

## شناسایی یک مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی برای یک سکوی موقعیت دهی میکرونی با عملگرهای آلیاژ حافظ شکل

حسین رهبری<sup>۱</sup>، علیرضا فتحی<sup>۲\*</sup>، مرتضی دردل<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، مازندران، ایران

<sup>۲</sup> دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، خراسان رضوی، ایران

<sup>۳</sup> دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، مازندران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۱/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۰۳

### چکیده

استفاده از مواد آلیاژ حافظ شکل به عنوان عملگر، در سال‌های اخیر رشد چشمگیری داشته است. با این وجود، به دلیل پاسخ آهسته و پیچیدگی رفتاری ناشی از خواص غیرخطی این مواد نظیر هیستریزس نامتقارن و اشباع، استفاده از عملگرهای آلیاژ حافظ شکل محدود باقی مانده است. تاکنون روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی رفتار این عملگرها معرفی شده است. مدل "پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته" یکی از ساختارهای قدرتمند برای شناسایی سیستم‌های دارای رفتار هیستریزس است که به دلیل دارا بودن معکوس مدل تحلیلی، بسیار در کنترل این عملگرها مورد استفاده قرار گرفته است. در تحقیق حاضر، بهبود سرعت عملکردی یک سکوی موقعیت دهی میکرونی با استفاده از دو عملگر متقابل مورد مطالعه قرار گرفته و بر اساس داده‌های تجربی بدست آمده، یک مدل تجربی مبتنی بر ساختار پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته ارائه خواهد شد. با استخراج معکوس این مدل شناسایی شده و اعمال آن روی ورودی سیستم، مساله حذف رفتار غیرخطی و خطی سازی دقیق سیستم جهت طراحی کنترلر بررسی شده است. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته، با وجود پیچیدگی‌های ناشی از برهم کنش دو عملگر متقابل، به خوبی می‌تواند رفتار غیرخطی سیستم را توصیف نماید.

**کلمات کلیدی:** شناسایی سیستم؛ عملگر آلیاژ حافظ شکل؛ سکوی موقعیت دهی میکرونی؛ مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته؛ مواد هوشمند.

## Identification of a Generalized Prandtl-Ishlinskii Model for a Micro Positioning System Actuated by Shape Memory Alloys Actuator

Hossein Rahbari<sup>1</sup>, Alireza Fathi<sup>2\*</sup>, Morteza Dardel<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Mech. Eng., Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

<sup>2</sup> Assoc. Prof., Mech. Eng., Ferdowsi Univ., Mashhad, Iran

<sup>3</sup> Assoc. Prof., Mech. Eng., Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

### Abstract

The application of Shape Memory Alloy (SMA) materials as an actuator has significantly increased in recent years. However, the application of SMA actuators is restricted due to their slow response and complexity resulting from the nonlinear characteristics of these materials, such as asymmetric hysteresis and saturation. Several methods have been introduced to model these actuators. One of the most powerful and well-known structures for modeling systems with hysteresis behavior is the Generalized Prandtl-Ishlinskii (GPI) model, which is widely used to control these actuators due to its analytical inverse. The current research investigates the reduction of the response time of a micro-positioning platform with two mutual actuators. Based on the obtained experimental results, an experimental-based model using the GPI model was identified. By extracting the inverse of this identified model and implementing it into the input of the system, the issue of removing nonlinear characteristics and linearizing the system was considered for controller design. The results showed that the GPI model properly described the nonlinear behavior of the system despite the complexity caused by the interaction of two mutual actuators.

**Keywords:** System Identification; Shape Memory Alloy Actuator; Micropositioning Stage; Generalized Prandtl-Ishlinskii Model; Smart Materials

## ۱- مقدمه

سیستم‌های موقعیت‌دهی، یکی از اجزای لاینفک بسیاری از سیستم‌های طراحی شده توسط مهندسان مکانیک است. از خودروها گرفته تا دستگاه‌های موجود در کارخانجات و تجهیزات مورد استفاده در پزشکی، مکانیزم‌های متعددی را می‌توان نام برد که وظیفه هدایت و موقعیت‌دهی را بر عهده دارند [۱]. در این میان، سیستم‌های موقعیت‌دهی در مقیاس میکرونی از اهمیت به مراتب بیشتری برخوردارند، چرا که با توجه به مقیاس و بازه حرکت که بسیار کوچک است، کوچکترین خطا در موقعیت‌دهی می‌تواند عملکرد سیستم را دچار اختلال نماید. در سال‌های گذشته و با پیشرفت تکنولوژی، سکوهای موقعیت‌دهی میکرونی با اتصالات انعطاف پذیر خمشی به دلیل تامین یک حرکت یکنواخت و تکرار پذیر با حذف عواملی مانند اصطکاک و لقی توجه محققان بیشتری را به خود جلب کرده است.

به منظور تامین نیروی مورد نیاز برای حرکت این سکوها می‌توان از عملگرهای مختلفی مانند موتورهای الکتریکی، پیزوالکتریک‌ها و آلیاژهای حافظ شکل استفاده کرد. تاکنون تحقیقات مختلفی با استفاده از مواد پیزوالکتریک به عنوان عملگر در سکوهای موقعیت‌دهی میکرونی به منظور نمایش قابلیت‌های این مواد در این کاربرد انجام شده است [۲-۴]. با این وجود، به دلیل بازه حرکتی کوچک این عملگرها، به منظور تامین بازه حرکتی مورد نیاز، افزایش ابعاد سکو و یا بکارگیری مکانیزم‌های بزرگ‌نمایی حرکت ناگزیر خواهد بود. از طرف دیگر، عملگرهای آلیاژ حافظ شکل با توجه به ظرفیت بالای تغییر شکلی که دارند، می‌توانند به عنوان عملگر در این سکوها مورد استفاده قرار گرفته و محدودیت فوق را برطرف نمایند؛ ولی استفاده از این عملگرها به دلیل پاسخ کند و خواص غیر خطی آن‌ها مانند هیستریزس نامتقارن و اشباع که موجب عدم دقت در سیستم می‌شود، در کاربردهای عملی محدود شده است. در نتیجه، تحقیقات کمی با استفاده از این مواد به عنوان عملگر سکوهای موقعیت‌دهی میکرونی انجام شده است [۵] و [۶].

