



## آنالیز تحلیلی و عددی تغییر شکل در صفحات بدنه قید و بندها

هادی پروز<sup>۱\*</sup> و سید وحید حسینی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۲۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۰۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۲۵

### چکیده

بدنه قید و بند از سه صفحه پایه، دوم و سوم تشکیل می‌شود که به صورت دو به دو عمود بر هم قرار گرفته‌اند. طراحی این صفحات بر اساس مقدار تغییر شکل الاستیک آن‌ها تحت بارهای اعمالی انجام می‌شود. با توجه به شرایط مرزی و نیرویی متفاوتی که هریک از این صفحات دارند، طراحی آن‌ها باید بصورت مجزا انجام شود. در پژوهش حاضر، مدل‌های تحلیلی بر اساس تئوری پوسته‌ها و ورق‌ها برای محاسبه مقدار تغییر شکل صفحه پایه، دوم و سوم بدنه قید و بند ارائه شده است. برای طراحی صفحه پایه، از روش ناور (حل سری دوپل) برای محاسبه مقادیر تغییر شکل استفاده شد که در آن، تغییر شکل ورق در قالب سری فوریه مدل شده و ضرایب این سری بر اساس نیروها و گشتاورهای اعمالی محاسبه شدند. برای محاسبه تغییر شکل در صفحات دوم و سوم بدنه از معادله لاگرانژ و حل معادله دیفرانسیل حاکم بر ورق (صفحه قید و بند) با اعمال شرایط مرزی و نیرویی بر آن استفاده شد. برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی مدل تحلیلی، از روش عددی در قالب شبیه‌سازی در نرم‌افزار آنالیز المان محدود استفاده شد. مقدار بیشینه تغییر شکل صفحه پایه از آنالیز عددی برابر با ۲/۰۲۱ میلی‌متر بدست آمد که بیانگر بیشینه خطای تحلیل برابر با ۴/۷٪ بود؛ همچنین، بیشینه تغییر شکل الاستیک برای صفحه دوم و سوم از تحلیل به ترتیب برابر با ۰/۰۴۱۲ و ۰/۰۳۹۲ میلی‌متر از آنالیز عددی محاسبه شد که بیانگر بیشینه خطای تحلیل برابر با ۱/۴ درصد بود.

**کلمات کلیدی:** بدنه قید و بند؛ تغییر شکل الاستیک؛ تئوری پوسته و ورق؛ طراحی صفحه قید و بند؛ قید و بند.

## Theoretical and Numerical Analysis of deformation in fixture body plates

H. Parvaz<sup>1,\*</sup>, S.V. Hosseini<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood, Iran

### Abstract

A fixture body consists of the base, second, and third plates, which are connected perpendicular to each other. The design of these plates is conducted based on the amount of their elastic deformation under the applied loads. Modeling of deformation in these plates is done specifically for each plate due to their different boundary and loading conditions. In the present study, two distinct analytical models are presented based on the theory of plates and shells to calculate the elastic deformation in the base, second, and third plates of the fixture body. Navier's method (double series solution) was used to calculate the base plate deformation, in which the plate deformation was modeled by Fourier series, the coefficients of which were calculated based on the intensity and position of the external forces and moments. The deformations of the second and third plates were calculated by developing the differential equation governing the problem using Lagrange's theory and applying loading and boundary conditions to it. Numerical analysis was conducted in the finite element analysis software to validate the theoretical predictions. The maximum elastic deformation of the base plate was obtained as 2.021 mm from the simulation, showing the maximum error of 4.7% in the theoretical predictions. Also, the maximum elastic deformation for the second and third plates was calculated as 0.0412 mm and 0.0391 mm from the numerical analysis, respectively. It can be concluded that the maximum error in theoretical predictions of deformation in the second and third plates was equal to 1.4%.

**Keywords:** Fixture Body; Elastic Deformation; Theory of Plates and Shells; Base Plate Design; Fixture.

## ۱- مقدمه

طراحی قید و بندها در چهار مرحله انجام می‌شود که شامل طرح‌ریزی ستاپ، طرح‌ریزی قید و بند، طراحی المان‌های قید و بند و صحت‌سنجی است. در مرحله سوم که مرحله مرتبط با پژوهش حاضر است، المان‌های مورد نیاز قید و بند اعم از صفحات جاسازی، المان‌های جاسازی، تجهیزات بست و تکیه‌گاه و بقیه اجزای مورد نیاز برای یک قید و بند طراحی یا انتخاب می‌شوند. از آنجا که قید و بندهای ماشین‌کاری برای موقعیت‌دهی و حفظ موقعیت قطعه‌کار در حین ماشین‌کاری استفاده می‌شوند، دقت اجزای آن یک پارامتر کلیدی برای رسیدن به قطعه نهایی با کیفیت محسوب می‌شود. چندین عامل باعث انحراف موقعیت و جهت قطعه‌کار در قید و بند می‌شوند که از جمله آن‌ها می‌توان به سایش جاسازها، تغییر شکل قطعه‌کار و حتی تغییر شکل صفحات بدنه قید و بند اشاره کرد. با وجود تغییر شکل الاستیک هرچند جزئی در صفحات قید و بند ناشی از وزن قطعه‌کار، اعمال نیروهای بست و نیروها و گشتاور ماشین‌کاری، موقعیت جاسازها از موقعیت طراحی شده توسط طراح انحراف پیدا کرده و منجر به موقعیت‌دهی نادرست قطعه‌کار می‌شود. نتیجه چنین موقعیت‌دهی نادرست نیز محصول معیوب خواهد بود. در طراحی اجزا، دو معیار برای طراحی استاتیکی المان‌های ماشین‌پیشنهاد شده است که شامل معیار استحکام و سفتی است. این معیارها هم در طراحی المان‌های ماشین‌ابزار [۱] و تقریباً بصورت مشابه در طراحی قید و بندها [۲] کاربرد دارند. با توجه به آنچه که توسط مهتا [۱] پیشنهاد شده است، معیار سفتی معمولاً معیار تعیین‌کننده در طراحی اجزا ماشین‌ابزار (و به صورت مشابهی المان‌های قید و بند) است. لذا، مقدار تغییر شکل بدنه قید و بند باید از حد مجاز آن کمتر باشد تا اطمینان نسبت به صحت عملکرد و تامین دقت قید و بند حاصل شود. به‌عنوان نتیجه می‌توان گفت که طراحی صفحات بدنه قید و بند به‌گونه‌ای که بیشینه تغییر شکل الاستیک آن‌ها ناشی از بارگذاری‌ها خارجی در محدوده مجاز قرار گیرد، یک چالش بسیار مهم و اساسی در قید و بند قطعات خصوصاً قطعات با نیازمندی ماشین‌کاری دقیق است. صفحات جاسازی به‌عنوان اصلی‌ترین عضو بدنه قید و بندهای ماشین‌کاری به‌شمار می‌روند که تعداد آن‌ها به شکل-بندی قید و بند بستگی دارد. در یک قید و بند با سیستم

جاسازی ۱-۲-۳، سه صفحه بدنه استفاده می‌شود تا جاسازهای پایه، کناری و توقف بر روی آن‌ها نصب شوند. صفحه پایه جاسازی اصلی‌ترین صفحه بین این صفحات بوده و طراحی آن نیاز به محاسبات بیشتر نسبت به سایر صفحات دارد. در طراحی قید و بند بصورت سنتی معمولاً از صفحات فولادی با ضخامت بالا برای صفحه پایه قید و بند استفاده می‌کنند که به نوعی طراحی بیش از حد است. این موضوع علاوه بر هزینه‌های زیاد برای خرید مواد خام و ماشین‌کاری، منجر به سنگین‌شدن وزن قید و بند نیز می‌شود. می‌توان با طراحی بهینه صفحه پایه به ضخامت مناسبی دست یافت که مقدار تغییر شکل الاستیک آن از حد مجاز کمتر باشد. پس از طراحی صفحه پایه بدنه قید و بند، صفحات دوم و سوم بدنه نیز باید طراحی شود که برای این طراحی، باید شرایط مرزی و نیرویی این دو صفحه در نظر گرفته شود. این شرایط برای صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند کاملاً متفاوت از شرایط مرزی و نیرویی این دو صفحه در نظر گرفته شود. این شرایط برای صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند کاملاً متفاوت از شرایط مرزی و نیرویی صفحه پایه است؛ لذا، مدل تحلیلی ارائه‌شده برای محاسبه تغییر شکل الاستیک این صفحات نیز متفاوت با مدل ارائه‌شده برای صفحه پایه خواهد بود. علیرغم اهمیت بالایی که سفتی صفحه پایه بر روی دقت سیستم‌های جاسازی و بست (و به تبع آن، کل قید و بند) دارد، طراحی آن در دنیای پژوهش و صنعت مغفول مانده است. هدف از ارائه این پژوهش ارائه مدل‌های تحلیلی برای محاسبه مقادیر تغییر شکل الاستیک تمام صفحات بدنه قید و بند و صحت-سنجی پیش‌بینی این مدل‌های تحلیلی است. مدل‌های تحلیلی که در پژوهش حاضر برای محاسبه تغییر شکل صفحات بدنه قید و بند ارائه شده‌اند، بخشی از یک پروژه بزرگ‌تر به‌شمار می‌روند. در این پروژه، یک نرم‌افزار محاسباتی در قالب یک پکیج کامل که بتواند تمام فعالیت‌های طراحی قید و بند را (از صفر تا صد) در کمترین زمان ممکن و بدون نیاز به اجرای آنالیز وقت‌گیر المان محدود پوشش دهد، باید پیاده‌سازی شود. هدف‌گذاری برای این پکیج نرم‌افزاری به‌گونه‌ای است که فرآیند طراحی قید و بند را از تجربه طراح فیکسچر مجزا کرده و با استفاده از رویه‌های علمی و مدل‌های تحلیلی اثبات‌شده، بتوان مراحل مختلف طراحی قید و بند را در آن به سرعت اجرا نمود. از سوی دیگر، ارائه مدل‌های تحلیلی برای پدیده‌های تجربی در قید و بند یک مزیت عمده به‌شمار می‌رود، چراکه حتی شبیه‌سازی

