



شبیه‌سازی عددی جریان آرام و انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری پیرامون استوانه دوار محبوس درون کanal

رضا جعفری^{1*} و محسن ثقفیان²

¹ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

² دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

تاریخ دریافت: 1392/06/03؛ تاریخ بازنگری: 1393/06/09؛ تاریخ پذیرش: 1393/10/23

چکیده

در مطالعه حاضر، جریان سیال و انتقال حرارت اطراف استوانه دوار درون کanal، با استفاده از روش عددی برهم نهی شبکه‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌های عددی برای اعداد رینولز در بازه 100 تا 500، سرعت‌های دورانی بدون بعد 0.0 و 2 و نسبت انسدادهای 0/1 و 0/3 و 0/5 و اعداد پرانتل 0/7 و 7 انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش نسبت انسداد، گذار جریان از حالت پایا به نایای پایا به تاخیر می‌اندازد. دوران استوانه موجب کاهش ضریب درگ و انتقال حرارت می‌شود، در مقابل افزایش نسبت انسداد موجب افزایش ضریب درگ و انتقال حرارت می‌شود. در جریان نایای عبوری از روی استوانه محبوس درون کanal، الگوی ریزش گردابه‌ها متفاوت با الگویی است که در جریان آزاد عبوری از روی استوانه مشاهده می‌شود و گردابه‌ها در پشت استوانه به صورت ضربه‌ی حرکت می‌کنند.

کلمات کلیدی: استوانه دوار، کanal، برهم نهی شبکه‌ها، ریزش گردابه، ضریب درگ، ضریب لیفت، عدد استروهال، عدد نوسلت.

Numerical simulation of laminar flow and heat transfer from rotating circular cylinder confined in a channel

R. Jafari^{1,*} and M. Saghafian²

¹ M. Sc., Mech. Eng., Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

² Assis. Prof., Mech. Eng., Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

Abstract

In the present study, fluid flow and heat transfer around a rotating circular cylinder confined in a channel are studied using overset grid method. Numerical simulations are performed for Reynolds numbers varying from 100 to 500, non dimensional rotational velocities of 0, 1 and 2, blockage ratios of 0.1, 0.3 and 0.5 and prandtl numbers of 0.7 and 7. The results show that the transition from steady flow to unsteady flow is delayed as blockage ratio increases. Drag coefficient and heat transfer are reduced by rotation of the cylinder, In contrast as blockage ratio increases, Drag coefficient and heat transfer increases. In unsteady flow past a circular cylinder confined in a channel, the pattern of shed vortices is different from that observed in free stream flow past a cylinder and the vortices behind the cylinder moves criss-cross.

Keywords: Rotating cylinder; Channel; Overset grids; Vortex shedding; Drag coefficient; Lift coefficient; Strouhal number; Nusselt number.

1- مقدمه

ضریب درگ و لیفت را برای فواصل مختلف استوانه از یک دیوار به دست آورده‌ند.

در سال 2004 خان⁶ و همکارانش [4] با حل تقریبی انتگرالی لایه مرزی، جریان و انتقال حرارت پیرامون یک استوانه که بین دو صفحه موازی قرار دارد را مورد مطالعه قرار دادند و تأثیر تغییر نسبت انسداد را روی جریان و انتقال حرارت به دست آورده‌ند.

در سال 2004 چاکرابورتی⁷ و همکارانش [5] جریان عبوری از استوانه ساکن داخل کanal را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. آنها تأثیر تغییرات عدد رینولذز و نسبت انسداد را بر روی پارامترهایی مانند ضرایب نیرو و زاویه‌ی جدایش بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که افزایش نسبت انسداد موجب افزایش ضریب درگ و کاهش زاویه‌ی جدایش می‌شود، از طرفی افزایش عدد رینولذز، کاهش ضریب درگ و افزایش زاویه جدایش را نتیجه می‌دهد.

در سال 2004 کلیف⁸ و تاونر⁹ [6] جریان عبوری از استوانه دوار درون کanal را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. آنها تغییرات عدد رینولذز بحرانی با سرعت دورانی را در $\beta = 0.7$ = گزارش کردند. آنها مشاهده کردند که برای نسبت انسداد 0/7 با افزایش سرعت دورانی در محدوده $\alpha \leq 1.2$ ، عدد رینولذز بحرانی افزایش می‌یابد.

در سال 2006 متو¹⁰ و همکارانش [7] جریان هوای گذرنده و انتقال حرارت ناپایا از یک استوانه ساکن با دمای سطح ثابت که به صورت نامتقارن درون کanal قرار دارد را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. مطالعات برای دیوارهای به صورت دما ثابت و با دمایی برابر دمای هوای ورودی درنظر گرفته شدند. نتایج آنها نشان داد که در یک نسبت انسداد مشخص هر چه استوانه از مرکز کanal بیشتر فاصله بگیرد، ضریب درگ و عدد استروهال و عدد رینولذز بحرانی افزایش می‌یابند. همچنین تأثیر خروج از مرکزی استوانه روی عدد نوسلت متوسط ناچیز می‌باشد.

جریان عبوری از روی یک استوانه دایره‌ای از جمله مسائل مهم مکانیک سیالات می‌باشد. در این جریان گردابه‌هایی به صورت متناوب و یکی در میان از بالا و پایین استوانه ریزش می‌کنند و در پشت استوانه ناحیه‌ای را تشکیل می‌دهند که به خیابان ورتكس کارمن¹ معروف است. در جریان آزاد عبوری از روی استوانه ساکن ریزش گردابه‌ها در عدد رینولذز بحرانی در حدود 49 آغاز می‌شود (ویلیامسون² [1]). ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه موجب ناپایداری جریان می‌شود و بدین ترتیب انتقال حرارت از سطح استوانه به جریان را افزایش می‌دهد. از طرف دیگر، توقف ریزش گردابه موجب توقف نوسانات نیروهای وارد بر استوانه می‌شود و در نتیجه از ارتعاشات و لرزشهای نامطلوب استوانه جلوگیری می‌کند. بنابراین با توجه به کاربرد مهندسی مورد نظر، ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه می‌تواند مطلوب یا نامطلوب باشد.

در جریان عبوری از روی استوانه دوار محبوس درون کanal، می‌توان از اثر ترکیبی تغییر سرعت دورانی استوانه و نسبت انسداد برای کنترل توقف یا آغاز ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه استفاده کرد. این جریان علاوه بر عدد رینولذز به دو پارامتر اساسی دیگر وابسته است. این پارامترها نسبت انسداد و سرعت دورانی بدون بعد می‌باشند که به ترتیب تأثیر انسداد کanal و دوران استوانه را بیان می‌کنند.

در سال 1995 چن³ و همکارانش [2] جریان عبوری از استوانه‌ای که بین صفحات موازی قرار دارد را بررسی کردند. هدف آنها مشاهده چگونگی ناپایدار شدن جریان پایای اطراف استوانه با افزایش عدد رینولذز بود.

در سال 2001 زواتو⁴ و پدریزتی⁵ [3] جریان عبوری از استوانه محبوس درون کanal را به صورت عددی حل کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که با نزدیک شدن استوانه به یکی از دیوارهای کanal گذار جریان از حالت پایا به ناپایا به تأخیر می‌افتد و در اعداد رینولذز بالاتری روی می‌دهد. آنها همچنین الگوی ریزش گردابه‌ها در جریان ناپایا و تغییرات

⁶ Khan

⁷ Chakraborty

⁸ Cliffe

⁹ Tavener

¹⁰ Mettu

¹ Karman vortex street

² Williamson

³ Chen

⁴ Zovatto

⁵ Pedrizzetti

که در آن ریزش گردابه‌ها متوقف می‌شود) را با عدد رینولذز و نسبت انسداد و همچنین تغییرات عدد رینولذز بحرانی (عدد رینولذزی که در آن ریزش گردابه‌ها آغاز می‌شود) را با سرعت دورانی و نسبت انسداد به دست آوردن.

در مطالعات قبلی بررسی همزمان تاثیر سرعت دورانی استوانه و نسبت انسداد بر روی جریان و انتقال حرارت اطراف استوانه محبوس درون کanal، تنها در چند مطالعه انجام گرفته است که در این مطالعات نیز بازه‌ی کوچکی از اعداد رینولذز مورد بررسی قرار گرفته است و بدین ترتیب اطلاعاتی در مورد ساختار و الگوهای جریان و ضرایب نیرو و عدد نوسلت در اعداد رینولذز بالاتر از 100 در دست نمی-باشد. در مطالعه‌ی حاضر جریان برای $Re \leq 500$ و $Pr = 0.7,7$ با به کارگیری روش عددی برهم‌نهی شبکه‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد و تغییرات سرعت دورانی بحرانی با نسبت انسداد و عدد رینولذز و همچنین تغییرات عدد رینولذز بحرانی با سرعت دورانی و نسبت انسداد به دست می‌آید و تاثیر پارامترهای عدد رینولذز، سرعت دورانی بدون بعد و نسبت انسداد بر روی ساختار و الگوهای جریان و ضرایب نیرو به دست می‌آید و نهایتاً عدد نوسلت محلی و متوسط برای مقادیر مختلف پارامترهای مساله به دست می‌آید.

2- توصیف فیزیکی مساله

نمایی از مساله در شکل 1 نشان داده شده است. جریان سیال از روی استوانه دوار به قطر D ، که درون کanal قرار گرفته است، عبور می‌کند. فاصله مرکز استوانه تا ورودی کanal برابر $7D$ و طول کanal برابر $27D$ می‌باشد. فاصله بین دیواره‌های کanal از رابطه $H = D/\beta$ به دست می‌آید، بدین ترتیب با تغییر این فاصله می‌توان نسبت انسدادهای مختلفی به دست آورد. استوانه دارای دمای سطح ثابت $T_w = T_{in}$ است و دیواره‌ای کanal عایق هستند. جریان ورودی از نظر هیدرودینامیکی توسعه‌یافته است و با دمای ثابت $T = T_{in}$ وارد کanal می‌شود. استوانه با سرعت دورانی ثابت ω در جهت خلاف چرخش عقربه‌های ساعت (CCW^7) حرکت می‌کند.