اگرچه تحقیقات انجام شده در زمینه سکوهای موقعیت‌دهی میکرونی با اتصالات انعطاف‌پذیر خمشی و با استفاده از عملگرهای آلیاژ حافظ شکل بسیار محدود است، ولی در دهه‌های گذشته، تحقیقاتی در خصوص استفاده از این

مواد در انواع دیگر سکوهای موقعیت‌دهی و روش‌های کنترل آن‌ها انجام شده است. برای مثال هان و همکاران [۷]، یک سیستم نوین برای کنترل مکان انتهایی یک بازوی رباتی آلیاژ حافظ شکل ارائه کردند. آسوا و همکاران [۸] نیز یک روش برای جبران رفتار هیستریزس عملگرهای آلیاژ حافظ شکل در سیستم‌های کنترل معرفی کردند که در کاربردهای موقعیت‌دهی میکرونی کاربرد دارد. اشرفیون و جلا [۹] روی کنترل یک سیستم مکانیکی که با عملگر آلیاژ حافظ شکل تحریک می‌شود، با استفاده از روش کنترل مود لغزشی تحقیق کردند. در این پژوهش، آنان فرض کردند که تنها، جابجایی عملگر برای استفاده در کنترلر مود لغزشی موجود است و سایر متغیرهای فضای حالت، توسط فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شد. در پژوهشی دیگر، به منظور جبران اثرات هیستریزس عملگرهای هوشمند از جمله آلیاژهای حافظ شکل، الجنیده و همکاران [۱۰] یک مدل تعمیم یافته پرنتل ایشلینسکی و معکوس تحلیلی آن را معرفی کردند. در نمونه‌ای دیگر، پارک و هوانگ [۱۱] در یک آزمایش عملی، روی قابلیت عملگرهای آلیاژ حافظ شکل در مکانیزم‌های مکان‌یابی دقیق تحقیق کردند تا استفاده از این عملگرها در کاربردهای عملی را افزایش دهند. شکی و ذاکرزاده [۱۲]، با استفاده از مدل تعمیم یافته پرنتل ایشلینسکی برای مدل‌سازی یک عملگر آلیاژ حافظ شکل، توانایی کنترل این عملگر را با استفاده از دو روش کنترلی تناسبی- مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر و روش مد لغزشی فازی مورد مقایسه قرار دادند. سلطانی گردفرامری و همکاران [۱۳] نیز قابلیت‌های یک فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور تخمین پارامترهای یک عملگر آلیاژ حافظ شکل در شرایط مختلف را مورد تحقیق و بررسی قرار دادند. در مثالی دیگر، رضوی‌لر و همکاران [۱۴]، رفتار دینامیکی یک تیر آلیاژ حافظ شکل را با استخراج معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت و استفاده از مدل تحلیلی سوزا برای تعیین شرایط فاز آلیاژ مورد بررسی قرار دادند. چهاردولی و همکاران [۱۵] نیز به بررسی قابلیت کنترل یک ساختار متضاد با عملگرهایی از جنس آلیاژ حافظ شکل با استفاده از یک کنترلر فازی-PID پرداختند. یک مدل ریاضی هیستریزس عملگر آلیاژ حافظ شکل برای استفاده به عنوان جبران‌ساز خواص هیستریزس نیز توسط سایتو و همکاران [۱۶] توسعه داده شد.

پرنتل-ایشلینسکی<sup>۲</sup> است. این مدل به واسطه دارا بودن معکوس تحلیلی، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته و انواع مختلفی از مدل‌های تکمیلی آن مانند مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته توسط پژوهشگران معرفی شده تا دقت پیش‌بینی رفتار مواد هوشمند توسط این مدل از جمله هیستریزس نامتقارن را بهبود بخشند [۲۱ و ۲۲].

در پژوهش حاضر، شناسایی سیستم یک سکوی موقعیت‌دهی میکرونی نوآورانه، از طریق استخراج خواص هیستریزس غیرخطی آن، با بهینه سازی ضرایب مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی مورد بحث قرار گرفته است. به همین منظور، در بخش دوم دلایل انتخاب و طراحی این سکو به اختصار شرح داده شده و در بخش سوم، مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته و معکوس آن تعریف شده است. بعد از آن، در بخش چهارم، جزئیات سکوی آزمایش معرفی و سپس نتایج حاصل از انجام آزمایش‌ها و مدل شناسایی شده برای این سیستم تشریح خواهد شد. در انتها نیز جمع بندی نتایج، مزایا، چالش‌ها و مشکلات این روش ارائه می‌شود.

## ۲- طراحی سکوی موقعیت‌دهی میکرونی

بیشتر سکوهایی موقعیت‌دهی میکرونی معرفی شده با عملگر آلیاژ حافظه شکل تاکنون، دارای یک عملگر در هر جهت بوده‌اند که جابجایی سکو به یک سمت را تامین می‌کرده است. در این سیستم‌ها، بازگشت سکو در جهت مخالف، ناشی از سرد شدن عملگر، فنریت خود سکو، استفاده از یک فنر یا نیروی بیرونی در جهت مخالف و یا ترکیبی از این موارد بوده است [۸ و ۹]. این موضوع همچنین موجب کاهش سرعت جابجایی سکو در جهت مخالف می‌شود، چرا که حرکت سکو به عواملی چون سرعت سرد شدن و میزان فنریت سکو وابسته خواهد شد. نکته دیگر اینکه در بیشتر تحقیقات انجام شده، جابجایی طولی عملگر در اثر تغییرات دمایی مورد استفاده قرار گرفته است. در نتیجه، جهت رسیدن به بازه حرکتی دلخواه، طول عملگر آلیاژ حافظه شکل باید افزایش یابد. در این پژوهش، به منظور تامین یک بازه حرکتی مناسب همزمان با افزایش سرعت جابجایی سکو و کاهش ابعاد آن تا حد امکان، همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، در یک طرح نوآورانه از دو عملگر متقابل برای حرکت در یک جهت، به همراه استفاده از جابجایی عرضی