قابل استفاده برای قید و بند این نوع قطعات معرفی شد. برای موقعیت‌دهی، ابتدا قطعه در داخل یک پوسته قرار می‌گرفت و سپس اطراف آن با این مواد پر شده و پس از سخت‌شدن ماده، قطعه آماده ماشین‌کاری می‌شد. در یک مطالعه عددی و تجربی، سیننار و ملکوتی [۸] به بررسی تغییر شکل قطعه-کار در قید و بند با در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل سازه قید و بند ناشی از اعمال بارگذاری‌های بست و ماشین‌کاری پرداختند؛ همچنین، اثرات پارامترهای مؤثر در آنالیز المان محدود همچون ضریب اصطکاک بین قطعه‌کار و قید و بند و دانسیته مش‌بندی بر روی تغییر شکل الاستیک قطعه‌کار نیز بررسی شد. آزمایش تجربی برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی آنالیز المان محدود نیز اجرا شد و نتیجه بر آن شد که آنالیز عددی توانسته است مقادیر تغییر شکل قطعه‌کار را با خطای ۵ درصد پیش‌بینی کند. گامروس و همکاران [۹] انواع بدنه-های قید و بند را برای استفاده در کارکردهای دربرگرفتن قطعه‌کار در داخل قید و بند بررسی کردند. آن‌ها روش‌هایی برای قید و بند قطعات با هندسه خاص یا قطعات با ضخامت کم ارائه کرده و از دیدگاه‌هایی همچون دمای مورد نیاز برای کارکرد، درجه سمی بودن، تمیزی سیستم قید و بند، وزن، هزینه و بایاس انجماد مورد بررسی قرار دادند. مکانیزم‌هایی همچون استفاده از چسب، آلیاژهای بیسموت، موم و آب در موقعیت‌دهی و بست قطعه‌کار جزو سیستم‌های مورد بررسی بودند. آیاما و کاکینوما [۱۰] روشی بر پایه استفاده از یک آلیاژ زودگداز همراه با یک مکانیزم ابداعی برای موقعیت‌دهی و بست قطعه‌کار غیرصلب یا قطعه‌کار با ضخامت کم ارائه کردند. مکانیزم قید و بند پیشنهادشده شامل چند پین غرق-شده در محفظه‌ای حاوی آلیاژ زودگداز بود که این محفظه بر روی یک المان هیتر قرار می‌گرفت.

با افزایش دما، آلیاژ زودگداز ذوب‌شده و پین‌ها در اثر نیروی شناوری به بدنه قطعه‌کار می‌چسبیدند. با کاهش دما، انجماد اتفاق افتاده و پین‌ها در موقعیت خودشان ثابت می‌شدند. در قید و بند ساخته‌شده، تمهیداتی برای مقابله با محدودیت‌های استفاده از آلیاژهای زودگداز همچون اثر حرارت بر روی دقت المان‌های قید و بند، آهسته‌بودن اعمال بست‌ها و نیاز به تمیزکاری در هر بار باز و بسته‌کردن اندیشیده شد. آنالیز المان محدود برای مطالعه اثرات حرارت بر روی المان‌های مکانیزم پیشنهادی نیز انجام شد؛ همچنین،

به‌ظاهر ساده نیز نیاز به صرف وقت، انرژی و دانش کافی در زمینه آنالیز المان محدود دارد تا جواب درستی از آن بدست آید. به‌عنوان مثال، شرایط مرزی در نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها به شدت بر روی نتایج حاصل از آنالیز المان محدود اثر می‌گذارند [۳]. علاوه بر اینکه، بنا بر تجربه نویسندگان مقاله، آنالیز المان محدود بر روی برخی از شکل-بندی‌ها (قید و بند قطعه ورقی با هندسه شکل-آزاد بر روی جاسازهای کروی با تماس‌های اصطکاکی) امکان پیاده‌سازی ندارد. علاوه بر این، تعداد طراحان قید و بند با تجربه در تمام کشورها کم بوده و ارائه مدل‌های تحلیلی برای مستقل کردن طرح قید و بند از تجربه طراح یک ضرورت به‌شمار می‌رود. پلتفرم اولیه پروژه مزبور توسط نویسندگان در مرجع [۴] پیاده‌سازی شده و مدل‌های تحلیلی لازم برای طراحی سیستم‌های جاسازی و بست در مراجع [۵، ۶] توسعه داده شده‌اند. در مقاله حاضر، مدل تحلیلی برای محاسبه تغییر شکل صفحات بدنه قید و بندها ارائه شده و در نرم‌افزار مزبور پیاده‌سازی شده است.

طراحی صفحات قید و بند جزو مسائلی در طراحی قید و بندها است که کمتر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. این در حالی است که اهمیت طراحی این صفحات دست کمی از طراحی چیدمان جاسازی و بست ندارد؛ چراکه کوچک‌ترین افزایش مقدار بیشینه تغییر شکل الاستیک این صفحات از مقدار مجاز، منجر به انحراف موقعیت جاسازها شده و کاهش دقت جاسازی را همراه خواهد داشت. ناطق [۲] انواع قید و بندها را از لحاظ بدنه به دسته‌های بدنه فولادی، چدنی، بدنه فلزی غیرآهنی همچون آلیاژهای آلومینیوم و منیزیم، بدنه با آلیاژهای زودگداز همچون بیسموت و سروماتریس‌ها، بدنه‌های پلاستیکی و مرکب همچون فنولیک، پلی‌استر و کامپوزیت‌ها و بدنه چوبی تقسیم کرده و درباره نحوه ساخت و مکانیزم عملکرد هریک از آن‌ها توضیحاتی ارائه داد. هافمن [۷] مکانیزم‌های قید و بندی که برای موقعیت‌دهی و بست قطعات با هندسه پیچیده استفاده می‌شد، را ارائه داد. بدنه‌های قید و بند از جنس رزین اپوکسی که با فیلرهای فلزی، ماسه و یا شیشه تقویت‌شده است، به‌عنوان یکی از این نوع مکانیزم‌ها معرفی شد. همچنین، استفاده از آلیاژهای زودگداز همچون بیسموت، روی، قلع و آنتیموان نیز در بدنه قید و بند جزو مکانیزم‌های

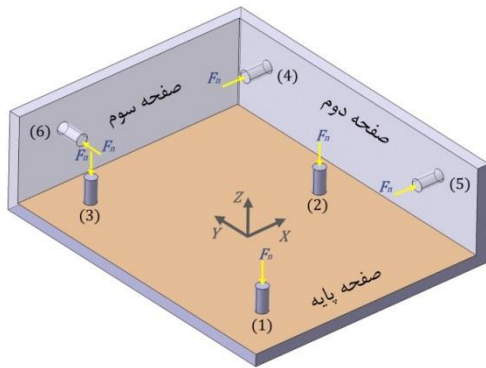
قرار می‌گیرد. چو و همکاران [۱۴] یک مدل تحلیلی برای آنالیز پایداری قطعه‌کار بر روی قید و بند قطعات چندوجهی ارائه کردند. آن‌ها با محاسبه مقادیر مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل، مثبت‌بودن آن را به‌عنوان شرط لازم برای پایداری قطعه‌کار در قید و بند عنوان کردند. یک مطالعه موردی دوبعدی نیز برای اثبات این ادعا مطرح و ارزیابی شد. ایده سطح حدی در حالت لغزش توسط لی و کاتکوسکی [۱۵] برای محاسبه مؤلفه مماسی نیروهای عکس‌العمل در قید و بند قطعات با هندسه چند وجهی مطرح شد. بر طبق این اصل، رابطه مستقیم بین سرعت نسبی لغزشی قطعات در تماس و نیروی اصطکاک در آن نقطه وجود داشت. یک مدل تحلیلی توسط کانگ و همکاران [۱۶] برای آنالیز پایداری قطعه‌کار در قید و بند ارائه شد که در آن، از اصل تعادل نیروهای خارجی و داخلی برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل استفاده کردند. روش ارائه‌شده یک روش ترکیبی تحلیلی و عددی بود که در آن ماتریس سفتی مجموعه از نرم‌افزار آنالیز المان محدود استخراج می‌شد. ساتیانارایانا و ملکوتی [۳]، تک تماس بین قطعه‌کار و المان جاسازی را بصورت تحلیلی و عددی مدل‌سازی کرده و به بررسی اثرات پارامترهای مؤثر همچون شرایط مرزی تماس بر روی مقدار نیروی عکس‌العمل پرداخت. همچنین اثر هندسه تماس بر روی مقدار نیروی عکس‌العمل در دو حالت تماس تخت-تخت و تخت-کروی بررسی شد. پروز [۱۷] یک روش تحلیلی و عددی برای محاسبه مقادیر مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی ارائه کرد. روش تحلیلی بر پایه اصل کمینه اندازه نیروها پایه‌ریزی شد و پیش‌بینی مدل تحلیلی با استفاده از نتایج آنالیز المان محدود راستی‌آزمایی شد. اخیراً، پروز و همکاران [۱۸، ۱۹] مقادیر نیروهای عکس‌العمل را در مکانیزم‌هایی همچون جاساز-سوراخ و بلوک-دست محاسبه کرده و از مقدار آن‌ها، برای پیش‌بینی وقوع گیر در این سیستم‌ها استفاده کردند.

