



بررسی عددی جریان نانو سیال در کویتی مربعی با دیوار کج با زاویه های مختلف

آرش تیموری^۱، وحید نجاتی^{۲*}، ایمان زحمتکش^۳، سید رضا صالح^۴

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران
^{۲*} استادیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران
^۳ دانشیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران
^۴ استادیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۱۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۰۲

چکیده

در این پژوهش جابجایی ترکیبی درون یک کویتی مربعی بسته مورد بررسی قرار گرفت. هندسه این محفظه به صورت چهار ضلعی با ابعاد یکسان که به صورت کج قرار گرفته است و دو ضلع بالا و پایین عایق است و ضلع سمت چپ گرم و سمت راست سرد است، در نظر گرفته می‌شود. اثر تغییر زاویه دیواره کویتی در چند زاویه خاص (θ)، تغییرات نسبت حجمی نانو ذرات در اعداد رینولدز ۱۰ و ۱۰۰ و در اعداد ریچاردسون ۰/۱ و ۱ در محدوده جریان آرام به صورت دو بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سیال پایه آب و مخلوط نانو سیال همگن در نظر گرفته می‌شود. برای حل معادلات ناوراستوکس و انرژی گسسته و معادلات به صورت عددی حل شدند. نتایج نشان می‌دهد که برای یک عدد رینولدز و ریچاردسون ثابت افزودن نانو ذره به سیال پایه می‌تواند منجر به افزایش عدد ناسلت تا ۲۰٪ شود؛ همچنین با افزایش میزان کجی کویتی از صفر درجه تا ۹۰ درجه نیز افزایش حدود ۳۰٪ در عدد بی بعد ناسلت مشاهده می‌شود؛ همچنین در یک عدد ریچاردسون ثابت و برای یک کسر حجمی نانوذره مشخص، افزایش عدد رینولدز از ۱۰ به ۱۰۰ می‌تواند منجر به افزایش حدود ۳۰٪ در عدد ناسلت شود.

کلمات کلیدی: نانو سیال، کویتی، دیواره کج، دینامیک سیالات محاسباتی، انتقال حرارت جابجایی ترکیبی

Numerical investigation of two-phase nanofluid flow in square cavity with inclined wall under different magnetic field

Arash teimouri¹, Vahid Nejati^{2,*}, Iman Zahmatkesh³, Seied Reza Saleh²

¹ Ph.D. Student, Mec. Eng. Azad University, Mashhad, Iran

^{2*} Assist. Prof., Mec. Eng. Azad University, Mashhad, Iran

³ Assoc. Prof., Mec. Eng. Azad University, Mashhad, Iran

Abstract

In this research, the combined displacement inside a closed square enclosure was investigated. The geometry of this chamber is considered as a quadrilateral with the same dimensions, which is tilted and the upper and lower sides are insulated, and left side is hot and the right side is cold. The effect of changing angle of the chamber wall in some specific angles (θ), changes in the volume ratio of nanoparticles in Reynolds numbers 10 and 100 and in Richardson numbers 0.1 and 1 in the range of laminar flow are investigated in two dimensions. solve Navirastox and discrete energy equations, equations were solved numerically. Discretized equations were solved by coding Fortran software. the angle of 90 degrees. The results show that for a constant Reynolds and Richardson number, adding nanoparticles to base fluid can increase the Nusselt number by 20%. Also, by increasing the amount of curvature from 0 degrees to 90 degrees, an increase of about 30% in the dimensionless Nusselt number is observed. Also, in a constant Richardson number and for a certain nanoparticle volume fraction, increasing the Reynolds number from 10 to 100 can lead to an increase of about 300% in the Nusselt number.

Keywords: Nanofluid, cavity, tilted wall, computational fluid dynamics, combined heat transfer

۱- مقدمه

جابه جایی ترکیبی به دلیل کاربرد وسیع در سیستم‌های مهندسی از قبیل سرمایش قطعات الکترونیکی، تهویه اتاق‌ها، ایزوله سازی راکتورها، کلکتورهای خورشیدی، سیستم‌های اطفای حریق و بسیاری سیستم‌های دیگر، از پدیده‌های مهم فیزیکی محسوب می‌شود [۱ و ۲].

از طرف دیگر افزایش راندمان و بهبود مصرف انرژی در صنایع همواره مورد توجه محققان بوده است. بهبود انتقال حرارت در سیستم‌های گرمایشی و سرمایشی و به طور کلی در سیستم‌های حرارتی از این قاعده مستثنی نمی‌باشد. برای افزایش میزان انتقال حرارت از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود که می‌توان این روش‌ها را به دو دسته ی کلی روش‌های فعال و غیر فعال تقسیم نمود. در روش‌های فعال از یک منبع انرژی خارجی برای افزایش میزان انتقال حرارت استفاده می‌شود؛ اما در روش‌های غیر فعال نیازی به منبع انرژی خارجی نمی‌باشد. یکی از این روش‌ها استفاده از نانو سیال‌ها است. نانوسیال‌ها ساختار کلوئیدی (ذرات نامحلول در سیال) دارند و از ترکیب یک سیال پایه با نانو ذرات ساخته شده‌اند. نانو ذرات، ذراتی هستند که قطر آنها بین ۱-۱۰۰ نانومتر است و اغلب از فلزات واکسید فلز مانند آلومینا و مس ساخته می‌شوند؛ همچنین از سیالات رسانای گرما مانند آب یا اتیل گلیکول (ضد یخ) بعنوان سیال پایه استفاده می‌شود.

تا کنون مطالعات عددی و تجربی بسیاری در مورد جنبه‌های مختلف کاربرد انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ها صورت گرفته است [۳-۶]؛ همچنین توجه محققان زیادی به افزایش نرخ انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ها با وجود چشمه‌های گرمایی مجزا روی دیواره‌های آن جلب شده است. مروری بر مطالعات انجام شده پیرامون این موضوع نشان می‌دهد که اندازه و محل قرار گیری اجزای گرمایی، هر دو بر نرخ انتقال گرما تاثیر گذار هستند. از طرفی افزایش نرخ انتقال حرارت از طریق بهبود خواص گرمایی سیال عامل در سیستم‌های گرمایی اخیرا مورد توجه جدی قرار گرفته است. در گذشته نه چندان دور، افزایش ضریب هدایت گرمایی مایعات با استفاده از افزودن ذرات فلزی با ابعاد میکرومتر صورت می‌گرفت [۷ و ۸]. جهانشاهی و همکاران [۹] مطالعه‌ای تجربی و عددی با روش حجم محدود برای بررسی انتقال حرارت جابه جایی آزاد آب-اکسید سیلیسیم در محفظه‌های

مربعی با دیواره‌های قائم گرم و سرد و دیواره‌های افقی عایق انجام دادند. بر اساس یافته‌های آن‌ان عدد ناسلت متوسط در تمامی اعداد رایلی با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد.

