



تأثیرات چرخش حفره بر انتقال حرارت جابجایی سیال نانو درون حفره متخلخل در معرض دو میدان مغناطیسی غیر یکنواخت

محسن ایزدی^{*۱}

دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران
نوع مقاله، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۰۱، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۷/۳۰، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۵

چکیده

در این مقاله تاثیر چرخش حفره پر شده با مواد متخلخل که در معرض دو میدان مغناطیسی متغیر قرار گرفته است بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. دو نیم‌استوانه گرم در حال خنک شدن از طریق انتقال حرارت جابجایی طبیعی محیط متخلخل هستند. دو میدان مغناطیسی جریان نانوسیال و انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حفره متخلخل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. معادلات مشخصه مرتبط با جریان سیال شامل، معادله پیوستگی، مومنتوم و دو معادله انرژی مربوط به نانو سیال و ماتریس جامد محیط متخلخل جهت پیش‌بینی رفتار مسئله مورد نظر حل شده است. تاثیر زاویه چرخش حفره بر خطوط جریان و میدان دما بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش زاویه چرخش تأثیرات نوسانی روی بزرگی خطوط جریان دارد. برای زاویه چرخش $\zeta=20^\circ$ و $\zeta=100^\circ$ جابجایی طبیعی هر دو فاز تشدید شده است. چرخش حفره بستگی به چگونگی قرارگیری نیروهای لرنز و کلونین ناشی از میدان مغناطیسی سبب تقویت و یا تضعیف انتقال حرارت جابجایی سیال نانو شده و در نتیجه باعث تغییر عدد ناسلت هر دو فاز محیط متخلخل می‌شوند.

کلمات کلیدی: جابجایی طبیعی؛ نانوسیال هیبریدی؛ میدان مغناطیسی غیر یکنواخت؛ محیط متخلخل.

Effect of Inclination Angle on Convection Heat Transfer Inside Porous Enclosure Exposed to Non Uniform Magnetic Field

M. Izadi^{1,*}

Assoc prof, Mechanical Engineering Department, Lorestan University, Khorramabad, Iran.

Abstract

Here, the effect of rotating cavity filled by porous materials exposed to two variable magnetic fields on the heat transfer natural convection is investigated. The two hot semicylinder are cooled by the heat transfer through the porous medium. The two magnetic fields affect the nanofluid flow and the heat transfer of the natural convection inside the porous cavity. The characteristic equations related to the fluid flow including the continuum equation, momentum and two nano-fluid and the solid-state matrix energy equations of the porous medium have been solved to predict the problem behavior. The influence of the cavity rotation angle on the streamlines and temperature field is investigated. The results show that increasing the rotation angle has oscillatory effects on the magnitude of the streamlines. For the rotation angles $\zeta=20^\circ$ and $\zeta=100^\circ$ the heat transfer via both phases is intensified. The rotation of the cavity depends on how the magnetic field-induced Lorentz and Kelvin forces amplify or weaken the heat transfer, thereby altering the Nusselt number of both phases of porous medium.

Keywords: Natural Convection; Hybrid Nanofluid; Non-Uniform Magnetic Field; Porous Media.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۳۵۹۹۶۱۴۰

آدرس پست الکترونیک: m.izadi.mec@gmail.com

۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی در محفظه‌های بسته منظم یا غیرمنظم کاربردهای زیادی در مهندسی و صنعت دارد. سیستم‌های خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی، سیستم‌های عایق‌سازی گرما، راکتورهای هسته‌ای و همچنین صنعت ذخیره‌سازی مواد غذایی کاربردهای محفظه‌ها در صنعت است. در صنایع مختلف در مقیاس‌های کوچک (زیر صد نانومتر)، با پیشرفت فناوری و انجام عملیات‌های سریع و حجیم با سرعت‌های زیاد استفاده از محرک‌هایی با قدرت و بار گرمایی زیاد، امری اجتناب‌ناپذیر است. از این‌رو، در این نوع از سیستم‌ها استفاده از مکانیزم‌های خنک‌کنندگی با ظرفیت بالای برداشت حرارت امری ضروری است.

در دهه‌های اخیر پژوهش‌های عددی، تجربی و تحلیلی زیادی روی انتقال گرمای جابجایی طبیعی (آزاد) درون محفظه‌های بسته انجام شده است. احمد و یوانوویچ [۱] اثرات منابع گرمایی بر نرخ انتقال حرارت در فرایند جابجایی طبیعی را مطالعه کردند. نلسون و همکاران [۲] به مطالعه آزمایشگاهی، انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون مخازن خنک‌کننده پرداختند. اولیوسکی و همکاران [۳]، میدان‌های جریان و انتقال حرارت ناشی از جابجایی طبیعی در منابع نگهداری انرژی با شکل استوانه را به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی کردند. مطالعه میدان‌های جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه بسته L-شکل پر شده با نانوسیال ایجاد شده توسط سیال پایه آب و نانوذرات مس تحت یک میدان مغناطیسی کج شده توسط الشبهای و همکاران [۴] انجام شد. آنها نشان دادند که حضور میدان مغناطیسی می‌تواند با کم شدن سرعت و نرخ انتقال حرارت همراه باشد. علاوه بر این مطالعه آنها نشان داد که افزایش نسبت منظری نرخ انتقال حرارت را کاهش می‌دهد. حضور یک میدان مغناطیسی عمل‌کننده بر سیالاتی که از نظر الکتریکی رسانا هستند، می‌تواند انتقال حرارت جابجایی طبیعی را تحت تأثیر قرار دهد. در واقع این پدیده ناخواسته می‌تواند به عنوان یک عامل غیرمفید یا مفید عمل کند. مطالعه تأثیرات میدان‌های مغناطیسی وارد شده بر سیالات مغناطیسی برای تعیین تغییرات مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت امری ضروری است. برای مدلسازی تأثیرات میدان مغناطیسی اعمال شده بر میدان‌های جریان و انرژی

روش‌های متفاوتی وجود دارد. این تأثیرات می‌تواند با حل جفت شده معادلات ناویر-استوکس، انرژی و معادلات ماکسول صورت بپذیرد یا به صورت ساده‌تر، نیروهای حجمی نظیر نیروی لرنز یا کلونین به معادلات مومنوم اضافه شوند. کفایتی [۵] تأثیر یک میدان مغناطیسی یکنواخت را بر جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک حفره باز پر شده با نانوسیال آب-آلومینا مطالعه کرد. او برای این مطالعه از روش شبکه بولتزن بهره برد. نتایج ارائه شده توسط او نشان می‌دهد که برای همه اعداد رایلی و همه کسرهای حجمی، نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد هارتمن به عنوان نماینده شدت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

پیرمحمدی و قاسمی [۶] تأثیر یک میدان مغناطیسی یکنواخت را بر نرخ انتقال حرارت در یک محفظه بسته کج مطالعه کردند. آنها نشان دادند که نرخ انتقال حرارت به شدت به زاویه کج‌شدگی حفره بستگی دارد. نشان داده شده که برای $Ra=10^5$ ، با افزایش زاویه کج‌شدگی تا ۴۵ درجه، نرخ انتقال حرارت زیاد و بعد از آن کم می‌شود.