از منظر سیستم کنترل، دو نوع کنترلرهای خطی و غیر-خطی می‌توانند برای سیستم‌های دارای عملگرهای مواد هوشمند مورد استفاده قرار گیرند. اگرچه کنترلرهای غیرخطی با توجه به موارد پیشتر گفته شده در خصوص خواص عملگرهای آلیاژ حافظه شکل، هر روز بیش از پیش مورد توجه متخصصان برای طراحی یک کنترلر موقعیت‌دهی دقیق و قابل اطمینان قرار می‌گیرند، ولی این کنترلرها پیچیدگی و محاسبات به مراتب بیشتری نسبت به کنترلرهای خطی دارند؛ بنابراین، ارائه روشی که تا حد امکان خواص غیرخطی عملگرها را حذف و استفاده از یک کنترلر خطی را امکان‌پذیر نماید، در کاربردهای عملی بسیار مورد توجه متخصصان این حوزه قرار دارد [۱۷-۱۹]. از منظر نوع مدل‌سازی سیستم نیز دو رویکرد متفاوت وجود دارد. در رویکرد اول، کنترلر بر اساس مدل فیزیکی سیستم طراحی می‌شود و برای سیستم‌هایی مناسب است که در آن سیستم به طور کامل شناخته شده است و بنابراین مدل فیزیکی آن به خوبی توسعه داده شده است [۲۰]. در رویکرد دوم، طراحی کنترلر بر اساس داده‌های بدست آمده از آزمایش‌های عملی بوده و بر اساس این اطلاعات، یک مدل برای سیستم شناسایی می‌شود. از آنجایی که در ذات عملگرهای آلیاژ حافظه شکل عدم قطعیت وجود داشته و مدل سیستم را نمی‌توان به صورت دقیق استخراج کرد، استفاده از رویکرد دوم برای این مواد مناسب‌تر است. روش‌های مختلفی برای شناسایی سیستم‌های غیرخطی مانند آنچه که در آلیاژهای حافظه شکل با آن مواجه هستیم وجود دارد. یکی از این روش‌ها، تعیین مدل سیستم به صورت ترکیبی از مدل‌های خطی و غیرخطی است. در این استراتژی معمولاً فرض می‌شود که سیستم دارای یک دینامیک خطی است که در ترکیب با خواص غیرخطی استاتیک در ورودی یا خروجی، مدل کامل سیستم را تشکیل می‌دهد. این مدل اصطلاحاً مدل هم‌رشتاین-واینر<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در این روش، می‌توان پس از شناسایی مدل غیرخطی، معکوس آن را در ورودی به سیستم اعمال کرد تا اثرات غیرخطی سیستم حذف شده و سپس دینامیک خطی باقیمانده را به راحتی با یکی از روش‌های متداول کنترل خطی کنترل کرد.

در سال‌های گذشته روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی مواد هوشمند معرفی شده که یکی از آن‌ها مدل

<sup>2</sup> Prandtl-Ishlinskii

<sup>1</sup> Hammerstein-Wiener Model

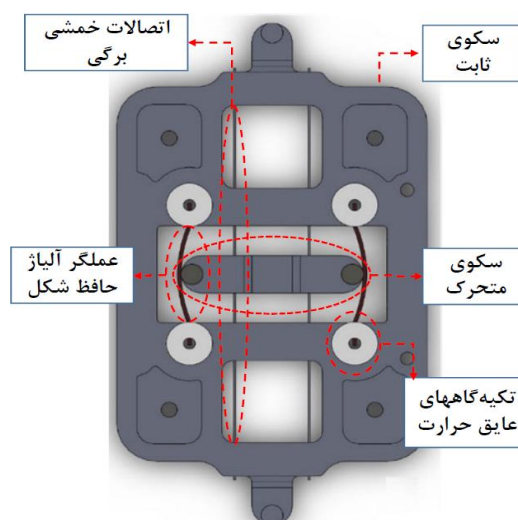
جریان و جابه‌جا شدن سکو، با نیروی فنریت خود تلاش می‌کند تا سکو را به موقعیت اولیه بازگرداند. با توجه به این توضیحات و مراجعه به شکل ۱، مشخص است که این ساختار، در مجموع یک سیستم با یک درجه آزادی است. ایجاد حرکت در سکو با استفاده از گرم و سرد شدن آلیاژهای حافظ شکل صورت می‌پذیرد که نقش عملگر را داشته و در دو طرف سکو متحرک قرار دارند. این عملگرها قبل از اینکه در سکو قرار داده شوند، به شکل تیر مستقیم بوده است؛ بنابراین پس از گرم شدن تلاش می‌کنند تا شکل اولیه خود را بازیابند. به این ترتیب، گرم شدن هر عملگر موجب می‌شود تا آن عملگر برای بازیابی شکل خود، به سکو متحرک نیرویی وارد نماید که این نیرو، موجب حرکت سکو می‌شود. برای گرم کردن عملگرها، دو رشته سیم از وسط تکیه‌گاههای عایق به هریک از عملگرها متصل شده است که نقش انتقال جریان الکتریکی به آلیاژهای حافظ شکل را برعهده دارد. برای مثال، در صورتی که نیاز به حرکت سکو به سمت چپ وجود داشته باشد، جریان از طریق این رشته سیم‌ها به عملگر سمت راست منتقل شده و آن را گرم می‌کند. با گرم شدن عملگر و تلاش آن برای بازیابی شکل اولیه خود، نیرویی به سکو متحرک وارد می‌شود که آن را به سمت چپ حرکت می‌دهد. در صورت تمایل به حرکت در جهت مخالف، جریان الکتریکی عملگر سمت راست قطع و به عملگر سمت چپ منتقل می‌شود. با قطع جریان عملگر سمت راست، نیروی ناشی از عملگر مقابل و نیروی فنریت اتصالات برگی، مجدداً به شکل خمیده در می‌آید. در نتیجه این فعل و انفعالات، سکو متحرک در جهت مخالف شروع به حرکت می‌کند.

### ۳- مروری بر مدل هیستریزس پرنتل ایشلینسکی

#### تعمیم یافته و معکوس آن

عملگرهای آلیاژ حافظ شکل، طی فرآیند سرد و گرم شدن خواص غیرخطی متفاوتی از جمله هیستریزس را از خود نشان می‌دهند. به منظور کنترل مناسب سیستم با استفاده از کنترلرهای خطی، نیاز است تا این خواص به شکل مناسب شناسایی و با اعمال معکوس آن‌ها در ورودی سیستم مطابق با شکل ۲ تا حد امکان جبران شوند. یکی از مدل‌های شناخته شده‌ای که برای مدل‌سازی این رفتارهای غیرخطی مواد

تیر حافظ شکل به عنوان منبع ایجاد حرکت استفاده شده است. در این طرح، بازگشت سکو در جهت مقابل، با گرم شدن عملگر دیگر سریعتر انجام می‌شود.



شکل ۱- سکوی طراحی شده با دو عملگر متقابل و اتصالات انعطاف پذیر خمشی

از طرفی با توجه به محدودیت‌های ساخت، بدنه اصلی سکو با استفاده از پرینتر سه بعدی چاپ و سپس اتصالات خمشی برگی به نحوی به آن متصل شد که مشابه یک ساختار یک-پارچه، یک حرکت دقیق و بدون اصطکاک و لغزش را فراهم نماید. همچنین با توجه به دمای قابل تحمل مورد استفاده در چاپگر سه بعدی و به منظور جلوگیری از ذوب قطعات در اثر دمای بالای عملگرها در هنگام تحریک آن‌ها، از عایق‌های حرارتی جهت جلوگیری از انتقال حرارت عملگرها به سکو استفاده شد. طول موثر و قطر عملگرهای استفاده شده در این تحقیق نیز به ترتیب برابر ۲۶ میلی‌متر و ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شد.