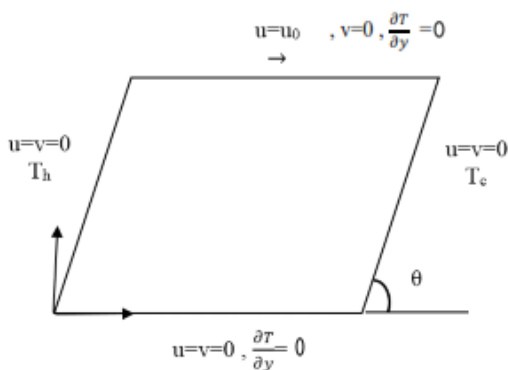
امین سلطانی و قاسمی [۱۰] جابه جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید مس را در اعداد گراشف و کسرهای حجمی مختلف در محفظه‌ای مربعی با گرمایش موضعی به صورت عددی بررسی کردند. بر اساس نتایج آنها با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. شیخ زاده و نظری [۱۱] به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک حفره مربعی پر شده از ماده متخلخل اشباع به همراه نانو سیال پرداختند. آن‌ها از نانو سیال آب و Al_2O_3 در مطالعه خود استفاده نمودند. آن‌ها دیواره افقی بالا و پایین حفره را عایق فرض نمودند و همچنین فرض کردند که دیواره‌های جانبی به ترتیب در دمای T_H و T_C قرار داشته باشند؛ همچنین از مدل داری برای شبیه سازی جریان در محیط متخلخل اشباع شده استفاده نمودند. معادله انتقال را به صورت عددی و با استفاده از متد حجم محدود و با استفاده از الگوریتم SIMPLER حل نمودند. آن‌ها در بازه بزرگی از اعداد رایلی (اعداد رایلی بین 10^4 تا 10^6) و اعداد داری (اعداد داری بین 10^{-5} تا 10^{-3}) و همچنین کسر حجمی نانو ذرات (کسر حجمی ۰ تا ۰٫۱) مساله را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها خطوط جریان، سطوح هم دما و عدد ناسلت متوسط را به عنوان خروجی‌های خود گزارش نمودند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش عدد رایلی و عدد داری میان انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد؛ همچنین آن‌ها نشان دادند که با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در نانو سیال نیز میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد. بورانتاس و همکاران [۱۲] جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال با خواص ثابت را در محفظه‌ای مربعی در محیطی متخلخل به صورت عددی بررسی کردند. به جز دیواره پایینی آن که شار حرارتی ثابت به بخشی از آن اعمال می‌شد، دیگر دیواره‌ها سرد بودند. بر اساس نتایج آنها در یک کسر حجمی ثابت با افزایش عدد رایلی در همه اعداد داری مورد بررسی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یافت. حیدری و همکاران [۱۳] به بررسی عددی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت جابجایی اجباری نانو سیال در کانال پرداختند. در پژوهش آن‌ها فرض شده بود که دیواره ی کانال

حسین و همکاران [۱۸] به مطالعه تاثیر استفاده از نانو لوله‌های کربنی بر روی انتقال حرارت جابجایی ترکیبی در داخل کویتی تحت تاثیر میدان مغناطیسی و با در نظر گرفتن تشعشع حرارتی پرداختند. در این پژوهش سیال پایه از جنش روغن در نظر گرفته شده است. برای حل مساله از روش المان محدود استفاده شده است.

با توجه به پژوهش‌های گذشته می‌توان دریافت که مقالاتی بسیاری به بررسی جریان نانوسیال در داخل کویتی پرداخته اند، اما در هیچ یک از این مقاله‌ها زاویه کجی کویتی به عنوان یک پارامتر مورد بررسی قرار نگرفته است. از این رو نوآوری اصلی پژوهش حاضر را می‌توان در نظر گرفتن زاویه کجی برای کویتی در نظر گرفت؛ همچنین یافتن زاویه بهینه برای کجی کویتی، مطالعه تاثیر عدد ریچاردسون در زوایای مختلف بر روی عددی عدد ناسلت و تاثیر مقادیر مختلف کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه بر روی عملکرد حرارتی کویتی کج از دیگر نوآوری پژوهش حاضر محسوب می‌شوند.

۲- هندسه و معادلات آن

در این پژوهش قصد بر آن است که اثر افزودن نانوذره بر جابجایی ترکیبی درون یک محفظه مربعی، بسته کج مطابق شکل (۱) مورد بررسی قرار گیرد. هندسه این محفظه به صورت چهار ضلعی با ابعاد یکسان که به صورت کج قرار گرفته است و دو ضلع بالا و پایین عایق است و ضلع سمت چپ گرم و سمت راست سرد است، در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- نمای شماتیک از هندسه مساله

در حالت کلی شرایط مرزی برای حل معادلات شامل شرط مرزی سرعت و شرط مرزی دما است.

دارای دمای ثابت باشد؛ همچنین دمای دیوار کانال از دمای ورودی نانو سیال به داخل کانال نیز بیشتر در نظر گرفته شده بود. آن‌ها نشان دادند که افزودن ۱۰٪ حجمی نانو سیال اکسید مس به سیال پایه آب می‌تواند ضریب انتقال حرارت را تا ۲۶٪ افزایش دهد؛ همچنین اعمال میدان مغناطیسی برابر با عدد هارتمن ۳۰ می‌تواند برای سیال پایه آب خالص ضریب انتقال حرارت را تا ۵۰٪ و برای نانو سیال آب اکسید مس با در صد حجمی ۰٫۱، ضریب انتقال حرارت را تا ۷۶٪ افزایش دهد.

موسوی و همکاران [۱۴] به بررسی عددی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت نانو سیالات مغناطیسی در داخل یک مبدل حرارتی دو لوله ای پرداختند. آن‌ها نانو سیال آب-اکسید آهن را با ۴٪ حجمی در نظر گرفتن و تاثیر مقادیر مختلف میدان مغناطیسی بر روی میزان انتقال حرارت را بررسی نمودند. آن‌ها برای حل عددی خود از الگوریتم Simplec استفاده نمودند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز و همچنین افزایش شدت میدان مغناطیسی، عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت جابجایی افزایش مییابد. وانگ و همکاران [۱۵] در تحقیقی به بررسی تولید آنتروپی سیال هوا به دلیل جابجایی ترکیبی درون یک حفره مربعی در حضور یک سیلندر دوار پرداختند. نتایج حل عددی آن‌ها بیان گر این موضوع بود که با افزایش برگشت ناپذیری تولید آنتروپی افزایش می‌یابد.

