار باشد، شکل گشودگی غیر قابل قبول خواهد شد. محدوده نرمینگی برای گشودگی چهارضلعی به صورت $0 < w < 0.33$ است.

حل حاضر مبتنی بر تئوری الاستیسیته مواد ناهمسانگردی است که توسط ساوین [۱] و بعد از آن توسط لخنیتسکی [۲] ارائه شده است. به کمک این تئوری برای محاسبه توزیع تنش اطراف گشودگی از روش متغیر مختلط و نگاشت هم‌نوا استفاده می‌شود. در این روش تابع تنش، به عبارتی تحلیلی با ضرایب نامعین تبدیل می‌شود. با مشخص شدن تابع تنش می‌توان تغییر مکانها و تنشها را محاسبه نمود [۲]. در حالت دو بعدی رابطه سازگاری بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

رابطه تنش و کرنش برحسب ماتریس نرمی کاهش یافته به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= R_{11}\sigma_x + R_{12}\sigma_y + R_{16}\tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= R_{12}\sigma_x + R_{22}\sigma_y + R_{26}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= R_{16}\sigma_x + R_{26}\sigma_y + R_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \quad (3)$$

از طرفی اگر $U(x,y)$ تابع تنش باشد پس:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

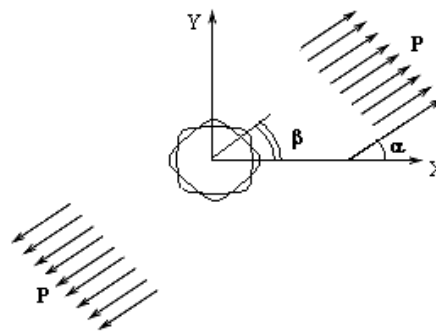
بنابراین با جایگذاری تابع تنش در رابطه سازگاری (۲) معادله سازگاری برای مواد غیرهمسانگرد و برحسب تابع تنش بصورت زیر می‌باشد:

تابع هزینه به منظور کمینه‌سازی تمرکز تنش کششی اطراف گشودگی استفاده شد. هدف اصلی مقاله فوق دستیابی به مقادیر بهینه پارامترهای طراحی برای رسیدن به کمترین تنش ممکن بود.

علیرغم اهمیت تحلیل تنش صفحات ارتوتروپیک حاوی گشودگی با در نظر گرفتن تأثیر همزمان تمامی پارامترهای مؤثر، تا کنون هیچ مقاله‌ای تأثیر همزمان غالب این پارامترها از جمله پارامتر C را بر توزیع تنش صفحات ارتوتروپیک حاوی گشودگی بررسی نکرده است. باتوجه به اینکه بررسی همزمان این پارامترها طراح را در دستیابی به طرحی بهینه و کارآمد کمک می‌کند؛ در این مقاله سعی می‌شود تا مقادیر بهینه پارامترهایی از قبیل زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی بار، زاویه‌ی الیاف، شکل گشودگی و نرمینگی گوشه‌های گشودگی برای صفحات حاوی گشودگی چهارضلعی با خواص مکانیکی مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

۲- طراحی تابع شایستگی برای GA

در این مقاله فرض بر آن است که صفحه‌ای بی‌نهایت تحت بار کششی قرار گرفته است. این صفحه در مرکز حاوی گشودگی مطابق شکل می‌باشد. همانطور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، گشودگی در مرکز صفحه قرار دارد. اندازه گشودگی به اندازه کافی کوچک فرض شده است. بنابراین، فاصله گشودگی تا لبه صفحه در مقابل ابعاد گشودگی قابل چشم پوشی است.



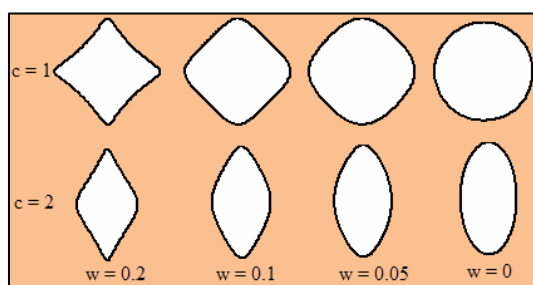
شکل ۱ - صفحه نامحدود حاوی گشودگی مرکزی تحت کشش

مطابق شکل ۱ محور اصلی گشودگی در امتداد محور x است. α و β به ترتیب نشان دهنده زاویه‌ی چرخش گشودگی و زاویه بار نسبت به محور x هستند. همچنین زاویه الیاف و

آورده شده است. اولین بار این روش برای صفحات غیرهمسانگرد حاوی گشودگی دایروی، توسط ساوین ارائه شد. در ابتدا بیشتر مطالعات به ارائه نتایجی از تحلیل تنش صفحات حاوی گشودگی‌های دایروی و بیضی‌شکل محدود می‌شد. ولی بعدها از این روش برای مطالعه صفحات دارای گشودگی‌هایی با اشکال مختلف از قبیل مثلث، مستطیل و چندضلعی نیز استفاده شد. اما تأکید این مقاله به یافتن بهترین مقادیر از پارامترهای طراحی به منظور دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد برای گشودگی شبه‌مربعی است. بنابراین تابع شایستگی که کمینه کردن تنش بی‌بعد حاصل از حل تحلیلی است؛ به منظور بهینه‌سازی پارامترهای طراحی شامل زاویه‌ی چرخش (RA)، زاویه‌ی الیاف (FA)، زاویه‌ی بار (LA)، نرمینگی (w) و کشیدگی (c) طرح ریزی شد.

$$R_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2R_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2R_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + R_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (5)$$

که در آن، R_{ij} اعضاء ماتریس نرمی کاهش یافته صفحه حاوی گشودگی می‌باشند. مقادیر این ضرایب وابسته به ویژگی‌های ماده است. جزئیات بیشتر آن را می‌توان در مراجع [۷، ۸، ۱۰، ۱۱، ۱۷، ۱۸] پیدا کرد. در نهایت این روش منتهی به محاسبه یک تابع تحلیلی مختلط به‌عنوان تابع تنش با ضرایب نامعلوم می‌شود که حل معادله ۵ بوده و با اعمال شرایط مرزی حاکم بر مسأله قابل محاسبه خواهد بود. خواص مکانیکی مواد استفاده شده در این تحقیق در جدول ۱



