



مجله علمی روشنی مکانیک سازه ها و شماره ۴



دانشگاه صنعتی شاهرود

مجله مکانیک سازه ها و شماره ها آمادگی انتشار مقالات تخصصی در کلیه زمینه های مهندسی مکانیک و مباحث میان رشته ای مرتبط با این شاخه علمی را دارا است. لذا از کلیه اساتید، دانشجویان، پژوهشگران و فعالین صنعت دعوت می شود که حاصل تحقیقات جدید، پژوهش های بنیادین و ایده های نو خود را جهت انتشار به این نشریه ارسال نمایند. شایان ذکر است که این مجله دارای رویکرد یکسان در دعوت از تحقیقات دارای جنبه عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی است. همچنین امکان انتشار مقالات جدید در زمینه روشهای عددی و تحلیلی (شامل هر دو دیدگاه معین و تصادفی) در مهندسی مکانیک فراهم شده است. در پایان خاطر نشان می شود که سیاست اصلی این مجله بر تسریع فرآیند داوری و تعیین تکلیف مقالات در حداقل زمان ممکن استوار شده است.

#### اعتبار علمی - پژوهشی

اعتبار مجله مکانیک سازه ها و شماره ها در جلسه مورخ ۸۹/۱۲/۲۵ کمیسیون نشریات علمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری مورد ارزیابی قرار گرفت و با درجه "علمی- پژوهشی" به تایید رسید و طی نامه شماره ۹/۳/۱۱/۱۰۵۲۷۸ به معاونت پژوهشی و فناوری این دانشگاه ابلاغ گردید.

## کنترل ساختار متغیر ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در دینامیک و سینماتیک بازوی ربات

محمد رضا سلطانپور<sup>\*۱</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه هوایی شهید ستاری

### چکیده

در بیشتر تحقیقاتی که تاکنون در حوزه‌ی کنترل موقعیت بازوی ربات انجام شده است، فرض بر این است که یا سینماتیک بازوی ربات و یا ماتریس ژاکوبین ربات از فضای مفصلی به فضای کار کاملاً معلوم است. در حالیکه هیچکدام از پارامترهای فیزیکی موجود در معادلات بازوی ربات را نمی‌توان با دقتی بالا محاسبه نمود. به علاوه وقتی که بازوی ربات جسمی را بر می‌دارد، عدم قطعیت‌ها در طول، جهت و نقطه‌ی تماس مجری نهایی با آن بروز می‌نماید. بنابراین نتیجه می‌شود که سینماتیک بازوی ربات نیز دارای عدم قطعیت می‌گردد و به خاطر عملیات‌های مختلفی که برعهده‌ی بازوی ربات گذاشته می‌شود، حتماً سینماتیک آن نیز دچار تغییر می‌شود. پس تضمین پایداری سیستم حلقه بسته در حضور عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک و سینماتیک بازوی ربات امری چالش بر انگیز است. به خاطر غلبه بر این عدم قطعیت‌ها، در این مقاله، ما کنترل مقاوم ساده‌ای را برای ردگیری موقعیت بازوی ربات، در حضور عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک، سینماتیک و ماتریس ژاکوبین بازوی ربات ارائه نموده‌ایم. اثبات پایداری نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. در ادامه، برای غلبه بر مشکلات عملی کنترل پیشنهادی، اصلاحاتی ارائه می‌گردد. سیستم حلقه بسته با کنترل اصلاح شده دارای پایداری محدود یکنواخت است. از آنجاکه در بسیاری از عملیاتی که توسط بازوی ربات انجام می‌شود، خطای گذرا نقش بسیار مهمی را ایفا می‌نماید. به همین دلیل، ساختار کنترل اصلاح شده به گونه‌ای تغییر داده می‌شود که بتواند خطای گذرا را بهبود بخشد. سرانجام برای نمایش عملکرد کنترل کننده‌ی نهایی، مطالعه‌ی موردی بر روی یک بازوی دو-رابط لولایی پیاده‌سازی شده است. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی کارایی خوب کنترل پیشنهادی را تایید می‌نمایند.

**کلمات کلیدی:** بازوی ربات؛ فضای کار؛ عدم قطعیت دینامیکی؛ عدم قطعیت سینماتیکی؛ ماتریس ژاکوبین؛ مقاوم؛ خطای گذر.

### ۱- مقدمه

بر اساس مدل‌های دقیقی از دینامیک‌های بازو ربات، برای خطی-سازی سیستم ارائه گردیده است [۱-۲]. اما این روش‌ها، هیچ‌گونه دیدگاه فیزیکی از مسئله‌ی کنترل بازوی ربات در اختیار ما نمی‌گذارند. از این گذشته به دلیل وجود عدم قطعیت‌های پارامتری برای این کار باید اطلاعات دقیقی از سینماتیک بازوی ربات داشته باشیم. وقتی که مسئله‌ی کنترل مستقیماً در فضای کار طراحی می‌شود، مسئله‌ی سینماتیک وارون با مسئله‌ی ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین موجود در ورودی کنترل، جابه‌جا می‌شود [۸-۱۰]. به هر حال در این شرایط نیز برای محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبین، باز باید اطلاعات دقیقی از مقادیر پارامترهای سینماتیک بازوی ربات در دسترس باشد. در این ارتباط محققین قوانین کنترلی را برای کنترل بازوی ربات در فضای کار در حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی ارائه نموده‌اند [۱۱-۱۴]. اما در این مقالات، فرض بر این است که مدل ماتریس ژاکوبین از فضای مفصلی به فضای کار کاملاً

دینامیک‌های بازوی ربات، به خاطر کوپلینگی که بین مفاصل آن وجود دارد، مساله‌ای بسیار غیرخطی محسوب می‌شود. برای غلبه بر این دینامیک‌های غیرخطی، روشهای کنترل گشتاور محاسباتی موجود در دینامیک‌های سیستم، ارائه‌ی یک مدل دینامیکی دقیق برای سیستم، کار بسیار مشکلی است. با کشف ویژگی‌های فیزیکی بازوی ربات و با استفاده از روش لیاپانف، محققین نشان دادند که کنترل کننده‌های ساده‌ی نظیر PD و PID در کنترل تنظیم نقطه‌ی موقعیت بازوی ربات با وجود عوامل غیرخطی و عدم قطعیت‌هایی که در دینامیک‌های سیستم ربات وجود دارد، بسیار موثرند [۳-۵].