در سال 2007 بارتی¹ و همکارانش [8] جریان سیال غیرنیوتونی تراکم‌ناپذیر عبوری از روی یک استوانه که بین دو صفحه موازی قرار دارد را با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت بررسی کردند.

در سال 2007 بارتی و همکارانش [9] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری پایا از یک استوانه که بین دو صفحه موازی قرار دارد را به سیال غیرنیوتونی اطرافش مورد بررسی قرار دادند. آنها مطالعه خود را با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت انجام دادند.

در سال 2008 رحیمی² و همکارانش [10] جریان عبوری از استوانه ساکن درون کanal را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. آزمایشها با استفاده از اندازه‌گیری‌های دوبعدی PIV³ در $Re \leq 277$ و $\beta = 1/3$ انجام شده است. نتایج به دست آمده نشان داد که ناپایداری اویله به علت قرارگیری استوانه درون کanal به تاخیر می‌افتد و ویژگی‌های گردابه‌های کارمن متفاوت با آن چیزی است که در حالت جریان آزاد عبوری از استوانه مشاهده می‌شود.

در سال 2010 سینگها⁴ و سینه‌اماهاپاترا⁵ [11] جریان عبوری از استوانه ساکن درون کanal را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش نسبت انسداد، گذار جریان از حالت پایا به ناپایایا به تاخیر می‌افتد و ریزش گردابه‌ها در اعداد رینولذز بالاتر آغاز می‌شود، همچنین افزایش نسبت انسداد موجب افزایش ضریب درگ و کاهش نوسانات ضریب لیفت می‌شود.

در سال 2011 پراساد⁶ و همکارانش [12] جریان و انتقال حرارت پیرامون یک استوانه دوار که درون کanal قرار دارد را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. شبیه سازیها در $Re \leq 170$ و $0 \leq \alpha \leq 2$ و $0 \leq \beta \leq 0.5$ انجام شده است. نتایج آنها نشان داد که با افزایش نسبت انسداد نیروی درگ و انتقال حرارت افزایش می‌یابد، از طرفی با افزایش سرعت دورانی نیروی درگ و انتقال حرارت کاهش می‌یابد، آنها تغییرات سرعت دورانی بحرانی (سرعت دورانی

¹ Bharti

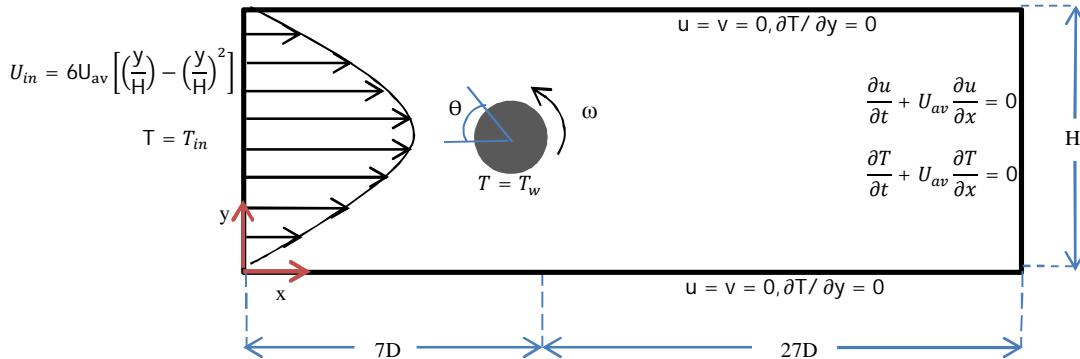
² Rehimi

³ Particle Image Velocimetry

⁴ Singha

⁵ Sinhamahapatra

⁶ Prasad



شکل 1- پیکربندی مورد مطالعه و شرایط مرزی

در معادلات بالا u و v مولفه‌های سرعت سیال هستند، U_{av} سرعت متوسط جریان درون کانال است و به عنوان سرعت مشخصه در نظر گرفته می‌شود. D طول مشخصه است که در اینجا قطر استوانه تعريف می‌شود. p فشار، t زمان، ρ چگالی، μ لزجت دینامیکی و U لزجت سینماتیکی است. T دما است و T_{in} دمای سیال ورودی و T_w دمای سطح استوانه است. k ضریب حرارت هدایتی سیال و c_p ظرفیت گرمایی ویژه سیال است. Re عدد رینولدز و Pr عدد پراتل است.

3- معادلات حاکم و شرایط مرزی

3-1- معادلات حاکم

معادلات جریان حاکم بر مسئله، معادلات بقای جرم، بقای ممنتوم و بقای انرژی هستند. سیال تراکم ناپذیر و با ویسکوزیته ثابت درنظر گرفته شده است. در ادامه معادلات بی بعد شده در حالت دو بعدی ارائه شده است.

معادله بقای جرم:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

معادله بقای ممنتوم:

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(u^*)^2}{\partial x^*} + \frac{\partial(u^*v^*)}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(u^*v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^*)^2}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3)$$

معادله بقای انرژی:

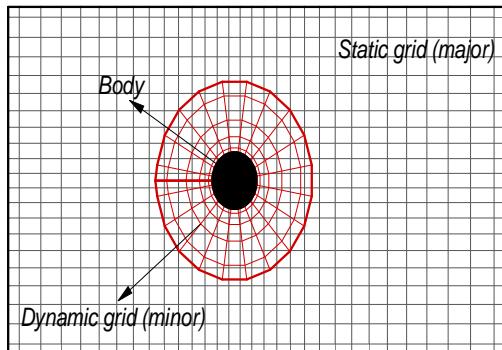
$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(u^*T^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^*T^*)}{\partial y^*} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

متغیرهای بی بعد به کاررفته در معادلات بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{u}{U_{av}}, v^* = \frac{v}{U_{av}}, x^* = \frac{x}{D}, y^* = \frac{y}{D}, p^* = \frac{p}{\rho U_{av}^2}, \\ t^* &= \frac{U_{av}t}{D}, T^* = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}}, Re = \frac{U_{av}D}{v}, Pr = \frac{\mu c_p}{k} \end{aligned} \quad (4)$$

می‌یابند. برای شبکه‌ی اصلی، نقاط دریافت کننده‌ی اطلاعات از شبکه‌ی فرعی، نقاط مجاور جسم صلب هستند که بیرون از جسم قرار می‌گیرند و در مورد شبکه‌ی فرعی، نقاط دریافت کننده‌ی اطلاعات از شبکه‌ی اصلی، نقاط روی مرز بیرونی شبکه‌ی فرعی هستند.

در این مطالعه، از روش حجم محدود برای گستته سازی معادلات دیفرانسیل و از الگوریتم سیمپل سی برای حل میدان جریان استفاده می‌شود. برای محاسبه‌ی جملات جابه‌جایی از روش کوییک (لئونارد⁵ [13]، 1979) و برای محاسبه‌ی تغییرات زمانی از روش کرانک نیکلسون استفاده می‌شود. برای اجتناب از نوسانات غیرفیزیکی در میدان سرعت و فشار از الگوریتم ری-چاو⁶ استفاده شده است.



شکل 2- شبکه‌بندی مساله

برای حل مساله، ابتدا باید شبکه محاسباتی و گام زمانی مناسب که در آن نتایج حل عددی مستقل از کیفیت شبکه باشد را به دست آوریم. برای مطالعه شبکه، مساله برای شبکه و گام‌های زمانی مختلف حل شده است. در جدول 1 ابعاد شبکه‌های اصلی و فرعی و گام‌های زمانی مربوط به حالات مختلف حل مساله و نتایج به دست آمده برای هر حالت آورده شده است. با توجه به این جدول مشخص است که شبکه اصلی با تعداد 152×252 گره و شبکه فرعی با تعداد 92×102 گره و گام زمانی $\Delta t^* = 0.01$ برای حل

مرز سمت راست (خروجی): در این مرز از شرط مرزی جابه-جایی (CBC¹) به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + U_{av} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U_{av} \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U_{av} \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

شرط مرزی جابه‌جایی از معادلات ممنتوم و انرژی و با حذف عبارات ناچیز در نواحی دور دست به دست می‌آید و نسبت به اعمال شرط مرزی نیومن ارجحیت دارد زیرا برگرفته از معادلات حاکم بر مساله است.

سطح استوانه: روی سطح استوانه نیز شرط عدم لغزش برقرار است. برای سیال روی سطح استوانه داریم:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{D\omega}{2} \sin \theta \\ v &= -\frac{D\omega}{2} \cos \theta \end{aligned} \quad (7)$$

زاویه θ روی شکل 1 نشان داده شده است. دمای سطح استوانه T_w است.

4- روش عددی

در مطالعه حاضر برای حل جریان از روش برهم نهی شبکه‌ها استفاده می‌شود. در روش برهم نهی شبکه‌ها، یک شبکه اصلی² برای پوشاندن تمام ناحیه‌ی حل به کار می‌رود، در این مورد شبکه‌ی اصلی یک شبکه‌ی ساده‌ی مستطیلی از نوع H می‌باشد. شبکه‌ی اصلی همیشه ساکن است. یک شبکه‌ی فرعی³ منطبق بر بدنه⁴ حول جسم (ناحیه‌ای که در آن گرادیان فشار، سرعت و دما زیاد است) ایجاد می‌شود که روی شبکه‌ی اصلی قرار می‌گیرد. در این مورد شبکه‌ی فرعی از نوع O می‌باشد. شبکه‌ی فرعی همراه با جسم حرکت می‌کند. شبکه‌های اصلی و فرعی به کار رفته در این مطالعه در شکل 2 نشان داده شده‌اند. معادلات جریان در هر دو شبکه‌ی اصلی و فرعی به صورت جداگانه حل می‌شوند و اطلاعات بین شبکه‌های اصلی و فرعی در نقاطی خاصی با میانیابی انتقال

¹ Convective boundary condition

² Major grid

³ Minor grid

⁴ Body fitted

⁵ Leonard

⁶ Rhie-Chow

حسب زمان برای $\alpha = 0$ و $\beta = 0.3$ روی مرزهای بالای و پایینی منحنی پایداری نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشخص است که در $Re = 60$ جریان پایا می‌باشد و ضرایب نیرو دارای مقادیر ثابتی هستند و با افزایش عدد رینولدز، در $Re = 65$ رژیم جریان ناپایا است و ضرایب نیرو با زمان تغییرات نوسانی دارند.