شکل ۲- اثر پارامتر نرمینگی (w) و کشیدگی (c) بر گشودگی شبه مربعی

جدول ۱- خواص مکانیکی مواد

ν_{12}	G_{12} (GPa)	E_2 (GPa)	E_1 (GPa)	نوع ماده	ویژگی ماده
۰/۳	۷۹/۳	۲۰۷	۲۰۷	فولاد	
۰/۲۶۹	۶۵	۱۶۵	۱۶۵	چدن چکش خور	همسانگرد
۰/۳۴۶	۲۶	۷۰	۷۰	آلومینیوم	
۰/۲۶	۷	۱۶/۲	۷۴/۴	CE9000 Glass/Epoxy	
۰/۰۷۱	۰/۶۹	۶/۸۹	۱۱/۷۹	Plywood	
۰/۲۸	۷/۱۷	۱۰/۳	۱۸۱	Graphite/Epoxy	
۰/۲۷	۴/۵	۸/۹	۴۳	S-glass/Epoxy	مواد مرکب
۰/۱۷	۵/۳	۲۹/۷	۲۹/۷	Woven Glass/Epoxy(7781/5245C)	
۰/۲۳	۴/۹	۶/۴	۲۹۴	Carbon/Epoxy(GY-70/934)	
۰/۲۷	۷/۶	۱۰/۸	۱۷۷	Carbon/Epoxy(IM6/SC1081)	

۳- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک می‌تواند به عنوان یک روش جستجوی عمومی استفاده شود. اصول تکامل بیولوژیکی مبنای پیشنهاد الگوریتم ژنتیک توسط هلند شد [۱۹]. الگوریتم‌های ژنتیک در پیدا کردن نقاط کمینه یا بیشینه عمومی و یا نزدیک به آنها در فضای جستجوی چند بعدی برای متغیرهای گسسته و پیوسته در انواع مسائل غیرخطی با درجه‌های مختلفی از پیچیدگی می‌تواند بسیار کارآمد باشد. بنابراین می‌توان از آن در پیدا کردن سطوح بهینه از متغیرهای طراحی مشروط به کمینه بودن تنش بی‌بعد استفاده کرد. افراد تشکیل دهنده جمعیت والد‌ها، مجموعه متغیرهای طراحی هستند. الگوریتم ژنتیک به کمک رابطه‌ی ۶ با جمعیت تصادفی اولیه از مجموعه راه‌حل‌های ممکن (pop) که شامل پنج متغیر تصادفی است؛ کار خود را آغاز می‌کند.

$$Pop = rand(N_{pop}, 5) \quad (6)$$

در این رابطه N_{pop} تعداد افراد جامعه است. هر فرد از جمعیت با تابع شایستگی طراحی شده در بخش قبلی ارزیابی می‌شود. عموماً افراد شایسته قادر به تولید مثل و باقی ماندن در نسل بعدی هستند، بنابراین شایستگی نسل‌های بعدی بهبود می‌یابد. جمعیت جدید کروموزوم‌ها در نتیجه به کارگیری مجموعه‌ای از عملگرهای ژنتیکی توسط کروموزوم‌های قبلی تولید می‌شوند. از رابطه‌ی ۴ برای تولید متغیرهای جدید استفاده شد:

$$X_{new} = X_m - \beta(X_m - X_d) \quad (7)$$

که در آن X_{new} متغیر جدید، X_m متغیر والد مادر، X_d متغیر والد پدر و β مقدار تصادفی بین صفر و یک است. عملگرهای اصلی ژنتیکی شامل انتخاب، تقاطع و جهش هستند. تولید افراد نسل بعدی توسط عملگر تقاطع انجام می‌شود. طی فرآیند تقاطع، ژن‌های والد‌ها جایگزین یکدیگر می‌شوند و بدین طریق، فرزندان جدید از والد‌ها به تعداد یک جفت تولید می‌شوند. عملگر جهش تنها برای برخی از اعضای نسل جدید اعمال می‌گردد، بنابراین آزادی الگوریتم در جستجوی خارج از فضای جاری افزایش می‌یابد. اعمال عملگر جهش مانع از ایجاد مسأله‌ی گیر افتادن در کمینه محلی می‌شود. عملگر نخبه سالاری به منظور ذخیره ژن‌های برتر از نسلی به نسل دیگر استفاده می‌شود [۱]. الگوریتم ژنتیک زمانی همگرا می‌شود که مقدار تابع شایستگی در طی چندین

نسل تغییر نکند و یا اینکه تعداد نسل‌ها بیش از تعدادی باشد که از قبل تعیین شده است. در این مطالعه پارامترهای طراحی شامل نوع ماده، c ، w ، FA ، LA و RA هستند که تعیین کننده مقدار تابع شایستگی می‌باشند. قیدهای هر متغیر تعیین کننده دامنه تغییرات آنها است. حدّ پایین و حدّ بالای متغیرهای c ، w ، FA ، LA و RA به ترتیب برابر هستند با [۰.۰۰۰] تا [۱۰.۰۰۰] و [۰.۰۰۰] تا [۰.۳۳۹۰]. برای دستیابی به جوابهای بهینه، کد کامپیوتری الگوریتم ژنتیک در محیط برنامه نویسی متلب تهیه شد.

۴- نتایج بحث

در نتایج ارائه شده در این تحقیق منظور از تنش بی‌بعد حاصل تقسیم تنش محیطی σ_0 در اطراف گشودگی به تنش اسمی یا تنش اعمالی است.

۴-۱- اعتبار سنجی تابع شایستگی

برای آزمون دقت تابع شایستگی طراحی شده بر مبنای تئوری لختیستی، از داده‌های عددی حاصل از توزیع تنش صفحه حاوی گشودگی چهارضلعی تحت کشش از جنس $GI\text{ ass}/Ep\text{ oxy}$ در نرم افزار انسیس استفاده شد. در آزمون‌های عددی مقدار زاویه چرخش، زاویه بار و زاویه‌ی الیاف برابر با صفر فرض شد و نیز مقدار نرمینگی (w)، 0.05 در نظر گرفته شد. نتایج مقایسه آماری مقادیر میانگین و واریانس تنش‌های بی‌بعد اطراف گشودگی شبه‌مربعی به دو روش المان محدود (FEM) و روش تحلیلی (ANA) در جدول ۲ آورده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود تفاوت میان مقادیر میانگین و واریانس داده‌های ANA و FEM به ترتیب کمتر از $7/6$ درصد و $12/3$ درصد است. همچنین مقدار ریشه میانگین مربعات (RMSE) برای ANA برابر با 0.265 است. داده‌های تحلیلی و عددی از لحاظ آماری با یکدیگر مقایسه شدند. در این مقایسه فرض صفر دلالت بر عدم تفاوت پارامترهای آماری بین دو سری از داده‌ها دارد. هر فرضیه در سطح معنی‌دار 0.05 آزمون شد. در صورتیکه مقدار p آزمون کمتر از 0.05 باشد، فرضیه صفر رد می‌شود. از آزمون t برای مقایسه میانگین دو گروه داده استفاده شد. مقدار p آزمون میانگین برابر با 0.37 شد. بنابراین مقدار p بیشتر از حدّ آستانه است و لذا فرضیه صفر