ساختار و عملکرد سکو به این شکل است که سکوی ثابت در شکل ۱ با استفاده از پیچ به زمین متصل و ثابت می‌شود. اتصالات خمشی برگی که به سکوی ثابت و متحرک متصل شده‌اند، هم‌زمان نقش نگهدارنده و فنر را برای سکو متحرک ایفا می‌کنند. به این صورت که قبل از اعمال جریان، سکو متحرک را در جای خود ثابت نگه می‌دارند و پس از اعمال

$$S_r[v](t) = s(v(t), S_r[v](t_i)) = z(t)$$

$$s(v, z) = \max(\gamma_l(v) - r, \min(\gamma_r(v) + r, z))$$

که در آن  $\gamma_l$  و  $\gamma_r$  با شرط  $\gamma_l \leq \gamma_r$  توابع پوشی هستند که به مدل اجازه می‌دهند تا خواص نامتقارن و اشباع را شبیه‌سازی کند. از آنجایی که در کاربردهای عملی، تعداد مقادیر آستانه محدود است، معادله ۱ بجای فرم انتگرالی می‌تواند با یک سری به شکل زیر جایگزین شود:

$$\Phi[v](t) = \sum_{i=0}^n p(r_i) S_{r_i}[v](t) \quad (3)$$

که  $n$  تعداد اپراتورهای بازی را نمایش می‌دهد. انواع توابع از جمله توابع چندجمله‌ای، تانژانت هایپربولیک، چبیشف و غیره می‌توانند به عنوان توابع پوش استفاده شوند. در این پژوهش، با توجه به انجام آزمایش‌های متعدد و استفاده از تجربیات تحقیقات قبلی، توابع تانژانت هایپربولیک به شکل زیر به عنوان توابع پوش انتخاب شدند:

$$\gamma_l(v(t)) = a_1 \tanh(a_2 v(t) + a_3) + a_4 \quad (4)$$

$$\gamma_r(v(t)) = a_5 \tanh(a_6 v(t) + a_7) + a_8$$

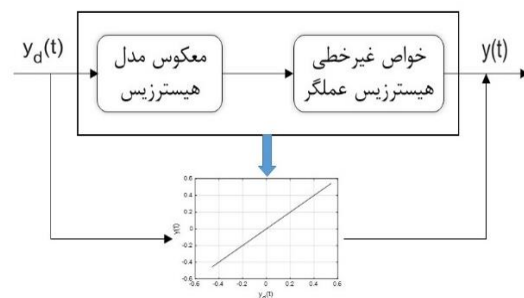
مقادیر آستانه و توابع چگالی نیز می‌توانند به صورت زیر انتخاب شوند [۱۰]:

$$r_i = a_9 i, \quad a_9 > 0 \quad (5)$$

$$p(r_i) = a_{10} e^{-a_{11} r_i}, \quad a_{10} > 0$$

که مقادیر  $a_1$  تا  $a_{11}$  ضرایبی هستند که باید در فرآیند شناسایی سیستم بهینه‌سازی شوند. به منظور بهینه‌سازی این ضرایب، از یک روش حداقل‌سازی مربعات غیرخطی استفاده می‌شود که تابع خطای هدف زیر را کمینه می‌کند:

هوشمند وجود دارد، مدل پرنتل ایشلینسکی است. این مدل، به سبب پیچیدگی کم و داشتن مدل معکوسی تحلیلی، در بین پژوهشگران بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. با این وجود، این مدل نیز محدودیت‌هایی از جمله شبیه‌سازی خواص نامتقارن سیستم‌ها دارد. به منظور رفع این مشکل، مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته توسعه یافت که شرح کامل استخراج این مدل و معکوس آن در منبع [۲۳] شرح داده شده و صرفاً از نتایج آن در این تحقیق استفاده شده است.



شکل ۲- شماتیک اعمال جبران‌ساز هیستریز در ورودی سیستم و حذف خواص غیرخطی استاتیک

بر اساس این روش، خروجی مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته  $\Phi$  برای یک تابع ورودی  $v(t)$  به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\Phi[v](t) = \int_0^R p(r) S_r[v](t) dr \quad (1)$$

که  $p(r)$  در رابطه بالا تابع چگالی،  $S_r$  اپراتور بازی<sup>۱</sup> تعمیم یافته و  $r$  مقادیر آستانه در بازه  $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_N = R$  هستند. با فرض اینکه  $C_m[0, T]$  فضایی از توابع پیوسته تکه‌ای یکنواخت باشد، برای هر سیگنال ورودی  $v(t) \in C_m[0, T]$  در آن بازه  $[0, T]$  به زیربازه‌های  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_N = T$  تقسیم شده باشد، خروجی اپراتور بازی تعمیم یافته برای  $t_i < t \leq t_{i+1}$  و  $i = 0, 1, \dots, N-1$  به صورت معادله ۲ تعریف شده است:

$$S_r[v](0) = s(v(0), 0) = z(0) \quad (2)$$

<sup>۱</sup> Play Operator

$$\Pi^{-1}[y](t) = \begin{cases} \int_0^R \hat{p}(\hat{r}) F_{\hat{r}}^+[y](t) d\hat{r} \text{ for } \dot{v}(t) \geq 0 \\ \int_0^R \hat{p}(\hat{r}) F_{\hat{r}}^-[y](t) d\hat{r} \text{ for } \dot{v}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

همانگونه که پیش از این نیز شرح داده شد، با توجه به محدود بودن مقادیر آستانه، علامت انتگرال می‌تواند با یک سری از مجموع جملاتی محدود جایگزین شود. با انجام این عمل در معادله بالا و جایگذاری آن در رابطه ۱۱، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\Phi^{-1}[y](t) = \begin{cases} \gamma_l^{-1} \circ \sum_{j=1}^n \hat{p}(\hat{r}_j) F_{\hat{r}_j}^+[y](t) \text{ for } \dot{v}(t) \geq 0 \\ \gamma_r^{-1} \circ \sum_{j=1}^n \hat{p}(\hat{r}_j) F_{\hat{r}_j}^-[y](t) \text{ for } \dot{v}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

که در رابطه بالا مقادیر  $\hat{r}_j$  و  $\hat{p}_j$  به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\hat{r}_j = \sum_{i=0}^j p_i (r_j - r_i) \quad (14)$$

و

$$\hat{p}_0 = \frac{1}{p_0} \quad (15)$$

$$\hat{p}_j = -\frac{p_j}{(p_0 + \sum_{i=1}^j p_i)(p_0 + \sum_{i=1}^{j-1} p_i)}$$