تأثیر دوران استوانه روی جریان ناپایا کاهش ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه است که موجب می‌شود در یک سرعت دورانی بحرانی ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه متوقف شود و جریان پایا شود. شکل 4 (راست) منحنی پایداری برای تغییرات سرعت دورانی بحرانی بر حسب نسبت انسداد را در $Re = 100$ نشان می‌دهد. مرز پایینی منحنی پایداری نشان‌دهنده‌ی حداکثر سرعت دورانی است که در شبیه‌سازی‌های عددی، جریان ناپایا می‌ماند و مرز بالای منحنی پایداری نشان‌دهنده‌ی حداقل سرعت دورانی است که در شبیه‌سازی‌های عددی، جریان پایا می‌شود. بدین ترتیب با تغییر سرعت دورانی استوانه و نسبت انسداد می‌توان به جریان پایا (در بالای منحنی پایداری) و یا جریان ناپایا (در پایین منحنی پایداری) رسید، حالت جریان در فاصله‌ی بین دو خط نامشخص است. می‌توان مشاهده کرد که با افزایش نسبت انسداد، سرعت دورانی بحرانی کاهش می‌یابد. در شکل 4 (چپ) تاریخچه زمانی ضریب لیفت در $Re = 100$ و $Re = 4$ روی مرزهای بالای و پایینی منحنی پایداری رسم شده است. می‌توان مشاهده کرد که در $\alpha = 2.9$ جریان ناپایا می‌باشد و ضرایب نیرو با زمان نوسان می‌کنند در حالیکه در $\alpha = 3$ رژیم جریان پایا شده است و ضرایب نیرو مقادیر ثابتی دارند.

خطوط جریان و کانتورهای ورتیسیته:

خطوط جریان و کانتورهای ورتیسیته برای نمایش اثر تغییرات سرعت دورانی استوانه و نسبت انسداد روی ویژگی‌های جریان در حالات مختلف رسم شده است. شکل 5، خطوط جریان را در نزدیکی سطح استوانه برای $Re = 100$ در حالات مختلف نشان می‌دهد. خطوط جریان از 2D قبل از استوانه تا 5D بعد از استوانه نشان داده شده‌اند. در مورد جریان عبوری از روی استوانه ساکن ($\alpha = 0$) گردابه‌های ریزش شده در پشت استوانه روی سطح استوانه شکل می‌گیرند در حالیکه در مورد استوانه دوار این گردابه‌ها در ناحیه

مساله مناسب است. همچنین مشخص است که نتایج با نتایج عددی مطالعه پراساد و همکارانش [12] مطابقت خوبی دارد.

جدول 1- نتایج به دست آمده از مطالعه شبکه

C _{Lrms}	C _D	Δt*	O Grid	H Grid	Study
0/427	3/133	0/01	82*82	202*102	A
0/369	3/143	0/02	102*92	252*152	B
0/425	3/147	0/01	102*92	252*152	C
0/441	3/148	0/005	102*92	252*152	D
0/424	3/153	0/01	122*102	302*202	E
0/42	3/11	-	-	-	Prasad et al

5- بررسی ویژگی‌های جریان

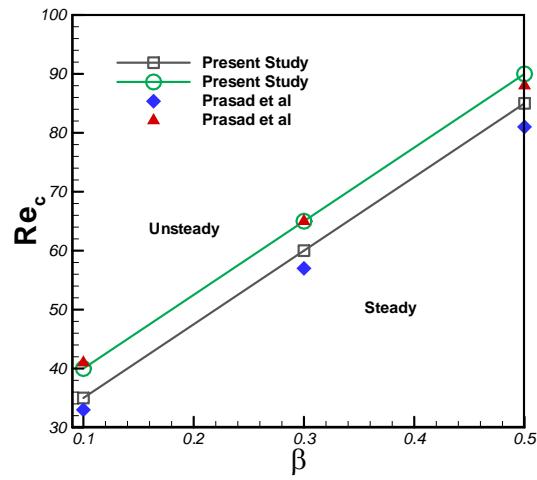
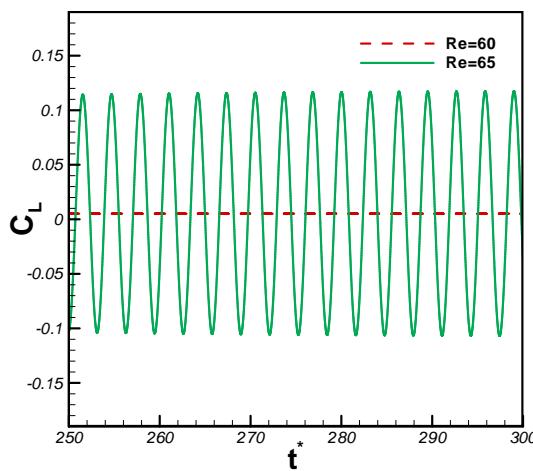
در جریان عبوری از استوانه‌ای که درون کانال قرار گرفته است، به واسطه‌ی لایه‌های برشی دیواره‌ی کanal، گردابه‌هایی تشکیل می‌شوند که در جهت مخالف با گردابه‌های ریزش شده از استوانه می‌باشند، بر هم کنش میان گردابه‌های ناشی از دیواره‌ها و گردابه‌های ریزش شده در پشت استوانه موجب می‌شود تا ویژگی‌های جریان متفاوت با آنچه باشد که در مورد جریان آزاد عبوری از روی استوانه مشاهده می‌شود.

گذار جریان:

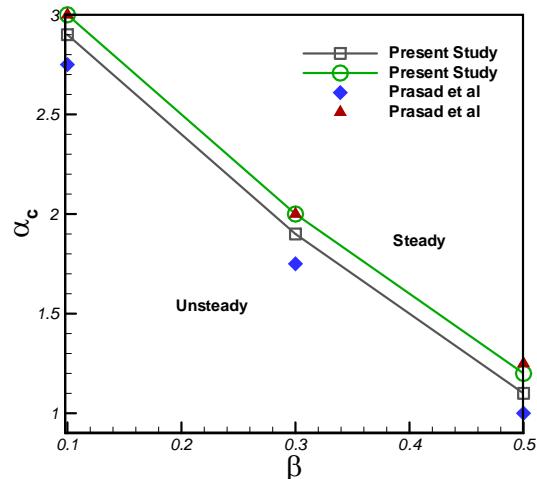
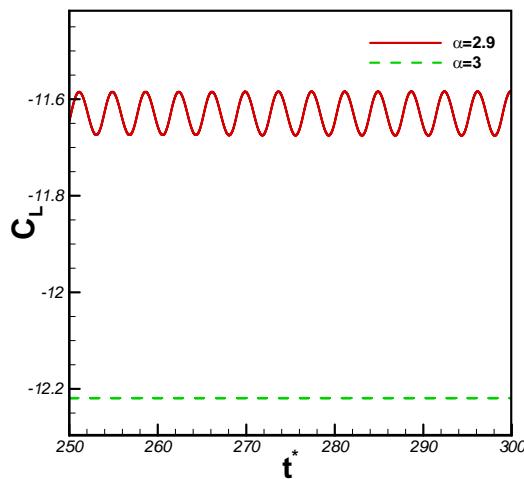
با افزایش عدد رینولدز و رسیدن به عدد رینولدز بحرانی، Re_c ، جریان از حالت پایا به حالت ناپایا گذار می‌کند و ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه آغاز می‌شود. در شکل 3 (راست) منحنی پایداری برای تغییرات عدد رینولدز بحرانی با نسبت انسداد در $\alpha = 0$ نشان داده شده است. مرز پایینی منحنی پایداری نشان‌دهنده‌ی حداقل عدد رینولدزی است که در شبیه‌سازی‌های عددی، جریان پایا می‌ماند و مرز بالای منحنی پایداری نشان‌دهنده‌ی حداقل عدد رینولدزی است که در شبیه‌سازی‌های عددی، جریان ناپایا می‌شود. بدین ترتیب با تغییر عدد رینولدز و نسبت انسداد می‌توان با توجه به کاربرد مورد نظر جریان پایا (در بالای منحنی پایداری) و یا جریان ناپایا (در پایین منحنی پایداری) را ایجاد کرد، حالت جریان در فاصله‌ی بین دو خط نامشخص است. مشاهده می‌شود که افزایش نسبت انسداد موجب افزایش عدد رینولدز بحرانی می‌شوند و این موضوع بیانگر این مطلب است که افزایش نسبت انسداد گذار جریان از حالت پایا به ناپایا را به تاخیر می‌اندازد. شکل 3 (چپ) تغییرات ضریب لیفت را بر

می‌شوند و در مقابله گردا بههای منفی روی سطح بالای استوانه و دیواره پایینی کanal تشکیل می‌شوند. برای گردا بههای ریزش شده در پشت استوانه حرکت ضربه‌بری مشاهده می‌شود بدین ترتیب که گردا بههای ریزش شده از بالا و پایین استوانه پس از طی مسافتی در پایین دست جریان به ترتیب به سمت دیوارهای پایینی و بالایی کanal حرکت می‌کنند و در آنجا با گردا بههای هم علامت که توسط دیوارهای کanal تشکیل شده‌اند، ادغام می‌شوند. در شکل 6 کانتورهای