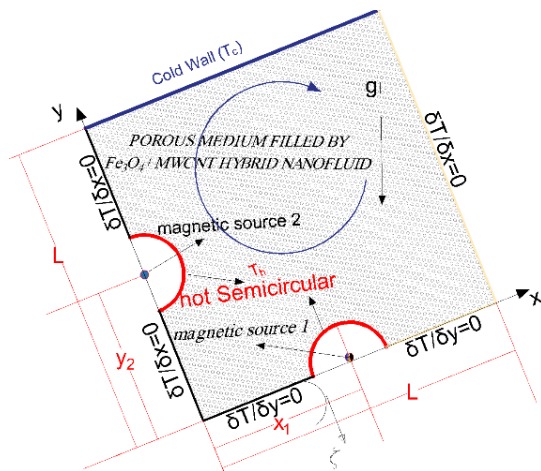
سانکار و همکاران [۷] تأثیرات میدان مغناطیسی روی جریان و انتقال حرارت یک سیال هادی الکتریکی را درون یک محفظه بسته حلقوی مطالعه کردند. آنها دریافتند که میدان مغناطیسی محوری بیشتر از میدان مغناطیسی شعاعی تنش‌های سطحی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. شیخ الاسلامی [۸] تأثیر یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت را بر مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت یک نانوسیال درون یک حفره با مرزهای هندسی پیچیده بررسی کرد. در این مطالعه، شار حرارتی ثابت روی دیواره اعمال شده بود. علاوه بر این، شدت میدان مغناطیسی غیریکنواخت به صورت شعاعی با فاصله از چشمه مغناطیسی کاهش می‌یابد. آنها دریافتند که افزایش نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی و عدد مغناطیس کاهش می‌یابد.

انتقال حرارت جابجایی در محیط‌های متخلخل به علت کاربردهای بسیار وسیع در صنعت و مهندسی، توجه بسیاری از محققین را به خود اختصاص داده است [۹-۱۴]. محیط متخلخل ماده‌ای با فاز جامد است که دارای حفره‌های پیوسته و مرتبط هستند که از طریق آنها سیال می‌تواند جریان یابد. از جمله محیط‌های متخلخل می‌توان به شن و ماسه، سرامیک‌ها و مواد کامپوزیتی متخلخل و فوم‌های فلزی تخلخل بالا اشاره

۲- تعریف مسئله و روابط ریاضی

در اینجا تاثیر چرخش حفره بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک حفره پر شده با مواد متخلخل که در معرض دو میدان مغناطیسی متغیر قرار گرفته است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۱ تصویر شماتیک مسئله مورد نظر را نشان می‌دهد. دو نیم‌استوانه گرم در حال خنک شدن از طریق انتقال حرارت جابجایی طبیعی محیط متخلخل هستند. نیم‌استوانه‌ها ۱ روی دیواره پایینی و با شعاع r_1 و نیم‌استوانه ۲ روی دیواره قائم سمت چپ و با شعاع r_2 قرار گرفته است. چشمه‌های دو میدان‌های مغناطیسی ۱ و ۲ در مراکز نیم‌استوانه‌ها قرار گرفته‌اند و میدان حاصل از آنها جریان نانوسیال مغناطیسی و انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حفره متخلخل را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است نیم‌استوانه‌ها (با زاویه چرخش صفر) دارای دمای ثابت T_h و دیواره بالایی در دمای T_c قرار دارد. بقیه دیواره‌ها ایزوله هستند. شرط عدم لغزش برای همه دیواره‌ها و استوانه در نظر گرفته شده است. ماده متخلخل توسط نانوسیال هیبریدی آب/MWCNT- Fe_3O_4 اشباع شده است. نانوسیال هیبریدی در معرض نیروهای حجمی ناشی از جاذبه و میدان مغناطیسی متغیر قرار دارد.



شکل ۱- شماتیک مسئله مورد نظر

تمام ویژگی‌های ترموفیزیکی بجز چگالی در ترم شناوری در معادله مومنوم ثابت در نظر گرفته شده‌اند. تغییرات چگالی در ترم شناوری با فرض بوسینسک مدل شده است. میدان

نمود که می‌توانند در خنک‌سازی قطعات الکترونیکی، سیستم‌های زمین‌گرمایی و همچنین عایق‌هایی با کارایی بالا مورد استفاده قرار گیرند.

به طور کلی مرور مطالعات پیشین آشکار می‌سازد که مدلسازی عددی و تحلیل انتقال حرارت جابجایی سیال درون محیط متخلخل با استفاده از دو مدل تعادلی حرارتی محلی و عدم تعادل حرارتی محلی انجام گرفته است. در مدل تعادل حرارتی محلی دمای جامد و سیال در تماس با آن درون حفره برابر هستند. بسیاری از تحقیقات در زمینه انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محیط متخلخل از جمله بایتاس و پاپ [۱۵]، باساک و همکاران [۱۶]، بایتاس و همکاران [۱۷]، چمخواه و همکاران [۱۸]، با استفاده از روش تک معادله‌ای تعادل حرارتی محلی انجام گرفته است. در مدل عدم تعادل حرارتی با در نظر گرفتن متفاوت بودن دمای فاز سیال و فاز ماتریس جامد درون حفره دو معادله انتقال حرارت مرتبط با فاز ماتریس جامد و سیال اشغال کننده حفرات حل می‌شوند؛ بنابراین توزیع دما درون سیال و ماتریس جامد با در نظر گرفتن تبادل حرارتی بین دو فاز محیط متخلخل حل می‌شود. این روش که از دو معادله انرژی برای محیط متخلخل استفاده می‌کند، توجه بسیاری از محققان از جمله حقوقی و همکاران [۱۳]، ایزدی و همکاران [۱۹]، مهریان و همکاران [۱۴] را به خود جلب نموده است.

مرور مقالات منتشر شده نشان می‌دهد که اغلب مطالعات مرتبط با انتقال حرارت جابجایی تحت تاثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت با در نظر گرفتن تنها یک چشمه مغناطیسی انجام شده است و بررسی جریان تحت تاثیر بیش از یک چشمه مغناطیسی بسیار محدود است. در شرایطی که در صنایع مختلف امکان وجود چشمه‌های مغناطیسی متعدد وجود دارد. با توجه به اینکه تاثیر چرخش حفره بر مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت جابجایی نانوسیال درون محیط متخلخل تحت تاثیر همزمان دو چشمه مغناطیسی تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است، در این مقاله به بررسی این موضوع پرداخته شده است. تحلیل حرارتی محیط متخلخل با استفاده از مدل عدم تعادل حرارتی انجام گرفته است که فازهای نانوسیال و ماتریکس جامد در تماس با هم دارای دو دمای مختلف می‌باشند.