در بیشتر روش‌های ارائه شده، کنترل کننده‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند تا مسیر مطلوب را در فضای مفصلی دنبال نمایند [۱-۷]. برای این‌که مجری‌نهایی مسیر مطلوب در فضای کار را دنبال کند، نیازمند به حل مسئله‌ی سینماتیک وارون هستیم و

\* نویسنده مسئول. تلفن: ۹۱۲۴۸۶۳۰۷۱ +۹۸؛ فکس: ۸۸۰۹۳۲۸۷ +۹۸

ارائه کنند. بنابراین بسیاری از محققین تحقیقات خود را در زمینه‌ی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار متمرکز کرده‌اند.

اخیراً کنترل‌کننده‌های ژاکوبین تطبیقی برای کنترل ردگیری بازوی ربات در فضای کار ارائه شده‌اند [۲۰-۲۲]. در این روش‌ها، فرض معلوم بودن سینماتیک و ماتریس ژاکوبین مرتفع گردیده است. اما در طراحی این کنترل‌کننده‌ها، تنها وجود عدم قطعیت‌های پارامتری لحاظ شده است. در حالی که وجود عدم قطعیت‌های غیرساختاری نظیر اصطکاک، اغتشاش و دینامیک‌های مدل نشده می‌توانند سیستم حلقه بسته را ناپایدار نمایند.

در این مقاله، ما کنترل‌کننده‌ی مقاوم ساده‌ای را برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در حضور عدم قطعیت‌های موجود در سینماتیک و ماتریس ژاکوبین از فضای مفصلی به فضای کار ارائه نموده‌ایم. روش پیشنهادی، فاقد کاستی‌های موجود در روش‌های [۱-۲۲] است و در برابر تغییرات غیر قابل پیش‌بینی در سینماتیک بازو، همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، بسیار انعطاف پذیر است. علاوه بر این، در طراحی این روش کنترلی، نکات لازم برای پیاده‌سازی عملی آن لحاظ و راهکاری نیز برای بهبود خطای گذرای ردگیری موقعیت بازوی ربات ارائه گردیده است.

در این مقاله، در بخش ۲ معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای مفصلی و ویژگی‌های فیزیکی آن بیان می‌گردد. سپس این معادلات، در بخش ۳ به فضای کار انتقال داده می‌شود. بخش ۴ مقاله، شامل فرضیات لازم برای طراحی کنترل‌کننده است. مراحل طراحی کنترل‌کننده‌ی ساختارمتغیر مقاوم و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته در بخش ۵ آمده است. برای کنترل خطای گذرای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار، کنترل پیشنهادی در بخش ۶، اصلاح شده است. سرانجام برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، در بخش ۷ مطالعه‌ی موردی بر روی یک بازوی دو-رابط لولایی پیاده‌سازی گردیده است.

## ۲- معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای مفصلی

معادلات دینامیکی بازوی ربات صلب، غیرخطی و چند ورودی - چند خروجی، به صورت یک معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت زیر است [۲۴]:

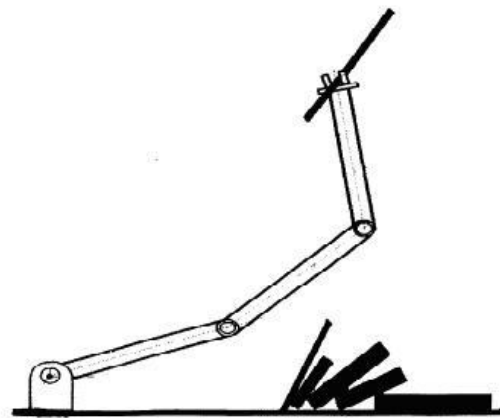
$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = \tau \quad (1)$$

که  $M(q) \in R^{n \times n}$  ماتریس اینرسی،  $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  ماتریسی شامل بخش‌های مربوط به نیروهای کوریولیس و جانب مرکز،  $G(q) \in R^n$  بردار گشتاور جاذبه،  $F_d \in R^{n \times n}$  ماتریسی قطری از اصطکاک ویسکوز و یا ضرایب اصطکاک دینامیکی،  $F_s(\dot{q}) \in R^n$  برداری از اصطکاک استاتیکی،  $T_d \in R^n$  برداری شامل اغتشاش یا دینامیک‌های مدل نشده،  $q(t) \in R^n$  بردار متغیرهای مفاصل،  $\dot{q}(t) \in R^n$  بردار سرعت مفاصل و  $\ddot{q}(t) \in R^n$  بردار شتاب مفاصل است. برای ساده‌تر کردن معادله‌ی (۱)، معادله‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$H(q, \dot{q}) = V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \quad (2)$$

معلوم است. بنابراین با این قانون کنترلی نمی‌توان پایداری سیستم حلقه بسته را در حضور عدم قطعیت‌های سینماتیکی از فضای مفصلی به فضای کار را تضمین نمود.

در بیشتر تحقیقاتی که در حوزه‌ی طراحی کنترل موقعیت بازوی ربات انجام شده است، فرض معلوم بودن سینماتیک و ماتریس ژاکوبین باید برقرار باشد [۱-۷]. اما باید بدانیم که هیچ‌کدام از پارامترهای فیزیکی معادلات دینامیکی بازوی ربات را نمی‌توان با دقت بالایی محاسبه نمود. حتی اگر بتوانیم پارامترهای فیزیکی را با دقت کافی محاسبه نماییم، به دلیل این‌که بازوی ربات برای انجام عملیات محوله باید با محیط کار در تماس باشد، بنابراین مقادیر تمامی پارامترها دست‌خوش تغییر خواهند شد. به عنوان مثال، مطابق شکل ۱ هرگاه بازوی ربات، جسمی را با ابعادی مختلف بر می‌دارد سینماتیک کلی بازوی ربات دست‌خوش تغییر خواهد شد. پس محاسبه‌ی دقیق این سینماتیک عملاً خیلی مشکل می‌شود. تحقیقات نشان می‌دهند که انسان‌ها، به این دلیل کارهایشان را آسان و استادانه انجام می‌دهند، که نیازمند به داشتن اطلاعات دقیقی از سینماتیک و دینامیک بازوهایشان نیستند. این واقعیت نشان می‌دهد که کنترل‌کننده‌ی بازوی انسان در حضور تمامی عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک و سینماتیک بازو به خوبی عمل می‌نماید. کشف این‌گونه کنترل‌کننده‌ها که بتوانند در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، عملکردی مطلوب داشته باشند گام مهمی محسوب می‌شود. زیرا می‌توانیم با استفاده از این کنترل‌کننده‌ها، بازوهای را طراحی نماییم که دارای دقت و سرعتی بالا باشند.