با توجه به آنچه در پیشینه پژوهش بررسی شد، هیچ پژوهشی در زمینه طراحی صفحات قید و بند از دیدگاه سفتی و مطالعه تحلیلی، عددی یا تجربی مقدار تغییر شکل آن (نه در خارج از کشور و نه در داخل) گزارش نشده است. اکثر پژوهش‌های چاپ‌شده به تغییر شکل قطعه‌کار بر روی جاسازهای قید و بند ماشین‌کاری و مطالعه تأثیر پارامترهای

آزمایش‌های تجربی برای مطالعه کارائی مکانیزم ابداعی در کاهش اثرات حرارت و میرائی ارتعاشات قطعه‌کار ناشی از اعمال بارهای ماشین‌کاری اجرا شد. رافلس و همکاران [۱۱] از یک قید و بند با مکانیزم چسب استحکام بالا که با استفاده از اشعه فرابنفش فعال و غیرفعال می‌شد، برای موقعیت‌دهی و بست قطعه‌کارهای مورد استفاده در صنایع هوافضا استفاده کردند. بررسی استحکام اتصال، خواص مکانیکی اتصال چسبی، پارامترهای مؤثر بر روی استحکام تسلیم اتصال شامل جنس ماده، صافی سطح و هندسه اتصال، آنالیز دینامیکی برای مطالعه اثر سفتی اتصال بر روی پاسخ دینامیکی سیستم و تمهیدات تکنیکی جزو مهم‌ترین چالش‌هایی بودند که به آن‌ها پرداخته شد. آزمایش‌های تجربی نیز برای ارزیابی عملکرد سیستم پیشنهادی اجرا شد.

میرونوآ و همکاران [۱۲] یک مکانیزم بست یخی پیشنهاد کرده و به بررسی نیروهای اعمالی از سوی این نوع بست به قطعه‌کار پرداختند. آن‌ها همچنین یک کنترلر مود لغزشی بر اساس متد لیاپانوف ارائه کرده و با مدل‌سازی ریاضیاتی، اثرات حرارت تولیدی در فرزندکاری را کاهش دادند که در قالب اغتشاش مدل‌سازی شده بود. در واقع، یک مدل ریاضیاتی، شبیه‌سازی و آزمایش تجربی برای طراحی یک کنترلر بر پایه متد لیاپانوف برای کاهش اثرات حرارت تولیدی توسط فرزندکاری و پایدار نگهداشتن دمای یک بست یخی پیشنهاد شد. در پژوهشی مشابه، میرونوآ [۱۳] اثرات پارامترهای مؤثر بر روی بست یخی مذکور را مورد بررسی قرار داد که شامل وجود نیروهای برشی یا کششی، کوپل پیچشی، نیروی دینامیکی، جنس ماده قطعه‌کار و حرارت تولیدی بود؛ همچنین پارامترهای دمای محفظه سرد، مقدار آب، صافی سطح قطعه‌کار، سطح در تماس بست و قطعه‌کار و اثرات تماس بر روی عملکرد بست مورد ارزیابی قرار گرفت. وی دریافت که یک مقدار بهینه برای مقدار آب در محفظه وجود دارد که افزایش حجم آب به مقدار بیشتر از آن هیچ تأثیری در افزایش استحکام بست ندارد. همچنین، نتیجه بر آن شد که هرچقدر قطعه‌کار در ارتفاع بالاتری در تماس با بست باشد، امکان جدایش آن از بست بیشتر خواهد بود.

از آنجاکه مقادیر نیروهای عکس‌العمل نقش مهمی در مقدار تغییرشکل صفحات قید و بند دارد، مطالعات کلیدی پیشین در زمینه محاسبه این نیروها به اختصار مورد بررسی



شکل ۱- مدلی از بدنه یک قید و بند با سه صفحه پایه، دوم و سوم

نوع شرایط مرزی در لبه‌ها نیز بر روی مقادیر تغییر شکل تأثیر مستقیم دارد. معمولاً قید و بندها با استفاده از چندین پیچ از طریق شیارهای T-شکل بر روی میز دستگاه فرز بسته می‌شوند. از آنجا که در علم مهندسی همواره باید بدترین حالت ممکن در نظر گرفته شود (مانند فرض قرارگیری بستر ماشین تراش بر روی دو تکیه‌گاه اول و آخر در مرجع [۱])، فرض بر این است که صفحه پایه در چهار لبه بر روی تکیه‌گاه ساده قرار گرفته است. به عبارت دیگر درجات آزادی خطی لبه‌های صفحه محدود شده و درجات آزادی دورانی آن آزاد هستند. در واقع این بدترین حالت تماس بین صفحه پایه و میز ماشین ابزار است که منجر به بیشینه شدن تغییر شکل الاستیک صفحه می‌شود. تغییر شکل صفحه پایه ناشی از مؤلفه عمودی نیروی جاسازهای پایه با استفاده از روش ناویر [۲۰] و با توجه به شکل ۲ محاسبه می‌شود. روش ناویر بیان می‌کند که برای یک صفحه که در چهار لبه بر روی تکیه‌گاه ساده قرار گرفته و تحت بارگذاری عرضی است، می‌توان نیروی خارجی وارده و تغییر شکل ناشی از آن در صفحه را بصورت سری‌های فوریه زیر نوشت:

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

که در آن،  $w_{mn}$  و  $p_{mn}$  ضرایب سری فوریه هستند. برای یک صفحه که در چهار لبه روی تکیه‌گاه ساده قرار

مؤثر بر روی مقدار تغییر شکل پرداخته‌اند. لذا، نوآوری دقیق پژوهش حاضر ارائه یک مدل تحلیلی-عددی برای محاسبه دقیق مقدار تغییر شکل الاستیک صفحات قید و بند است. یک مدل تحلیلی بر پایه روش ناویر برای آنالیز تغییر شکل صفحه پایه ارائه شده است. نیروهای ورودی در قالب مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در جاسازها و گشتاورهای اعمالی بر روی لبه‌ها بوده که با اعمال آن‌ها به صفحه پایه، مقادیر تغییر شکل محاسبه شده‌اند. برای محاسبه تغییر شکل در صفحات دوم و سوم، یک مدل تحلیلی بر مبنای حل معادله دیفرانسیل لاگرانژ ارائه شده است. با اعمال نیروهای عکس‌العمل از یکی از پژوهش‌های اخیر نویسندگان [۱۴] به مدل تحلیلی، نوشتن آن‌ها در قالب انتگرال فوریه، اعمال شرایط مرزی در هریک از صفحات و حل همزمان معادلات تحلیلی برای بدست آوردن ضرایب مورد نیاز، مقدار تغییر شکل الاستیک صفحات در لبه آزاد آن‌ها محاسبه شده است. نهایتاً، پیش‌بینی‌های مدل تحلیلی با استفاده از روش آنالیز المان محدود راستی‌آزمایی شده است.

## ۲- مدل تحلیلی

### ۲-۱- صفحه پایه

برای محاسبه تغییر شکل عرضی صفحه پایه تحت بارگذاری از روش ناویر در تئوری پوسته‌ها و ورق‌ها استفاده شده است. شکل ۱ مدلی از بدنه یک قید و بند با سه صفحه پایه، دوم و سوم را نشان می‌دهد. طراحی صفحه پایه دارای محاسبات به مراتب بیشتری نسبت به صفحات دوم و سوم است. چراکه این صفحه علاوه بر اینکه از جانب جاسازهای پایه تحت بارگذاری عرضی قرار دارد، از سوی صفحات دوم و سوم نیز تحت بارگذاری خمشی گسترده بر روی لبه‌ها است. این در حالی است که صفحات دوم و سوم تنها تحت بارگذاری ناشی از جاسازهای (به ترتیب) کناری و توقف هستند. با مشاهده شکل ۱ می‌توان دریافت که سه جاساز پایه مستقیماً عامل انتقال نیرو بر روی صفحه پایه هستند. نیروی عکس‌العمل بر روی هریک از این جاسازها دارای سه مؤلفه عمودی، مماسی اول و مماسی دوم است. بزرگی و جهت این نیروها به صورت مستقیم بر روی مقدار و جهت تغییر شکل صفحه پایه تأثیر می‌گذارد.