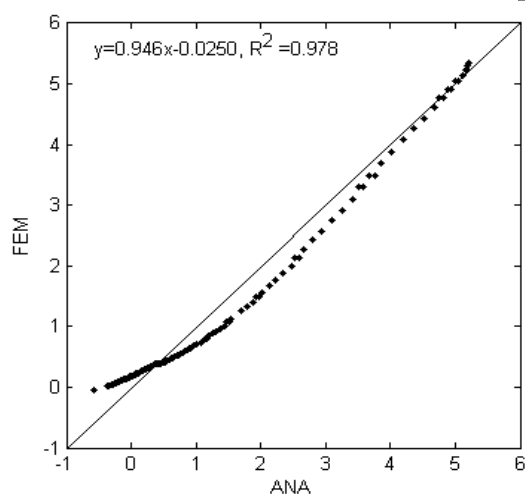
را نمی‌توان رد کرد. از آزمون F برای برابری واریانس‌ها استفاده شد. مقدار p آزمون برابر با ۰/۳۹ شد. بنابراین فرضیه صفر تأیید می‌شود.

جدول ۲- مقادیر میانگین و واریانس تنش‌های بی‌بعد اطراف گشودگی شبه مربعی و مقایسه‌های آماری بین آنها

میانگین		واریانس		RMS
FE	P	AN	FE	
ANA	M	A	M	E
۱/۴۴	۱/۳۳	۰/۳۷	۲/۶۲	۲/۴۰
				۰/۳۹
				۰/۲۶۵

۲-۴- بهینه سازی تنش بی‌بعد

مقادیر بهینه پارامترهای طراحی براساس تابع شایستگی در جدول ۳ آورده شده است. راه حل‌های بهینه مختلفی در هر اجرای GA حاصل می‌شود زیرا تابع شایستگی دارای نقاط کمینه محلی مختلف است و همچنین الگوریتم ژنتیک دارای طبیعت تصادفی است. دامنه تغییرات پارامترها برای ماده CE9000 در ۲۰ بار اجرای GA در جدول ۳ نشان داده شده است. با مرتب کردن نزولی دامنه تغییرات می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت مقدار تنش بی‌بعد به ترتیب وابسته به تغییرات نرمینگی، نسبت طول به عرض، زاویه‌ی چرخش، زاویه‌ی بار و زاویه‌ی الیاف است. بنابراین تأثیر هندسه‌ی گشودگی بر مقدار بهینه تنش بی‌بعد بیشتر از سایر پارامترهای طراحی است. نمودار همگرایی GA برای یافتن پارامترهای بهینه طراحی در شکل ۴ نشان داده شده است. مطابق این شکل تابع شایستگی در ۲۰۰ امین نسل همگرا شده است. شکل گشودگی بهینه همراه با توزیع تنش در اطراف آن برای دو موقعیت افقی و عمودی در شکل ۵ نشان داده شده است. زاویای بار، چرخش و الیاف در دو موقعیت



شکل ۳- مقایسه تنش بی‌بعد محاسبه شده توسط ANA و FEM

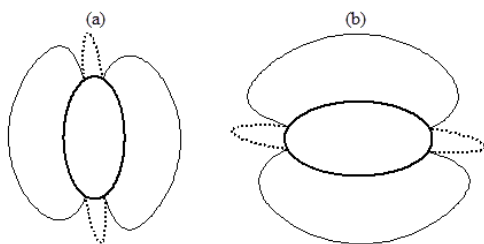
تنش‌های بی‌بعد محاسبه شده اطراف گشودگی شبه مربعی توسط ANA و FEM در شکل ۳ دیده می‌شود. ضریب تبیین (R^2) بین تنش‌های بی‌بعد FEM و ANA بالا می‌باشد. عرض از مبدأ و شیب خط رگرسیونی بین دو روش به

جدول ۳- مقادیر بهینه پارامترهای بدست آمده توسط GA و دامنه تغییرات آنها برای ماده CE9000 Glass/Epoxy

نوع پارامتر	نشانه	راه حل اول		راه حل دوم	
		دامنه تغییرات	مقدار بهینه	دامنه تغییرات	مقدار بهینه
هندسی	LW*	۰/۵۰۷±۰/۰۰۷	۰/۵۰	۱/۹۷±۰/۰۳۱	۲
	c	۱/۹۸±۰/۰۲	۲	۱/۹۸±۰/۰۰۲۲	۲
	w	۰/۰۱۰±۰/۰۱۰	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۹±۰/۰۰۹	۰/۰۰۰۰۱
زاویه‌ی چرخش	RA	۱/۱۰±۱/۱	۰	۸۸/۷۵±۱/۲۵	۹۰
	LA	۸۸/۲۴±۱/۷۶	۹۰	۲/۵۳±۲/۵۷	۰
زاویه‌ی الیاف	FA	۲۷/۸۱±۲/۱۹	۳۰	۶۳/۳۵±۳/۳۵	۶۰
تنش بی‌بعد کمینه		۱/۸۸±۰/۰۴۹	۱/۸۳۱	۱/۸۸۵±۰/۰۵۴	۱/۸۳۱

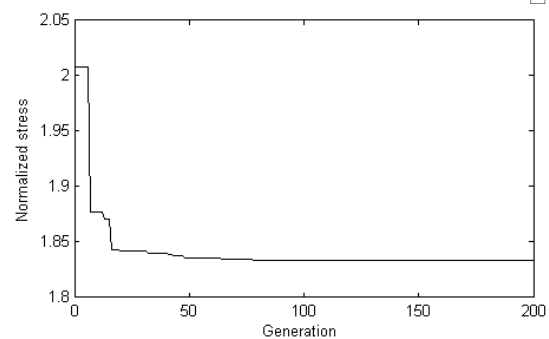
* نسبت ابعاد گشودگی

حساسیت تنش بی‌بعد بهینه به مقادیر مختلف پارامترهای طراحی اهمیت دارد. درصد افزایش یا کاهش در تنش بی‌بعد بهینه در اثر تغییر در هر یک از متغیرهای بهینه موجود در جدول ۳ و ثابت نگه داشتن سایر متغیرها در جدول ۴ نشان داده شده است. می‌توان مشاهده کرد که تغییرات منفی (کاهش) در کشیدگی گشودگی (C) و زاویه‌ی بار نسبت به تغییرات مثبت (افزایش) تأثیر بیشتری بر تنش بی‌بعد دارد. تغییرات مثبت نسبت به تغییرات منفی در زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی الیاف می‌تواند اثرات بسیار بیشتری بر تنش بی‌بعد داشته باشد. همچنین به ترتیب افزایش و کاهش در کشیدگی منجر به کاهش و افزایش در تنش بی‌بعد بهینه خواهد شد.