ازتاپ و همکاران [۱۶] در تحقیقی عددی به مطالعه جریان جابجایی ترکیبی درون یک حفره مربعی در حضور یک میدان مغناطیسی پرداختند. حفره مذکور با نانوسیال پر شده بود، دارای یک مرز متحرک بود و بخشی از دیواره آن که به صورت موجی شکل بود، توسط یک هیتر گرم می‌شد. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که نرخ انتقال حرارت رابطه ای معکوس با عدد هارتمن دارد و اضافه کردن نانوذرات به سیال پایه (آب)، بسته به مقدار اعداد ریچاردسون و هارتمن، می‌تواند تاثیر مثبت و یا منفی بر روی نرخ انتقال حرارت درون حفره بگذارد.

عمار و همکاران [۱۷] به بررسی تاثیر نانوسیال دوفازی بر روی انتقال حرارت ترکیبی جابجایی در داخل کویتی اعوجاج دار با یک جسم صلب در داخل آن پرداختند. آن‌ها برای حل مساله از روش المان محدود بهره گرفتند و متغیرهای مورد بررسی توسط آن‌ها شامل، کسر حجمی نانو ذرات، عدد موج دیواره کویتی و عدد ریچاردسون بوده است.

$$u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g \left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \cos \theta - \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \sin \theta \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[\frac{\partial \mu_{nf}}{\partial x^*} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \mu_{nf}}{\partial y^*} \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + \frac{\partial^2 \mu_{nf}}{\partial x^* \partial y^*} \left(\frac{\partial v^*}{\partial y^*} - \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial^2 \mu_{nf}}{\partial x^{*2}} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \mu_{nf}}{\partial x^*} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) - \frac{\partial^2 \mu_{nf}}{\partial y^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} - \frac{\partial \mu_{nf}}{\partial y^*} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \right] + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[g(T^* - T_\infty) \left(\frac{\partial(\rho\beta)_{nf}}{\partial x^*} \cos \theta - \frac{\partial(\rho\beta)_{nf}}{\partial y^*} \sin \theta \right) \right] \quad (۶)$$

طبق شرط مرزی سرعت، سرعت روی دیواره‌ها از شرط عدم لغزش پیروی می‌کند. در این حالت داریم:

$$U = V = 0 \quad (۱)$$

روی دیواره‌های محفظه:

$$Y = 1, 0.1 \leq X \leq 1.1 \rightarrow U = V = 0 \quad (۲)$$

$$1 \leq X \leq 1.1, 0 \leq Y < 1 \rightarrow U = V = 0 \quad (۳)$$

برای شرط مرزی دما، از دمای ثابت روی دو دیواره محفظه استفاده شده است.

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} = -w^* \quad (۷)$$

$$X = 1 + \frac{Y}{\cos \varphi}, 0 \leq Y \leq 1 \rightarrow \theta = 0 \quad (۴)$$

$$u^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \quad (۸)$$

دیوار سمت راست

$$v^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \quad (۹)$$

$$X = \frac{Y}{\cos \varphi}, 0 \leq Y \leq 1 \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (۵)$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{(\rho c_p)_{nf}} \left[\frac{\partial}{\partial x^*} \left(k_{nf} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(k_{nf} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right) \right] \quad (۱۰)$$

دیوار سمت چپ

معادلات اصلی حاکم بر رفتار سیال با توجه به فرضیات زیر نوشته می‌شود:

- جریان آرام
 - سیال تراکم ناپذیر و نیوتنی
 - جریان دایم
 - تنها نیروی حجمی گرانش است
 - اثرات تغییرات چگالی فقط در نیروی شناوری در نظر گرفته می‌شود (تقریب بوزینسک)
 - خواص ثابت
 - تبعیت انتقال حرارت هدایتی از قانون فوریه
 - صرف نظر کردن از اثرات اتلاف ویسکوز و انتقال حرارت نشعشی
 - تعادل گرمایی سیال و نانو ذرات (مدل تک فاز)
- معادلات حاکم بر انتقال حرارت نانو سیال به صورت دو بعدی و آرام در شکل ورتیسیت-تابع جریان با فرض بوزینسک به صورت زیر است [۱۹]:

که در معادلات بالا w^* , ψ^* , u^* , v^* و T^* به ترتیب بیان گر ورتیسیت، تابع جریان، سرعت در جهت x ، سرعت در جهت y و دما می‌باشند و x^* و y^* به ترتیب بیان گر مولفه مختصات مکانی در جهت x و y می‌باشند؛ همچنین ρ , m , k , c_p و \square به ترتیب چگالی سیال، لزجت دینامیک، ضریب رسانایی، ظرفیت گرمایی و ضریب انبساط حجمی می‌باشند. زیر نویس nf اشاره به نانو سیال و علامت "*" اشاره به بعد دار بودن متغیرها دارد.

در ادامه باید به گسسته‌سازی معادلات پرداخته شود. معادلات با استفاده از روش تفاضل محدود گسسته می‌شود. با توجه به هندسه مساله باید فضای فیزیکی به فضای محاسباتی منتقل شود. برای این منظور از تبدیلات و روابط زیر برای انتقال معادلات استفاده می‌شود.

که در رابطه بالا

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \xi_x &= \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \xi_y &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \eta_x &= \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \eta_y &= \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right) \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}\right) + \\ &\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \\ &2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

و مقدار J که ژاکوبین است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J = \frac{1}{\left| \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right) - \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right) \right|}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} &= \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right) \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right) + \\ &\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 + \\ &2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

و مقادیر $\frac{\partial y}{\partial \eta}$ ، $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ ، $\frac{\partial x}{\partial \eta}$ و $\frac{\partial y}{\partial \xi}$ از روی مختصات نقاط به دست می‌آید.

معادلات در فضای محاسباتی به صورت زیر به دست می‌آید.

نانو سیال نیوتنی و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است. به این ترتیب پارامترهای مربوط به آن به شکل زیر است [۱۶]:

چگالی موثر نانو سیال

$$\begin{aligned} &\left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \right. \\ &\left. \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + 2 \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \right. \\ &\left. \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \\ &\left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right] \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (19)$$

در این رابطه ϕ کسر حجمی نانوذرات است؛ همچنین پارامترهایی که با اندیس f مشخص شده‌اند، مربوط به سیال پایه است که در این تحقیق آب بوده و پارامترهایی که با اندیس s مشخص شده‌اند، مربوط به ذرات نانو است. به این ترتیب دیگر پارامترهای نانو سیال به شکل زیر تعریف می‌شوند:

ضریب پخش حرارتی نانو سیال

در روابط بالا متریک ها از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial x} &= J \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right) \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} &= -J \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -J \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} &= J \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &= \xi_x \frac{\partial \xi_x}{\partial y} + \eta_x \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= \xi_y \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} &= \xi_x \frac{\partial \eta_x}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= \xi_y \frac{\partial \eta_y}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial x} &= \xi_x \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial x} &= \xi_x \frac{\partial \eta_y}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (\rho C_p)_{nf} &= (1 - \phi) (\rho C_p)_f \\ &+ \phi (\rho C_p)_s \end{aligned} \quad (21)$$