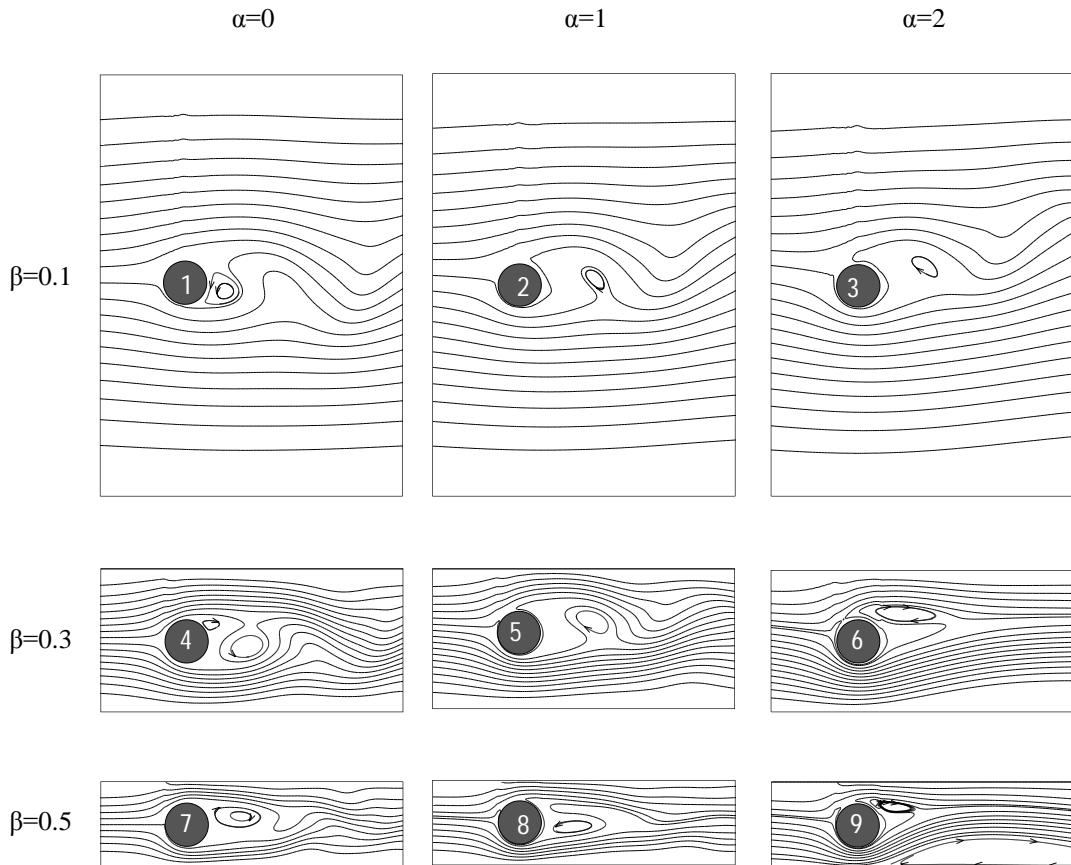
جریان پشت استوانه تشکیل می‌شوند. با دوران استوانه گردا بههای موسوم به گردا بههای احاطه کننده استوانه را در بر می‌گیرد و انحراف خطوط جریان در جهت دوران استوانه در ادامه کانتورهای ورتیسیته را برای حالات مختلف بررسی می‌کنیم. رنگ سفید نشان‌دهنده گردا بههای منفی است که سیال در آنجا در جهت چرخش عقربه‌های ساعت می‌چرخد و رنگ سیاه نشان‌دهنده گردا بههای مثبت است که سیال در آن خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت می‌چرخد. گردا بههای مثبت روی سطح پایینی استوانه و دیواره بالایی کanal تشکیل



شکل 3- (راست) منحنی پایداری برای تغییرات عدد رینولدز بحرانی با نسبت انسداد در $\alpha = 0$. (چپ) تاریخچه زمانی ضربه لیفت برای مرزهای بالایی و پایینی منحنی پایداری در $\alpha = 0$ و $\beta = 0.3$



شکل 4- (راست) منحنی پایداری برای تغییرات سرعت دورانی بحرانی با نسبت انسداد در $Re = 100$, (چپ) تاریخچه زمانی ضربه لیفت برای مرزهای بالایی و پایینی منحنی پایداری در $Re = 100$ و $\beta = 0.1$



شکل 5- خطوط جریان در نزدیکی سطح استوانه برای $Re = 100$ در سرعت دورانی و نسبت انسدادهای مختلف

افزایش نسبت انسداد دیفیوژن گردابه‌ها افزایش می‌یابد. در $\alpha = 2$ جریان پایا شده است و ریزش گردابه‌ها مشاهده نمی‌شود.

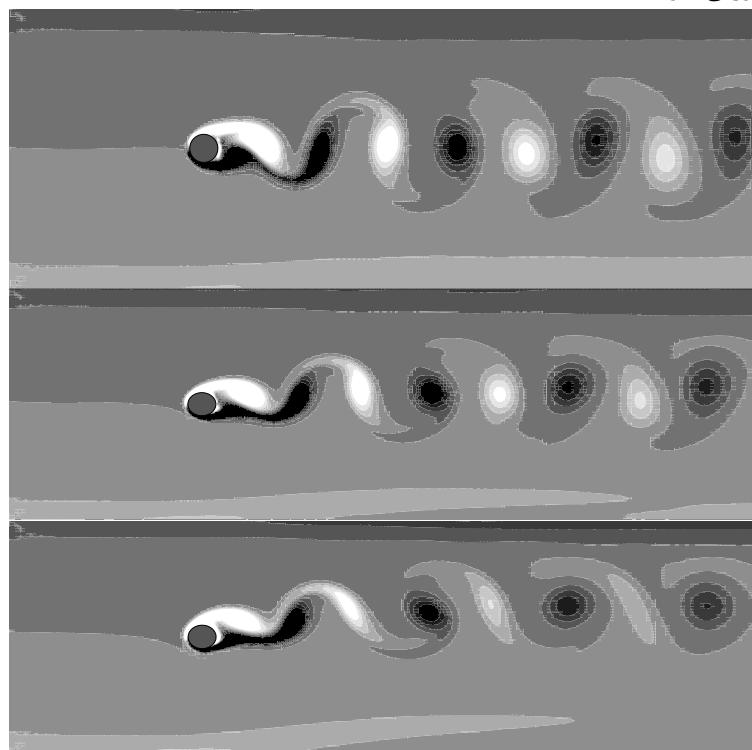
شکل 8 کانتورهای ورتیسیته را برای $Re = 100$ و $\beta = 0.5$ در سرعت دورانی های مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت انسداد از $\beta = 0.3$ به $\beta = 0.5$ گردابه‌های ریزش شده از استوانه و گردابه‌های تشکیل شده توسط دیوارهای کanal باز هم در فاصله کوتاهتری در پایین دست جریان ترکیب می‌شوند، به علاوه مانند حالت $\beta = 0.3$ در $\alpha = 2$ جریان پایا شده است و ریزش گردابه‌ها مشاهده نمی‌شود.

ضرایب نیرو و عدد استرöhال:

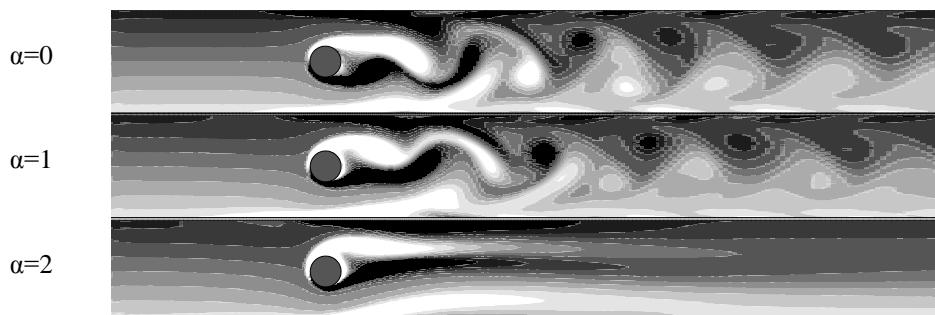
ورتیسیته برای $Re = 100$ و $\beta = 0.1$ در سرعت دورانی - های مختلف نشان داده شده است. با افزایش سرعت دورانی گردابه‌های ریزش شده در حرکت خود به سمت پایین دست جریان به سمت بالا منحرف می‌شوند. شدت گردابه‌های مشبت بیشتر و شدت گردابه‌های منفی کمتر می‌شود و همچنین مشاهده می‌شود که گردابه‌های مشبت گرددتر و گردابه‌های منفی طویل تر می‌شوند.