که $H_0^* = \frac{\gamma_1}{2\pi L}$ است. با استفاده از این پارامترهای بدون بعد معادلات مشخصه مربوطه بصورت معادلات بدون بعد زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) &= -\rho_r \frac{\partial P}{\partial X} \\ + \frac{Pr\rho_r\mu_r}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) &- PrHa^2 \rho_r \sigma_r H_y^2 U \\ + PrHa^2 \rho_r \sigma_r H_x H_y V - Mn_f Pr\rho_r \theta H &\frac{\partial H}{\partial X} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} + RaPr\beta_r \theta^* \sin(\zeta) - \frac{Pr}{Da} \rho_r \mu_r U \\ \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) &= -\rho_r \frac{\partial P}{\partial Y} \\ + \frac{Pr\rho_r\mu_r}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) &- PrHa^2 \rho_r \sigma_r H_x^2 V \\ + PrHa^2 \rho_r \sigma_r H_x H_y U - Mn_f Pr\rho_r \theta H &\frac{\partial H}{\partial Y} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} + RaPr\beta_r \theta^* \cos(\zeta) - \frac{Pr}{Da} \rho_r \mu_r V \\ \frac{1}{\varepsilon} \left(U \frac{\partial \theta_{hmf}}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_{hmf}}{\partial Y} \right) &= \alpha_r \left(\frac{\partial^2 \theta_{hmf}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_{hmf}}{\partial Y^2} \right) \\ + EcHa^2 C_{p,r} \rho_r \sigma_r (UH_y - VH_x)^2 + Ec\mu_r C_{p,r} \rho_r &* \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \\ + Mn_f Ec C_{p,r} \rho_r H (\varepsilon_1 + \theta_{hmf})^* \\ \left(U \frac{\partial H}{\partial X} + V \frac{\partial H}{\partial Y} \right) + H_{sf} \rho_r C_{p,r} (\theta_s - \theta_{hmf}) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \right) + H_{sf} \cdot K_r (\theta_{hmf} - \theta_s) = 0 \quad (9)$$

که Ra , Pr , Ha ، Ec و Mn_f به ترتیب عدد رایلی، عدد پرانتل، عدد هارتمن، عدد اکرت و عدد مغناطیسی شدن هستند؛

مغناطیسی با فاصله از مرکز چشمه میدان رابطه معکوس به شکل زیر دارد:

$$H_1 = \frac{\gamma_1}{2\pi r_1'} \omega_{i1}, \quad H_2 = \frac{\gamma_2}{2\pi r_2'} \omega_{i2} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، ω_{i1} و r_1' و همچنین ω_{i2} و r_2' بردار واحد در جهت شعاعی و فاصله از چشمه میدان مغناطیسی به ترتیب برای میدان ۱ و ۲ تعرف می‌شوند؛ همچنین r_1 و r_2 به ترتیب قدرت میدان مغناطیسی ۱ و ۲ هستند. می‌توان با استفاده از مختصات x - y به روابط (۲) دست یافت:

$$\begin{aligned} H_1^* &= H_{1x}^* i + H_{1y}^* j \\ &= \frac{\gamma_1}{2\pi} \frac{y}{(x-x_1)^2 + y^2} i - \frac{\gamma_1}{2\pi} \frac{x-x_1}{(x-x_1)^2 + y^2} j \\ H_2^* &= H_{2x}^* i + H_{2y}^* j \\ &= \frac{\gamma_2}{2\pi} \frac{y-y_2}{x^2 + (y-y_2)^2} i - \frac{\gamma_2}{2\pi} \frac{x}{x^2 + (y-y_2)^2} j \end{aligned} \quad (2)$$

در نهایت بردار میدان و اندازه آن به شکل ۳ بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} H^* &= H_1^* + H_2^* = H_x^* i + H_y^* j, \\ H^* &= \left(H_x^{*2} + H_y^{*2} \right)^{0.5} \end{aligned} \quad (3)$$

حفره متخلخل با یک نانوسیال ترکیبی پر شده است. انوسیال اشغال کننده محفظه بسته دوبعدی غیرقابل تراکم، و جریان درون محیط دائم و آرام است. نانوذرات جامد معلق و سیال پایه همواره دارای تعادل دینامیکی و حرارتی‌اند. برای شبیه‌سازی تأثیرات حضور نانوذرات از مدل همگن استفاده می‌شود. به منظور تبدیل مجموعه معادلات بعد دار به معادلات بدون بعد معادل از متغیرهای بدون بعد زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha_{bf}}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_{bf}}, \\ \theta = \frac{T-T_c}{T_h-T_c}, \quad P = \frac{L^2 p}{\rho_{bf} \alpha_{bf}^2}, \quad H = \frac{H^*}{H_0^*} \end{aligned} \quad (4)$$

$$H_x = \frac{H_x^*}{H_0^*}, \quad H_y = \frac{H_y^*}{H_0^*}$$

$$\theta_{hmf} = \theta_s = 1, \quad U = V = 0 \quad \forall X,$$

$$Y \ni \begin{cases} Y \geq 0, & (X - X_1)^2 + Y^2 = R_1^2 \\ X \geq 0, & X^2 + (Y - Y_2)^2 = R_2^2 \end{cases} \quad (13)$$

$$\theta_{hmf} = \theta_s = 1, \quad U = V = 0 \quad \forall X,$$

$$Y \ni Y = 1, \quad 0 \leq X \leq 1$$

$$\frac{\partial \theta_{hmf}}{\partial X} = \frac{\partial \theta_s}{\partial X} = 0, \quad U = V = 0 \quad \forall X,$$

$$Y \ni X = 0, \quad \begin{cases} 0 \leq Y \leq Y_2 - R_2 \\ Y_2 + R_2 \leq Y \leq 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \theta_{hmf}}{\partial X} = \frac{\partial \theta_s}{\partial X} = 0, \quad U = V = 0 \quad \forall X,$$

$$Y \ni X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1$$

$$\frac{\partial \theta_{hmf}}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} = 0, \quad U = V = 0 \quad \forall X,$$

$$Y \ni Y = 0, \quad \begin{cases} 0 \leq X \leq X_1 - R_1 \\ X_1 + R_1 \leq X \leq 1 \end{cases}$$

۳- ویژگی‌های ترموفیزیکی نانو سیال هیبریدی مغناطیسی

مروری بر سیالات نانوی هیبریدی نشان می‌دهد که رابطه‌ای جهت محاسبه مقادیر ویژگی‌های ترموفیزیکی این نوع از سیالات جدید وجود ندارد؛ بنابراین در مطالعه حاضر از مقادیر آزمایشگاهی برای ویژگی‌های ترموفیزیکی سیال نانوی هیبریدی آب/نانو لوله های کربنی چند دیواره- اکسید آهن نشان داده شده در جدول ۱ استفاده شده است [۲۰]؛ همچنین ویژگی‌های ترموفیزیکی نانو ذرات نانو لوله‌های کربنی چند دیواره و اکسید آهن در جدول ۲ نشان داده شده است [۲۱].

همچنین ϵ_1 ، H_{sf} و K_r دیگر متغیرهای مهم هستند که عدد دمایی، ضریب انتقال حرارت محلی در سطح مشترک فازهای جامد-نانوسیال و نسبت هدایت گرمایی تعریف می‌شوند. این پارامترها به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شوند.

$$Ra = \frac{g\beta_{bf} \Delta T L^3}{\nu_{bf} \alpha_{bf}}, \quad Pr = \frac{\nu_{bf}}{\alpha_{bf}},$$

$$Ha = \mu_0 H_0^* L \sqrt{\frac{\sigma_{bf}}{\mu_{bf}}}, \quad \epsilon_1 = \frac{T_c}{\Delta T}, \quad (10)$$

$$Ha = \mu_0 H_0^* L \sqrt{\frac{\sigma_{bf}}{\mu_{bf}}}, \quad \epsilon_1 = \frac{T_c}{\Delta T},$$

$$Ec = \frac{\mu_{bf} \alpha_{bf}}{(\rho C_p)_{bf} \Delta T L^2}, \quad Mn_f = \frac{\mu_0 H_0^{*2} K' \Delta T L^2}{\mu_{bf} \alpha_{bf}},$$

$$H_{sf} = \frac{h_{sf} L^2}{\epsilon k_{bf}}, \quad K_r = \frac{\epsilon k_{bf}}{(1 - \epsilon) k_s}$$