ضریب انبساط حرارتی نانو سیال

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \phi) (\rho \beta)_f + \phi (\rho \beta)_s \quad (22)$$

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{wall} \quad (28)$$

و مقدار ناسلت میانگین از رابطه (۲۹) استخراج می گردد.

$$Nu_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \, dx \quad (29)$$

خواص آب و اکسید آلومینیوم در جدول (۱) ارائه شده است؛ همچنین در این پژوهش مقدار قطر نانو ذرات $d_p = 30 \, nm$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- خواص آب و اکسید آلومینیوم

Pr	$\mu_f \left(\frac{kg}{ms} \right)$	$\beta \left(\frac{1}{K} \right)$	$c_p \left(\frac{1}{kgK} \right)$	$k \left(\frac{W}{mK} \right)$	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	نوع ماده
۶٫۲	$\frac{8/91}{\times 10^{-4}}$	$\frac{2}{60 \times 10^{-4}}$	۴۱۷۹	۰٫۶۰۰	۹۹/۱	آب در دمای $T = 25^\circ C$
-	-	$\frac{8/5}{\times 10^{-4}}$	۷۶۵	۴۰	۳۹۷۰	اکسید آلومینیوم

۳- استقلال حل از شبکه و اعتبار سنجی مدل

مدل به دست آمده با استفاده از روش المان محدود گسسته سازی شده و در نرم افزار فترن کد نویسی شده است. مساله برای مقادیر اعداد رینولدز ۱۰ و ۱۰۰، عدد ریچاردسون ۰٫۱ و زاویه کجی (θ) ۳۰، ۶۰، ۹۰ و ۱۵ درجه، و کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه (ϕ) ۰٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪، ۴٪، ۵٪، ۶٪ شبیه سازی شده است و در هر حالت پارامترهای مختلفی نظیر عدد ناسلت، دما و سرعت محاسبه گردیده است.

برای این منظور ابتدا به بررسی استقلال از شبکه پرداخته شده است. برای کسر حجمی نانو ذرات ۰٪ (سیال آب) و عدد رینولدز ۱۰۰ و ۱۰ و همچنین عدد ریچاردسون ۰٫۱ و ۱ و تعداد شبکه های 41×41 ، 121×121 و 201×201 و همچنین ضرایب فشردگی در جهت های محور x و y برابر با ۰٫۰۱، ۰٫۱، ۱، ۹، ۱ و ۲٫۴ شبیه سازی انجام شده است و نتایج با یک دیگر مقایسه شده است. تغییرات عدد ناسلت برای شبکه بندی های مختلف در جدول (۲) نشان داده شده است. لازم به

برای محاسبه ضریب ویسکوزیته و ضریب رسانایی گرمایی نانو سیال از فرمول های تجربی که از برازش منحنی بر داده های تجربی برای اکسید آلومینیوم ارائه و به دست آمده، استفاده شده است که به ترتیب به صورت زیر می باشند.

$$\begin{aligned} \mu_{nf} = & -0.4491 + \frac{28.837}{T^*} + 0.547\phi - \\ & 0.1634\phi^2 + 23.053 \frac{\phi^2}{T^{*2}} + \\ & 0.0132\phi^3 - 2354.735 \frac{\phi}{T^{*3}} + \\ & 23.498 \frac{\phi^2}{d_p^2} - 3.0185 \frac{\phi^3}{d_p^3} \end{aligned} \quad (23)$$

$10\% \leq \phi \leq 90\%$, $20 \leq T^*(C^\circ) \leq 70$, $13nm \leq d_p \leq 131nm$

$$\begin{aligned} k_{nf} = & k_f \left(0.9843 + \right. \\ & \left. 0.398\phi^{0.7873} \left(\frac{1}{d_p} \right)^{0.2246} \times \right. \\ & \left. \left(\frac{\mu_{nf}(T^*)}{\mu_f(T^*)} \right)^{0.0235} - 3.9517 \frac{\phi}{T} + \right. \\ & \left. 34.034 \frac{\phi^2}{T^{*3}} + 32.509 \frac{\phi}{T^{*2}} \right), \quad 0 \leq \phi \leq \\ & 10\%, \quad 20 \leq T^*(C^\circ) \leq 70, \quad 11nm \leq \\ & d_p \leq 150nm \end{aligned} \quad (24)$$

در معادلات بالا T^* بر حسب درجه سانتی گراد، ϕ بر حسب درصد و d_p بر حسب نانو متر است و همچنین $\mu_f(T^*)$ از رابطه (۲۵) به دست می آید.

$$\mu_f(T^*) = 2.414 \times 10^{-5} \times 10^{\frac{247.8}{(T^*-140)}} \quad (25)$$

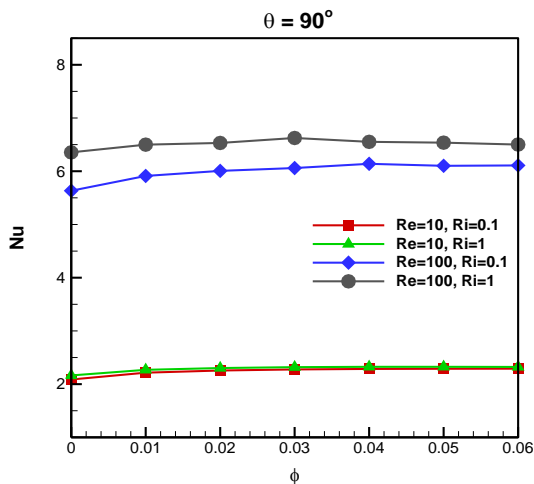
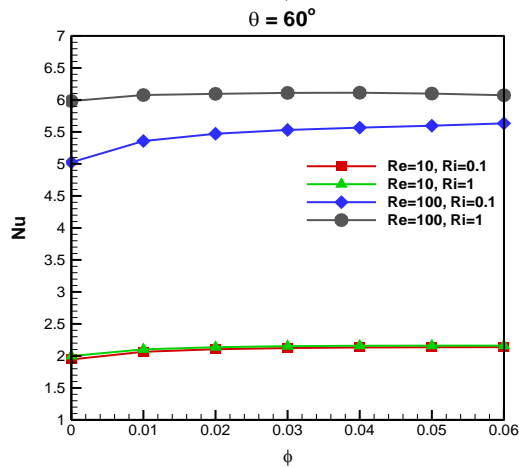
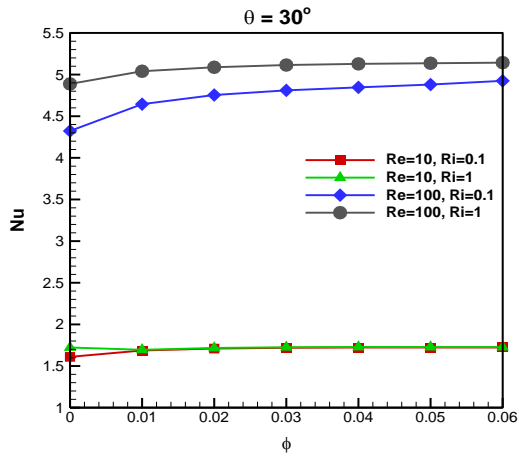
که در آن دما بر حسب کلوین است. همچنین مدل برینکمن و ماکسول به ترتیب برای محاسبه ویسکوزیته و ضریب رسانایی گرمایی نانو سیال به صورت زیر است:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} k_{nf} = & k_f \left(\frac{-2\phi(k_f - k_s) + 2k_f + k_s}{\phi(k_f - k_s) + 2k_f + k_s} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