با ضرب و تقسیم کردن طرف دوم رابطه (۴) در  $ab$  و با فرض  $u, v \rightarrow 0$  مقدار ضریب  $p_{mn}$  برای حالت بارگذاری متمرکز به صورت زیر بدست می آید:

$$p_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} \quad (۵)$$

با جاگذاری این ضریب در رابطه (۲) می توان تغییر شکل صفحه را تحت بارگذاری متمرکز محاسبه کرد:

$$w(x, y) = \frac{4P}{\pi^4 D ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b}}{[(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2]^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (۶)$$

با داشتن مقادیر ثابت مرتبط با جنس ماده (شامل مدول یانگ، ضخامت ورق و ضریب پواسون)، شدت نیروی اعمالی، ابعاد صفحه و موقعیت اعمال نیرو می توان کنونیسی لازم برای محاسبه تغییر شکل صفحه را انجام داد. لازم بذکر است که تغییر شکل کلی صفحه ناشی از اعمال نیروهای عکس-العمل در جاسازهای پایه را می توان به صورت اثر تک به تک این نیروها محاسبه کرده و سپس بر اساس اصل جمع آثار، همه آنها را با هم جمع کرد و به تغییر شکل نهایی صفحه رسید.

برای محاسبه تغییر شکل صفحه پایه در اثر اعمال گشتاورهای ناشی از نیروهای عکس العمل در جاسازهای کناری و توقف نیز از روش ناویر استفاده می شود. صفحه پایه یک صفحه با تکیه گاه های ساده بر روی چهار لبه است که تحت بارگذاری گسترده از نوع گشتاور خمشی قرار دارد. مدلی از این صفحه همراه با این نوع بارگذاری در شکل ۲ ارائه شده است. اگر تابع مربوط به گشتاور خمشی به صورت  $m_x = f(x)$  باشد، سری فوریه آن را می توان به صورت زیر نوشت:

$$m_x = f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (۷)$$

که در آن،  $F_n$  ثابت سری فوریه است. با اعمال گشتاور خمشی به صورت فوق به صفحه و بدون وجود نیروی عرضی متمرکز، معادله حاکم بر تغییر شکل صفحه باید رابطه همگن  $\nabla^2 \nabla w$  را ارضا کند؛ لذا، می توان رابطه تغییر شکل ورق را به- صورت زیر نوشت:

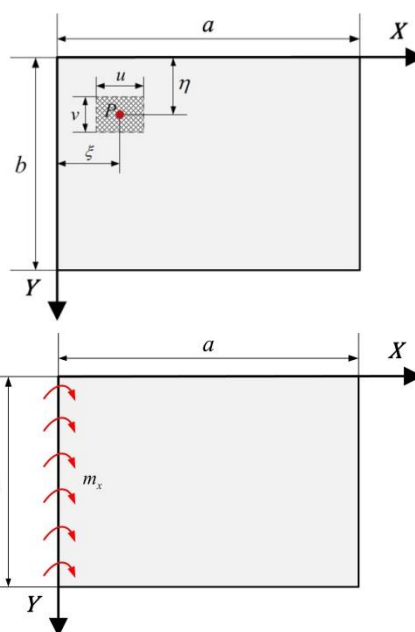
گرفته است و در حالت عمومی نیروی وارد بر آن، می توان تغییر شکل صفحه را بصورت زیر بدست آورد:

$$w(x, y) = \frac{1}{\pi^4 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{[(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2]^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (۲)$$

که در آن،  $D$  بصورت رابطه (۳) قابل محاسبه است:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (۳)$$

که در آن،  $E$  مدول یانگ،  $h$  ضخامت صفحه و  $\nu$  ضریب پواسون ماده است.



شکل ۲- مدلی از یک صفحه تحت بارگذاری متمرکز عرضی و گسترده گشتاور خمشی

برای محاسبه تغییر شکل صفحه در شکل ۲، ابتدا فرض بر این است که نیروی عرضی بر روی یک المان کوچک به طول و عرض  $u$  و  $v$  عمل می کند؛ لذا می توان شدت نیرو را به صورت  $P/uv$  نوشت. مقدار ضریب  $p_{mn}$  در رابطه (۱) را می توان بصورت زیر محاسبه نمود:

$$p_{mn} = \frac{4p_0}{uv} \int_{\xi-u/2}^{\xi+u/2} \int_{\eta-v/2}^{\eta+v/2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (۴)$$

$$= \frac{16P}{\pi^2 mn uv} \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b}$$

در محاسبه تغییر شکل الاستیک صفحات قید و بند وجود دارد.

صفحه دوم قید و بند را می‌توان یک صفحه تحت دو بارگذاری عرضی در نظر گرفت. معمولاً، مونتاژ صفحات بدنه قید و بندها در همدیگر با پیچ‌های قطور و نسبتاً بلند انجام می‌شود. این پیچ‌ها معمولاً در راستای عمود بر صفحه پایه نصب شده و در گوشت صفحات دوم و سوم قرار گرفته و اعمال گشتاور منجر به اتصال این صفحات به صفحه پایه می‌شود. از سوی دیگر، پیچ‌هایی تقریباً مشابه، که در راستای افقی نصب می‌شوند، صفحه دوم را به صفحه سوم متصل می‌کنند. با توجه به جمیع این جهات، می‌توان گفت که هریک از صفحات دوم و سوم جاسازی یک پوسته هستند که در دو لبه بصورت یکسرگیردار<sup>۱</sup> بوده و در دو لبه دیگر بصورت آزاد<sup>۲</sup> هستند. به چنین شکل‌بندی در تئوری پوسته‌ها و ورق‌ها حالت CCF<sup>۳</sup> اطلاق می‌شود؛ لذا، می‌توان صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند را به صورت شکل (۴) ارائه کرد. هریک از مدل‌های ارائه‌شده در شکل (۴)، پوسته‌هایی به ابعاد  $a \times b$  هستند که در حالت عمومی، نیروی متمرکز  $F$  در نقطه  $(\zeta, \eta)$  به آن‌ها اعمال می‌شود. لازم بذکر است که معمولاً ارتفاع صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند یکسان بوده و طول آن‌ها (یعنی پارامتر  $b$ ) متفاوت است. به همین منظور، طول صفحه دوم و سوم قید و بند به ترتیب برابر با  $b_1$  و  $b_2$  در نظر گرفته شده است. صفحه دوم قید و بند تحت نیروهای  $F_{n_4}$  و  $F_{n_5}$  قرار دارد که به ترتیب در موقعیت‌های  $(\zeta_1, \eta_1)$  و  $(\zeta_2, \eta_2)$  به آن اعمال شده‌اند؛ همچنین، صفحه سوم نیز تحت نیروی  $F_{n_6}$  قرار دارد که در نقطه  $(\zeta_3, \eta_3)$  به آن وارد می‌شود.

با مشخص شدن شرایط مرزی و نیرویی، به ارائه مدل تحلیلی برای محاسبه تغییر شکل الاستیک ورق پرداخته می‌شود. بر اساس آنچه تیموشنکو [۲۱] در تئوری پوسته‌ها و ورق‌ها ارائه کرده است، خیز (تغییر شکل الاستیک) یک پوسته را می‌توان با حل معادله دیفرانسیل لاگرانژ که بر اساس فرض‌های کیرشلف بدست آمده است، مطابق با رابطه (۱۱) محاسبه کرد.

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} (C_{1n} \cosh \beta_n x + C_{2n} \beta_n x \sinh \beta_n x + C_{3n} \sinh \beta_n x + C_{4n} \beta_n x \cosh \beta_n x) \sin \beta_n y \quad (۸)$$

که در آن  $\beta_n = n\pi/b$  است. ثوابت انتگرال‌گیری از شرایط مرزی که به صورت رابطه (۹) ارائه شده‌اند، محاسبه می‌شود.

$$x = 0 \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ M = m_x \end{cases}; \quad x = a \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ M = 0 \end{cases} \quad (۹)$$

$$y = 0 \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ M = 0 \end{cases}; \quad y = b \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ M = 0 \end{cases}$$

با جاگذاری این شرایط مرزی در رابطه (۸) مقادیر  $C_{1n}$  تا  $C_{4n}$  محاسبه شده و با جاگذاری مقادیر بدست‌آمده در رابطه (۸) می‌توان تغییر شکل صفحه را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n}{2D\beta_n^2 \sinh \beta_n a} (\beta_n x \cosh \beta_n (a - x) - \beta_n a \frac{\sinh \beta_n x}{\sinh \beta_n a}) \sin \beta_n y \quad (۱۰)$$

به صورت مشابه می‌توان مقدار تغییر شکل را در هر نقطه از صفحه با در دست داشتن مقادیر ثوابت ماده، ابعاد صفحه و رابطه گشتاور خمشی گسترده محاسبه کرد. بر اساس اصل جمع آثار می‌توان حاصل تغییر شکل‌های محاسبه شده از روابط (۶) و (۱۰) را با هم جمع جبری نموده و تغییر شکل نهایی صفحه پایه قید و بند را محاسبه نمود.