علاوه براین، ویژگی‌های نسبی (نسبت ویژگی‌های سیال نانو هیبریدی به سیال پایه) که در معادلات مشخصه ظاهر شده‌اند، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho_r = \frac{\rho_{bf}}{\rho_{nf}}, \quad \mu_r = \frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}}, \quad \sigma_r = \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_{bf}}, \quad \beta_r = \frac{\beta_{nf}}{\beta_{bf}}, \quad (11)$$

$$\alpha_r = \frac{\alpha_{hmf,m}}{\alpha_{bf}}, \quad \alpha_{hmf,m} = \frac{k_{hmf,m}}{(\rho C_p)_{hmf}}, \quad C_{p,r} = \frac{C_{p,bf}}{C_{p,nf}}$$

همچنین مولفه‌های بدون بعد بردار مغناطیسی به صورت رابطه (۱۲) نوشته می‌شوند:

$$H_x = \frac{Y}{(X - X_1)^2 + Y^2} + \gamma_r \frac{Y - Y_2}{X^2 + (Y - Y_2)^2} \quad (12)$$

$$H_x = \frac{Y}{(X - X_1)^2 + Y^2} + \gamma_r \frac{Y - Y_2}{X^2 + (Y - Y_2)^2}$$

$$H_y = -\frac{X - X_1}{(X - X_1)^2 + Y^2} - \gamma_r \frac{X}{X + (Y - Y_2)^2}$$

که $\gamma_r = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ است. شکل بدون بعد شرایط مرزی در زیر نشان داده شده است:

جدول ۱- ویژگی‌های ترموفیزیکی سیال نانوی هیبریدی آب/نانو لوله‌های کربنی چند دیواره- اکسید آهن برای کسر حجمی ذرات و دماهای مختلف

Pr	C_p (J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹)	μ (mpa.s)	k (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	ρ (Kg.m ⁻³)	T (°C)	کسر حجمی (%)
۰/۵۰	۴۱۸۲	۰/۷۹	۰/۶۰۲	۹۹۸/۵	۲۰	$\phi=0.0$ (سیال پایه)
۰/۶۴	۴۱۸۲/۶۶	۰/۹۱	۰/۶۷۳۷	۱۰۰۲/۳۴	۲۰	$\phi=0.1$
۰/۱۰	۴۱۳۸/۹۹	۱/۰۱	۰/۶۸۵۶	۱۰۱۰/۰۴	۲۰	$\phi=0.3$

جدول ۲- ویژگی‌های ترموفیزیکی نانو ذرات نانو لوله‌های کربنی چند دیواره و اکسید آهن

Property	ρ (kgm ⁻³)	c_p (Jkg ⁻¹ .k ⁻¹)	k (wm ⁻¹ .k ⁻¹)	β (k ⁻¹)
Fe ₃ O ₄	۵۸۱۰	۶۷۰	۶	۱/۳
MWCNT	۲۱۰۰	۷۱۱	۳۰۰۰	$۴/۲ \times 10^{-۵}$

در روابط فوق ψ معرف تابع جریان است. علاوه بر این اثبات می‌شود که:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad (۱۶)$$

نرخ انتقال حرارت می‌تواند به صورت جداگانه از طریق دو فاز محیط متخلخل یعنی فاز ماتریس جامد و نانو سیال اندازه‌گیری شود. سپس عدد ناسلت متوسط برای دو فاز نانوسیال هیبریدی و ماتریس جامد به ترتیب به صورت زیر تعریف شود:

$$Nu_{nf} = \frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} \left(\frac{\partial \theta_{mf}}{\partial n} \right) ds \quad (۱۷)$$

$$Nu_s = \frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial n} \right) ds \quad (۱۸)$$

که زیرنویس‌های 's' و 'n' به ترتیب به جهت نرمال و مماسی نیم استوانه اشاره دارند.

۵- روش عددی، استقلال شبکه و اعتبار سنجی

روش حل

همانطور که پیشتر اشاره شد، معادلات حاکم بر جریان سیال دستگاهی از معادلات با مشتقات جزئی، غیرخطی و کوپل هستند، از این رو حل این معادلات به صورت تحلیلی غیرممکن است و لازم است تا از یک روش عددی به منظور حل معادلات

همچنین ویژگی‌های ترموفیزیکی موثر نانو سیالات با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$\rho_{hmf} \beta_{hmf} = (1-\phi)(\rho\beta)_{bf} + \phi(\rho\beta)_{np}$$

$$\beta_{np} = \frac{\beta_{MWCNT} w_{MWCNT} + \beta_{Fe_3O_4} w_{Fe_3O_4}}{w_{MWCNT} + w_{Fe_3O_4}} \quad (۱۴)$$

$$\sigma_{hmf} = \sigma_{bf} \left(1 + \frac{3\left(\frac{\sigma_{np}}{\sigma_{bf}} - 1\right)\phi}{\left(\frac{\sigma_{np}}{\sigma_{bf}} + 2\right) - \left(\frac{\sigma_{np}}{\sigma_{bf}} - 1\right)\phi} \right)$$

که ϕ کسر حجمی ذرات توزیع شده است. چون درجه بزرگی هدایت الکتریکی ذرات نانو لوله‌های کربنی ($O(10^{-7})$) قابل مقایسه با ذرات اکسید آهن ($O(10^4)$) نیستند، σ_{np} معادل هدایت الکتریکی ذرات اکسید آهن در نظر گرفته می‌شود.

۴- شاخص‌های جریانی و حرارتی

به منظور یک ارائه مناسب‌تر از میدان حاکم بر جریان، از تعریف تابع جریان استفاده می‌شود. آنچنانکه بیان می‌شود، خطوط جریان در هر نقطه بر بردارهای میدان سرعت مماس است. اثبات می‌شود که مولفه‌های میدان سرعت را می‌توان با مشتقات جزئی از تابع جریان به دست آورد.

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (۱۵)$$

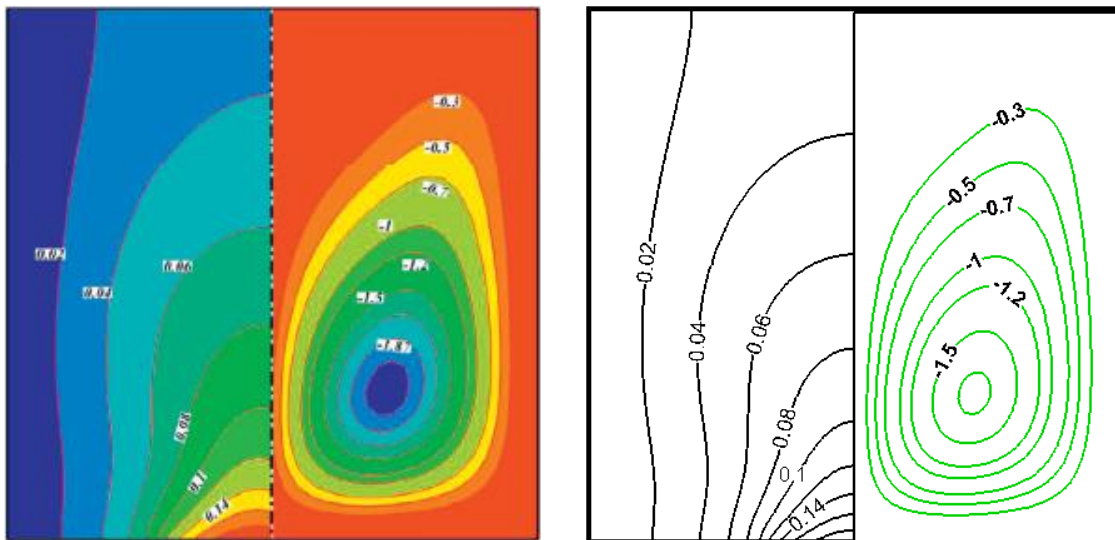
شده‌اند. به منظور بررسی و اطمینان از صحت نتایج بدست آمده از روش عددی مورد استفاده نتایج کار حاضر با داده‌های بدست آمده از کارهای گذشته مقایسه شده است. همانطور که شکل ۲ نشان می‌دهد، خطوط جریان و همدمای کار حاضر با کار شیخ الاسلامی [۲۲] مقایسه شده است و نتایج مطابقت قابل قبولی را با یکدیگر نشان می‌دهند. شکل ۳ نیز همخوانی خوب خطوط دمای کار حاضر را با کار باساک و همکاران [۲۳] در شرایط یکسان جریانی و حرارتی و همچنین ویژگی‌های یکسان محیط متخلخل نشان می‌دهد.