که فقط تابعی از کسر حجمی است. مقدار ناسلت محلی از رابطه (۲۸) محاسبه می شود.

متوسط به برای زاویه‌های کجی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.



ذکر است که در تمامی حالات زاویه کجی برابر با ۹۰ درجه فرض شده است.

جدول ۲- بررسی استقلال حل از شبکه

عدد ناسلت	شرایط شبیه سازی	تعداد شبکه
۲/۱۷۸	$Re=10, Ri=0.1, Ze=2.4$	41×41
۶/۳۶۷	$Re=10, Ri=1, Ze=2.4$	41×41
۵/۷۶۱	$Re=100, Ri=0.1, Ze=2.4$	41×41
۶/۳۶۷	$Re=100, Ri=1, Ze=2.4$	41×41
۶/۴۵۸	$Re=100, Ri=1, Ze=0.01$	121×121
۶/۶۸۴	$Re=100, Ri=1, Ze=1.9$	121×121
۶/۴۱۳	$Re=100, Ri=1, Ze=1$	121×121
۶/۴۱۵	$Re=100, Ri=1, Ze=0.01$	201×201
۹/۱۱۶	$Re=100, Ri=1, Ze=1.9$	201×201
۶/۳۹۸	$Re=100, Ri=1, Ze=1$	201×201

برای صحت سنجی کد، نتایج کد نوشته شده در اعداد رینولدز ۳۱۶ و عدد ریچاردسون ۱۰ و عدد رینولدز ۱۰۰۰ و عدد ریچاردسون ۱ با نتایج چنگ و لیو [۱۹] در جدول (۳) مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، نتایج بسیار نزدیک به هم بوده و صحت کد نوشته شده را نشان می‌دهد. در صحت سنجی از شبکه 41×41 با $Ze = 2.4$ استفاده شده است.

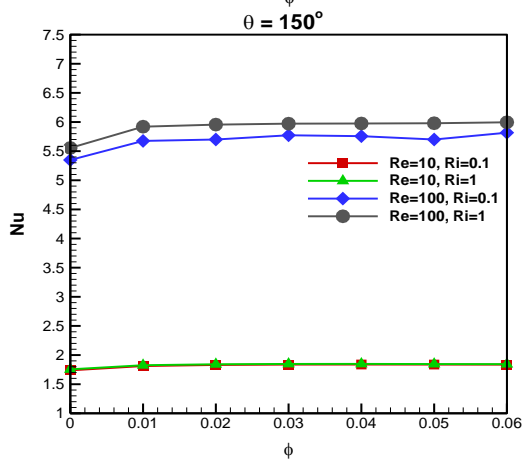
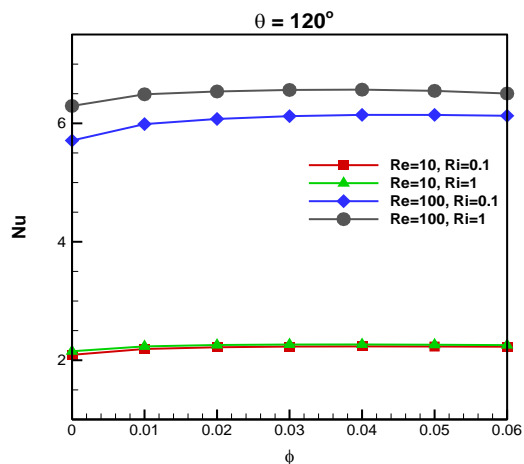
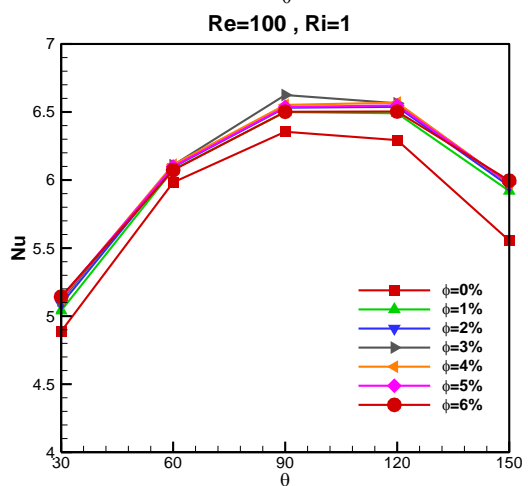
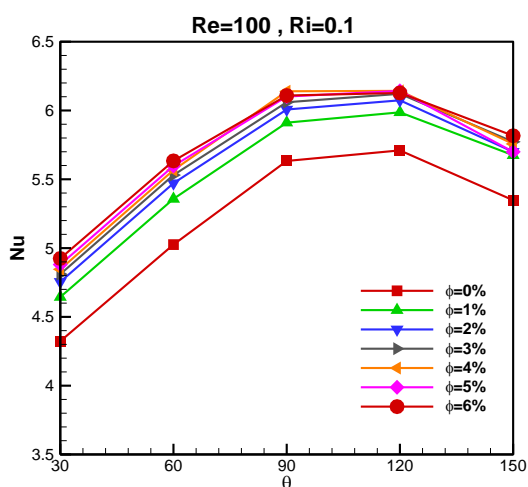
جدول ۳- مقایسه نتایج کار حاضر با چنگ و لیو [۱۹] برای

خطای نسبی (%)	نتایج چنگ و لیو [۱۹]	نتایج حاضر	اعداد بی بعد
۰.۴۱	8/638	8/674	$Ri=10, Re=316$
۰.۹۹	9/314	9/407	$Ri=1, Re=1000$