شکل ۱- بازوی ربات اجسامی را با ابعاد و اوزانی متفاوت جابجا می‌نمایند

برای غلبه بر عدم قطعیت سینماتیکی، کنترل‌کننده‌های ژاکوبین تقریبی برای حرکت نقطه به نقطه در فضای کار ارائه شده‌اند [۱۵-۱۷]. با استفاده از این کنترل‌کننده‌ها می‌توان مسائل حل نشده‌ای نظیر کنترل نیرو و کنترل انگشتان ربات در حضور عدم قطعیت موجود در نقاط تماس را به طریق مشابه حل کرد [۱۸-۱۹]. از آن‌جا که در بیشتر کارهایی که توسط ربات‌ها انجام می‌شود، ردگیری حائز اهمیت است، بنابراین برای انجام این کارها، کنترل‌کننده‌های تنظیم نقطه نمی‌توانند عملکرد مطلوبی را

### ۳- معادلات بازوی ربات در فضای کار

در این مقاله برای طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم در فضای کار، از معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار استفاده می‌شود. به این منظور معادله‌ی (۳) به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau(t) - H(q, \dot{q})) \quad (7)$$

برای بدست آوردن سرعت مجری نهایی در فضای کار از معادله‌ی زیر استفاده می‌شود [۲۴]:

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (8)$$

$J(q)$  ماتریس  $n \times n$  ماتریس ژاکوبین،  $\dot{q}(t)$  بردار  $n \times 1$  سرعت مفاصل و  $\dot{X}(t)$  بردار  $n \times 1$  سرعت در فضای کار است. از معادله‌ی (۸) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (9)$$

شرط وجود  $\dot{J}(q)$  آن است که مسیر، هموار باشد. با فرض اینکه مسیر فضای کار عاری از نقاط تکین است، معادله‌ی (۷) در (۹) جایگذاری می‌گردد:

$$\ddot{X} = J(q)M^{-1}(q)(\tau(t) - H(q, \dot{q})) + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (10)$$

معادله‌ی (۱۰)، به صورت زیر مرتب می‌شود:

$$M(q)J^{-1}(q)\ddot{X} + H(q, \dot{q}) - M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} = \tau(t) \quad (11)$$

$J^{-1}(q)$  معکوس ماتریس ژاکوبین است. ماتریس ژاکوبین در صورتی معکوس پذیر است که بازوی ربات در ناحیه‌ی محدودی در فضای کار حرکت کند و مسیر فضای کار به گونه‌ای طراحی شود که هموار بوده و از نقاط تکین عبور نکند. در این صورت معکوس ماتریس ژاکوبین مشتق پذیر و دارای مرتبه‌ی کامل خواهد بود. برای انتقال فضای گشتاور به فضای نیرو از معادله‌ی زیر می‌توان استفاده نمود [۲۴]:

$$\tau(t) = J^T(q)f(t) \quad (12)$$

$J^T(q)$  ترانزپوز ماتریس ژاکوبین و  $f(t)$  بردار  $n \times 1$  نیروی ورودی به بازوی ربات است. رابطه (۱۲) در معادله‌ی (۱۱) جایگذاری و مرتب می‌شود:

$$J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\ddot{X} + J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - \quad (13)$$

$$J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} = f(t)$$

برای ساده کردن معادله (۱۳)، معادلات زیر تعریف می‌گردد:

$$A(q) = J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \quad (14)$$

$$N(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} \quad (15)$$

با جایگذاری معادلات (۱۴) و (۱۵) در رابطه (۱۳)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A(q)\ddot{X} + N(q, \dot{q}) = f(t) \quad (16)$$

### ۴- فرضیات لازم برای طراحی کنترل کننده

برای طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم باید فرضیات زیر برقرار باشند [۲۳]:

$$\|F_d y + F_s(y)\| = \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|y\|, \forall y \in R^n \quad 1.$$

$$\|T_d\| \leq \xi_t \quad 2.$$

معادلات (۲)، جمع تمامی بخشهای غیرخطی است. پس با جایگذاری (۲) در (۱) داریم:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau \quad (3)$$

رابطه‌ی (۱) دارای ویژگی‌های زیر است [۱۰-۱۲]:

#### ویژگی ۱:

ماتریس اینرسی  $M(q)$ ، متقارن و برای همه‌ی  $q \in R^n$  مثبت معین و محدود یکنواخت است به صورتی که:

$$\mu_1 I \leq M(q) \leq \mu_2 I \quad \text{or} \quad \mu_1 \leq |M(q)| \leq \mu_2 \quad (4)$$

$\|M(q)\|$  نرم ۲ ماتریس اینرسی،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  ثابت‌های مثبتی هستند.

#### ویژگی ۲:

ماتریس  $\dot{M}(q) - 2V_m(q, \dot{q})$  پادمقارن است. یعنی:

$$y^T \dot{M}(q)y = 2y^T V_m(q, \dot{q})y, \quad \forall y, q, \dot{q} \in R^n \quad (5)$$

#### ویژگی ۳:

ماتریس کوریولیس و جانب مرکز  $V_m(q, \dot{q})$ ، نسبت به  $\dot{q}$  خطی است و وابستگی آن به  $q$  شبیه به ماتریس اینرسی  $M(q)$  است. یعنی:

$$V_m(q, z)y = V_m(q, y)z, \quad \forall y, z \in R^n \quad (6)$$

#### ملاحظه‌ی ۱:

در طراحی کنترل کننده، ویژگی ۱ بسیار مهم و اساسی است و همیشه مورد استفاده قرار می‌گیرد. مثبت معین بودن ماتریس اینرسی از این حقیقت ناشی می‌شود که در بیشتر سیستم‌های در حال حرکت، همیشه انرژی جنبشی مثبت است. البته اگر بازوی ربات دارای مفاصل کشویی باشد، آنگاه ماتریس اینرسی، مثبت نیمه معین خواهد بود. مگر اینکه مفاصل کشویی بسته باشند یعنی  $q_i = 0$  باشد. در این صورت نیز ماتریس اینرسی مثبت معین است [۲۳].

#### ملاحظه‌ی ۲:

ویژگی ۲، در طراحی کنترل کننده‌های غیرخطی موثر نیست. اما از این ویژگی، برای کاهش پیچیدگی و احتیاط و افزایش کارایی سیستم کنترل، در روش طراحی کنترل کننده‌های مقاوم استفاده می‌شود. در اثبات پایداری سراسری سیستم حلقه بسته با استفاده از قوانین کنترلی ساده، این ویژگی نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند [۲۳].