## ۲-۲- صفحات دوم و سوم

صفحات دوم و سوم قید و بند به‌عنوان تکیه‌گاهی برای سه جاساز پایه، دو جاساز کناری و یک جاساز توقف عمل می‌کنند (شکل ۳). برای طراحی صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند، ابتدا باید نیروهای وارده همراه با شرایط مرزی هریک از آن‌ها مشخص شود. صفحه دوم قید و بند تحت بارهای ناشی از مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در دو جاساز شماره ۴ و ۵ است که این نیروها در شکل ۳ در قالب  $F_{n_4}$  و  $F_{n_5}$  نشان داده شده‌اند. لازم بذکر است که علاوه بر مؤلفه عمودی، یک مؤلفه مماسی برآیند نیز در نقاط جاسازی وجود دارد. بر اساس آنچه در مرجع [۱۴] ذکر شده است، مقادیر این مؤلفه‌ها بسیار کم بوده و امکان صرف‌نظر کردن از اثرات آن‌ها

<sup>1</sup> Clamped

<sup>2</sup> Free

<sup>3</sup> Clamped-Clamped-Free-Free

برای حل معادله دیفرانسیل ارائه شده در رابطه (۱۱)، باید ابتدا شکل مناسبی از جواب را پیدا کرده و سپس با جاگذاری نیروهای اعمالی در قالب  $q(x, y)$  و اعمال شرایط مرزی به آن مسأله را حل کرد. در مرجع [۲۲]، یک جواب اولیه که بتواند شرایط مرزی مورد نظر برای پوسته را فراهم کند، در نظر گرفته شده است. تغییر شکل عرضی یک پوسته با اعمال شرایط مرزی و یکپارچه‌سازی جواب به صورت رابطه (۱۲) قابل ارائه است.

$$w(x, y) = \frac{4}{ab} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} C_{mn} \left[ \frac{q_{mn}}{D} + (-1)^{\frac{n-1}{2}} R_{mn} I_m - \frac{\beta_n}{2} J_m + (-1)^{\frac{m-1}{2}} P_{mn} K_n - \frac{\alpha_m}{2} L_n \right] \sin\left(\frac{\alpha_m x}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_n y}{2}\right) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $a$  طول صفحه و  $b$  عرض صفحه است.  $C_{mn}$ ،  $R_{mn}$  و  $P_{mn}$  توابعی از  $m$  و  $n$  هستند که با استفاده از روابط (۱۳) بدست می‌آیند.

$$C_{mn} = \frac{1}{\left(\left(\frac{\alpha_m}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_n}{2}\right)^2\right)^2} \quad (13)$$

$$R_{mn} = \mu \left(\frac{\alpha_m}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_n}{2}\right)^2$$

$$P_{mn} = \left(\frac{\alpha_m}{2}\right)^2 + \mu \left(\frac{\beta_n}{2}\right)^2$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

$q_{mn}$  تبدیل فوریه تابع بارگذاری  $q(x, y)$  است که برای محاسبه آن در حالت بارگذاری متمرکز، از رابطه (۱۴) استفاده می‌شود. با فرض اینکه نیروی  $F$  بر المان مربعی کوچکی به ابعاد  $u \times v$  عمل می‌کند، می‌توان آن را در قالب یک بار گسترده بصورت  $F/uv$  نوشت.

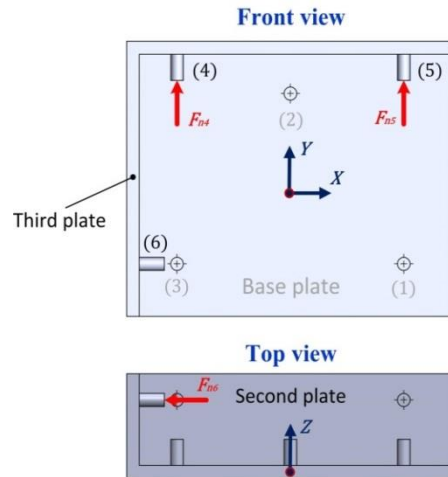
$$q_{mn} = \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{\alpha_m x}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_n y}{2}\right) dx dy \quad (14)$$

$$= \frac{F}{uv} \int_{\zeta-u/2}^{\zeta+u/2} \int_{\eta-v/2}^{\eta+v/2} \sin\left(\frac{\alpha_m x}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_n y}{2}\right) dx dy$$

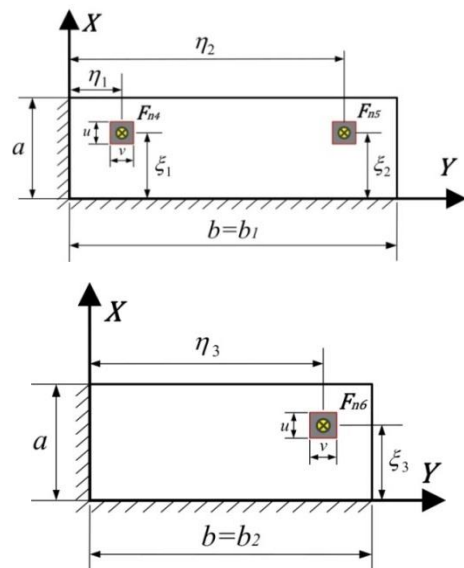
$$= \frac{F}{uv} \left[ \frac{16abs \sin\left(\frac{\beta_n \eta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_m \zeta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_m u}{4}\right) \sin\left(\frac{\beta_n v}{4}\right)}{\pi^2 mn} \right]$$

$$\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)،  $\nabla^4$  عملگر دوهمساز؛  $w(x, y)$  تغییر شکل عرضی (خیز) پوسته،  $q(x, y)$  بارگذاری گسترده اعمالی به سطح بالای پوسته و  $D$  صلبیت خمشی پوسته است. پارامتر  $D$  نیز از رابطه (۳) محاسبه می‌شود.



شکل ۳- صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند همراه با موقعیت جاسازها



شکل ۴- مدل صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند

<sup>1</sup> Bi-harmonic



ندارد، حل بایستی بصورت عددی انجام شود. برای حل همزمان معادلات، تعداد معینی از جملات هریک از سری‌ها در هر مرحله استفاده شده و معادلات حل می‌شوند. با دستیابی به جواب‌های مرحله اول و جاگذاری آن‌ها در پارامترهای متناظرشان در معادلات، می‌توان جملات دوم سری‌ها را وارد روابط کرده و به محاسبه ضرایب پرداخت. این کار تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تعداد کافی از ضرایب چهارگانه مذکور محاسبه شده و دقت کافی برای محاسبه مقدار تغییر شکل عرضی پوسته فراهم شود. لازم بذکر است که در هر مرحله از محاسبات، مقدار دو شمارنده  $m$  و  $n$  یکسان در نظر گرفته می‌شود. به‌عنوان مثال، ابتدا جملات اول ( $m = n = 1$ ) هریک از سری‌های ارائه‌شده در روابط چهارگانه (۱۶) تا (۲۰) در هر دو طرف روابط در نظر گرفته می‌شود. با اجرای این فرض، چهار معادله چهار مجهولی بدست می‌آید که با حل همزمان آن، مقادیر  $I_1, J_1, K_1$  و  $L_1$  محاسبه می‌شوند.