شکل 7 کانتورهای ورتیسیته را برای $Re = 100$ و $\beta = 0.3$ در سرعت دورانی های مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت انسداد از $\beta = 0.1$ به $\beta = 0.3$ گردابه‌های ریزش شده از استوانه و گردابه‌های تشکیل شده توسط دیوارهای کanal در فاصله کوتاهتری در پایین دست جریان با هم ادغام می‌شوند و به عبارتی با

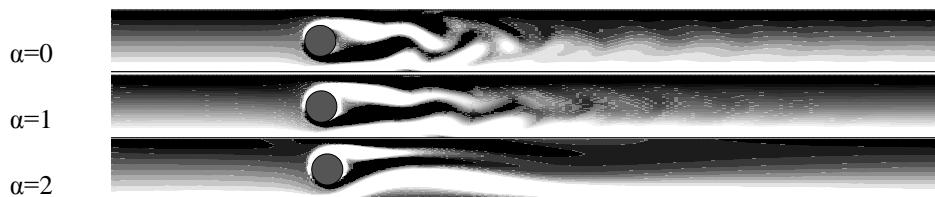
شکل 9 تاریخچه زمانی ضریب درگ و ضریب لیفت را برای نشان می‌دهد. جریان به غیر از دو مورد ($\alpha = 2$ و $\text{Re} = 100$) در سرعت دورانی‌ها و نسبت انسدادهای مختلف



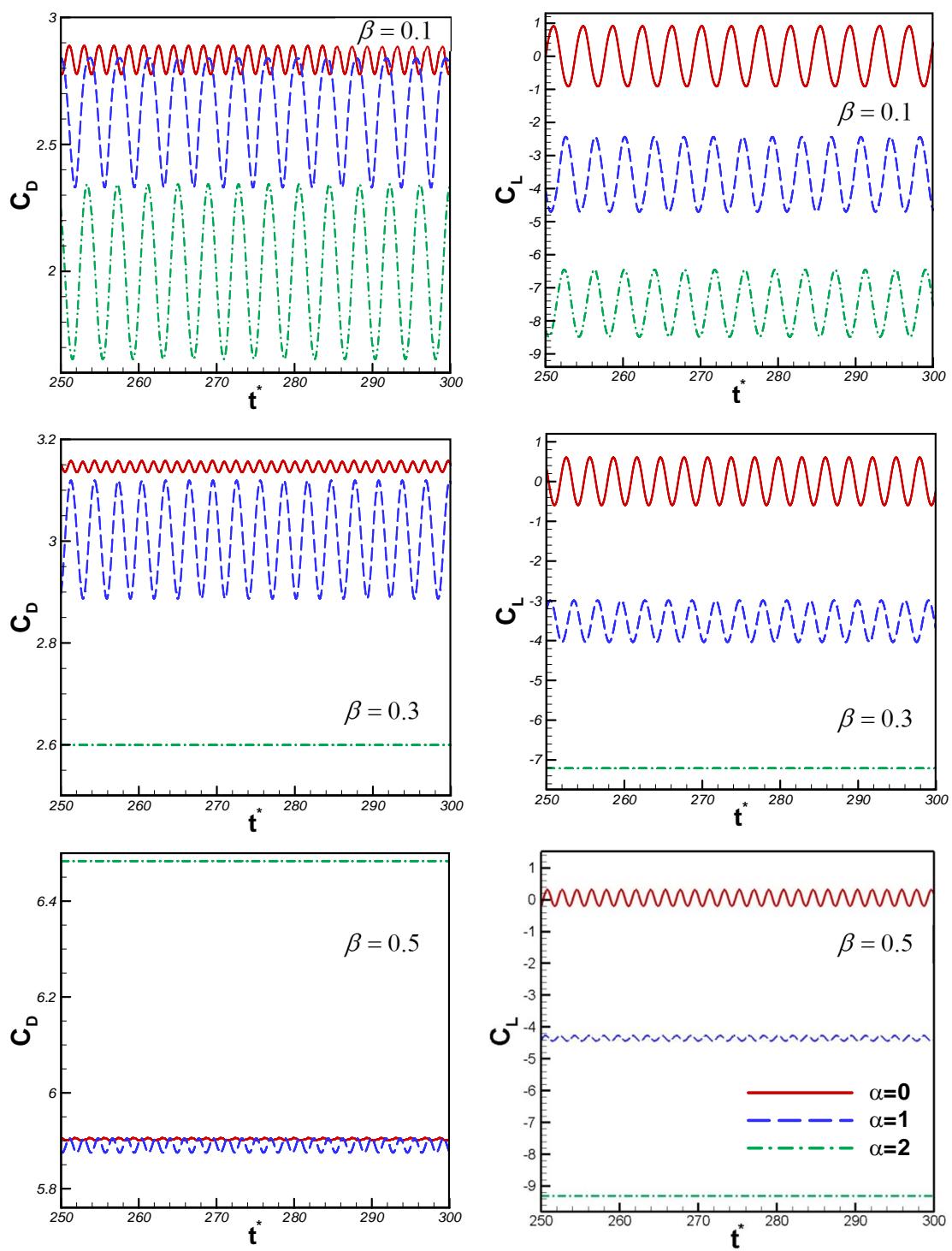
شکل 6- کانتورهای ورتیسیته در $\text{Re}=100$ و $\beta=0.1$ و سرعت دورانی‌های مختلف



شکل 7- کانتورهای ورتیسیته در $\text{Re}=100$ و $\beta=0.3$ و سرعت دورانی‌های مختلف



شکل 8- کانتورهای ورتیسیته در $\text{Re}=100$ و $\beta=0.5$ و سرعت دورانی‌های مختلف

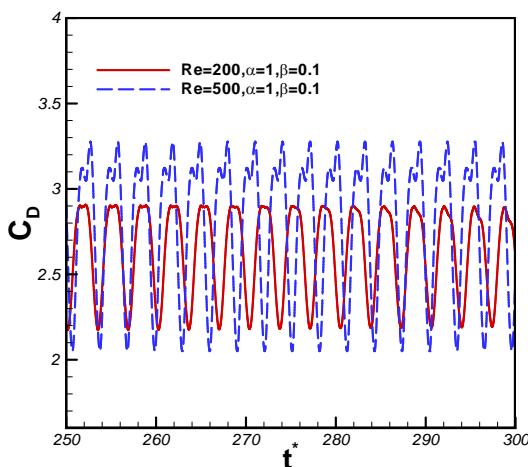


شکل ۹- تاریخچه زمانی ضرایب درگ و لیفت در $Re=100$ ، $\beta=0.1$ ، $\beta=0.3$ و $\beta=0.5$ (پایین)

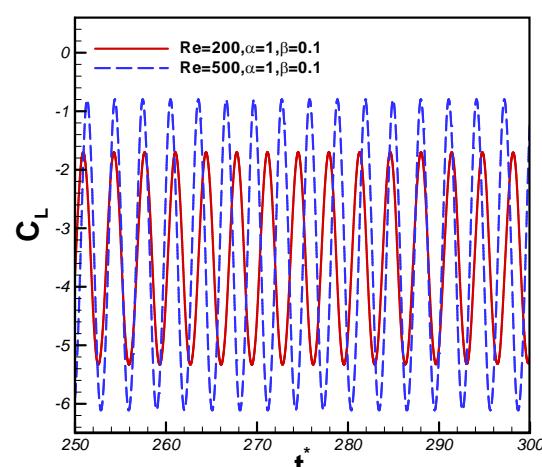
رینولدز کاهش می‌باید.

در شکل 12 تغییرات ضریب درگ متوسط بر حسب نسبت انسداد در اعداد رینولدز مختلف و برای سرعت دورانی $\alpha = 1$ و $\beta = 0.5$ در شکل 10 نشان داده شده است. نیروی درگ وارد بر های مختلف نشان داده شده است. نیروی درگ وارد بر استوانه از مجموع درگ فشاری و درگ اصطکاکی حاصل می‌شود. همانطور که پیشتر توضیح داده شد در جریان عبوری از روی استوانه ساکن، گردابه‌های ریزن شده در پشت استوانه بر روی سطح استوانه شکل می‌گیرند در حالیکه در مورد جریان عبوری از روی استوانه دوران این گردابه‌ها در ناحیه جریان پشت استوانه تشکیل می‌شوند، در نتیجه اختلاف فشار بین جلو و عقب استوانه در استوانه دوران نسبت به استوانه ساکن کمتر است و به عبارتی درگ فشاری در استوانه دور نسبت به استوانه ساکن کمتر است، در مقابل با افزایش سرعت دورانی درگ اصطکاکی افزایش می‌باید ولی کاهش درگ فشاری بیشتر از افزایش درگ اصطکاکی است و در نتیجه با افزایش سرعت دورانی ضریب درگ کاهش می‌باید (به جز مورد $Re=100,000$ و $\beta = 0.5$ درگ اصطکاکی و درگ فشاری در $\alpha = 2$ نسبت به $\alpha = 0.1$ بیشتر است). مشاهده می‌شود که ضریب درگ با افزایش نسبت انسداد افزایش و با افزایش عدد رینولدز به خصوص در نسبت انسدادهای بالا کاهش می‌باید. نتایج به دست آمده برای $Re=100,000$ به جز مورد $\alpha = 2$ و $\beta = 0.5$ با نتایج پراساد و همکارانش [12] مطابقت دارد.

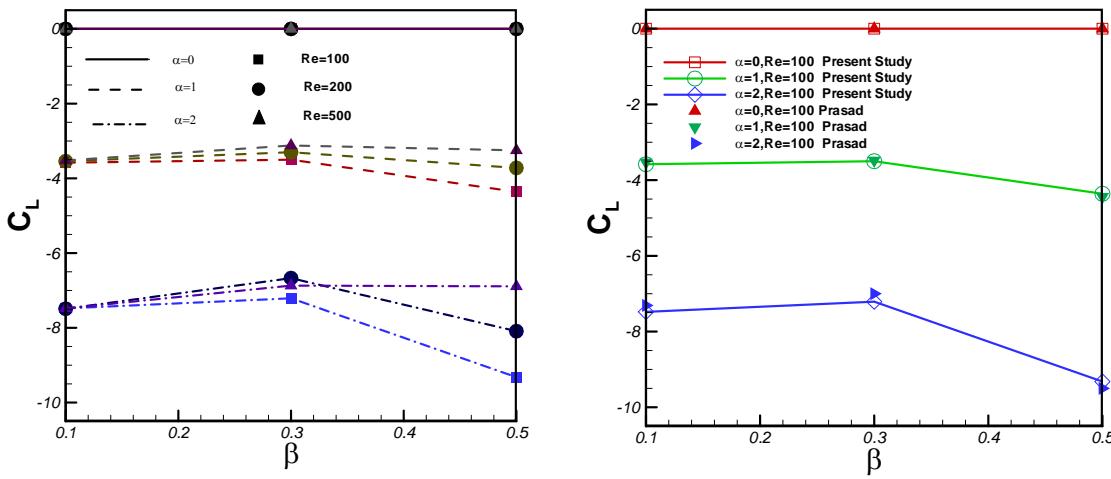
در بقیه موارد نایابیا است و مقدار ضرایب نیرو با زمان نوسان می‌کند. با افزایش نسبت انسداد، دامنه نوسان ضرایب نیرو کاهش می‌باید. نتایج به دست آمده در اعداد رینولدز 200 و 500 نشان می‌دهد که افزایش عدد رینولدز منجر به افزایش دامنه نوسانات ضرایب نیرو می‌شود. برای نمونه تاریخچه زمانی ضرایب نیرو در $Re = 200,500$ و $\alpha = 1$ و $\beta = 0.1$ در شکل 10 نشان داده شده است. در ادامه درباره مقادیر متوسط ضرایب نیرو و پریود نوسان این ضرایب بحث می‌شود. در مورد استوانه ساکن نیروی لیفت متوسط وارد بر استوانه صفر است. دوران پادساعتگرد استوانه موجب کاهش سرعت و افزایش فشار در سیال بالای استوانه و افزایش سرعت و کاهش فشار در سیال پایین استوانه می‌شود و در نتیجه نیروی لیفت به سمت پایین روی استوانه ایجاد می‌کند. در شکل 11 (راست) تغییرات ضریب لیفت متوسط بر حسب نسبت انسداد در $Re = 100,000$ و برای سرعت دورانی‌های مختلف نشان داده شده است و نتایج حاصله با نتیجه به دست آمده توسط پراساد و همکارانش [12] مقایسه شده است، مشخص است که نتایج به دست آمده با نتایج پراساد و همکارانش [12] مطابقت خوبی دارد. شکل 11 (چپ) تغییرات ضریب لیفت متوسط را بر حسب نسبت انسداد در $Re = 100,000, 500, 100,000$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشخص است که ضریب لیفت با افزایش سرعت دورانی افزایش و با افزایش عدد