۴- نتایج

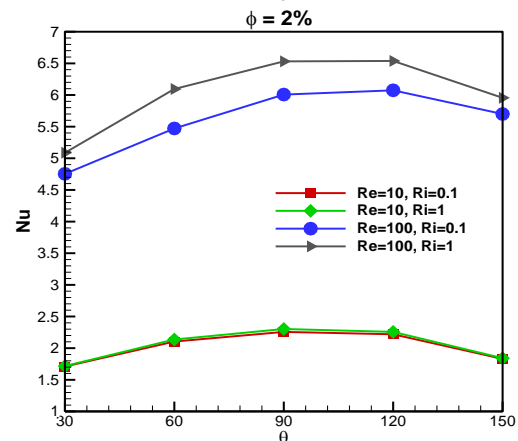
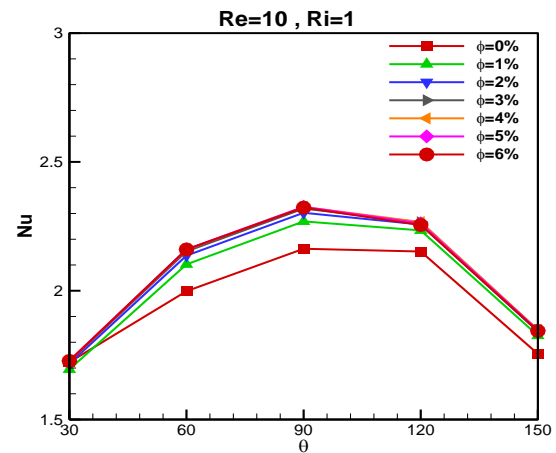
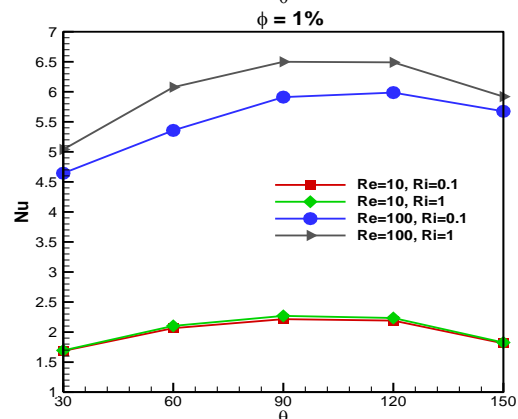
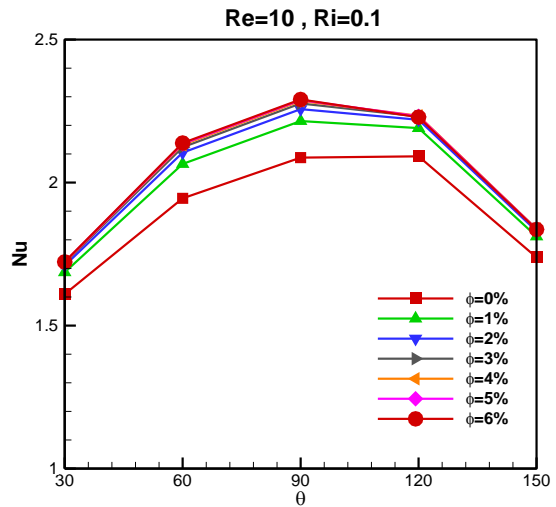
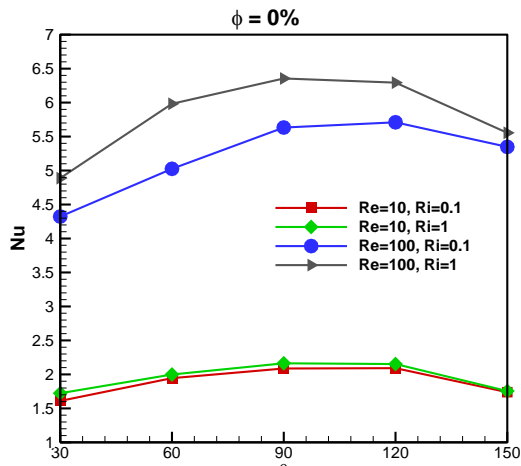
ابتدا به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز، عدد ریچاردسون و کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه، تغییرات عدد ناسلت

عدد ناسلت به مراتب بیش از تاثیر افزودن ۰.۶٪ حجمی نانو ذره به سیال پایه است. مشاهده می شود که با افزایش عدد رینولدز مقدار عدد بی بعد ناسلت تا حدود ۳۰٪ افزایش می یابد. تاثیر افزودن نانو ذرات به سیال پایه در اعداد رینولدز بالاتر مشهود است؛ زیرا وقتی عدد رینولدز بالاتر باشد، سرعت جریان بیشتر است و حرکت نانو ذرات در سیال پایه بیشتر می شود و در نتیجه انتقال حرارت به صورت بهتری انجام می شود.



شکل ۲- تغییرات عدد ناسلت برای مقادیر مختلف کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه و مقادیر مختلف θ