#### ۴- تجهیزات و سکوی آزمایش

به منظور آزمایش قابلیت‌های استفاده از دو عملگر متقابل در یک سکوی موقعیت‌دهی میکرونی و بررسی رفتار غیرخطی آن، یک سکوی موقعیت‌دهی بر اساس آنچه در بخش ۲ معرفی شد ساخته شد و تجهیزات مورد نیاز جهت آزمایش نیز فراهم گردید. این تجهیزات شامل یک دستگاه کامپیوتر مجهز به نرم افزار LabVIEW جهت کنترل سیستم، یک منبع تغذیه قابل برنامه‌ریزی، یک کارت جمع آوری داده، یک رله برای تغییر مسیر جریان برق بین عملگرها، دو سیم آلیاز حافظ شکل با قطر ۱ میلی‌متر و یک سنسور اندازه‌گیری جابجایی LVDT با دقت ۰/۰۰۱ میلی‌متر است. تصویر نهایی سکوی ساخته شده

$$J(X) = \sum_{j=1}^M (\Phi[v](j) - y(j))^2 \quad (6)$$

که در رابطه بالا،  $X$  بردار پارامترها یا همان ضرایب  $a_i$  است که باید بهینه شوند،  $J$  تابع خطای هدف،  $y$  مقادیر جابجایی واقعی بدست آمده از آزمایش‌ها و  $M$  تعداد نقاط اندازه‌گیری شده در طول آزمایش است. با کمینه کردن این تابع هدف و مشخص شدن ضرایب  $a_i$  کلیه توابع مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته به صورت کامل تعریف شده و مدل‌سازی کامل می‌شود. پس از تعریف مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته، معکوس آن به صورت تحلیلی می‌تواند استخراج شود. به این منظور، ابتدا معادلات ۱ و ۲ مدل، به شکل معادلات ۷ تا ۹ در زیر بازتعریف می‌شود [۱۸]:

$$\Phi[v](t) = \begin{cases} \Pi^+[\gamma_l(v)](t) \text{ for } \dot{v}(t) \geq 0 \\ \Pi^-[\gamma_r(v)](t) \text{ for } \dot{v}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

که در آن:

$$\Pi^+[(v)](t) = \int_0^R p(r) F_r^+[v](t) dr \quad (8)$$

$$\Pi^-[(v)](t) = \int_0^R p(r) F_r^-[v](t) dr$$

و:

$$F_r^+[v](t) = \max(v(t) - r, z(t)) \quad (9)$$

$$F_r^-[v](t) = \min(v(t) + r, z(t))$$

اگر معکوس مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته با  $\Phi^{-1}$  و مقدار جابجایی مطلوب با  $y_d$  نمایش داده شود، در هر لحظه رابطه زیر باید برقرار باشد:

$$y_d(t) = \Phi \circ \Phi^{-1}[y](t) \quad (10)$$

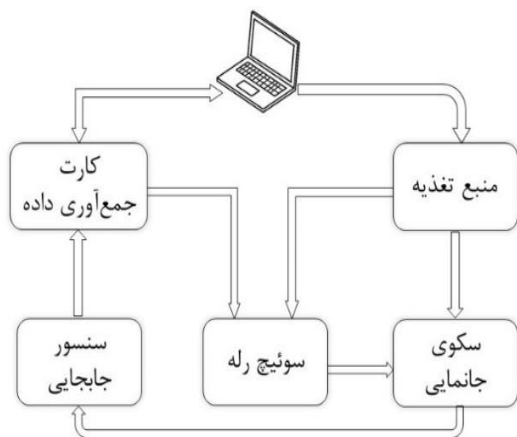
با توجه به اینکه  $\gamma_l$  و  $\gamma_r$  معکوس‌پذیر هستند و با استفاده از معادله ۷ روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\Phi^{+^{-1}}[y](t) = \gamma_l^{-1} \circ \Pi^{+^{-1}}[y](t) \quad (11)$$

$$\Phi^{-^{-1}}[y](t) = \gamma_r^{-1} \circ \Pi^{-^{-1}}[y](t)$$

که در آن،  $\Pi^{-1}$  معکوس مدل پرنتل ایشلینسکی کلاسیک است. و به شکل زیر تعریف می‌شود:

سنسور، از طریق یک درگاه ورودی آنالوگ به کارت جمع‌آوری داده منتقل و سپس در کامپیوتر ذخیره می‌شود. در شکل ۵ شماتیکی از نحوه ارتباط اجزای مختلف سیستم نمایش داده شده است.



شکل ۵- شماتیک اجزای سیستم و نحوه ارتباط آن‌ها با یکدیگر

### ۵- تجزیه و تحلیل نتایج

به منظور حذف پدیده هیستریزس غیرخطی سیستم موقعیت‌دهی میکرونی، باید پارامترهای مدل پرنتل ایشلینسکی و معکوس آن را با استفاده از روابط معرفی شده در بخش ۳ و انجام یک فرآیند بهینه‌سازی شناسایی کرد. در این فرآیند بهینه‌سازی، می‌توان با داشتن نتایج حاصل از آزمایش‌های عملی، از روش‌های مختلفی مانند الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات، روش‌های رگرسیون و غیره استفاده کرد. در این پژوهش از روش حداقل‌سازی مربعات غیرخطی که در دسته روش‌های بر اساس رگرسیون قرار می‌گیرد استفاده شده است. در اولین مرحله، به منظور شناسایی سیستم، یک سیگنال ورودی به فرم سینوسی  $\sin(\frac{\pi}{125}t)$  و با دامنه کاهنده از ۵ به ۳٫۶ آمپر به سیستم اعمال و خروجی آن اندازه‌گیری شد. در شکل ۶، هر دو سیگنال ورودی و خروجی، به صورت نرمالایز شده نمایش داده شده‌اند.

در شکل ۳ و تجهیزات آزمایشگاهی تهیه شده در شکل ۴ نمایش داده شده است.