#### ملاحظه‌ی ۳:

ویژگی ۳ در بازوهای صلبی برقرار است، که بتوان معادلات دینامیکی این بازوها را با استفاده از روش اویلر- لاگرانژ بدست آورد. به وسیله‌ی معادله‌ی لاگرانژ که در روش اویلر- لاگرانژ استفاده می‌شود، دینامیک‌ها، نسبت به  $\dot{q}$  مربع هستند و ویژگی ۳ بر همین اساس بدست می‌آید. این ویژگی در بسط و گسترش توابع محدودیت در معادلات دینامیکی ربات، بسیار مفید است [۲۳].

که  $c$  ثابتی مثبت است. حال برای طراحی بردار کنترل معادل، مشتق رابطه (۲۶) برابر صفر قرار داده می‌شود:

$$\dot{S} = \ddot{e}(t) + c\dot{e}(t) = 0 \quad (27)$$

با قرار دادن معادله (۲۵) در معادله (۲۷) داریم:

$$\Delta A - u_{eq} + c\dot{e}(t) = 0 \quad (28)$$

با توجه به معادله (۲۸)، بردار کنترل معادل برابر است با:

$$u_{eq} = \Delta A + c\dot{e}(t) \quad (29)$$

با توجه به معادله (۲۹) داریم:

$$\|u_{eq}\| = \|\Delta A + c\dot{e}(t)\| \leq \|\Delta A\| + \|c\dot{e}(t)\| \quad (30)$$

بردار کنترل مقاوم به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$u_r = \lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(S) \quad (31)$$

که  $\lambda$  ثابتی مثبت و  $\text{Sgn}(S)$  تابع علامت  $S$  است. حال ما آماده‌ایم برای اثبات ثنوری پایداری بازوی ربات، با کنترل ساختار متغیر مقاوم ردگیری موقعیت، در فضای کار و در حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی.

### ثنوری ۱:

سیستم حلقه بسته‌ی بیان شده در معادله (۲۵) با کنترل ساختار متغیر مقاوم در صورتی دارای پایداری مجانبی سراسری است که، ضریب  $\lambda$  در معادله‌ی (۳۱) بزرگتر از یک اختیار شود.

### ۵-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی بیان شده در رابطه (۲۵)، تابع منتخب لیاپانف به صورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$V(S) = \frac{1}{2} S^T S \quad (32)$$

از رابطه (۳۲) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(S) = \dot{S}^T S \quad (33)$$

با قرار دادن معادله (۲۷) در معادله (۳۳) داریم:

$$\dot{V}(S) = (\ddot{e}(t) + c\dot{e}(t))^T S \quad (34)$$

از جایگذاری معادلات (۲۵) و (۳۱) در رابطه (۳۴) داریم:

$$\dot{V}(S) = (\Delta A - \lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(s) + c\dot{e}(t))^T S \quad (35)$$

و از قرار دادن معادله (۳۰) در معادله (۳۵) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(S) \leq \Delta A^T S - \lambda \|\Delta A\| \|S\| - \lambda \|c\dot{e}(t)\| \|S\| + (c\dot{e}(t))^T S \quad (36)$$

با توجه به معادله (۳۶)، کاملاً مشخص است که با انتخاب  $\lambda > 1$ ،  $\dot{V}(S) \leq 0$  می‌شود. بنابراین متغیر  $S$  به سمت صفر همگرا شده و در نتیجه خطای فضای کار  $e(t)$  نیز به سمت صفر میل خواهد نمود. پس با کنترل پیشنهادی، سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. با توجه به موارد فوق، کنترل کننده‌ی ساختار متغیر جامع، به قرار زیر است:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q,\dot{q}) + A_k(q)\lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(S) \quad (37)$$

$$\|u_{eq}\| = \mu_1^{-1} \mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta + \|c\dot{e}(t)\|$$

اگرچه بازوی ربات با کنترل کننده‌ی پیشنهادی دارای پایداری مجانبی سراسری است، اما ورودی کنترل دارای لرزش خواهد بود.

$\|y\|$  نرم ۲ بردار  $y$  و نماد  $\|\cdot\|$  در مورد سایر بردارها و ماتریس‌ها نیز نرم ۲ است.  $\xi_{f_0}$ ،  $\xi_{f_1}$ ،  $\xi_t$  ثابت‌های مثبت هستند. پس از بیان فرضیات مسئله، سؤال این است که با وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری چگونه می‌توان کنترل کننده‌ای را طراحی کرد که موقعیت مجری نهایی را ردگیری کند. در بخش بعدی به این سؤال پاسخ داده می‌شود.

### ۵- طراحی کنترل کننده‌ی ساختار متغیر مقاوم

به دلیل وجود عدم قطعیت‌ها، دینامیک‌های معادله (۱۶) کاملاً معلوم نیستند. بنابراین می‌توان گفت که عدم قطعیت‌هایی نظیر پارامترهای نامعلوم، اصطکاک‌ها، تغییرات بار، دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات، دینامیک‌های بیان شده در رابطه (۱۶) را به دو قسمت تقسیم می‌کنند:

$$A(q) = A_k(q) + A_u(q), \quad N(q,\dot{q}) = N_k(q,\dot{q}) + N_u(q,\dot{q}) \quad (17)$$

که  $A_k(q)$ ،  $N_k(q,\dot{q})$  و  $A_u(q)$ ،  $N_u(q,\dot{q})$  به ترتیب قسمت‌های معلوم و نامعلوم  $A(q)$  و  $N(q,\dot{q})$  هستند. با توجه به معادله (۱۷)، می‌توان معادله (۱۶) را به صورت زیر نوشت:

$$(A_k(q) + A_u(q))\ddot{X} + (N_k(q,\dot{q}) + N_u(q,\dot{q})) = f(t) \quad (18)$$

با توجه به مدل اسمی بازوی ربات، قانون کنترلی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q,\dot{q}) + A_k(q)u_r \quad (19)$$

که  $\ddot{X}_d(t) \in R^n$  بردارهای شتاب مطلوب در فضای کار و  $u_r \in R^n$  بردار کنترل مقاوم است که باید طراحی شود. معادله (۱۹) در معادله (۱۸) جایگذاری و ساده می‌گردد:

$$A_k(q)(\ddot{X}_d - \ddot{X}) = A_u(q)\ddot{X} + N_u(q,\dot{q}) - A_k(q)u_r \quad (20)$$