شکل ۵- شکل بهینه گشودگی همراه با توزیع تنش در اطراف آن. خط چین نشان دهنده تنش منفی و خط ممتد نشان دهنده تنش مثبت، حالت اول (a) و حالت دوم (b)

مکمل یکدیگر هستند. همچنین LW در موقعیت اول برابر با نصف آن در موقعیت دوم است. به ترتیب مقدار بیشینه و کمینه تنش بی‌بعد برابر با $1/831$ و $-1/450$ است. در موقعیت اول گشودگی در جهت عمود و در موقعیت دوم گشودگی در جهت افق کشیده شده است و LW نسبت ضلع افقی گشودگی به ضلع عمودی آن است. مقدار گشودگی همانطور که در جدول ۳ هم نشان داده شده است در دو حالت برابر ۲ است.



شکل ۴- نمودار همگرایی تنش بی‌بعد بهینه

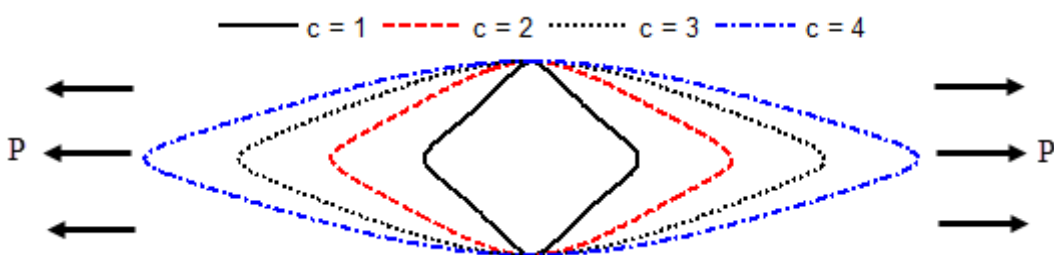
۴-۲-۱- تحلیل حساسیت

هدف از انجام تحلیل حساسیت پیدا کردن اهمیت هر یک از متغیرهای طراحی در تغییرات تنش بی‌بعد بهینه است. تعیین

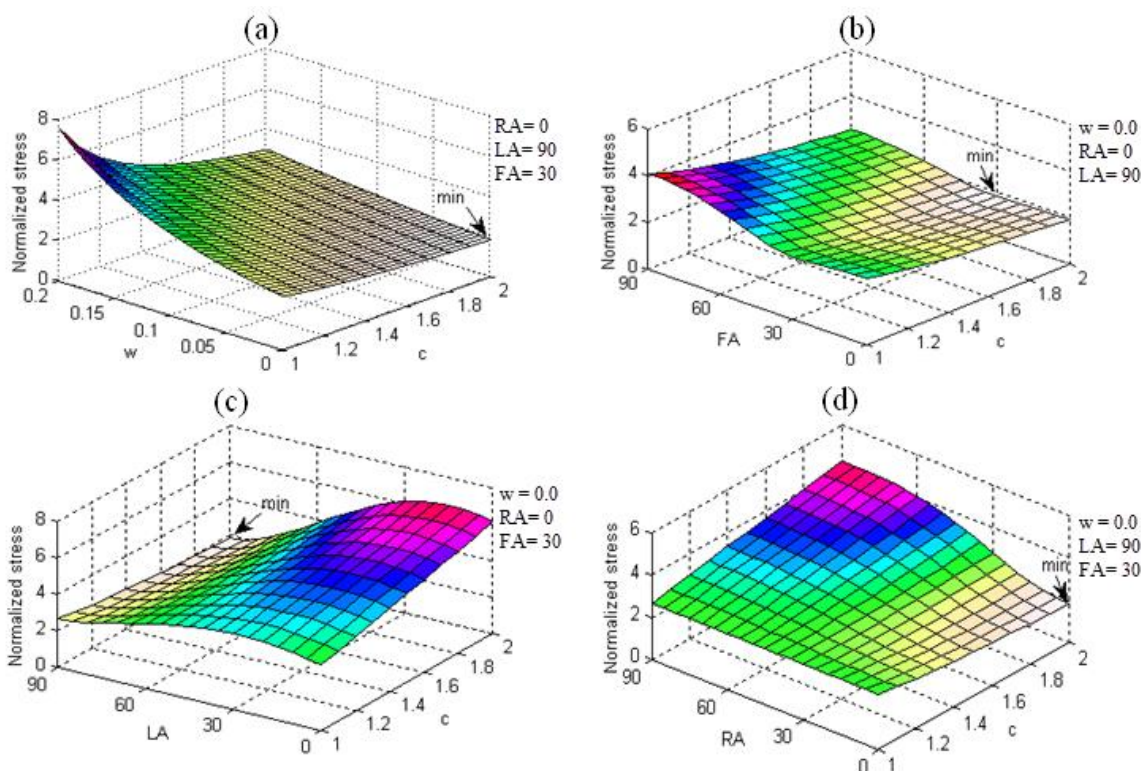
جدول ۴- درصد تغییرات مقدار بهینه تنش بی‌بعد در اثر تغییر در هر یک از پارامترهای طراحی