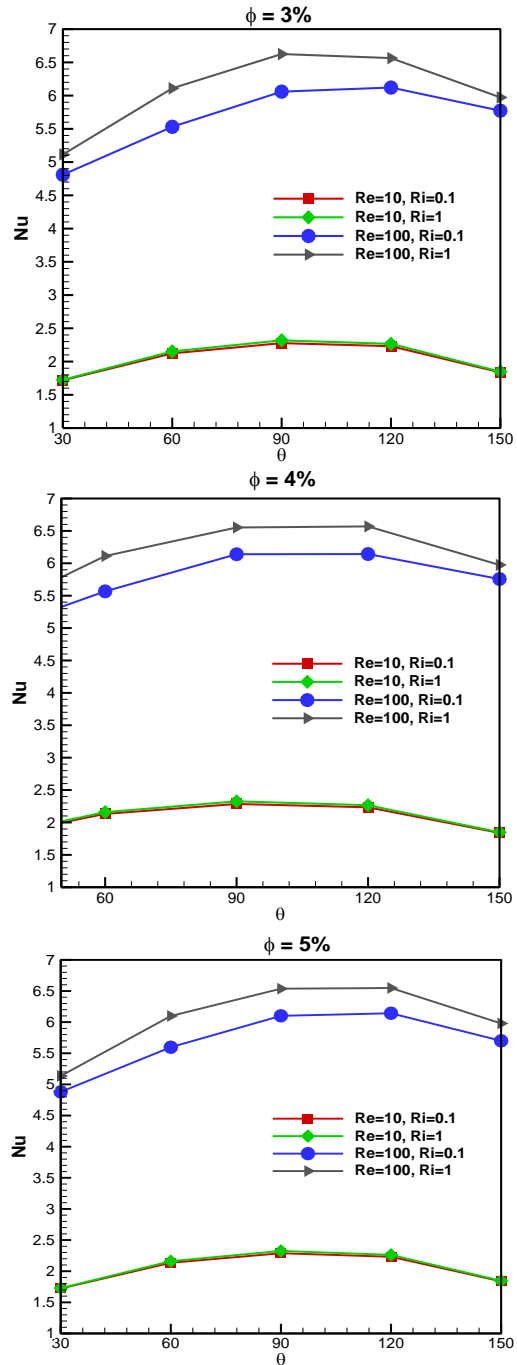
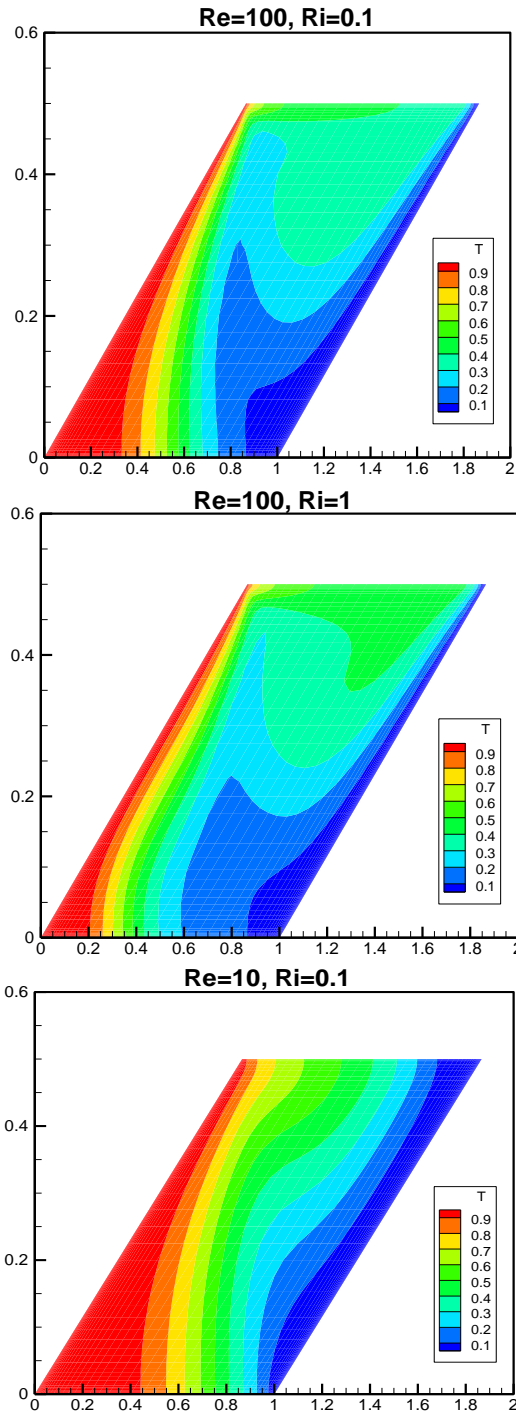
با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه مقدار عدد بی بعد ناسلت بهبود می یابد. با توجه به این که نانو ذرات دارای ضریب هدایت حرارتی بالاتری نسبت به سیال پایه (آب) می باشند، بنابراین با افزایش مقدار آن ها ضریب هدایت حرارتی نانو سیال افزایش می یابد و در نتیجه میزان انتقال و عدد بی بعد ناسلت نیز بهبود می یابد. مشاهده می شود که با افزودن نانو ذره به سیال پایه، تا ۱۶٪ می توان عدد بی بعد ناسلت را بهبود بخشید؛ همچنین با افزایش عدد رینولدز در واقع سرعت جریان افزایش می یابد و افزایش سرعت جریان نه تنها به طور مستقیم بر روی رژیم و الگوی جریان تاثیر می گذارد، بلکه بر روی ضریب انتقال حرارت جابجایی نیز تاثیر می گذارد و در نتیجه منجر به افزایش عدد ناسلت می شود. همان طور که مشاهده می شود، تاثیر افزایش عدد رینولدز از مقدار ۱۰ به ۱۰۰ بر روی افزایش



شکل ۳. تغییرات عدد بی بعد ناسلت نسبت به زاویه کجی (θ) برای مقادیر مختلف کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه (ϕ) و مقادیر مختلف عدد رینولدز و ریچاردسون

با افزایش زاویه کجی از 30° تا 90° درجه میزان انتقال حرارت با شیب بسیار زیادی افزایش می‌یابد. به طوری که عدد ناسلت تا 25% افزایش را نشان می‌دهد؛ همچنین با افزایش زاویه کجی از 90° تا 120° درجه مقدار انتقال حرارت و عدد ناسلت با شیب بسیار ملایمی افزایش می‌یابد و با افزایش بیشتر زاویه کجی مقدار انتقال حرارت و عدد ناسلت کاهش می‌یابد. علت این امر را می‌توان در شکل‌گیری جریان‌های چرخشی در گوشه‌ها دانست. به طوری که با افزایش زاویه کجی از 120° درجه به 150° درجه عدد ناسلت در حدود 10% کاهش پیدا می‌کند.

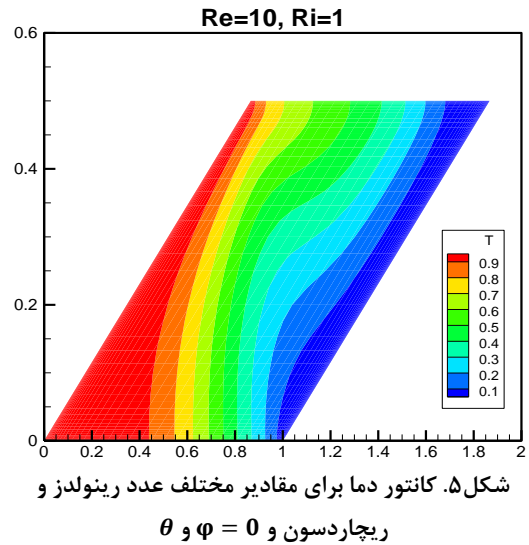
جابجایی اجباری، مقدار ضریب انتقال حرارت و به تبع آن عدد بی بعد ناسلت افزایش می یابد.