با تعریف  $e(t) = X_d - X$  و  $\ddot{e}(t) = \ddot{X}_d - \ddot{X}$  خطای موقعیت و شتاب در فضای کار، رابطه (۲۰) به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\ddot{e}(t) = A_k^{-1}(q)(A_u(q)\ddot{X} + N_u(q,\dot{q})) - u_r \quad (21)$$

برای ساده‌تر کردن معادله‌ی (۲۱)، معادله‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\Delta A = A_k^{-1}(q)(A_u(q)\ddot{X} + N_u(q,\dot{q})) \quad (22)$$

در رابطه (۲۲)،  $\Delta A$  مجموع تمام عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری است. به دلیل این که تمامی مفاصل ربات لولایی هستند و با توجه به فرضیات بخش ۴ داریم:

$$\|\Delta A\| \leq \mu_1^{-1}(\mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \xi_g + \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t) \quad (23)$$

از آن‌جا که  $\xi_{f_0}$ ،  $\xi_{f_1}$ ،  $\xi_t$ ،  $\xi_g$ ،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  ثابت‌های مثبتی هستند، پس رابطه (۲۳) را می‌توان به صورت ساده‌تری بیان کرد:

$$\|\Delta A\| \leq \mu_1^{-1} \mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta \quad (24)$$

که  $\alpha$  و  $\beta$  ثابت‌های مثبتی هستند. معادله (۲۲) در معادله (۲۱) به شکل زیر جایگذاری می‌گردد:

$$\ddot{e}(t) = \Delta A - u_r \quad (25)$$

متغیر  $S$  به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$S = \dot{e}(t) + c e(t) \quad (26)$$

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q)u_r \quad (45)$$

$$u_r = \mu_1^{-1}\mu_2\ddot{X}_d + \alpha\dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sgn}(S)$$

برای جلوگیری از بروز پدیده‌ی لرزش کنترل، قانون کنترلی (۴۵) مجدداً به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q)u_r \quad (46)$$

$$u_r = \mu_1^{-1}\mu_2\ddot{X}_d + \alpha\dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sat}(S)$$

### ۷- مطالعه‌ی موردی بازوی ربات دو-رابط لولایی

کنترل کننده‌هایی که در این مقاله طراحی و بررسی شد بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی شکل ۲ پیاده گردید. معادلات دینامیکی این ربات به صورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s + T_d = \tau \quad (47)$$

$$M_{11} = m_1 l_{c_1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 \quad (48)$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2(l_{c_2}^2 + l_1 l_{c_2} \cos(q_2)) + I_2 \quad (49)$$

$$M_{22} = m_2 l_{c_2}^2 + I_2 \quad (50)$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c_2} \dot{q}_2 \sin(q_2) & -m_2 l_1 l_{c_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_2) \\ m_2 l_1 l_{c_2} \dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} (m_1 l_{c_1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c_2} g \cos(q_1 + q_2) \\ m_2 l_{c_2} g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} F_{d_1} & 0 \\ 0 & F_{d_2} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$F_s = \begin{bmatrix} F_{s_1} \\ F_{s_2} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$T_d = \begin{bmatrix} T_{d_1} \sin(t) \\ T_{d_2} \end{bmatrix} \quad (55)$$

که  $l_1$  طول رابط اول،  $l_2$  طول رابط دوم،  $l_{c_1}$  و  $l_{c_2}$  فاصله‌ی بین مراکز جرم رابط اول و دوم از مفاصل اول و دوم،  $m_1$  جرم رابط اول،  $m_2$  جرم رابط دوم،  $I_1$  و  $I_2$  ممان اینرسی رابط‌های اول و دوم در دستگاه متصل به مرکز جرم،  $g$  شتاب جاذبه‌ی زمین،  $F_d$  اصطکاک دینامیکی،  $F_s$  اصطکاک ایستایی،  $T_d$  اغتشاش و دینامیک مدل نشده و  $\tau$  گشتاور ورودی مفاصل می‌باشد. ماتریس ژاکوبینی که در این شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (56)$$

پدیده‌ی لرزش کنترل ممکن است که باعث فعال شدن دینامیک‌های مدل نشده شود. بنابراین برای جلوگیری از وقوع این پدیده‌ی نامطلوب، قانون کنترلی به صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q)\lambda \|u_{eq}\| \text{Sat}(S) \quad (38)$$

$$\|u_{eq}\| = \mu_1^{-1}\mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta + \|c\dot{e}(t)\|$$

که  $\text{Sat}(\cdot)$  تابع اشباع است. با کنترل اصلاح‌شده‌ی بیان شده در رابطه (۳۸)، اگرچه لرزش کنترل از بین می‌رود، اما سیستم حلقه بسته دارای پایداری محدود یکنواخت خواهد بود. از طریق قانون کنترلی (۳۸) و با انتخاب مناسب ضرایب این کنترل‌کننده، می‌توان دقت در ردگیری موقعیت بازوی ربات را افزایش داد. اما ما هیچ کنترلی برخطای گذرای ردگیری موقعیت بازو نخواهیم داشت. در حالی‌که در بعضی از کاربردهای ربات، کنترل خطای گذرا نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. به همین دلیل برای افزایش توانمندی این کنترل ساختار متغیر مقاوم، در کنترل خطای گذرای ردگیری موقعیت، در بخش بعد این کنترل‌کننده اصلاح می‌گردد.

### ۶- اصلاح کنترل‌کننده‌ی ساختار متغیر مقاوم

برای کنترل خطای گذرای ردگیری موقعیت بازوی ربات، در سیستم حلقه بسته (۲۵)،  $u_r$  را می‌توان به صورت زیر تغییر داد:

$$u_r = \mu_1^{-1}\mu_2\ddot{X}_d + \alpha\dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sgn}(S) \quad (39)$$

که  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $K$  ثابت‌های مثبتی هستند.

#### تئوری ۲:

سیستم حلقه بسته (۲۵) با کنترل ساختار متغیر مقاوم جدید در صورتی دارای پایداری مجانبی سراسری است که، ضریب  $K$  در معادله (۳۹) مثبت اختیار شود.