	درصد افزایش هر پارامتر (تغییر مثبت)									
	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰
c	-۴/۰۶	-۷/۴۹	-۱۰/۳۹	-۱۲/۸۸	-۱۵/۰۳	-۱۶/۹۳	-۱۸/۵۸	-۲۰/۰۶	-۲۱/۳۸	-۲۲/۵۷
FA	-۰/۳۰	۱/۴۰	۳/۳۸	۵/۹۵	۸/۸۷	۱۱/۹۷	۱۵/۱۴	۱۸/۲۹	۲۱/۳۵	۲۴/۲۶
LA	۶/۳۷	۲۱/۲۸	۴۰/۱۶	۶۰/۰۸	۷۹/۴۴	۱۰۰/۵۸	۱۳۴/۶۱	۱۷۲/۶۰	۲۰۷/۱۰	۲۳۳/۵۹
RA*	۰/۲۵	۰/۶۱	۱/۰۸	۱/۷۲	۲/۴۹	۳/۳۹	۴/۴۴	۵/۶۲	۶/۹۴	۸/۳۸
	درصد کاهش هر پارامتر (تغییر منفی)									
	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰
c	۵/۰۷	۱۱/۳۵	۱۹/۴۳	۳۰/۲۰	۴۵/۲۸	۶۷/۹۰	۱۰۵/۶۳	۱۸۰/۰۹	۴۰۷/۲۳	-
FA	۰/۳۰	۰/۸۱	۱/۴۴	۲/۰۸	۲/۶۹	۳/۲۳	۳/۶۷	۴/۰۰	۴/۱۹	۴/۲۶
LA	۱۵/۲۵	۴۹/۳۳	۹۱/۹۳	۱۳۶/۹۵	۱۷۲/۲۹	۲۱۴/۲۲	۲۳۹/۲۱	۲۵۰/۲۱	۲۴۸/۵۷	۲۳۳/۵۸
RA*	-۰/۰۳	۰/۰۰	۰/۱۸	۰/۴۸	۰/۹۰	۱/۴۴	۲/۱۰	۲/۸۶	۳/۷۴	۴/۷۱

* افزایش یا کاهش زاویه‌ی چرخش به ازای یک درجه.



شکل ۶- اثر پارامتر c بر شکل گشودگی



شکل ۷- رابطه تنش بی‌بعد با کشیدگی در مقابل سایر پارامترها مانند نرمینگی (a)، زاویه الیاف (b)، زاویه‌ی بار (c) و زاویه چرخش (d)

با افزایش کشیدگی در جهت اعمال بار مطابق شکل ۶، تنش بی‌بعد کاهش می‌یابد. زمانی که کشیدگی تا ۵۰ درصد مقدار موجود در جدول ۳ کاهش می‌یابد، شکل گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. تنش بی‌بعد در این حالت تا ۴۵/۲۸ درصد افزایش می‌یابد. تغییرات مثبت کمتر از ۲۰ درصد و تغییرات منفی کمتر از ۳۰ درصد در زاویه‌ی الیاف تغییر قابل ملاحظه‌ای در تنش بی‌بعد ایجاد نمی‌کند. زیرا تغییرات ایجاد شده در تنش بی‌بعد بهینه کمتر از ۱/۴۴ درصد است. کاهش

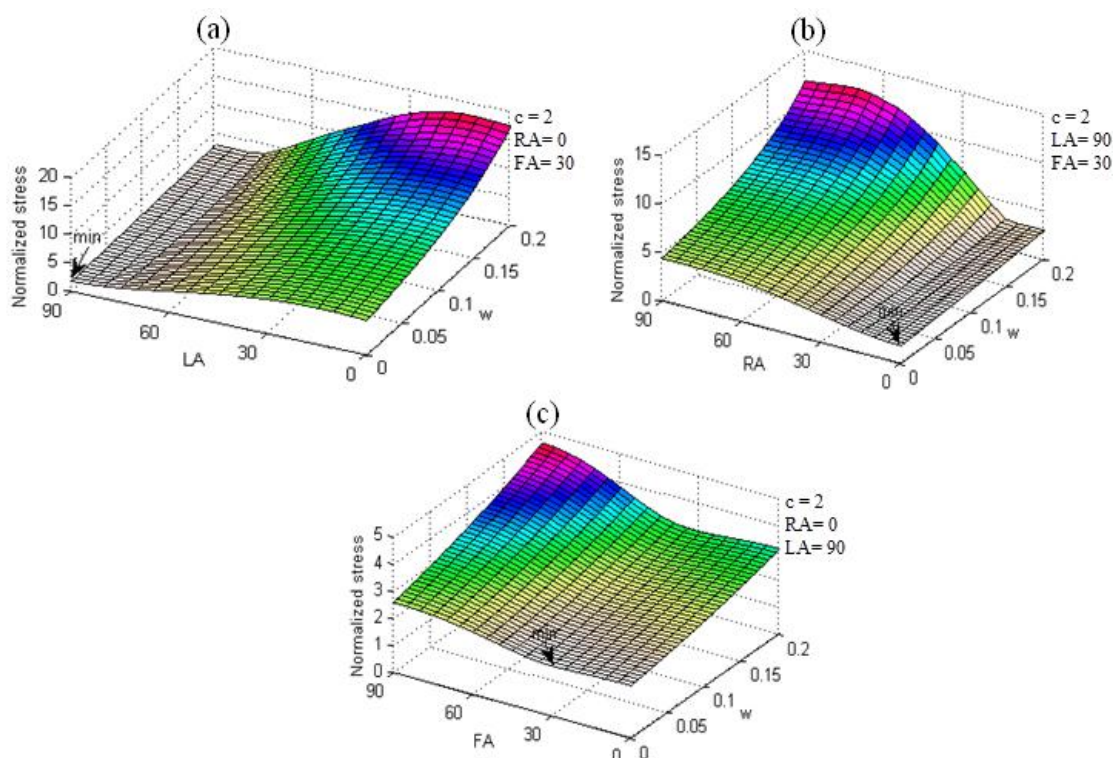
صددرصدی در زاویه‌ی الیاف تنها باعث افزایش ۴/۲۶ درصدی در تنش بی‌بعد بهینه خواهد شد. ولی افزایش ۱۰۰ درصدی در زاویه‌ی الیاف منجر به افزایش ۲۴/۲۶ درصدی در مقدار تنش بی‌بعد بهینه می‌شود. تنش بی‌بعد به تغییرات زاویه‌ی بار بسیار حساس است. تغییرات مثبت یا منفی کمتر از ۱۰ درصدی در زاویه‌ی بار منجر به افزایش کمتر از ۱۵/۲۵ درصد در تنش بی‌بعد بهینه می‌شود. افزایش ۵ درجه به زاویه‌ی چرخش بهینه

شکل ۷(b) نشان دهنده مقادیر تنش بی‌بعد در مقابل تغییر در دو متغیر زاویه‌ی الیاف (FA) و کشیدگی (C) است. تنش بی‌بعد با افزایش زاویه‌ی الیاف افزایش می‌یابد. ولی این افزایش برای زاویه‌ی الیاف صفر تا ۴۵ درجه و کشیدگی ۱/۵ تا ۲ محسوس نیست. تنش بی‌بعد کمینه در کشیدگی برابر با ۲ و زاویه‌ی الیاف ۳۰ درجه به دست می‌آید. دامنه‌ی افزایش تنش بی‌بعد در اثر فقط زاویه‌ی الیاف از ۱/۸۳ تا ۴ می‌باشد. مقایسه این مقادیر با دامنه‌ی تغییرات تنش بی‌بعد به سبب تغییر فقط کشیدگی گشودگی (شکل ۷(a))، زاویه‌ی بار (شکل ۷(c)) و زاویه‌ی چرخش (شکل ۷(d)) نشان می‌دهد که تنش بی‌بعد به تغییرات زاویه‌ی الیاف حساسیت کمتری دارد. همانطور که در شکل ۷(c) ملاحظه می‌شود تنش بی‌بعد با افزایش کشیدگی در طول زاویه‌ی بار از صفر درجه تا ۵۰ درجه افزایش می‌یابد ولی پس از آن روند افزایشی کندتر می‌شود. مطابق این شکل تنش بی‌بعد کمینه در کشیدگی ۲ و زاویه‌ی بار ۹۰ درجه به دست می‌آید.