با جاگذاری  $\alpha_m$  و  $\beta_n$  از رابطه (۱۳) در رابطه (۱۴)، ساده‌سازی ریاضیاتی، فرض  $u, v \rightarrow 0$  و علم به اینکه  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta)}{\theta} = 1$  می‌توان نوشت:

$$q_{mn} = \lim_{u,v \rightarrow 0} \left[ \frac{F \sin\left(\frac{n\pi u}{2b}\right) \sin\left(\frac{m\pi \zeta}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi u}{4a}\right) \sin\left(\frac{n\pi v}{4b}\right)}{\left(\frac{m\pi u}{4a}\right) \left(\frac{n\pi v}{4b}\right)} \right] = F \sin\left(\frac{n\pi \eta}{2b}\right) \sin\left(\frac{m\pi \zeta}{2a}\right) \quad (15)$$

که در آن؛  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$  ضرایب مورد نیاز برای محاسبه مقدار تغییر شکل عرضی پوسته هستند. برای محاسبه مقدار این ضرایب باید مجموعه معادلات ارائه‌شده در روابط (۱۶) تا (۲۰) را بصورت همزمان حل کرد. برای محاسبه مقدار تغییر شکل عرضی پوسته با استفاده از رابطه (۱۲)، باید مقادیر توابع  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$  از حل همزمان معادلات مزبور بدست آید. با توجه به اینکه امکان محاسبه ضابطه صریح برای هریک از این توابع بر حسب  $m$  و  $n$  وجود

$$\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} C_{mn} R_{mn} \alpha_m I_m - \sum_{m=1,3}^{\infty} C_{mn} \alpha_m \frac{\beta_n}{2} J_m + \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} C_{mn} P_{mn} \alpha_m K_n - \sum_{m=1,3}^{\infty} C_{mn} \alpha_m \frac{\alpha_m}{2} L_n \quad (16)$$

$$= - \sum_{m=1,3}^{\infty} C_{mn} \alpha_m \frac{q_{mn}}{D} \quad n = 1, 3, \dots$$

$$\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} [v - C_{mn} R_{mn} P_{mn}] I_m + \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} C_{mn} P_{mn} \alpha_m \frac{\beta_n}{2} J_m \quad (17)$$

$$+ \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{m-1} [1 - C_{mn} P_{mn}^2] K_n + \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} C_{mn} P_{mn} \frac{\alpha_m}{2} L_n$$

$$= \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} C_{mn} P_{mn} \frac{q_{mn}}{D} \quad n = 1, 3, \dots$$

$$\sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} C_{mn} R_{mn} \beta_n I_m - \sum_{n=1,3}^{\infty} C_{mn} \beta_n \frac{\beta_n}{2} J_m + \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} C_{mn} P_{mn} \beta_n K_n - \sum_{n=1,3}^{\infty} C_{mn} \beta_n \frac{\alpha_m}{2} L_n \quad (18)$$

$$= - \sum_{n=1,3}^{\infty} C_{mn} \beta_n \frac{q_{mn}}{D} \quad m = 1, 3, \dots$$

$$\sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{n-1} [1 - C_{mn} P_{mn}^2] I_m + \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} C_{mn} R_{mn} \frac{\beta_n}{2} J_m + \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} (-1)^{\frac{m-1}{2}} [v - C_{mn} R_{mn} P_{mn}] K_n \quad (19)$$

$$+ \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} C_{mn} R_{mn} \frac{\alpha_m}{2} L_n = \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} C_{mn} R_{mn} \frac{q_{mn}}{D} \quad m = 1, 3, \dots$$

پس از اینکه مقادیر این توابع بدست آمد، با جاگذاری آن‌ها و همچنین جاگذاری نیروها از رابطه (۱۵) در رابطه (۱۲)، مقدار تغییر شکل عرضی پوسته محاسبه می‌شود. مشخصاً، بیشینه تغییر شکل الاستیک صفحات قید و بند در لبه‌های آزاد اتفاق می‌افتد که مقدار آن به‌عنوان معیاری برای تغییر شکل صفحات قید و بند مطرح می‌شود. با توجه به اصل جمع آثار، می‌توان مقدار تغییر شکل صفحه دوم را با اعمال تک به تک نیروها محاسبه کرده و مقادیر بدست‌آمده برای تغییر شکل را با هم جمع نمود تا مقدار تغییر شکل برآیند بدست آید. کدهای لازم برای حل همزمان معادلات، اجرای محاسبات و نمایش خروجی نوشته شد و با اجرای آن، مقادیر تغییر شکل در صفحات محاسبه شدند.

### ۳- آنالیز عددی

تغییر شکل پیش‌بینی شده توسط تحلیل‌های ارائه‌شده در بخش ۲ باید صحت‌سنجی شود. برای صحت‌سنجی، دو روش آنالیز عددی و اجرای آزمایش تجربی وجود دارد. در این پژوهش، از تحلیل عددی با استفاده از نرم‌افزار آنالیز المان محدود استفاده شده است. لازم بذکر است که آزمایش‌های تجربی نیز توسط نویسندگان مقاله در حال اجرا است که به محض تکمیل، در گزارش‌های آتی ارائه خواهد شد. برای راستی‌آزمایی از آنالیز عددی که در نرم‌افزار المان محدود آباکوس انجام شد، استفاده گردید.

### ۳-۱- صفحه پایه

صفحه پایه به‌صورت یک جسم تغییرشکل پذیر ورقی به ابعاد  $210 \times 260$  میلی‌متر مدل‌سازی شد. خواص مکانیکی مواد شامل مدول یانگ و ضریب پواسون به‌ترتیب برابر با ۲۰۰ گیگاپاسکال و  $0/3$  وارد شد. ضخامت صفحه پایه برابر با ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده و حلگر استاندارد با توجه به ماهیت استاتیکی مسأله برای حل استفاده شد. زمان حل برابر با ۱ ثانیه بوده و بیشینه تعداد گام‌های حل برابر با ۱۰۰۰ در نظر گرفته شد؛ همچنین، اندازه گام اولیه، کمینه و بیشینه اندازه گام به‌ترتیب برابر با  $0/1$ ،  $0/05$  و  $0/2$  ثبت شد. از آنجاکه درجات آزادی خطی صفحه بر روی لبه‌ها محدود شده و صرفاً درجات آزادی دورانی بر روی این لبه‌ها وجود دارد، شرایط مرزی به‌صورت شرط مرزی پینی بر روی لبه‌ها اعمال

شد. مش‌بندی مدل نیز با استفاده از المان S4R که یک المان دوبعدی استاندارد خطی چهار گرهی با انتگرال‌گیری کاهش یافته است، انجام شد. اندازه مش برابر با ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده و مش‌بندی مدل به‌صورت منظم با استفاده از المان‌های چهارضلعی انجام شد. با توجه به آنچه در بخش ۲-۱ عنوان شد، دو نوع بارگذاری شامل نیروی عرضی متمرکز و گشتاور خمشی گسترده باید به صفحه پایه قید و بند اعمال شود. اعمال بار متمرکز به نقاط از پیش تعیین شده بر روی صفحه پایه ساده بوده و این نیروها در قالب نیروی متمرکز با شدت نشان داده شده در جدول ۱ به صفحه پایه اعمال شد. داده‌های این جدول از مقادیر بدست‌آمده در مرجع [۱۴] برداشت شده است. در پژوهش مزبور، یک قطعه چندوجهی در داخل یک قید و بند موقعیت‌دهی و کلمپ شده و نیروهای عکس‌العمل در موقعیت جاسازها بر اساس نیروهای خارجی اعمالی به قطعه‌کار محاسبه شده است. این نیروها دارای دو مؤلفه عمودی و مماسی برآیند هستند. با توجه به مقدار کم مؤلفه مماسی، مؤلفه عمودی به-عنوان نیروی اصلی وارده بر بدنه قید و بند در نقاط مشخص در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۱- اندازه مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در

جاسازها برای قطعه‌کار ارائه‌شده در [۱۷]

شماره جاساز	موقعیت جاساز (mm)	مؤلفه نیرو (N)	
		عمودی	مماسی اول / مماسی دوم
۱	(۴۰، ۲۲۰، ۰)	۴۶۱	۶/۷ / ۶/۰
۲	(۱۷۰، ۱۳۰، ۰)	۲۲۸	۳/۰ / ۵/۲
۳	(۴۰، ۴۰، ۰)	۵۰۰	۲/۰ / ۷/۷

اعمال گشتاور خمشی به‌صورت گسترده بر روی لبه‌های صفحه نیاز به سابروتین نویسی در نرم‌افزار آباکوس دارد تا بتوان معادله نوع بارگذاری گسترده را در نرم‌افزار تعریف کرد. برای این منظور، پیوند بین نرم‌افزار آباکوس و کامپایلر فرترن برقرار شده و سابروتین‌های لازم برای اعمال این نوع بارگذاری نوشته شد. با معرفی فایل سابروتین به حلگر، حل مسأله در مدت زمان کمی (کمتر از ۱۰ ثانیه بر روی یک

بیشینه نمو زمانی برای حل در این گام به ترتیب برابر با ۰/۱، ۰/۰۵ و ۰/۲ ثانیه انتخاب شدند. با توجه به اینکه شبیه‌سازی بر روی یک قطعه انجام می‌شد، نیازی به تعریف تعامل بین قطعات وجود نداشت. همان‌گونه که در بخش ۲-۲ عنوان شد، شرایط مرزی برای صفحات بصورت CCFF بود. به این ترتیب، دو لبه منطبق بر محورهای  $X$  و  $Y$  به‌صورت یکسرگیردار مدل شده و لبه‌های دیگر آزاد گذاشته شدند. این شرایط مرزی برای هر دو صفحه دوم و سوم اعمال شد. شکل‌های ۵ (ب) و (ج) نشان‌دهنده نمایی از صفحات قید و بند در نرم‌افزار است. برای اعمال نیروها، ابتدا باید شدت و موقعیت اعمال هریک از آن‌ها بر روی صفحات دوم و سوم قید و بند مشخص شود. جدول ۲ نشان‌دهنده شدت و موقعیت اعمال نیروهای وارده بر صفحات دوم و سوم است.