### ۶-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

مطابق بخش قبل، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۲۵)، تابع منتخب لیاپانف زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V(S) = \frac{1}{2} S^T S \quad (40)$$

از معادله (۴۰) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(S) = \dot{S}^T S \quad (41)$$

با قرار دادن معادله (۲۷) در رابطه (۴۱) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(S) = (\ddot{e}(t) + c\dot{e}(t))^T S \quad (42)$$

از جایگذاری معادلات (۲۵) و (۳۹) در رابطه (۴۲) و از معادله (۲۴) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(S) \leq (\Delta\lambda - (\mu_1^{-1}\mu_2\ddot{X}_d + \alpha\dot{q} + \beta) - c\dot{e}(t) - K \text{Sgn}(S) + c\dot{e}(t))^T S \quad (43)$$

رابطه (۴۳) به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\dot{V}(S) \leq (\Delta\lambda - (\mu_1^{-1}\mu_2\ddot{X}_d + \alpha\dot{q} + \beta))^T S - K \|S\| \quad (44)$$

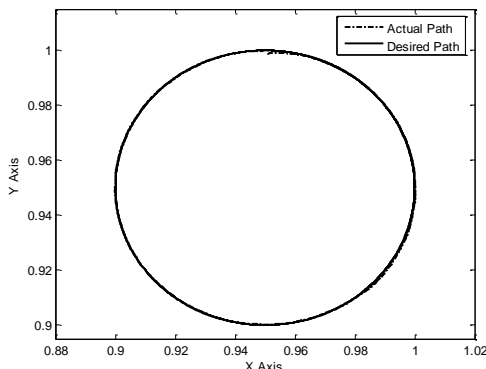
از معادلات (۴۴)، (۲۴) و با انتخاب  $K$  مثبت نتیجه می‌شود که  $\dot{V}(S) \leq 0$  است. بنابراین سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. پس کنترل جامع جدید به قرار زیر است:

نیوتن متر همراه است. این ورودی‌ها بزرگ محسوب می‌شوند و این ردگیری دقیق با لرزش کنترلی بسیار زیادی همراه است. این عوامل باعث می‌شوند که پیاده سازی عملی این کنترل کننده با مشکل مواجه شود. بنابراین برای رفع این مشکل از کنترل کننده‌ی اصلاح شده‌ی (۳۸) استفاده می‌شود. با اعمال کنترل (۳۸)، مطابق شکل ۵، حداکثر نرم خطا در فضای کار برابر ۶.۵ میلی‌متر است. اما مطابق شکل ۶ ورودی‌های کنترل دارای هیچ‌گونه لرزش کنترلی نیستند و حداکثر دامنه‌ی این ورودیها برابر با ۱۴۰ نیوتن متر است.

با مقایسه‌ی شکل‌های ۴، ۵ و ۶ مشاهده می‌شود که عملکرد کنترل کننده‌ی (۳۸) با خطای ردگیری همراه است اما در عوض می‌توان با افزایش ضریب  $C$  کنترل کننده، نرم خطا در فضای کار را کاهش داد. این امر در شکل ۷ بخوبی قابل مشاهده است. در این شکل، ضریب  $C$  کنترل کننده از ۱۰ به ۲۵ افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه نرم خطای ردگیری از ۷ میلی‌متر به ۲ میلی‌متر کاهش پیدا می‌نماید. بنابراین برای پیاده‌سازی کنترل پیشنهادی (۳۷)، باید آنرا به صورت معادله (۳۸) اصلاح نمود و در عوض، مقداری خطای ردگیری را پذیرا شد.

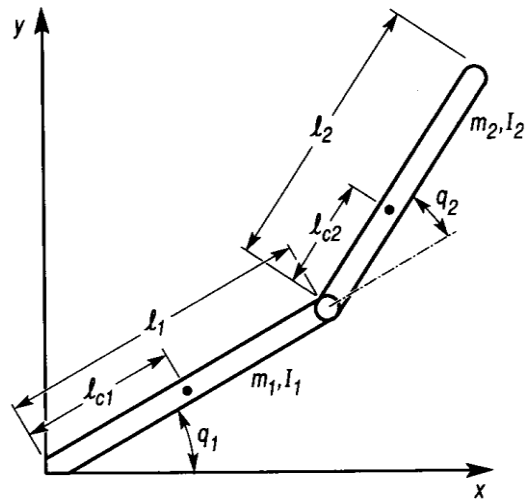
در مرحله‌ی دوم شبیه‌سازی، کنترل (۴۵) با پارامترهای جدول ۲ تنظیم و با انتخاب  $K=70$ ، به بازوی ربات اعمال گردید. همان‌طور که انتظار می‌رود با اعمال کنترل (۴۵)، مطابق شکل ۸، ردگیری مسیر مطلوب با دقت بسیاری انجام می‌شود. اما ورودی‌های کنترلی شکل ۹ با حداکثر دامنه‌ی ۴۰۰ نیوتن متر، دارای لرزش کنترلی زیادی هستند.

اما مطابق شکل‌های ۱۰ و ۱۱، این لرزش کنترلی با اعمال کنترل (۴۶)، با حداکثر نرم خطای ۴ میلی‌متر از بین می‌رود. حداکثر دامنه‌ی ورودی‌های کنترل برابر ۱۴۰ نیوتن متر است که با توجه به پارامترهای این بازوی دو-رابط، در محدوده‌ی مجازی قرار دارد.



شکل ۳- ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۷)

مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته، در جدول ۱ آمده است.



شکل ۲- بازوی ربات دو-رابط لولایی

جدول ۱- پارامترهای ربات دو-رابط لولایی

$l_1 = 1 \text{ m}$	$l_2 = 2 \text{ m}$
$l_{c1} = 0.5 \text{ m}$	$l_{c2} = 0.5 \text{ m}$
$m_1 = 15 \text{ kg}$	$m_2 = 6 \text{ kg}$
$I_1 = 5$	$I_2 = 2$
$F_{d1} = F_{d2} = 1$	$F_{s1} = F_{s2} = 1$
$g = 9.8$	$T_{d1} = T_{d2} = 10$

در کنترل کننده برای تخمین پارامترهای رابط‌ها، مقادیر حقیقی جدول ۱ در بهره‌ی ۰/۹ ضرب شده است و کنترل کننده‌های (۳۷) و (۳۸) با پارامترهای جدول ۲ تنظیم شده‌اند. تابع محدودیت  $\| \Delta A \|$  بر اساس معادله‌ی (۲۴) و با مقادیر جدول ۲ محاسبه شده است.