منجر به افزایش ۲/۴۹ درصدی در تنش بی‌بعد بهینه می‌گردد. کاهش یک درجه زاویه‌ی چرخش باعث کم شدن تنش بی‌بعد بهینه از ۱/۸۳۱ به ۱/۸۳۰ خواهد شد. اما تفاوت بین این دو بسیار کوچک و قابل چشم پوشی است. دامنه جستجوی زاویه‌ی چرخش در فاصله صفر تا ۹۰ درجه قرار دارد. همچنین کاهش زاویه‌ی چرخش تا ۲ درجه در تنش بی‌بعد بهینه تغییری ایجاد نمی‌کند.

۴-۳- اثر متقابل کشیدگی (C) و سایر پارامترها

شکل ۷(a) مقادیر تغییرات تنش بی‌بعد را در مقابل نرمینگی (W) و کشیدگی (C) نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، تنش بی‌بعد با کاهش W و افزایش C روند نزولی دارد. همچنین نتایج حاکی از آن است که تنش بی‌بعد در مقادیر بالای C با افزایش W از روند افزایشی کندی برخوردار است. بنابراین تنش بی‌بعد کمینه در مقدار کشیدگی برابر با ۲ و نرمینگی برابر با صفر حاصل می‌شود.



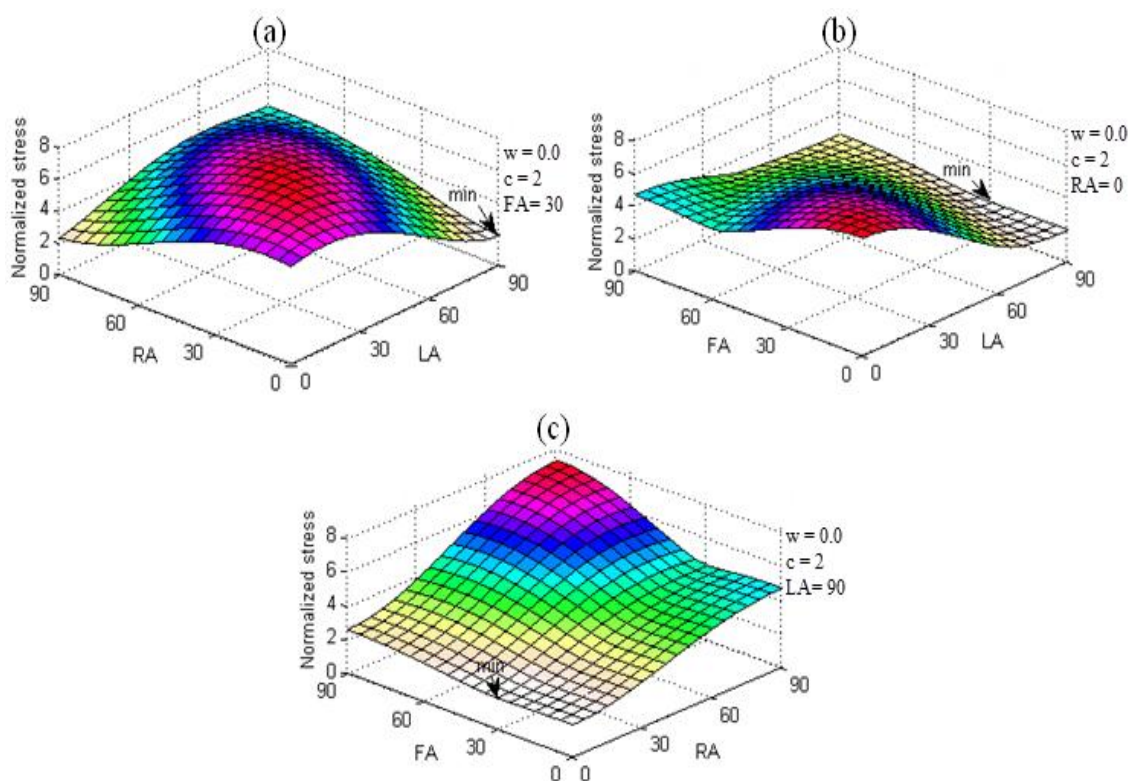
شکل ۸- رابطه تنش بی‌بعد با نرمینگی در مقابل سایر پارامترها مانند زاویه‌ی بار (a)، زاویه‌ی چرخش (b)، زاویه‌ی الیاف (c)

افزایش تنش بی‌بعد با افزایش نرمینگی در طی تغییرات زاویه‌ی بار از ۳۵ تا ۷۵ درجه نیز به‌کندی صورت می‌گیرد ولی در طی دامنه تغییرات زاویه‌ی بار از صفر تا ۳۵ درجه، تنش بی‌بعد از روند افزایشی سریعتری برخوردار است. همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود، برای $w=0$ و $LA=90$ تنش بی‌بعد کمینه است. مطابق شکل ۸ (b)، با افزایش نرمینگی در زاویه‌ی چرخش بیش از ۱۵ درجه تنش بی‌بعد روند افزایشی دارد. ولی این روند برای زاویه‌ی چرخش کمتر از ۱۵ درجه کند می‌باشد. کمینه تنش بی‌بعد با انتخاب مقدار صفر برای زاویه‌ی چرخش و نرمینگی به‌دست می‌آید. شکل ۸ (c) نشان می‌دهد که تنش بی‌بعد با افزایش نرمینگی به ازای تمام مقادیر زاویه‌ی الیاف روندی صعودی دارد. کمینه تنش بی‌بعد در دامنه صفر تا ۴۵ درجه از زاویه‌ی الیاف و دامنه صفر تا ۰/۰۵ از نرمینگی قرار دارد. بنابراین کمترین مقدار تنش بی‌بعد قابل حصول در زاویه‌ی الیاف ۳۰ درجه و نرمینگی صفر اتفاق می‌افتد.