جدول ۲- شدت و موقعیت اعمال نیروها بر روی صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند

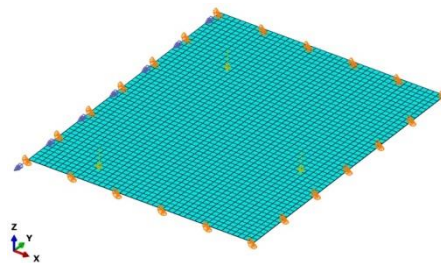
شماره صفحه	شدت نیرو (N)	موقعیت نیرو (mm)
صفحه دوم	$ F_{n_4} $ ۸۹۲	$(\xi_1, \eta_1) = (۵۵, ۴۰)$
	$ F_{n_5} $ ۲۹۵	$(\xi_2, \eta_2) = (۵۵, ۲۲۰)$
صفحه سوم	$ F_{n_6} $ ۸۵۳	$(\xi_3, \eta_3) = (۵۵, ۱۷۰)$

شرایط نیرویی بر اساس داده‌های جدول ۲ به مدل‌های صفحات دوم و سوم اعمال شد. برای این منظور، نیروهای متمرکز با شدت مشخص در نقاط مزبور تعریف شده و به صفحات اعمال شدند. مش‌بندی مدل به صورت منظم با المان‌های چهارگوش مربعی به طول ضلع ۵ میلی‌متر انجام شد. المان استفاده‌شده برای مش‌بندی از نوع S4R بود که یک المان چهار گرهی با انتگرال‌گیری کاهش‌یافته و با کارکرد عمومی در پوسته‌های نازک و ضخیم است. مدل‌های مش‌بندی شده همراه با شرایط نیرویی اعمال‌شده برای هریک از صفحات دوم و سوم در شکل ۵ (ب) و (ج) نشان داده شده‌اند. نهایتاً، مدل آماده‌شده در یک رایانه با پردازنده ۲ هسته‌ای ۲/۲ گیگاهرتز و رم ۴ گیگابایت در مدت زمان اندکی در ۷ گام زمانی حل شد.

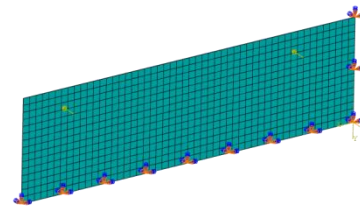
پردازنده دو هسته‌ای ۲/۲ گیگاهرتز) انجام شد. شکل ۵ (الف) نشان‌دهنده مدل مش‌بندی شده در نرم‌افزار است.

### ۳-۲- صفحات دوم و سوم

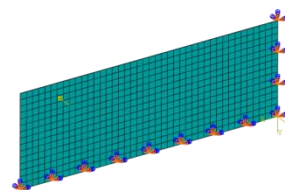
مدل صفحات به‌صورت قطعه تغییر شکل‌پذیر ورقی یکبار به ابعاد ۲۶۰×۷۵ میلی‌متر و بار دیگر به ابعاد ۲۱۰×۷۵ میلی‌متر به‌ترتیب برای صفحات دوم و سوم در نرم‌افزار آماده‌سازی شد. ضخامت صفحات برابر با ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. فولاد به‌عنوان ماده سازنده قطعه‌کار در نظر گرفته شد و خصوصیات مکانیکی در قالب مدول یانگ و ضریب پواسون به ترتیب برابر با ۲۰۰ گیگاپاسکال و ۰/۳ وارد شد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵- مدل مش‌بندی شده صفحه، (الف) پایه، (ب) دوم و (ج) سوم در نرم‌افزار آنالیز المان محدود همراه با بارهای متمرکز، گسترده و شرایط مرزی

نمونه‌ای از مدل طراحی‌شده در نرم‌افزار به محیط مونتاز افزوده شده و گام‌های حل مسأله تعیین گردید. یک گام با استفاده از حلگر استاندارد از نوع استاتیک-عمومی با زمان حل برابر با یک ثانیه انتخاب شد. مقدار اولیه، کمینه و

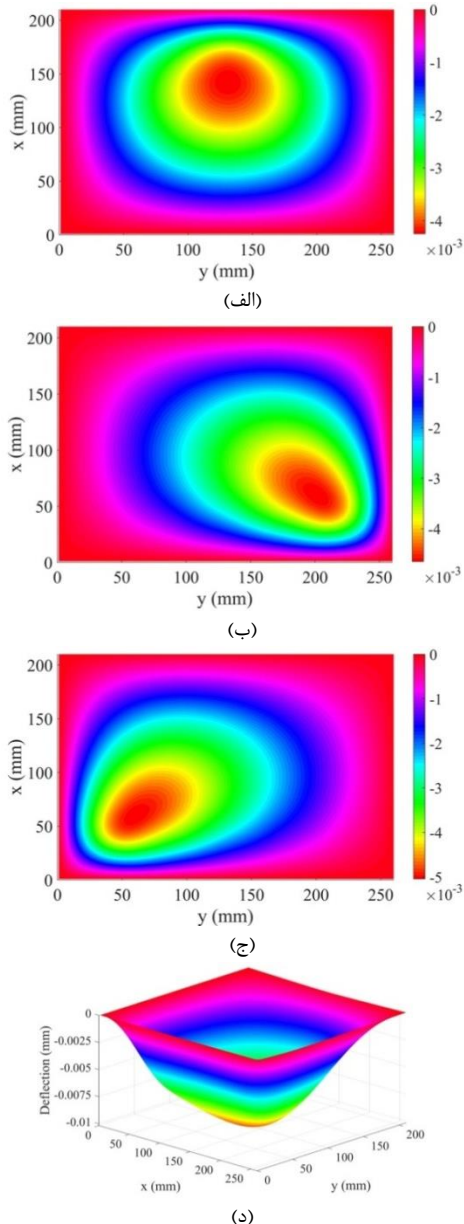
#### ۴- نتایج و بحث

برای پیاده‌سازی تحلیل‌های ارائه‌شده در بخش ۲، کدهای لازم در نرم‌افزار متلب نوشته شد. نتایج حاصل در دو بخش ۱-۴ و ۲-۴ ارائه می‌شوند. لازم بذکر است که در این بخش پیش‌بینی تحلیلی با نتایج عددی مقایسه می‌شوند. متأسفانه با توجه به اینکه هیچ پژوهشی مشابه با پژوهش حاضر در ادبیات موضوع وجود ندارد، امکان مقایسه نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج پژوهش‌های قبلی وجود ندارد.

#### ۴-۱- صفحه پایه

پیاده‌سازی تحلیل ارائه‌شده در بخش ۲-۱ در دو گام انجام شد. در گام اول نیروهای متمرکز ناشی از جاسازهای پایه و در بخش دوم گشتاور خمشی گسترده به لبه‌های صفحه پایه اعمال شد. تغییر شکل صفحه پایه در این دو حالت به ترتیب از روابط (۶) و (۱۰) محاسبه شدند. موقعیت و شدت اعمال نیروها در رابطه (۶) در قالب پارامترهای  $\xi$ ،  $\eta$  و  $P$  مطرح بوده و مقدار آن‌ها از داده‌های جدول ۱ به کد اعمال شد. لازم به ذکر است که مبدأ مختصات در گوشه سمت چپ و بالای صفحه (مطابق شکل ۲) و در وسط ضخامت آن قرار دارد. با در نظر گرفتن این مبدأ مختصات، موقعیت اعمال نیروها به صفحه پایه در این جدول ارائه شده است؛ همچنین باید در نظر داشت که مؤلفه عمودی نیرو در جاسازهای پایه در قالب نیروی عرضی و مؤلفه عمودی نیرو در جاسازهای کناری و توقف در قالب گشتاور خمشی در لبه‌ها به صفحه پایه عمل می‌کنند. با داشتن مقادیر پارامترهای مزبور و جاگذاری مدول یانگ، ضریب پواسون و ضخامت ورق به ترتیب برابر با ۲۰۰ گیگاپاسکال، ۰/۳ و ۱۰ میلی‌متر، مقدار تغییر شکل (خیز) صفحه از رابطه (۶) محاسبه می‌شود؛ همچنین مقدار  $a$  و  $b$  برابر با ۲۱۰ و ۲۶۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. برای محاسبه مقدار خیز از روابط تحلیلی، از ۱۰ جمله اول هریک از سری-ها استفاده شد. تعداد جملات بیشتر از آن، منجر به افزایش قابل توجه در حجم محاسبات می‌شد و تأثیر محسوسی بر روی مقدار تغییر شکل نداشت. با اعمال نیروی متمرکز صرفاً ناشی از جاسازهای پایه به صورت تک به تک در موقعیت‌های مشخص‌شده در جدول ۱ به صفحه پایه، تغییر شکل این صفحه از تحلیل به صورت شکل ۶(الف) تا (ج) بدست آمد. می‌توان مشاهده کرد که تغییر شکل در نواحی اطراف نقطه

اعمال نیروی عکس‌العمل بیشینه بوده و با فاصله گرفتن از آن، کاهش می‌یابد. بر اساس اصل جمع آثار، برای محاسبه تغییر شکل صفحه پایه ناشی از اعمال همزمان نیروی سه جاساز پایه از جمع جبری این کانتورها استفاده می‌شود. تغییر شکل برآیند صفحه پایه با اعمال همه نیروهای جاسازهای پایه در شکل ۶ (د) ارائه شده است.