شکل ۳- سکوچ موقعیت‌دهی میکرونی ساخته شده

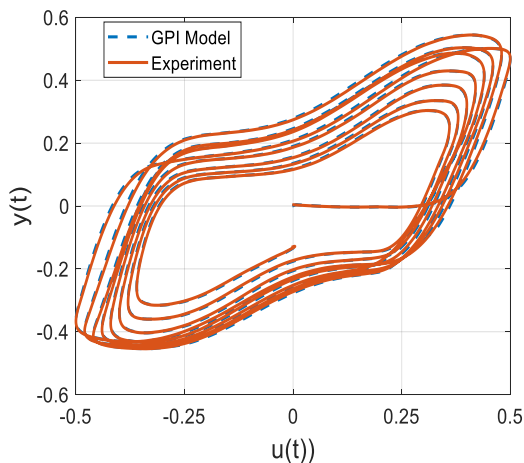


شکل ۴- تجهیزات انجام آزمایش

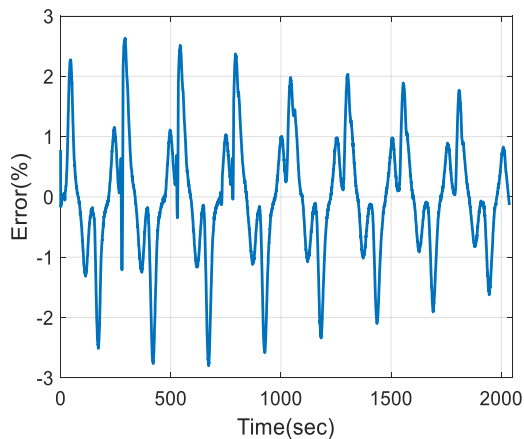
نحوه عملکرد سیستم نیز به این شکل است که ابتدا سیگنال ورودی دلخواه در نرم‌افزار LabVIEW تعریف و از طریق یک پروتکل ارتباطی سریال برای منبع تغذیه ارسال می‌شود. منبع تغذیه جریان را تولید و به رله منتقل می‌کند. در صورتی که این جریان مقدار مثبت داشته باشد، رله عملگر اول و در غیر این صورت عملگر دوم را تحریک می‌کند. این نحوه عملکرد رله، ناشی از تنظیماتی است که در نرم‌افزار LabVIEW تعریف شده است. این تنظیمات از طریق یک پروتکل سریال به کارت جمع‌آوری داده (μDAQ) منتقل شده و سپس از راه خروجی آنالوگ کارت داده برداری به رله جهت اعمال جهت جریان منتقل می‌شود. با اعمال جریان به یکی از عملگرهای آلیاژ حافظه شکل، عملگر مربوطه گرم شده و سکوچ متحرک را به حرکت در می‌آورد. سپس جابجایی ایجاد شده در سکو، توسط سنسور جابجایی LVDT که نوک آن در تماس با سکو است اندازه‌گیری می‌شود. مقادیر ثبت شده توسط



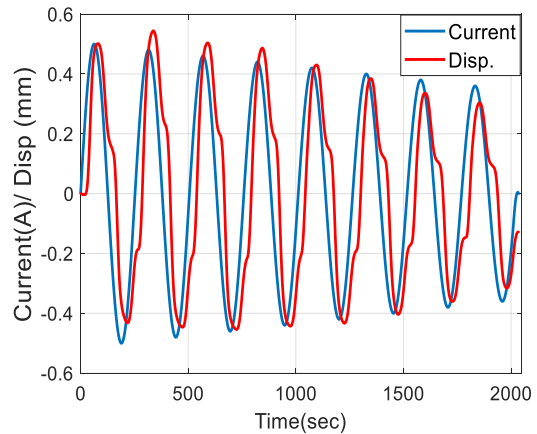
شده توسط مدل در شکل ۷، مشاهده می‌شود که مدل به خوبی موفق شده حلقه هیستریزیس اصلی و زیرحلقه‌های آن را پیش بینی نماید؛ همچنین از شکل ۸ مشخص است که بیشینه خطا از ۳ درصد تجاوز نمی‌کند که مقدار بسیار مناسبی است. از طرف دیگر، اثر اعمال معکوس مدل بر روی خود مدل در شکل ۹ نمایش داده شده است که موجب شده اثرات غیرخطی سیستم کاملا حذف شود.



شکل ۷- حلقه‌های هیستریزیس سیستم و توانایی مدل شناسایی شده در پیش‌بینی آن‌ها



شکل ۸- خطای مدل شناسایی شده



شکل ۶- سیگنال‌های ورودی به سیستم و جابجایی اندازه‌گیری شده

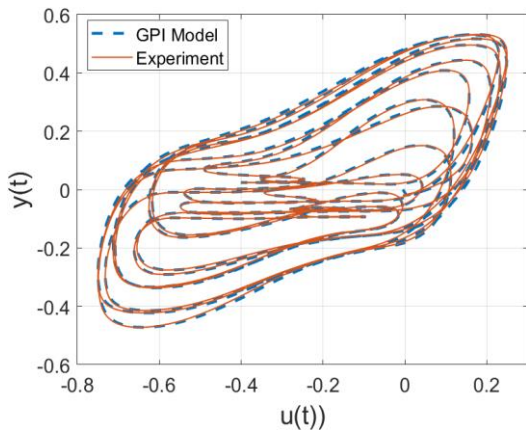
با وارد کردن این اطلاعات به نرم‌افزار MATLAB، اعمال یک فیلتر جهت حذف نویز از داده‌ها و اجرای فرآیند شناسایی و بهینه‌سازی مدل با استفاده از دستور lsqnonlin، ضرایب بهینه  $a_1$  تا  $a_{11}$  به شرح جدول ۱ بدست آمد:

جدول ۱- مقادیر ضرایب بهینه مدل

مقدار	ضرایب
۷/۶۱۶۶۷	$a_1$
۱/۱۱۶۱۹	$a_2$
۱/۵۱۶۷۲	$a_3$
۳۱/۴۲۳۴۳	$a_4$
۰/۲۵۷۶۱	$a_5$
۱۹/۴۷۵۷۲	$a_6$
-۳۰/۹۳۶۱۵	$a_7$
۰/۸۶۶۲۸	$a_8$
۲/۰۳۵۲۹	$a_9$
-۱/۳۱۳۲۹	$a_{10}$
۰/۴۲۷۰۵	$a_{11}$

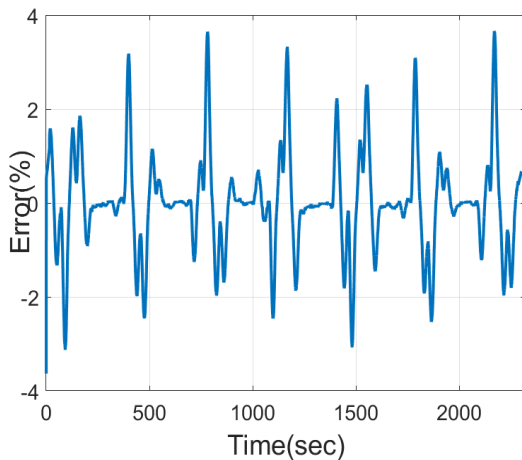
در صورت حذف زمان از معادلات و رسم جابجایی برحسب سیگنال جریان ورودی در شرایط پایدار، می‌توان ویژگی هیستریزیس موجود در سیستم را مشاهده کرد. با انجام این کار برای سیگنال اعمال شده جهت آموزش مدل پرنتل ایشلینسکی تعمیم یافته و همینطور رسم خروجی شبیه‌سازی