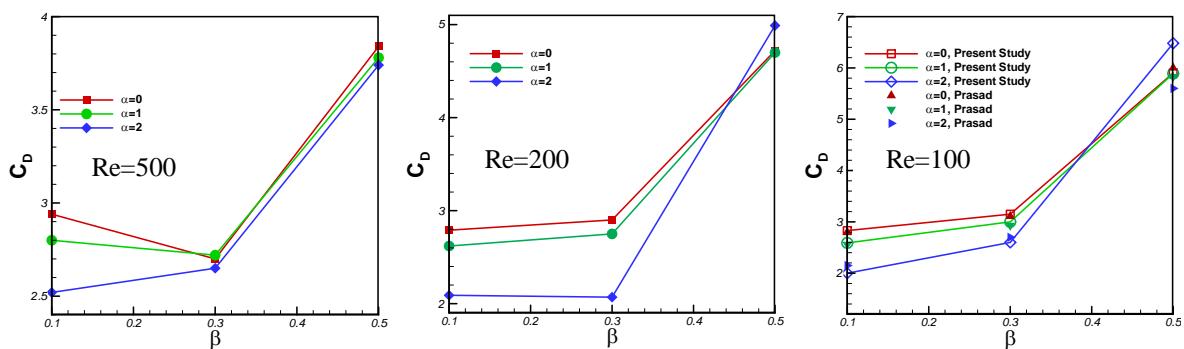
شکل 12- تاریخچه زمانی ضرایب درگ و لیفت در $Re = 200,500, \alpha = 1, \beta = 0.1$



شکل 10- تاریخچه زمانی ضرایب درگ و لیفت در $Re = 200,500, \alpha = 1, \beta = 0.1$



شکل 11- (راست) تغییرات ضریب لیفت متوسط بر حسب نسبت انسداد در $Re = 100$ (چپ) تغییرات ضریب لیفت متوسط بر حسب نسبت انسداد در $Re = 100,200,500$



شکل 12- تغییرات ضریب درگ متوسط بر حسب نسبت انسداد در اعداد رینولدز مختلف

به سمت جهت دوران منحرف می‌شوند. تراکم خطوط هم‌دما در نزدیکی استوانه با افزایش نسبت انسداد افزایش و با افزایش سرعت دورانی کاهش می‌یابد. انتقال حرارت به غیر از دو مورد ($\alpha = 2$ و $\beta = 0.3, 0.5$) در بقیه موارد بررسی شده ناپایا است. در $\alpha = 2$ و $\beta = 0.3, 0.5$ جریان و انتقال حرارت پایا است.

عدد نوسلت محلی:

شکل 15 تغییرات عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه را در $Re = 100,200,500$ و نسبت انسدادهای مختلف برای سرعت دورانی‌های مختلف در عدد پرانتل 0/7 نشان می‌دهد. تغییرات متوسط زمانی عدد نوسلت روی سطح استوانه در $\alpha = 0$ نسبت به خط مرکزی استوانه متقاض است. تقارن عدد نوسلت روی سطح استوانه موجب توزیع متقارن

در شکل 13 تغییرات عدد استروهال با نسبت انسداد برای $Re = 100,200$ در سرعت دورانی‌های مختلف رسم شده است. با توجه به شکل می‌توان گفت که با افزایش نسبت انسداد و عدد رینولدز شاهد افزایش عدد استروهال هستیم.

6- بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری از سطح استوانه به سیال

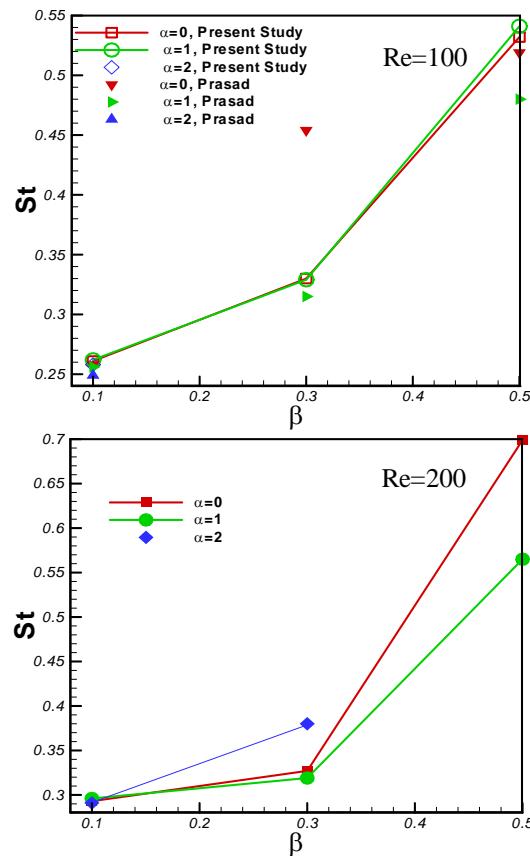
خطوط هم‌دما:

شکل 14 خطوط هم‌دما در نزدیکی سطح استوانه‌ی با دمای ثابت را برای $Re = 100$ و $Pr = 0.7$ در نسبت انسدادها و سرعت دورانی‌های مختلف نشان می‌دهد. کانتورهای هم‌دما برای مقادیر دما از 0/1 تا 1 با فاصله یک‌دهم رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت دورانی، خطوط هم‌دما

پایین استوانه کاهش می‌یابد. از طرفی با افزایش سرعت دورانی، مقادیر عدد نوسلت محلی به یکدیگر نزدیکتر می‌شوند که این مساله موجب توزیع یکواخت‌تر دمای سیال اطراف استوانه می‌شود. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز، عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه زیاد می‌شود، اما زاویه‌ای که در آن این عدد بیشینه یا کمینه می‌شود تغییر چندانی نمی‌کند. افزایش نسبت انسداد نیز منجر به افزایش عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه می‌شود.

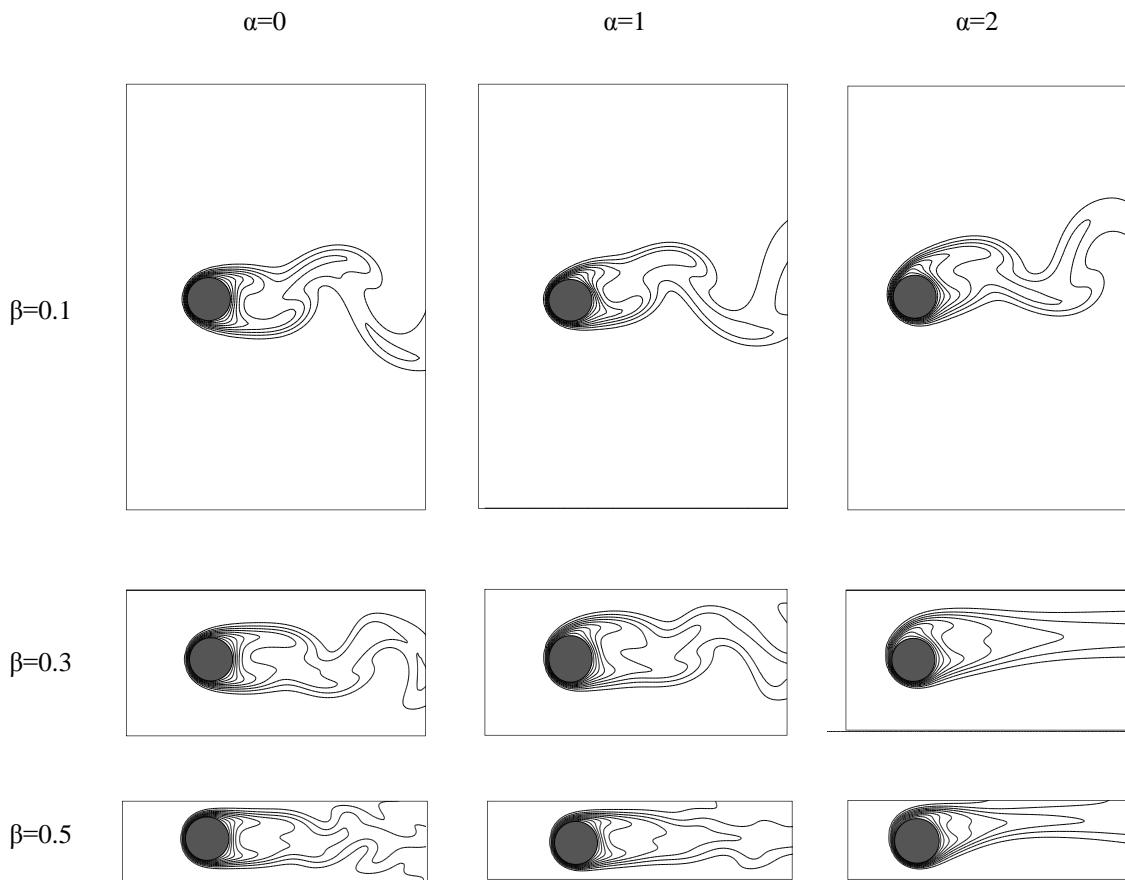
شکل 16 تغییرات عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه را در $Re = 100$ و نسبت انسدادهای مختلف برای سرعت دورانی‌های مختلف در عدد پرانتل 7 نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش عدد پرانتل از 0/7 به 7 مقدار نوسلت محلی روی سطح استوانه افزایش می‌یابد و برای استوانه دوار، زاویه‌ای که در آن عدد نوسلت محلی بیشینه یا کمینه می‌شود جایه‌جایی بیشتری در جهت دوران استوانه دارد. عدد نوسلت متوسط:

شکل 17 تغییرات عدد نوسلت متوسط با نسبت انسداد را در اعداد پرانتل 0/7 و 7 نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که عدد نوسلت متوسط با افزایش نسبت انسداد و عدد رینولدز افزایش و با افزایش سرعت دورانی کاهش می‌یابد. افزایش نسبت انسداد موجب افزایش انتقال حرارت از سطح استوانه به سیال می‌شود چرا که با افزایش نسبت انسداد، سرعت متوسط سیال گذرنده بین استوانه و دیوارهای کانال زیاد می‌شود. در مورد استوانه دوار باید توجه داشت که سیالی که داخل گردابه احاطه‌کننده گیر افتاده مانند یک تاکیه واسط عمل می‌کند و موجب می‌شود که انتقال حرارت عمده‌تا به روش هدایتی انجام شود و در نتیجه باعث کاهش انتقال حرارت می‌شود. هر چه اندازه‌ی این گردابه بزرگ‌تر باشد انتقال حرارت از استوانه به سیال هم کمتر می‌شود. اندازه‌ی این گردابه با افزایش سرعت دورانی بزرگ‌تر و با افزایش نسبت انسداد کوچکتر می‌شود، بدین ترتیب افزایش سرعت دورانی موجب کاهش انتقال حرارت و افزایش نسبت انسداد موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود. با افزایش عدد پرانتل از 0/7 به 7 مقدار عدد نوسلت متعدد زیاد می‌شود ولی روند تغییرات عدد نوسلت متعدد تغییری نمی‌کند. نتایج به دست آمده برای $Re = 100$ و $Pr = 0.7$ با نتایج پراساد و همکارانش [12] مطابقت دارد.



شکل 13- تغییرات عدد استروهال بر حسب نسبت انسداد در (بالا) $Re = 100$ (پایین) و در (بالا) $Re = 200$

دما در بالا و پایین استوانه می‌شود. با توجه به شکل برای استوانه‌ی ساکن، عدد نوسلت در جلوی استوانه ($\theta \approx 360$) بیشترین مقدار خود را داراست، عدد نوسلت روی استوانه ساکن در پشت استوانه به کمترین مقدار خود می‌رسد. با افزایش سرعت دورانی، مکان اعداد نوسلت محلی بیشینه و کمینه در جهت دوران استوانه جایه‌جا می‌شوند، به عنوان مثال در $Re = 100$ و $\beta = 0.1$ در $\theta \approx 360$ به بیشترین مقدار و در ساکن در جلوی استوانه ($\theta \approx 360$) به کمترین مقدار خود می‌رسد. با پشت استوانه ($\theta \approx 135$) به کمترین مقدار خود می‌رسد. با افزایش سرعت دورانی برای $\alpha = 1$ عدد نوسلت بیشینه در $\theta \approx 348$ و برای $\alpha = 2$ در $\theta \approx 327$ روى می‌دهد. مکان عدد نوسلت محلی مینیمم نیز برای $\alpha = 1$ در $\theta \approx 102$ و برای $\alpha = 2$ در $\theta \approx 76$ است. بدین ترتیب با دوران استوانه توزیع دما در بالا و پایین استوانه نامتقارن می‌شود. با افزایش سرعت دورانی دمای سیال در بالای استوانه افزایش و در

شکل 14- خطوط همدما در نزدیکی سطح استوانه برای $\text{Re} = 100$ و $\text{Pr} = 0.7$

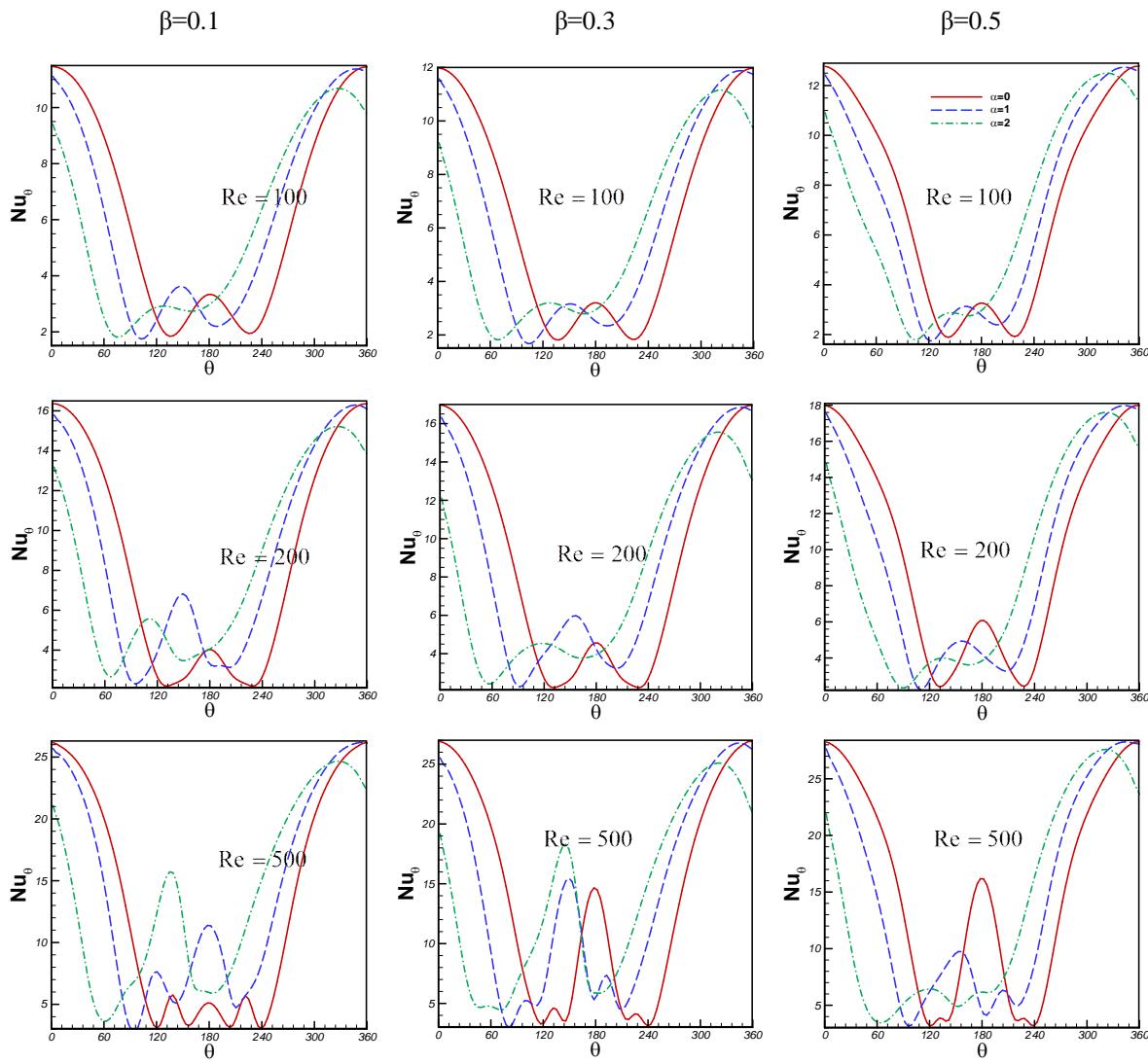
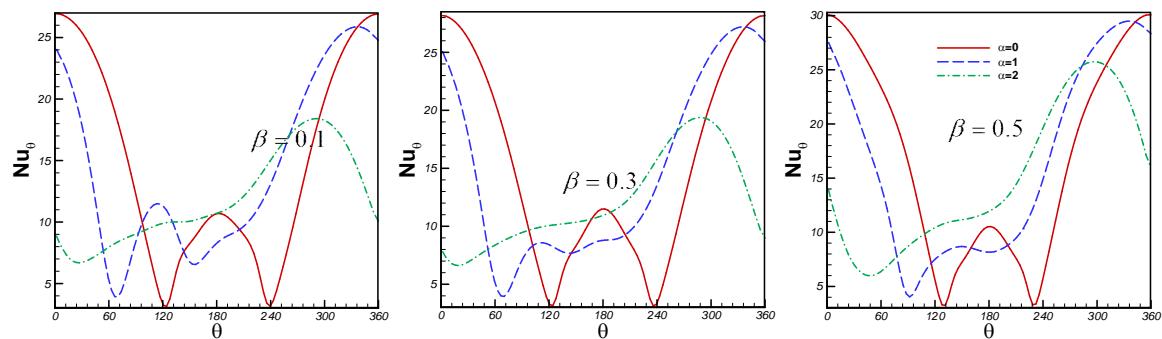
7- نتیجه‌گیری