شکل ۷ (d) رابطه بین تنش بی‌بعد، زاویه‌ی چرخش و کشیدگی را نشان می‌دهد. براساس این رابطه، زمانی که زاویه‌ی چرخش در فاصله ۳۵ درجه تا ۹۰ درجه تغییر می‌کند؛ با افزایش کشیدگی تنش بی‌بعد افزایش می‌یابد. ولی زمانیکه زاویه‌ی چرخش در دامنه صفر تا ۳۵ درجه قرار دارد، افزایش کشیدگی تنش بی‌بعد روند افزایشی بسیار کندی دارد. در این حالت کمترین تنش بی‌بعد در $RA=0$ و $C=2$ رخ می‌دهد. □

۴-۴- اثر متقابل نرمینگی (w) و سایر پارامترها

شکل‌های ۸ (a)، ۸ (b) و ۸ (c) مقادیر تغییرات تنش بی‌بعد را در اثر تغییر در مقدار نرمینگی (w) و سایر پارامترهای طراحی نشان می‌دهد. این نتایج مؤید آن است که تنش بی‌بعد با افزایش نرمینگی افزایش می‌یابد. شکل ۸ (a) نشان می‌دهد که تنش بی‌بعد با افزایش زاویه‌ی بار روندی نزولی دارد. همچنین تنش بی‌بعد در دامنه ۷۵ تا ۹۰ درجه از زاویه‌ی بار، با افزایش نرمینگی، دارای روند افزایشی کندی است. نرخ



شکل ۹- رابطه تنش بی‌بعد با زاویه‌ی بار و چرخش (a)، زاویه‌ی بار و الیاف (b)، زاویه‌ی الیاف و چرخش (c)

۴-۵- اثر متقابل زاویه‌ها

شکل ۹ تغییرات تنش بی‌بعد را در مقابل اثرات متقابل بین زوایای مختلف نشان می‌دهد. تنش بی‌بعد با کاهش زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی بار روند کاهشی به سمت صفر دارد. از طرف دیگر در صورت ثابت نگه داشتن هر یک از این زوایا و افزایش سایر زاویه‌ها، تنش بی‌بعد کاهش می‌یابد (شکل ۹(a)). بنابراین تنش بی‌بعد کمینه زمانی به دست می‌آید که زاویه‌ی چرخش برابر صفر و زاویه‌ی بار برابر با ۹۰ درجه باشد. اثرات متقابل RA و LA که در شکل ۹(a) نشان داده شده است مشابه اثرات متقابل FA و LA در شکل ۹(b) بر تغییرات تنش بی‌بعد است. بر اساس شکل ۹(b)، تنش بی‌بعد کمینه در $FA=30$ اتفاق می‌افتد. شکل ۹(c) نشان می‌دهد که با افزایش هر دو زاویه‌ی چرخش و الیاف تا ۹۰ درجه، تنش بی‌بعد افزایش می‌یابد. اثرات متقابل زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی الیاف بر تنش بی‌بعد کاملاً برعکس اثرات متقابل RA و LA و اثرات متقابل FA و LA است (شکل ۹(c)).

۴-۶- تأثیر خواص مکانیکی ماده

در جدول ۵ مقادیر بهینه پارامترهای طراحی محاسبه شده توسط GA برای تمام مواد (جدول ۱) آورده شده است. همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود مقادیر بهینه تنش بی‌بعد برای تمام مواد همسانگرد مستقل از نوع ماده است. مقدار بهینه تنش بی‌بعد برای تمام مواد همسانگرد یکسان و برابر با ۲/۰۰ است. مقادیر بهینه تنش بی‌بعد برای مواد ناهمسانگرد به خواص مکانیکی ماده بستگی دارد. مقادیر تنش بی‌بعد بهینه‌ی متفاوت برای مواد ناهمسانگرد به سبب

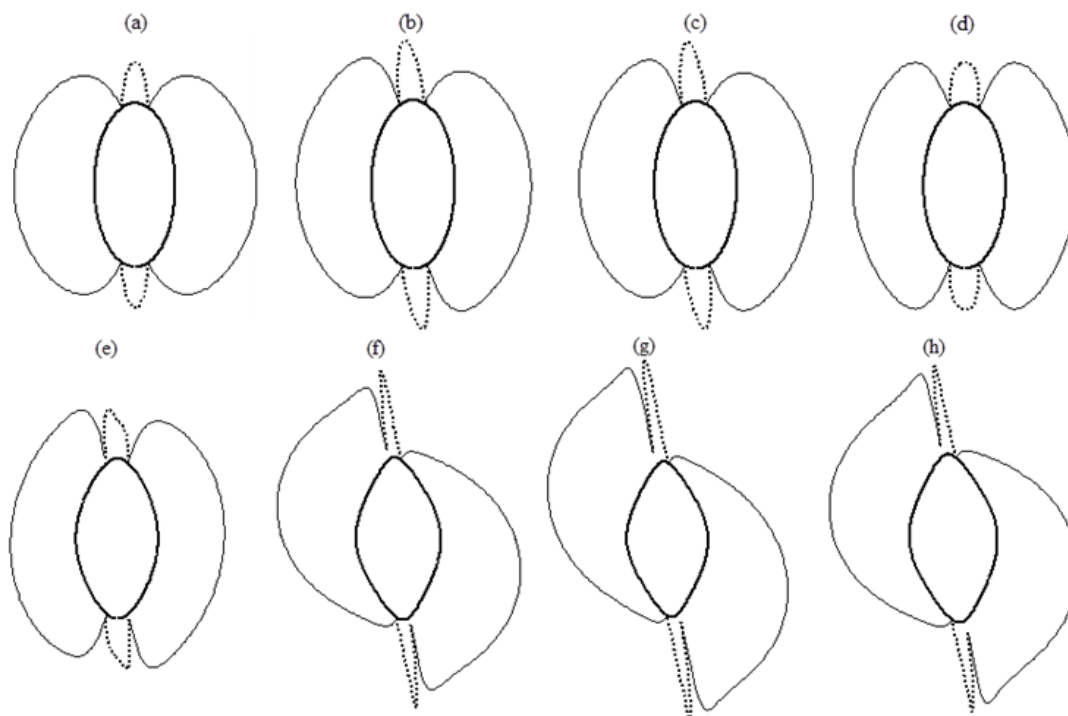
اثرات متقابل زاویه‌ی الیاف با سایر پارامترهای طراحی است. مقادیر بهینه تنش بی‌بعد به ترتیب نزولی متعلق به S-glass/Epoxy Woven, Plywood, Glass/Epoxy و Carbon/Epoxy, CE900 Glass/Epoxy است. این نتایج نشان می‌دهد که مقادیر بهینه‌ی زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش مکمل یکدیگر هستند. دامنه‌ی زاویه‌ی بهینه الیاف از ۳۰ درجه تا ۵۰ درجه متغیر است. توزیع تنش اطراف گشودگی بهینه برای هر یک از مواد در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