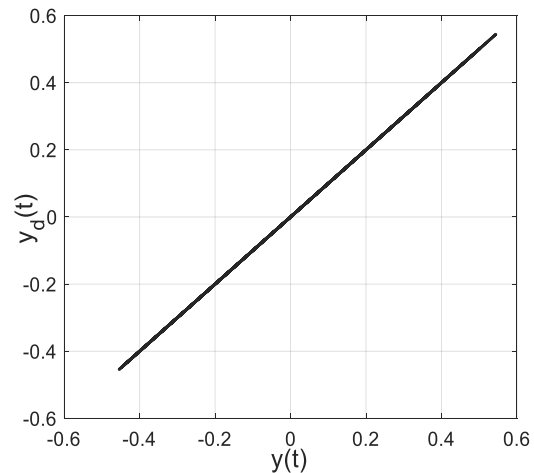
شکل ۱۱- پاسخ سیستم و مدل شناسایی شده به ورودی سیگنال صحت سنجی

در این آزمایش نیز مشخص است که مدل شناسایی شده توانایی بسیار خوبی در پیش‌بینی پاسخ سیستم داشته و حداکثر خطا همانگونه که در شکل ۱۲ نمایش داده شده است از ۴ درصد تجاوز نمی‌کند.



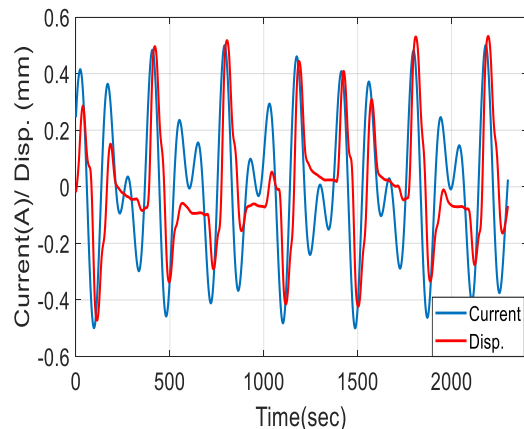
شکل ۱۲- خطای مدل با اعمال سیگنال صحت‌سنجی

با توجه به صحت‌سنجی انجام شده مشخص می‌شود که مدل شناسایی شده به خوبی قابلیت پیش‌بینی سیگنال‌های پیچیده را نیز دارا است. در یک نمونه دیگر از یک سیگنال ترکیبی پیچیده‌تر به فرم  $u(t) = \cos(0.05t) - 1.5 \sin(0.045t) + \cos(0.02t) + 2 \sin(0.03t) + 1.5 \cos(0.04t)$  جهت بررسی نحوه پاسخ مدل به سیگنال‌های متفاوت استفاده و نتیجه در شکل ۱۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با وجود افزایش پیچیدگی سیگنال ورودی،



شکل ۹- نتیجه اعمال معکوس مدل در ورودی، بر روی سیستم شبیه‌سازی شده

با وجود پاسخ مناسب و قدرت مدل در پیش‌بینی سیستم، به منظور اطمینان از عملکرد مناسب مدل در شرایط مختلف، نتایج به دست آمده بایستی با داده‌های متفاوت صحت‌سنجی شوند. به همین منظور، یک سیگنال ورودی پیچیده‌تر به فرم  $u(t) = 2.5 \cos(0.01\pi t) + 2.5 \cos(0.02t)$  اعمال شد. سیگنال نرمالایز شده ورودی به همراه خروجی اندازه‌گیری شده در شکل ۱۰ و مقایسه خروجی اندازه‌گیری شده با مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل، در شکل ۱۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱۰- سیگنال  $u(t) = 2.5 \cos(0.01\pi t) + 2.5 \cos(0.02t)$  ورودی به سیستم و جابجایی اندازه‌گیری شده

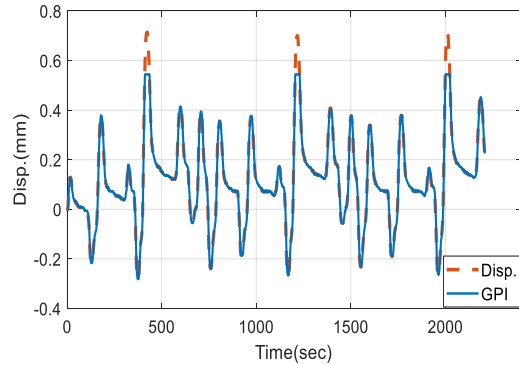
### ۶- نتیجه گیری و جمع بندی

پاسخ آهسته و وجود پیچیدگی‌های بسیار از جمله هیستریزس نامتقارن و اشباع، استفاده از عملگرهای آلیاژ حافظه شکل در کاربردهای عملی را محدود کرده است؛ بنابراین، در پژوهش حاضر تلاش شد تا با معرفی یک سکوی موقعیت دهی میکرونی با دو عملگر متقابل، سرعت پاسخ سیستم تا حد امکان افزایش پیدا کند. از طرف دیگر تلاش شد با شناسایی و بهینه‌سازی ضرایب یک مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته، خواص غیر-خطی سیستم مدل سازی شود؛ در نتیجه، با اعمال معکوس این مدل به ورودی سیستم و حذف خواص غیرخطی، امکان استفاده از روش‌های معمول کنترل خطی برای طراحی کنترلر این نوع از سیستم‌ها فراهم می‌آید. نتایج حاصل از مدل سازی سیستم نشان داد که مدل شناسایی شده با این روش به خوبی می‌تواند خواص غیرخطی سیستم از جمله هیستریزس نامتقارن را شناسایی نماید؛ بنابراین اعمال معکوس این مدل در ورودی سیستم، با حذف خواص غیرخطی و پیچیدگی‌های سیستم تا حد قابل قبول، می‌تواند تلاش‌های کنترلی مورد نیاز برای کنترل این گونه سیستم‌ها را به شکل محسوس کاهش دهد. البته، ذکر این نکته ضروری است که با افزایش پیچیدگی ورودی، مقدار خطا نیز افزایش پیدا می‌کند که این امر، می‌تواند ناشی از پیچیدگی رفتار عملگرها به خصوص در هنگام تغییر فاز، سرعت تغییرات ورودی و یا مستقل از نرخ<sup>۱</sup> تغییرات فرکانسی بودن سیستم شناسایی شده باشد؛ بنابراین، در استفاده از مدل شناسایی شده در شرایطی که کارکرد سیستم فاصله زیادی با نقطه شناسایی شده داشته باشد، بایستی با احتیاط رفتار کرد.