جدول ۳- مطالعه استقلال نتایج از شبکه برای مقادیر

$$Ra=1e^6, \varepsilon=0.5, Da=1e^{-2}, \phi_{hf}=0.3\%$$

تعداد سلول‌ها	۶۳۲۰	۷۹۲۰	۱۰۳۵۸	۱۶۴۵۶
Nu_{avg}	۳/۷۲۰۴	۳/۷۱۷۵	۳/۷۱۵۰	۳/۷۱۲۹
$Nu_{avg,1}$	۵/۱۴۵۸	۵/۱۴۲۲	۵/۱۳۹۰	۵/۱۳۵۵
$Nu_{avg,2}$	۲/۲۹۵۰	۲/۲۹۲۸	۲/۲۹۱۱	۲/۲۹۰۳

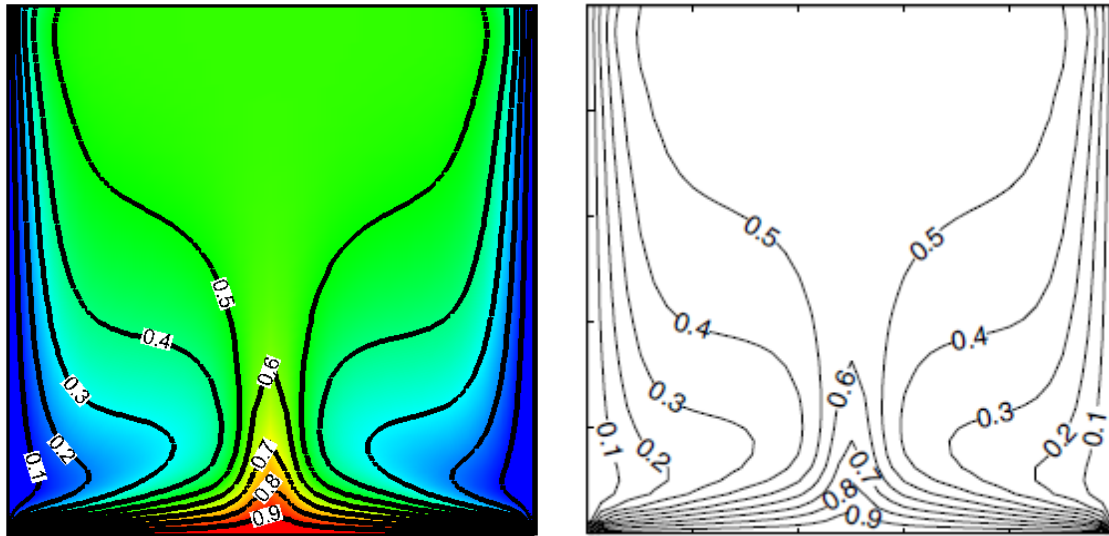
استفاده شود. در اینجا از روش حجم محدود^۱ بر پایه المان محدود^۲ استفاده شده است. روش تفاضل محدود یک روش ساده‌تر است که در سیستم‌هایی با هندسه‌های غیرمنظم، شرایط مرزی غیرمعمول و یا ترکیبات ناهمگن بیشتر خود را نشان می‌دهد. روش عددی المان محدود می‌تواند یک جایگزین مناسب برای تفاضل محدود به حساب آید. روش المان محدود دامنه محاسباتی را به زیردامنه‌های کوچک‌تر و یا شکل‌های ساده‌تر تقسیم می‌کند. در روش المان محدود، در هر یک از المان‌های ساده، می‌توان یک حل تقریبی برای معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی به‌دست آورد. سپس، حل کلی با بهم پیوستن و یا یکپارچه شدن حل‌های جزئی، به منظور اطمینان از پیوستگی در مرزها ایجاد می‌شود. از طرف دیگر به منظور اطمینان از اینکه افزایش تعداد گره‌های شبکه محاسباتی هیچگونه تاثیری در نتایج نهایی ندارد، تست شبکه انجام گرفته است. جدول ۳ نشان می‌دهد که با افزایش تعداد گره‌های شبکه در مقدار عدد ناسلت تغییر مهمی ایجاد نمی‌کند. بنابراین از شبکه‌ای با تعداد ۷۹۲۰ گره به منظور حل معادلات مشخصه استفاده شده است. در نهایت به منظور اعتبارسنجی، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با پژوهش‌های پیشین مقایسه



شکل ۲- مقایسه خطوط همدمای و خطوط جریان کار شیخ الاسلامی و واجراولو [۲۲] (سمت چپ) و کار حاضر (سمت راست) برای $Pr=6.8$ و $\phi=0.04$, $Ha=10$, $Ra=1e5$