۵- نتیجه‌گیری

پارامترهای بسیاری توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها را در صفحات حاوی گشودگی تحت تاثیر قرار می‌دهند. دانستن اثرات متقابل این پارامترها بر تغییرات تنش بی‌بعد، طراح را در انتخاب پارامترهای بهینه جهت دستیابی به عملکردی مطمئن و عمر طولانی سازه کمک کند. در این مقاله با استفاده از روش متغیر مختلط لختی‌سکی، تأثیر پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر بررسی اثر متقابل متغیرها، هدف دیگر این تحقیق معرفی مقادیر بهینه پارامترها جهت دستیابی به کمترین تنش ممکن در اطراف گشودگی بود. که این هدف با بکارگیری روش الگوریتم ژنتیک میسر گردید. نتایج نشان داد که راههای مختلفی برای کاهش تمرکز تنش برای یک جنس خاص وجود دارد. می‌توان با تغییر انحنای گوشه گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی و زوایای بار و الیاف، مقدار تمرکز تنش را کاهش داد. اگرچه در مواد همسانگرد خواص

جدول ۵- مقادیر بهینه پارامترهای طراحی برای مواد مختلف

ویژگی ماده	نوع ماده	LW	c	w	RA	LA	FA	تنش بی‌بعد
	فولاد	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	-	۲/۰۰۰
همسانگرد	چدن چکش خور	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	-	۲/۰۰۰
	آلومینیوم	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	-	۲/۰۰۰
	CE9000 Glass/Epoxy	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	۳۰	۱/۸۳۱
	Plywood	۰/۵	۲	۰/۰۵	۰/۰۰	۹۰	۴۲	۱/۷۹۸
	Graphite/Epoxy	۰/۵	۲	۰/۰۹	۳/۰۰	۸۷	۴۲	۲/۲۹۳
کامپوزیت	S-glass/Epoxy Woven	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	۳۰	۱/۸۱۸
	Glass/Epoxy(7781/5245C)	۰/۵	۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۹۰	۴۵	۱/۷۵۵
	Carbon/Epoxy(GY-70/934)	۰/۵	۲	۰/۰۹۶	۳	۸۷	۴۹	۲/۸۸۸
	Carbon/Epoxy(IM6/SC1081)	۰/۵	۲	۰/۰۹	۴	۸۶	۴۰	۲/۲۲۳



شکل ۱۰- شکل بهینه گشودگی برای هر یک از مواد همراه با توزیع تنش در اطراف آن؛ خط چین (تنش منفی) و خط ممتد (تنش مثبت): فولاد، چدن چکش خور، آلومینیوم (a)، CE9000 Glass/Epoxy (b)، Woven S-glass/Epoxy (c)، Glass/Epoxy (7781/5245C) (d)، Plywood (e)، Carbon/Epoxy (f)، Carbon/Epoxy (GY-70/934) (g) و Carbon/Epoxy (IM6/SC1081) (h)

- [6] Abulfoutouh NM (1993) Preliminary Design Of Unstiffend Composite Shells. Symposium Of 7th technical Conference of ASC: 786-693.
- [7] Asmar GH, Jabbour TG (2007) Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes. *Int J Mech Sol* 2(1): 59-84.
- [8] Rezaeepazhand J, Jafari M (2008). Stress analysis of composite plates with non-circular cutout. *Key Eng Mat* 385:365-368.
- [9] Ukadgaonker VG, Kakhandki V (2005) Stress analysis for an orthotropic plate with an irregular shaped hole for different in-plane loading conditions-Part 1. *Com Str* 70: 255-274.
- [10] Rezaeepazhand J, Jafari M (2010) Stress analysis of composite plates with Quasi-square cut out subjected to uniaxial tension. *J Rein plas comp* 29: 2015-2026.
- [11] Rezaeepazhand J, Jafari M (2010) Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout. *Int J Mech Sci*: 96-102.
- [12] Callahan JK, Weeks EG (1992) Optimum design of composite laminates using genetic algorithms. *Com Eng* 2: 149-160.

مکانیکی تأثیری بر تمرکز تنش ندارد ولی در مواد مرکب نوع ماده و خواص مکانیکی بسیار مؤثر است. که در این تحقیق تأثیر خواص مکانیکی نیز مورد مطالعه قرار گرفت و برای مواد مختلف پارامترهای بهینه معرفی شد.

مراجع

- [1] Savin GN (1961) Stress concentration around holes. Pergamon Press.
- [2] Lekhnitskii SG (1968) Anisotropic plates. Gor & Bre Sci Pub.
- [3] Theocaris PS, Petrou L (1986) Stress distributions and intensities at corners of equilateral triangular holes. *Int J Fract* 31:271-89.
- [4] Hufenbach W, Schaffer M, Herrmann (1990) Calculation of the stress and displacement field of anisotropic plates with elliptical hole. *Ing Arch* 60:507-17.
- [5] Daoust J, Hoa SV (1991) An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes. *Com Str* 19:107-30.

- [16] Cho HK, Rowlands RE (2007) Reducing tensile stress concentration in perforated hybrid laminate by genetic algorithm. *Com Sci and Tech* 67: 2877–2883
- [17] Berbinau P, Soutis C (2001) A new approach for solving mixed boundary value problems along holes in orthotropic plates. *Int J So Str* 38: 143–159.
- [18] Rezaeepazhand J, Jafari M (2005) Stress analysis of perforated composite plates. *Com Str* 71: 463–468.
- [19] Haupt SE, Haupt RL (2004) *Practical genetic algorithms*. John Wiley & Sons.
- [13] Kogiso M, Watson LT, Gurdal L, Haftka RT, Nagendra S (1994) Design of composite laminates by a genetic algorithm with memory. *Mech Com Mat Str* 1: 95–117.
- [14] Sivakumara K, Iyengar NGR, Deb K (1998) Optimum design of laminated composite plates with cutouts using a genetic algorithm. *Com Str* 42: 265–279
- [15] Brighenti R, Carpinteri A, Vantadori S (2006) genetic algorithm applied to optimization of patch repairs for cracked plates. *Com Meth App Mech Eng* 196: 466–475.