### ۷- مراجع

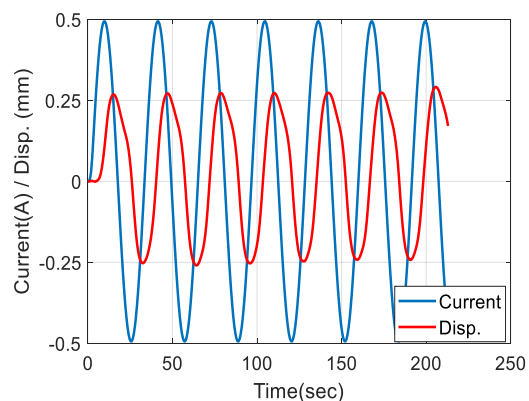
- [1] W. Wang *et al.* (2020) A new hysteresis modeling and optimization for piezoelectric actuators based on asymmetric Prandtl-Ishlinskii model. *Sen. Act., A Phys.* 316: 112431
- [2] Q. Xu and Y. Li (2008) Structure Improvement of an XY Flexure Micromanipulator for Micro/Nano Scale Manipulation. *IFAC* 41(2): 12733-12738.
- [3] Y. Li and Q. Xu (2009) Design and analysis of a totally decoupled flexure-based XY parallel micromanipulator. *IEEE Trans. Robot* 25(3): 645-657.

مدل شناسایی شده با وجود افزایش خطا در نقاط بیشینه، همچنان توانایی خوبی در پیش‌بینی رفتار سیستم دارد.



شکل ۱۳- توانایی مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی در پیش‌بینی سیگنال‌های پیچیده

در انتها به منظور نمایش تاخیر فاز سیگنال ورودی و جابجایی تولید شده در سیستم در فرکانس‌های بالاتر، یک سیگنال سینوسی به فرم  $u(t) = 5\sin(t/15.8)$  به سیستم اعمال و جابجایی مربوطه اندازه‌گیری شد. نتایج حاصله به صورت نرمالایز شده در شکل ۱۴ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس ورودی، تاخیر فاز سیستم بیشتر نمایان می‌شود.



شکل ۱۴- تاخیر فاز ایجاد شده در سیستم در اثر اعمال سیگنال‌های با فرکانس بالاتر

<sup>۱</sup> Rate-Independent

- [۱۴] رضویلر ر، فتحی ع، دردل م، ارغوانی هادی ج (۱۳۹۶) تحلیل دینامیکی رفتار شبه الاستیک یک تیر از جنس آلایژ حافظه شکل. م م مدرس ۱۷ (۱۲): ۲۳۳-۲۲۳.
- [۱۵] چهاردولی ح، شفیعی ا، اقتصاد م (۱۴۰۱) کنترل فازی-PID مکانیزم هایی با عملگرهای متضاد از جنس آلایژ حافظه دار. ف م هوافضا ۱۸(۲): ۱۹-۷.
- [16] S. Saito, S. Oka, and R. Onodera (2022) Modelling of a shape memory alloy actuator for feedforward hysteresis compensator considering load fluctuation, CAAI Trans. Intell. Tech., vol. 7, no. 4, pp. 549–560
- [17] M. R. Zakerzadeh and H. Sayyaadi (2013) Precise position control of shape memory alloy actuator using inverse hysteresis model and model reference adaptive control system. Mech. 23(8): 1150–1162.
- [18] L. Liu, K. K. Tan, C. S. Teo, S. L. Chen, and T. H. Lee (2013) Development of an approach toward comprehensive identification of hysteretic dynamics in piezoelectric actuators. IEEE Trans. Cont Sys. Tech. 21(5): 1834–1845.
- [19] P. Krejci and K. Kuhnen (2001) Inverse control of systems with hysteresis and creep. IEE Proc. Cont. Theory Appl. 148(3): 185–192.
- [20] A. Pai, M. Rieppold, and A. Trächtler (2018) Model-based precision position and force control of SMA actuators with a clamping application. Mechat, 50: 303–320.
- [21] K. Kuhnen (2003) Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities: A modified prandtl-ishlinskii approach. Eur. J. Cont. 9(4): 407–418.
- [22] M. Al Janaideh, J. Mao, S. Rakheja, W. Xie, and C. Y. Su (2008) Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model: Hysteresis modeling and its inverse for compensation in smart actuators. Proc. IEEE Conf. Decis. Cont. 5182–5187.
- [23] M. Al Janaideh (2009) Generalized Prandtl-Ishlinskii Hysteresis Model and its Analytical Inverse for Compensation of Hysteresis in Smart Actuators. Concordia University, Montral.
- [4] B. Ding and Y. Li (2014) Design and analysis of a decoupled XY micro compliant parallel manipulator. IEEE Int. Conf. Robot. Bio, IEEE ROBIO 2014: 1898–1903.
- [5] A. AbuZaiter, O. F. Hikmat, M. Nafea, and M. S. M. Ali (2016) Design and fabrication of a novel XYθZ monolithic micro-positioning stage driven by NiTi shape-memory-alloy actuators. Smart Mat. Struct. 25(10): 105004.
- [6] M. Sasaki, W. Kamada, and K. Hane (1999) Two-dimensional control of shape-memory-alloy actuators for aligning a si micromachined pinhole of spatial filter. Jap. J. Appl. Phys., Part 1 Regul. Pap. Short Notes Rev. Pap. 38(12): 7190–7193.
- [7] Y. M. Han, C. J. Park, and S. B. Choi (2003) End-point position control of a single-link arm using shape memory alloy actuators. Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 217(8): 871–882.
- [8] E. Asua, A. García-Arribas, and V. Etxebarria (2008) Micropositioning using shape memory alloy actuators. Eur. Phys. J. Spec. Top. 158(1): 231–236.
- [9] H. Ashrafiuon and V. R. Jala (2009) Sliding mode control of mechanical systems actuated by shape memory alloy. J. Dyn. Syst. Meas. Cont. Trans. ASME 131(1): 1–6.
- [10] M. Al Janaideh, S. Rakheja, and C. Y. Su (2011) An analytical generalized Prandtl-Ishlinskii model inversion for hysteresis compensation in micropositioning control. IEEE/ASME Trans. Mech. 16(4): 734–744.
- [11] S. Park and D. Hwang (2020) An experimental study on precision positioning characteristics of shape memory alloy actuator. Microsyst. Tech. 26(9): 2801–2807.
- [۱۲] شکی س، ذاکرزاده م (۱۳۹۵) مدل سازی و کنترل عملگر آلایژ حافظه دار با روش مد لغزشی فازی. م م مدرس. ۱۶ (۷): ۳۵۳-۳۶۰.
- [۱۳] سلطانی گردفرامری م، بزرگ س م، ذاکرزاده م. (۱۳۹۴) تخمین مقاوم ضریب سختی فنر در عملگر آلایژ حافظه دار توسط فیلتر کالمن توسعه یافته. م سازه ها و شماره ها ۸۱-۶۹ (۴): ۵.