² Finite Element

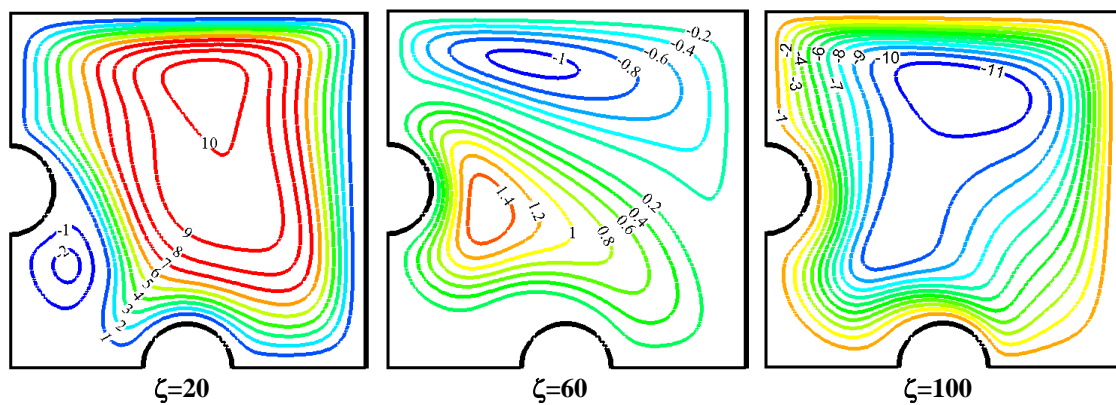
¹ Finite Volume

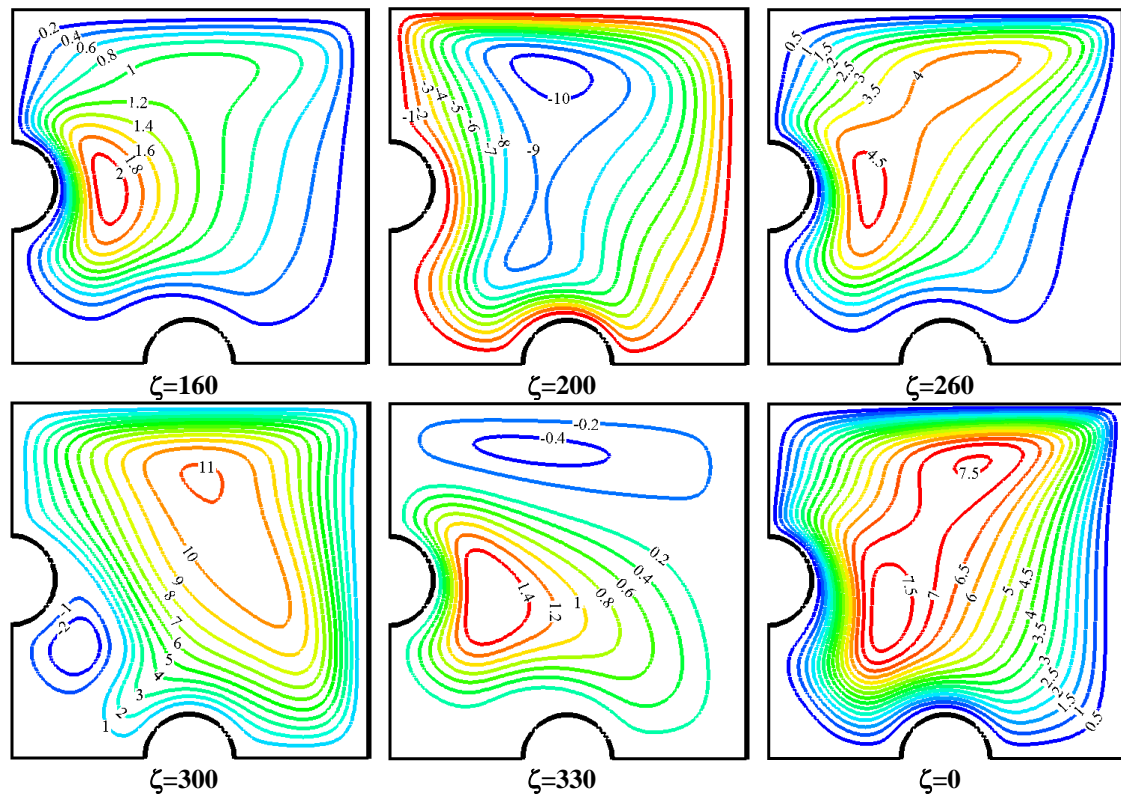


شکل ۳- مقایسه خطوط همدمای کار حاضر (سمت راست) و باسک و همکاران (سمت چپ)

نوسانی روی بزرگی خطوط جریان دارد؛ همچنین مدل این خطوط را تغییر می‌دهد. با تغییر ζ از ۲۰ به ۶۰ الگوی خطوط جریان از یک گردابه پیوسته به دو گردابه ضعیفتر تغییر می‌کند. انتظار می‌رود که برای $\zeta=60$ انتقال حرارت جابجایی طبیعی و همچنین عدد ناسلت کاهش قابل توجهی داشته باشد.

شکل ۴ تأثیرات چرخش حفره بر تغییر خطوط جریان سیال نانو هیبریدی را نشان می‌دهد. این حفره در معرض دو میدان مغناطیسی غیر یکنواخت قرار دارد. پارامترهای دیگر حاکم دارای مقادیر ثابت‌اند؛ به گونه‌ای که $Ha=25$ ، $K_f=1$ و $Ra=1e^6$ ، $H_{sf}=100$ ، $Mn=200$ ، $\varepsilon=0.5$ ، $Da=1e^{-2}$ همانطور که دیده می‌شود. افزایش زاویه چرخش تأثیرات