شکل ۴. تغییرات عدد ناسلت نسبت به زاویه θ برای مقادیر مختلف عدد رینولدز و ریچاردسون و φ

افزایش عدد رینولدز و عدد ریچاردسون به ترتیب به دلیل افزایش سرعت جریان و غالب شدن جریان جابجایی طبیعی به

- حجمی نانو سیال، با افزایش عدد رینولدز از ۱۰ به ۱۰۰، مقدار عدد ناسلت در حدود ۳۰۰٪ افزایش می یابد.
۳. تاثیر افزایش عدد رینولدز از مقدار ۱۰ به ۱۰۰ بر روی افزایش عدد ناسلت به مراتب بیش از تاثیر افزودن ۶٪ حجمی نانو ذره به سیال پایه است.
۴. متوسط عدد ناسلت با افزایش عدد ریچاردسون افزایش می یابد. به خصوص این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر محسوس تر است.
۵. با افزایش زاویه کجی از ۳۰ درجه تا ۹۰ درجه میزان عدد بی بعد ناسلت در حدود ۲۵٪ افزایش می یابد و با افزایش بیشتر زاویه کجی از ۱۲۰ تا ۱۵۰ درجه مقدار عدد بی بعد ناسلت در حدود ۱۰٪ کاهش می یابد.
۶. برای عدد رینولدز ۱۰۰ و عدد ریچاردسون ۱، نانو سیال با کسر حجمی ۳٪ در زاویه ۹۰ درجه بیشترین میزان عدد ناسلت بی بعد را دارا است.
۷. و برای عدد رینولدز ۱۰ و ریچاردسون ۱ اختلاف بیشینه و کمینه سرعت در راستای محور X بیشینه می باشد.
۸. با افزایش زاویه کجی از ۳۰ درجه به ۹۰ درجه بیشینه سرعت در سمت دیوار گرم افزایش می یابد. در واقع کجی دیوار بر روی شکل گیری جریان گردابی تاثیر منفی می گذارد.
۹. بیشینه سرعت موضعی در راستای محور X مربوط به زاویه کجی نود درجه و عدد رینولدز ۱۰۰ و عدد ریچاردسون ۰/۱ است.
۱۰. در زوایای کجی کمتر از ۹۰ درجه بیشینه سرعت مربوط به رینولدز ۱۰ و ریچاردسون ۱ است.



۵- جمع بندی

نتایج به دست آمده را می توان به صورت زیر دسته بندی نمود:

۱. با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه مقدار عدد بی بعد ناسلت بهبود می یابد. به طوری که با افزودن نانو ذره به سیال پایه، تا ۱۶٪ می توان عدد بی بعد ناسلت را بهبود بخشید.
۲. با افزایش عدد رینولدز در واقع سرعت جریان افزایش می یابد و افزایش سرعت جریان نه تنها به طور مستقیم بر روی رژیم و الگوی جریان تاثیر می گذارد، بلکه بر روی ضریب انتقال حرارت جابجایی نیز تاثیر می گذارد و در نتیجه منجر به افزایش عدد ناسلت می شود. در این حالت با فرض ثابت بودن عدد ریچاردسون و کسر

مراجع

- [4] Harish, R., & Sivakumar, R. J. P. T. (2021). Effects of nanoparticle dispersion on turbulent mixed convection flows in cubical enclosure considering Brownian motion and thermophoresis. P.T, 378, 303-316..
- [5] Bawazeer, S., Mohamad, A. A., & Oclon, P. (2019). Natural convection in a differentially heated enclosure filled with low Prandtl number fluids with modified lattice Boltzmann method. International J. of H.&MT, 143, 118562.
- [6] Prasopchingchana, U. (2022). Direct numerical simulation of natural convection in a square cavity at high Rayleigh numbers via the Lagrange
- [1] Abdulkadhim, A., mejbel Abed, I., & mahjoub Said, N. (2021). An exhaustive review on natural convection within complex enclosures: Influence of various parameters. C.J of P, 74, 365-388..
- [2] Kishor, V., Belekar, A., Srivastava, A., & Singh, S. (2022). Simultaneous mapping of buoyancy-induced flow and temperature fields using thermographic PIV. E. H. T, 1-21.
- [3] Turkyilmazoglu, M. (2022). Exponential nonuniform wall heating of a square cavity and natural convection. C.J of P, 77, 2122-2135.

- [14] Mousavi, S. V., Sheikholeslami, M., & Gerdroodbary, M. B. (2016). The Influence of magnetic field on heat transfer of magnetic nanofluid in a sinusoidal double pipe heat exch.. Chem. Eng.R & D, 113, 112-124.
- [15] Wang, T., Huang, Z., & Xi, G. (2017). Entropy generation for mixed convection in a square cavity containing a rotating circular cylinder using a local radial basis function method. Int. J. H.&MT, 106, 1063-1073.
- [16] Selimefendigil, F., Öztop, H. F., & Chamkha, A. J. (2017). Analysis of mixed convection of nanofluid in a 3D lid-driven trapezoidal cavity with flexible side surfaces and inner cylinder. Int. Commun. in H.&MT, 87, 40-51.
- [17] Alsabery, A. I., Tayebi, T., Kadhim, H. T., Ghalambaz, M., Hashim, I., & Chamkha, A. J. (2021). Impact of two-phase hybrid nanofluid approach on mixed convection inside wavy lid-driven cavity having localized solid block. J. of A.R., 30, 63-74.
- [18] Hossain, R., Azad, A. K., Hasan, M. J., & Rahman, M. M. (2022). Thermophysical properties of Kerosene oil-based CNT nanofluid on unsteady mixed convection with MHD and radiative heat flux. Engineering Science and Technology, an Int. J., 35, 101095.
- [19] Cheng, T. S., & Liu, W. H. (2010). Effect of temperature gradient orientation on the characteristics of mixed convection flow in a lid-driven square cavity. C. & F, 39(6), 965-978.
- interpolating polynomial scheme. Int. J. T. S., 172, 107276.
- [7] Seo, Y. M., Luo, K., Ha, M. Y., & Park, Y. G. (2020). Direct numerical simulation and artificial neural network modeling of heat transfer characteristics on natural convection with a sinusoidal cylinder in a long rectangular enclosure. Int. J. H.&MT, 152, 119564.
- [8] Chakraborty, P., & Basu, S. (2021). Structural, electrical and magnetic properties of Er doped YCrO3 nanoparticles. M.C& P, 259, 124053.
- [9] Jahanshahi, M., Hosseinizadeh, S. F., Alipanah, M., Dehghani, A., & Vakilnejad, G. R. (2010). Numerical simulation of free convection based on experimental measured conductivity in a square cavity using Water/SiO2 nanofluid. Int commun. in H.&MT, 37(6), 687-694.
- [10] Aminossadati, S. M., & Ghasemi, B. (2011). Natural convection of water-CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source-sink. Int. Commun. in H.&MT, 38(5), 672-678.
- [11] Sheikhzadeh, G. A., & Nazari, S. (2013). Numerical study of natural convection in a square cavity filled with a porous medium saturated with nanofluid.
- [12] Bourantas, G. C., Skouras, E. D., Loukopoulos, V. C., & Burganos, V. N. (2014). Heat transfer and natural convection of nanofluids in porous media. Europ. J. M.-B/Fluids, 43, 45-56.
- [13] Heidary, H., Hosseini, R., Pirmohammadi, M., & Kermani, M. J. (2015). Numerical study of magnetic field effect on nano-fluid forced convection in a channel. J. M.& M.M, 374, 11-17.