جدول ۲- پارامترهای کنترل کننده‌های (۳۷) و (۳۸)

$c = 10$	$\alpha = 20$
$\mu_1 = 4.5$	$\beta = 40$
$\mu_2 = 9$	$\lambda = 1$

مسیر مطلوب در فضای کار و شرایط اولیه در جدول ۳ آمده است:

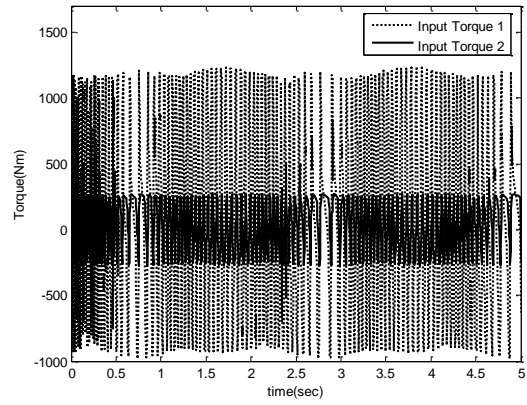
جدول ۳- مسیر مطلوب و شرایط اولیه در فضای کار

$X_d = 0.95 + 0.05 \sin(3t)$	$Y_d = 0.95 + 0.05 \cos(3t)$
$X(0) = 1$	$Y(0) = 1$

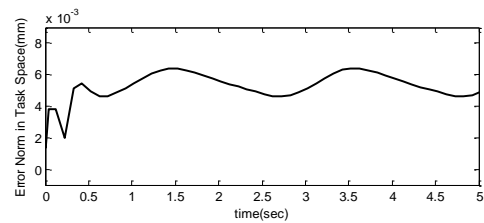
با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۷)، مطابق شکل ۳، مشاهده می‌شود که مسیر مطلوب در فضای کار بدون خطا دنبال می‌گردد. اما مطابق شکل ۴، این ردگیری دقیق با حداکثر دامنه‌ی ورودی ۱۲۰۰

در کنترل (۴۶) نیز می توان با افزایش ضرایب  $C$  و  $K$  نرم خطا را کاهش و دقت ردگیری را افزایش داد. این امر در شکل ۱۲ قابل مشاهده است. در این شکل با افزایش ضرایب کنترل کننده، نرم خطا از ۴ میلیمتر به ۲ میلیمتر کاهش پیدا می کند.

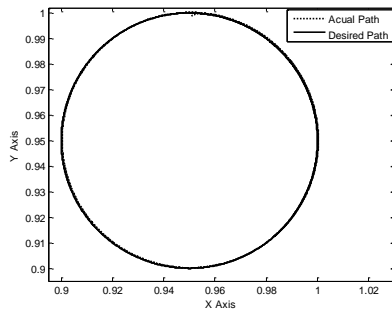
مزیت قانون کنترلی (۴۵) نسبت به قانون کنترلی (۳۷) در تاثیر ضریب  $K$  است. افزایش این ضریب مانند افزایش ضریب  $C$ ، باعث کاهش نرم خطا می شود و سرعت همگرا شدن حالات سیستم حلقه بسته به سمت متغیر  $S$  را نیز افزایش می دهد. به دلیل این که در کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار، خطا و مشتق آن، حالات سیستم حلقه بسته هستند، بنابراین در قانون کنترلی (۴۵) و از طریق ضریب  $K$  می توان سرعت همگرا شدن خطا به سمت صفر را کنترل نمود. در حالی که در (۳۷) این عامل کنترلی وجود ندارد. این مزیت از طریق مقایسه ی شکل های ۷ و ۱۲ قابل مشاهده است. با مقایسه ی شکل های ۴، ۵، ۹ و ۱۰ می توان نتیجه گرفت که حداکثر نرم خطای ردگیری و ماکزیمم دامنه ی ورودی-های کنترل در (۴۵) کوچکتر از (۳۷) است. پس به طور کلی می توان گفت که طراحی به روش (۴۵)، عملی تر و در مقایسه با روش (۳۷)، از آزادی عمل بیشتری برخوردار است.



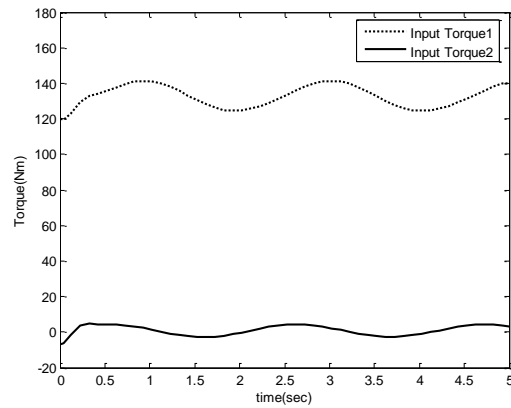
شکل ۴- گشتاورهای ورودی مفصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده (۳۷)



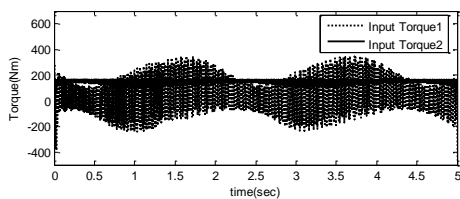
شکل ۵- نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل کننده (۳۸)



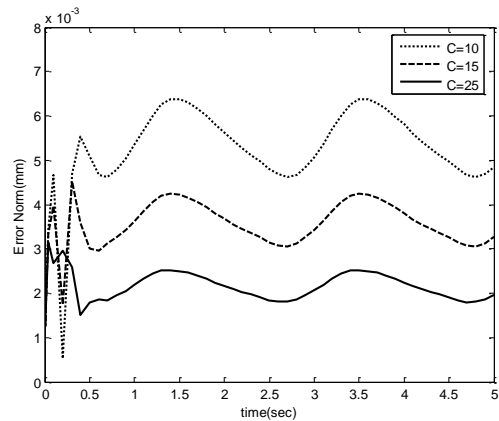
شکل ۸- ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده (۴۵)



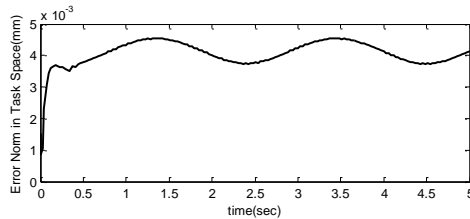
شکل ۶- گشتاورهای ورودی مفصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده (۳۸)



شکل ۹- گشتاورهای ورودی مفصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده (۴۵)



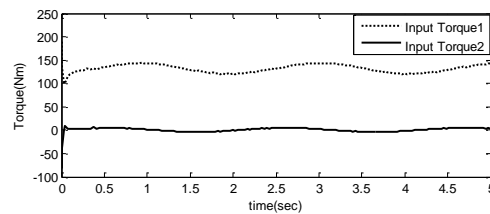
شکل ۷- کاهش نرم خطا در فضای کار با افزایش ضریب  $C$  در کنترل کننده (۳۸)