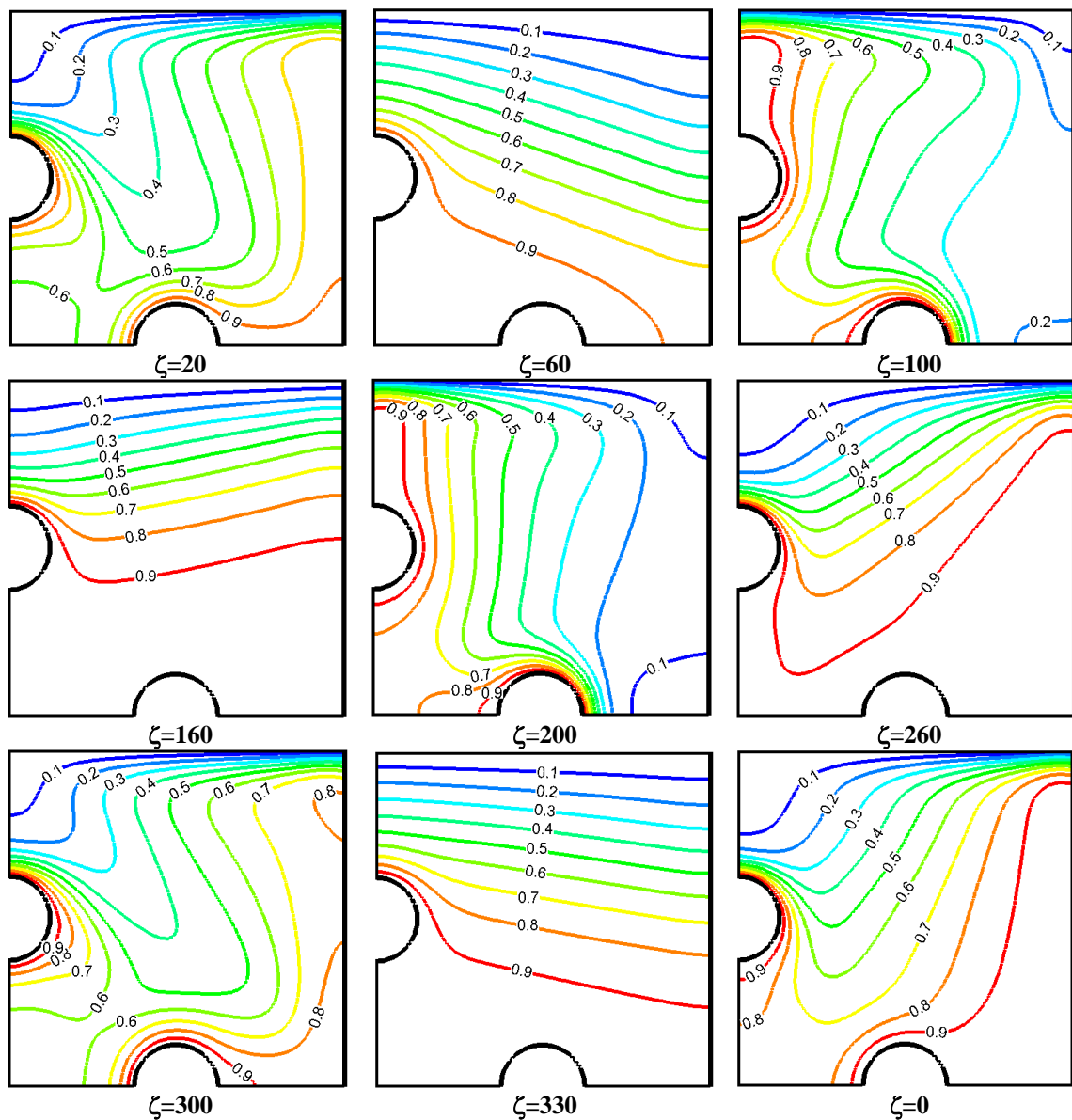


شکل ۴- تأثیر زاویه چرخش حفره بر خطوط جریان نانو سیال

همانگونه که در بخش قبلی توضیح داده شد، برای موارد $\zeta=20$ و $\zeta=100$ که یک از نیمه استوانه‌های گرم روی دیواره قائم و یکی دیگر روی دیواره افقی پایینی قرار دارد، خطوط همدمای دارای اعوجاج بوده و جابجایی طبیعی در این حالت تشدید شده است. در مورد $\zeta=200$ نیز به نظر می‌رسد که نحوه جهت‌گیری نیروهای لرنز سبب تقویت نسبی نیروهای شناوری و در نتیجه انتقال حرارت جابجایی طبیعی شده و میزان اعوجاج خطوط همدمای فاز نانوسیال را به شدت افزایش می‌دهد؛ در نتیجه افزایش در عدد ناسلت فاز نانو سیال می‌رود.

ترکیب نیروهای شناوری وارد بر ذرات سیال و خنثی سازی این نیروها و همچنین مخالف بیشتر نیروهای کلویین و لرنز عامل اصلی کاهش شدت جریان است. در یک جمع‌بندی کلی بیشترین مقادیر شدت جریان مربوط به حالت‌هایی است که یکی از نیم استوانه‌ها روی دیواره قائم و یا تقریباً قائم و یکی دیگر از نیم استوانه‌ها روی دیواره افقی و یا تقریباً افقی پایینی قرار داشته باشد.

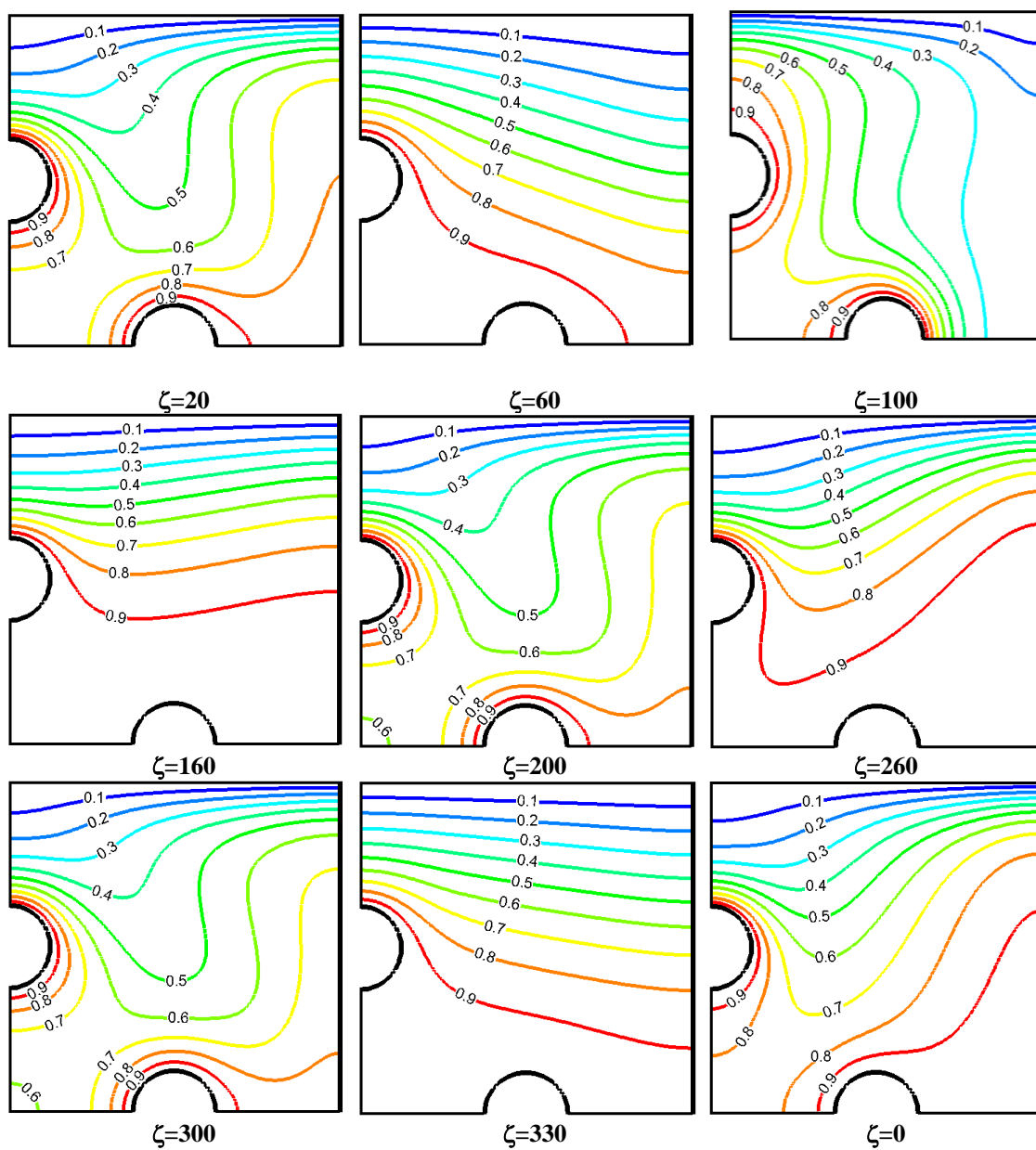
شکل ۵ تأثیر زاویه چرخش حفره بر خطوط همدمای فاز نانوسیال محیط متخلخل را نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد،



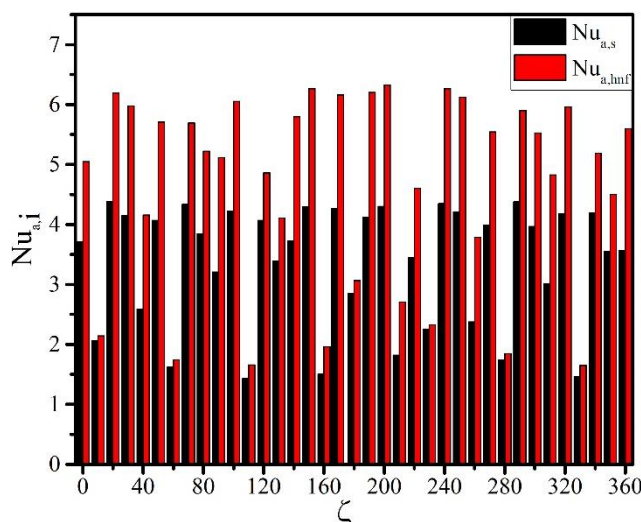
شکل ۵- تأثیر زاویه چرخش حفره بر خطوط همدمای فاز نانوسیال محیط متخلخل

در شکل ۶ الگوی رفتاری مشابهی برای تغییرات خطوط همدمای فاز ماتریس جامد نسبت به سیال نانو محیط متخلخل را نشان می‌دهد. تغییرات الگوی خطوط همدمای ماتریس جامد کاملاً وابسته به تقویت نیروهای شناوری با نیروهای لرنز و کلونین اعمال شده از طرف میدان مغناطیسی غیر یکنواخت به ذرات سیال باعث افزایش شدید مبادله حرارت بین ماتریس جامد و سیال نانو هیبریدی شده و در نتیجه انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت را افزایش خواهد داد.