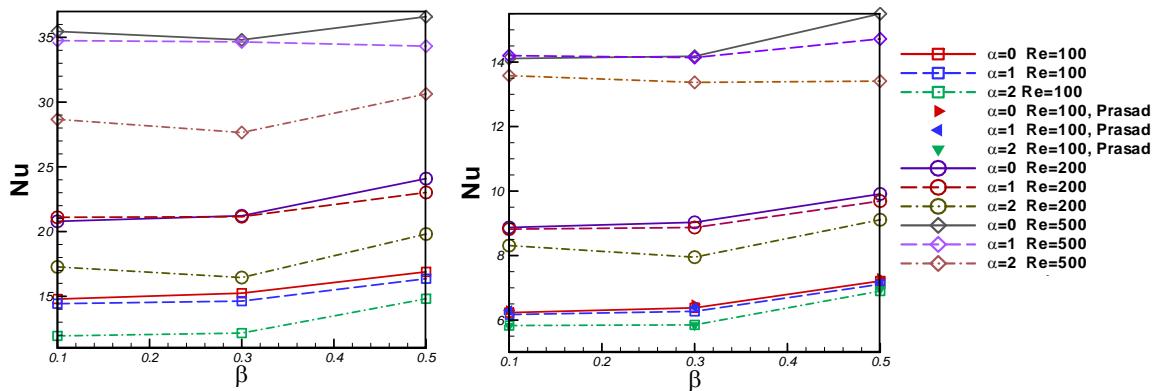
دهد، تاثیر دوران استوانه، کاهش ریزش گردابه‌ها در پشت استوانه است تا جاییکه در یک سرعت دورانی بحرانی ریزش گردابه‌ها متوقف می‌شود و به عبارتی جریان از حالت ناپایای نوسانی به حالت پایا گذار می‌کند. افزایش نسبت انسداد در یک عدد رینولدز مشخص، منجر به کاهش سرعت دورانی بحرانی می‌شود.

در جریان آزاد عبوری از روی استوانه، گردابه‌هایی با علامت مخالف روی سطوح بالایی و پایینی استوانه شکل می-گیرند که در پایین دست جریان در فاصله‌ای نسبتاً ثابت از یکدیگر به دنبال هم حرکت می‌کنند و بدین ترتیب الگویی تکراری از گردابه‌ها پدید می‌آید که به خیابان ورتسکس کارمن مشهور است. در جریان عبوری از روی استوانه محبوس درون کanal، به واسطه‌ی لایه‌های برشی دیواره‌های کanal، گردابه‌هایی تشکیل می‌شوند که بر هم کنش میان این گردابه‌ها و

در مطالعه‌ی پیش‌رو، جریان سیال و انتقال حرارت اطراف استوانه دوار محبوس درون کanal، با به کار بردن روش عددی برهم نهی شبکه‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. دمای سطح استوانه $T = T_{\infty}$ است و دیواره‌های کanal عایق در نظر گرفته می‌شوند. جریان ورودی از نظر هیدرودینامیکی توسعه‌یافته است و با دمای ثابت $T = T_{in}$ وارد کanal می‌شود. جریان برای اعداد رینولدز $\text{Re} = 100, 200, 500$ ، سرعت دورانی بدون بعد $\alpha = 0, 1, 2$ ، نسبت انسداد $\beta = 0, 1, 0, 3, 0, 5$ و اعداد پرانتل $\text{Pr} = 0, 7, 7$ مورد بررسی قرار گرفته است.

افزایش نسبت انسداد، موجب می‌شود گذار جریان از حالت پایا به حالت نوسانی ناپایا که در آن ریزش گردابه‌ها آغاز می‌شود، به تاخیر بیافتد و در اعداد رینولدز بالاتری روی

شکل 15 - تغییرات عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه در $\text{Pr} = 0.7$ برای اعداد رینولدز مختلفشکل 16 - تغییرات عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه در $\text{Re} = 100$ و $\text{Pr} = 7$



شکل 17- تغییرات عدد نوسلت متوسط با نسبت انسداد برای (راست) و (چپ)

فهرست علائم

ارتفاع کanal، m	H
دما، K	T
دمای استوانه، K	T_w
دمای بدون بعد	$T^* = T - T_{in}/T_w - T_{in}$
دمای ورودی، K	T_{in}
s، زمان	t
زمان بدون بعد	$t^* = U_{av}t/D$
سرعت متوسط جریان درون کanal، m/s	U_{av}
سرعت در جهت x	u
سرعت در جهت y	v
سرعت بدون بعد در جهت x	$u^* = u/U_{av}$
سرعت بدون بعد در جهت y	$v^* = v/U_{av}$
ضریب حرارت هدایتی، $\text{W/m}^2 \text{K}$	k
ضریب درگ	$C_D = F_D / 0.5\rho U_{av}^2$
ضریب لیفت	$C_L = F_L / 0.5\rho U_{av}^2$
ظرفیت گرمایی ویژه، J/Kg K	c_p
عدد استروهال	$St = fD/U_{av}$
عدد پرانتل	$Pr = \mu c_p / k$
عدد رینولدز	$Re = U_{av}D/\nu$
عدد رینولدز بحرانی	Re_c
عدد نوسلت	Nu
فرکانس ریزش گردابه، $1/\text{s}$	f
فشار، Pa	p
فشار بدون بعد	$p^* = p / \rho U_{av}^2$
قطر استوانه، m	D

گردابه‌های ریزش شده در پشت استوانه ویژگی‌هایی متفاوت با جریان آزاد عوری از روی استوانه به وجود می‌آورد. در این جریان گردابه‌های CCW بر روی سطح پایینی استوانه و دیواره بالایی کanal تشکیل می‌شوند و در مقابل گردابه‌های CW بر روی سطح بالایی استوانه و دیواره پایینی کanal تشکیل می‌شوند. برای گردابه‌های ریزش شده حرکت ضربدری مشاهده می‌شود بدین ترتیب که گردابه‌های ریزش شده از بالا و پایین استوانه همزمان با حرکت در پایین دست جریان به ترتیب به طرف دیواره‌های پایینی و بالایی کanal حرکت می‌کنند و در آنجا با گردابه‌های هم علامت خود که توسط دیواره‌های کanal تشکیل شده‌اند، ادغام می‌شوند. تاثیر دوران استوانه روی ضرایب نیرو کاهش ضریب درگ و در مقابل افزایش ضریب لیفت است. افزایش نسبت انسداد موجب افزایش ضریب درگ و عدد استروهال و کاهش دامنه نوسان ضرایب نیرو می‌شود. افزایش عدد رینولدز نیز منجر به کاهش ضریب لیفت و ضریب درگ و افزایش دامنه نوسان ضرایب نیرو و عدد استروهال می‌شود. برای بررسی انتقال حرارت از استوانه دوران محبوس درن کanal به سیال اطراف، خطوط هم‌دما رسم شد و عدد نوسلت محلی روی سطح استوانه به دست آمد. با افزایش سرعت دورانی مقادیر نوسلت محلی روی استوانه به یکدیگر نزدیک می‌شوند و توزیع دمای سیال اطراف استوانه یکنواخت‌تر می‌شود. همچنین تاثیر پارامترهای مختلف مساله روی عدد نوسلت متوسط به دست آمد و مشخص شد که افزایش عدد رینولدز، نسبت انسداد و عدد پرانتل موجب افزایش عدد نوسلت متوسط و افزایش سرعت دورانی موجب کاهش آن می‌شود.

- [10] Rehimi F, Aloui F, Nasrallah SB, Doubliez L, Legrand J (2008) Experimental investigation of a confined flow downstream of a circular cylinder centred between two parallel walls. *Journal of Fluids and Structures* 24(6): 855–882.
- [11] Singha S, Sinhamahapatra KP (2010) Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers. *Ocean Engineering* 37(8): 757–769.
- [12] Prasad K, Paramane SB, Agrawal A, Sharma A (2011) Effect of channel-confinement and rotation on the two-dimensional laminar flow and heat transfer across a cylinder. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 60(8): 699–726.
- [13] Leonard BP (1979) A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 19(1): 59–98.

نیروی درگ، N	F_D
نیروی لیفت، N	F_L
چگالی سیال، ρ	ρ
زاویه از نقطه سکون	θ
سرعت دورانی بدون بعد	$\alpha = \omega D / 2U_{av}$
سرعت دورانی بحرانی	α_c
سرعت زاویه‌ای دوران استوانه، rad/s	ω
نسبت انسداد	$\beta = D/H$
وبسکوزیتۀ دینامیکی سیال، Pa.s	μ
وبسکوزیتۀ سینماتیکی سیال، m^2/s	ν

مراجع

- Williamson CHK (1996) Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* 28(1): 477–539.
- Chen JH, Pritchard WG, Tavener SJ (1995) Bifurcation for flow past a cylinder between parallel planes. *Journal of Fluid Mechanics* 284(5): 23–41.
- Zovatto L, Pedrizzetti G (2001) Flow about a circular cylinder between parallel walls. *Journal of Fluid Mechanics* 440(1): 1–25.
- Khan WA, Culham JR, Yovanovich MM (2004) Fluid flow and heat transfer from a cylinder between parallel planes. *Journal of Thermophysics And Heat Transfer* 18(3): 395–403.
- Chakraborty J, Verma N, Chhabra RP (2004) Wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 43(12): 1529–1537.
- Cliffe KA, Tavener SJ (2004) The effect of cylinder rotation and blockage ratio on the onset of periodic flows. *Journal of Fluid Mechanics* 501: 125–133.
- Mettu S, Verma N, Chhabra RP (2006) Momentum and heat transfer from an asymmetrically confined circular cylinder in a plane channel. *Heat and Mass Transfer* 42(11): 1037–1048.
- Bharti RP, Chhabra RP, Eswaran V (2007) Two-dimensional steady Poiseuille flow of power-law fluids across a circular cylinder in a plane confined channel: wall effects and drag coefficients. *Industrial & engineering chemistry research* 46(11): 3820–3840.
- Prakash Bharti R, Chhabra RP, Eswaran V (2007) Effect of blockage on heat transfer from a cylinder to power law liquids. *Chemical Engineering Science* 62(17): 4729–4741.