شکل ۱۰- نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل کننده (۴۶)

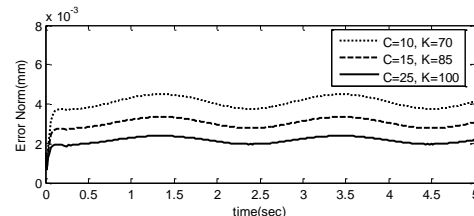


- [6] Shafiei SE, Soltanpour MR (2009) Robust neural network control of electrically driven robot manipulator using backstepping approach. Inter Jour of Adv Rob Sys. 6(4): 285–292.
- [7] Shafiei SE, Soltanpour MR (2011) Neural network sliding–model–PID controller design for electrically driven robot manipulators. Inter Jour of Inno Comp Infor and Cont. 5(12): 3949–3960.
- [8] Fateh MM, Soltanpour MR (2009) Robust task-space control of robot manipulators under imperfect transformation of control space. Inter Jour of Inno Comp Infor and Cont. 5(12): 3949–3960.
- [9] Soltanpour MR, Siah M. (2009) Robust control of robot manipulator in task space. App and Comp Math. 8(2): 227–238.
- [10] Soltanpour MR, Shafiei SE (2009) Robust backstepping control of robot manipulator in task space with uncertainties in kinematics and dynamics. Inter Jour of elec and elec eng. 96(8): 75–80.
- [11] Soltanpour MR, Shafiei SE (2010) Robust adaptive control of manipulators in the task space by dynamical partitioning approach. Inter. Jour of elec and elec eng. 101(5): 73–78.
- [12] Soltanpour MR, Shafiei SE (2010) Design and stability analysis of a robust impedance control system for a robot manipulator. Stud in Info and Cont. 19(1): 5–16.
- [13] Soltanpour MR, Fateh MM (2009) Sliding mode robust control of robot manipulator in the task space by support of feedback linearization and backStepping control. Worl App Sci Jour. 6(1): 70–76.
- [14] Soltanpour MR, Fateh MM (2009) Adaptive robust tracking control of robot manipulators in the task–space under uncertainties. Aus Jour of Bas and App Sci. 3(1): 308–322.
- [15] Dixon WE (2004) Adaptive regulation of amplitude limited robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics. Proc of Amer Cont Conf.: 3844–3939.
- [16] Cheah CC, Hirano M, Kawamura S, Arimoto S (2003) Approximate Jacobian control for robots with uncertain kinematics and dynamics. IEEE Trans Of Rob Auto. 19(4): 692–702.
- [17] Cheah CC, Kawamura S, Arimoto S (1999) Feedback control for robotic manipulator with an uncertain Jacobian matrix. Jour of Rob Sys. 16(2): 119–134.
- [18] Cheah CC, Kawamura S, Arimoto S (2003) Stability of hybrid position and force control for robotic manipulator with uncertain kinematics and dynamics. Automatica 39(5): 847–855.
- [19] Cheah CC, Han H, Kawamura S, Arimoto S (1998) Grasping and position control of multi-fingered robot hands with uncertain jacobian matrices. Proc IEEE Inter Conf of Rob Auto Belgium: 2403–2408.
- [20] Cheah CC, Liu C, Slotine JJE (2006) Adaptive Jacobian tracking control of robots with uncertainties in kinematic, Dynamic and Actuator Models. IEEE Trans on Auto Cont. 51(6): 323–335.
- [21] Cheah CC, Liu C, Slotine JJE (2005) Adaptive Jacobian tracking control of robots based on visual task–space information. Proc IEEE Inter Conf of Rob Auto Amer: 3509–3514.
- [22] Cheah CC, Liu C, Slotine JJE (2004) Approximate Jacobian adaptive control for robot manipulators. Proc IEEE Inter Conf of Rob Auto Amer: 3075–3080.
- [23] Qu Z, Dawson D (1996) Robust tracking control of robot manipulators, 1th edn, IEEE Press, New York.
- [24] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M (2006) Robot modeling and control, 1th edn, Wiley, New York.



شکل ۱۱- گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲

با اعمال کنترل کنندهی (۴۶)



شکل ۱۲- کاهش نرم خطا در فضای کار

با افزایش ضرایب  $C$  و  $K$  در کنترل کنندهی (۴۶)

## ۸- نتیجه گیری

در این مقاله، کنترل ساختار متغیر مقاومی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار و در حضور عدم قطعیت های دینامیکی و سینماتیکی ارائه گردید. ساختار کنترل پیشنهادی بسیار ساده است و تنها فرض لازم برای طراحی آن، معلوم بودن کران عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری است. اثبات ریاضی نشان می دهد که سیستم حلقه بسته با کنترل پیشنهادی دارای پایداری مجانبی سراسری است. اگرچه ساختار این کنترل کننده ساده است، اما از طریق آن نمی توان خطای گذرای ردگیری موقعیت بازوی ربات را کنترل نمود. بنابراین قانون کنترلی به گونه ای اصلاح گردید که خطای گذرا قابل کنترل گردد. تحلیل ریاضی نشان می دهد که بازوی ربات با قانون کنترلی اصلاح شده، مجدداً دارای پایداری مجانبی سراسری است. نتایج دو مرحله ای شبیه سازی، بر قابلیت پیاده سازی و دقت بالای قانون کنترلی اصلاح شده دلالت می نماید. بررسی های ریاضی و نتایج شبیه سازی، کارایی قانون های کنترلی را نشان می دهند.

## ۹- مراجع

- [1] Hollerbach JM (1980) A recursive lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity. IEEE Trans On Sys; Man and Cyb. 10(2): 123–135.
- [2] Luh JYS, Walker MH, Paul RP (1980) On–line computational scheme for mechanical manipulator. Jour Dyn Sys Meas Cont. 102(5): 69–76.
- [3] Takegaki M, Arimoto S (1981) A new feedback method for dynamic control of manipulators. Jour Dyn Sys Meas Cont. 102(3): 119–125.
- [4] Arimoto S, Miyazaki F (1985) Asymptotic stability of feedback control for robot manipulators. Proc IFAC Symp Rob Cont Spa.: 447–452.
- [5] Arimoto S (1996) Control theory of nonlinear mechanical systems; A passivity based and circuit theoretic approach. 1th edn, Oxford, U.K.