در شکل ۶ الگوی رفتاری مشابهی برای تغییرات خطوط همدمای فاز ماتریس جامد نسبت به سیال نانو محیط متخلخل را نشان می‌دهد. تغییرات الگوی خطوط همدمای ماتریس جامد کاملاً وابسته به تقویت نیروهای شناوری با نیروهای لرنز و کلونین اعمال شده از طرف میدان مغناطیسی غیر یکنواخت به ذرات نانوسیال است که می‌تواند انتقال حرارت از طریق ماتریس جامد را ضعیف و یا تقویت نماید. در موارد



شکل ۶- تاثیر زاویه چرخش حفره بر خطوط همدمای فاز ماتریس جامد محیط متخلخل



شکل ۷- تأثیر زاویه چرخش حفره بر عدد ناسلت متوسط دو فاز محیط متخلخل

- [4] Elshehaby H.M., Hady F.M., Ahmed S.E., Mohamed R.A. (2014) Numerical investigation for natural convection of a nanofluid in an inclined L-shaped cavity in the presence of an inclined magnetic field. *Int Com Heat Mass* 57: 228–238.
- [5] Kefayati G.R.H. (2013) Effect of a magnetic field on natural convection in an open cavity subjugated to water/alumina nanofluid using Lattice Boltzmann method. *Int Com Heat Mass* 40: 67–77.
- [6] Pirmohammadi M., Ghassemi M. (2009) Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure. *Int Com Heat Mass* 36: 776–780.
- [7] Sankar M., Venkatachalappa M., Do Y. (2011) Effect of magnetic field on the buoyancy and thermocapillary driven convection of an electrically conducting fluid in an annular enclosure. *Int J Heat . Fl.* 32: 402–412.
- [8] Kandelousi M.S. (2014) Effect of spatially variable magnetic field on ferrofluid flow and heat transfer considering constant heat flux boundary condition. *Eur. Physic. J Plus* 129 248.
- [9] Alsabery A.I., Chamkha A.J., Hussain S.H., Saleh H., Hashim I. (2015) Heatline visualization of natural convection in a trapezoidal cavity partly filled with nanofluid porous layer and partly with non-Newtonian fluid layer. *Adv Powd. Tech.* 26 1230–1244.
- [10] Ghalambaz M., Behseresht A., Behseresht J., Chamkha A. (2015) Effects of nanoparticles diameter and concentration on natural convection of the Al₂O₃-water nanofluids considering variable thermal conductivity around a vertical cone in porous media. *Adv. Powd. Tech.* 26: 224–235.

در موارد دیگر کم و بیش تضعیف نیروهای شناوری با نیروهای اعمالی از طرف میدان مغناطیسی شکل گرفته و سبب کاهش مبداله حرارت و در نتیجه عدد ناسلت خواهند شد. در اینجا مشخص می‌شود که تأثیر چرخش حفره در میزان انتقال حرارت بسیار زیاد است.

شکل ۷ تأثیر چرخش حفره را روی عدد ناسلت متوسط دو فاز مختلف محیط متخلخل نشان می‌دهد. نوسانات عدد ناسلت هر دو فاز با چرخش حفره کاملاً مشخص است. همانطور که پیشتر اشاره شد با چرخش حفره چگونگی قرار گیری نیروهای لرنز و کلونین ناشی از میدان مغناطیسی سبب تقویت و یا تضعیف انتقال حرارت جابجایی سیال نانو شده و در نتیجه باعث تغییر میزان عدد ناسلت هر دو فاز محیط متخلخل می‌شوند.

۷- مراجع

- [1] Ahmed G.R., Yovanovich M.M. (1991) Influence of discrete heat source location on natural convection heat transfer in a vertical square enclosure. *J Elec. Pack.* 113: 268–274.
- [2] Nelson J.E., Balakrishnan A.R., Murthy S.S. (1999) Experiments on stratified chilled-water tanks: Expériences menées avec des réservoirs d'accumulation d'eau glacée à stratification. *Int J Refrig.* 22: 216–234.
- [3] Oliveski R.D.C., Krenzinger A., Vielmo H.A. (2003) Cooling of cylindrical vertical tanks submitted to natural internal convection. *Int. J Heat Mass. Tran.* 46: 2015–2026.

- [18] Chamkha A.J., Ismael M.A. (2014) Natural convection in differentially heated partially porous layered cavities filled with a nanofluid. *Numer. Heat Tr. A-Appl.* 65: 1089–1113.
- [19] Izadi M., Hoghoughi G., Mohebbi R., Sheremet M. (2018) Nanoparticle migration and natural convection heat transfer of Cu-water nanofluid inside a porous undulant-wall enclosure using LTNE and two-phase model. *J Mol. Liq.* 261: 357-372
- [20] Sundar L.S., Sousa A.C.M., Singh M.K. (2015) Heat transfer enhancement of low volume concentration of carbon nanotube-Fe₃O₄/water hybrid nanofluids in a tube with twisted tape inserts under turbulent flow. *J Therm. Sci. Eng. Appl.* 7: 21015.
- [21] Kalidasan K., Kanna P.R. (2016) Effective utilization of MWCNT–water nanofluid for the enhancement of laminar natural convection inside the open square enclosure. *J Twn. Inst. Chem. E.* 65: 331–340.
- [22] Sheikholeslami M., Vajravelu K. (2017) Nanofluid flow and heat transfer in a cavity with variable magnetic field. *Appl. Math. Comput.* 298 272–282.
- [23] Basak T., Roy S., Paul T., Pop I. (2006) Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: effects of various thermal boundary conditions. *Int. J. Heat. Mass. Tra.* 49: 1430–1441.
- [11] Mehryan S.A., Kashkooli F.M., Ghalambaz M., Chamkha A.J. (2017) Free convection of hybrid Al₂O₃-Cu water nanofluid in a differentially heated porous cavity. *Adv. Powd. Tech.* 28: 2295–2305.
- [12] Pop I., Ghalambaz M., Sheremet M. (2016) Free convection in a square porous cavity filled with a nanofluid using thermal non equilibrium and Buongiorno models. *Int. J Num. Meth. H.* 26: 671–693.
- [13] Hoghoughi G., Izadi M., Oztop H.F., Abu-Hamdeh N. (2018) Effect of geometrical parameters on natural convection in a porous undulant-wall enclosure saturated by a nanofluid using Buongiorno's model. *J Mol. Liq.* 255: 148–159.
- [14] Mehryan S.A., Izadi M., Sheremet M.A. (2018) Analysis of conjugate natural convection within a porous square enclosure occupied with micropolar nanofluid using local thermal non-equilibrium model. *J Mol. Liq.* 250: 353–368.
- [15] Baytas A.C., Pop I. (1999) Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium. *Int J Heat Mass Trans.* 42: 1047–1057.
- [16] Basak T., Roy S., Paul T., Pop I. (2006) Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: Effects of various thermal boundary conditions. *Int J Heat Mass Trans.* 49 1430–1441.
- [17] Baytaş A.C., Liaqat A., Groşan T., Pop I. (2001) Conjugate natural convection in a square porous cavity. *Heat Mass Trans.* 37: 467–473.