شکل ۶- (الف) تا (ج) نمای سه‌بعدی تغییر شکل صفحه پایه با اعمال نیروهای متمرکز ناشی از جاسازهای پایه بصورت تک به تک و (د) برآیند تغییر شکل

با توجه به اینکه معمولاً صفحات دوم و سوم قید و بند با پیچ‌های قطور و در موارد خاص با جوشکاری به صفحه پایه متصل می‌شوند، می‌توان آن‌ها را مانند یک صفحه یکسرگیردار فرض کرد که در موقعیت مشخصی تحت نیروی عرضی (ناشی از مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاساز) قرار گرفته‌اند. شکل ۷ (الف) نشان‌دهنده مدلی از این نوع صفحه همراه با نیروی اعمال‌شده در فاصله مشخص است. نحوه توزیع گشتاور خمشی ناشی از این نیرو بر روی لبه صفحه نیز با استفاده از دیاگرام‌های ارائه‌شده در مرجع [۲۰] و نسبت‌های  $d/b$  و  $a/a'$  است. با داشتن موقعیت اعمال نیرو بر روی صفحه و ابعاد صفحه می‌توان نسبت‌های فوق را محاسبه کرده و مقدار شیب توزیع مثلثی گشتاور خمشی ( $s$ ) بر روی لبه را بدست آورد. شکل ۷ (ب) نشان‌دهنده نحوه توزیع گشتاور خمشی بر روی لبه‌های صفحه پایه قید و بند است. برای محاسبه رابطه توزیع مثلثی، نسبت‌های مزبور برای جاسازهای کناری و توقف به‌صورت زیر محاسبه شدند:

$$L_4, L_5 \rightarrow \begin{cases} a/a' = 55/75 = 0.733 \\ d/b = 40/260 = 0.154 \end{cases} \rightarrow s = 2.28 \approx 23.68^\circ \quad (20)$$

$$L_6 \rightarrow \begin{cases} a/a' = 55/75 = 0.733 \\ d/b = 40/210 = 0.190 \end{cases} \rightarrow s = 2.33 \approx 23.23^\circ$$

لازم بذکر است که ارتفاع صفحات دوم و سوم برابر با ۷۵ میلی‌متر از مبدأ مختصات است. با توجه به مقدار  $s$  می‌توان معادلات توزیع گشتاور خمشی گسترده را به‌صورت رابطه (۲۱) بیان کرد.

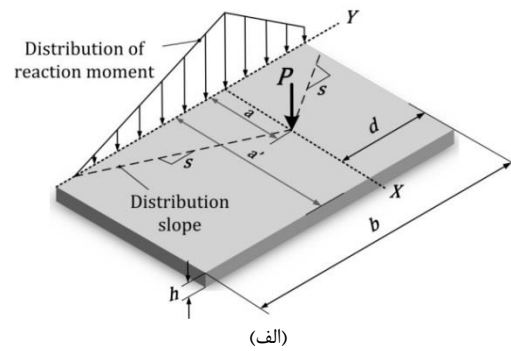
$$M_{y_4} = \begin{cases} 0 & 0 < y < 3.00 \text{ mm} \\ 0.438y - 1.32 & 3.00 \leq y < 40 \text{ mm} \\ -0.438y + 33.77 & 40 \leq y < 77.00 \text{ mm} \\ 0 & 77.00 \leq y \leq 260 \text{ mm} \end{cases} \quad (21)$$

$$M_{y_5} = \begin{cases} 0 & 0 < y < 108.13 \text{ mm} \\ 0.438y - 47.42 & 108.13 \leq y < 220 \text{ mm} \\ -0.438y + 145.54 & 220 \leq y \leq 260 \text{ mm} \end{cases}$$

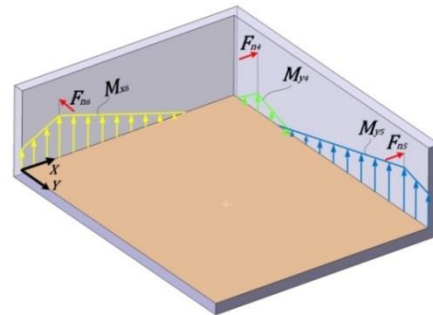
$$M_{x_6} = \begin{cases} 0.429x + 29.75 & 0 < y < 40 \text{ mm} \\ -0.429x + 64.08 & 40 \leq y < 149.30 \text{ mm} \\ 0 & 149.30 \leq y \leq 210 \text{ mm} \end{cases}$$

ضریب سری فوریه  $F_n$  در رابطه (۱۰) با استفاده از روابط (۲۲) محاسبه شده و در مدل تحلیلی اعمال شد. شکل

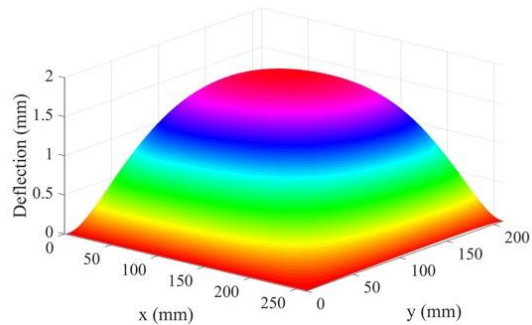
برای محاسبه مقادیر تغییر شکل ناشی از گشتاورهای خمشی اعمالی از سوی نیروها در جاسازهای کناری و توقف، ابتدا باید نوع توزیع گشتاور خمشی روی لبه‌ها را محاسبه کرد. با در نظر گرفتن آنچه در مرجع [۲۰] ارائه شده است، توزیع گشتاور خمشی بر روی لبه‌ها از نوع مثلثی خواهد بود.



(الف)



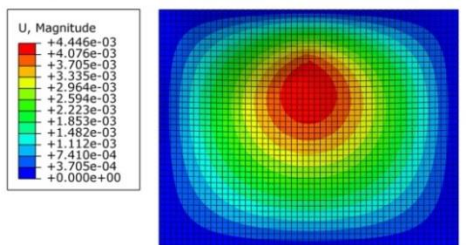
(ب)



(ج)

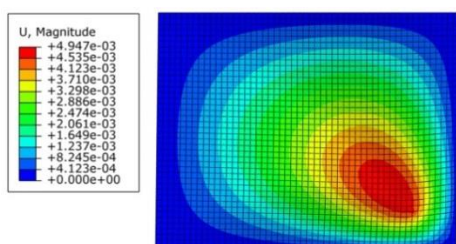
شکل ۷- (الف) مدل صفحه یکسرگیردار با بار متمرکز عرضی در موقعیت مشخص و توزیع گشتاور خمشی ناشی از آن بر روی لبه (شکل بازسازی شده از مرجع [۲۳])، (ب) توزیع مثلثی گشتاور خمشی ناشی از نیروهای عکس‌العمل جاسازی در هریک از صفحات دوم و سوم قید و بند و (ج) تغییر شکل صفحه پایه در اثر اعمال گشتاور خمشی با توزیع مثلثی

مقادیر بیشینه تغییر شکل بدست‌آمده از تحلیل و شبیه‌سازی همراه با مقدار خطای تحلیل است.



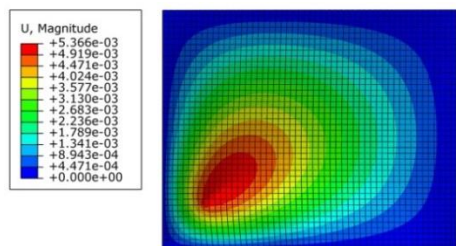
ODB: Loc2.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2016x Thu Apr 22 20:21:26  
Step: Step-1  
Increment: 7; Step Time = 1.000  
Primary Var: U, Magnitude  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.848e+03

(الف)



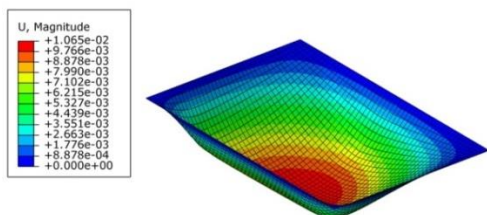
ODB: Loc1.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2016x Thu Apr 22 20:07:45  
Step: Step-1  
Increment: 7; Step Time = 1.000  
Primary Var: U, Magnitude  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.256e+03

(ب)



ODB: Loc3.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2016x Thu Apr 22 20:25:51  
Step: Step-1  
Increment: 7; Step Time = 1.000  
Primary Var: U, Magnitude  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.846e+03

(ج)



ODB: Loc123.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2016x Thu Apr 22 20:30:18 Iran Daylight  
Step: Step-1  
Increment: 7; Step Time = 1.000  
Primary Var: U, Magnitude  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +7.000e+03

(د)

شکل ۸- (الف) تا (ج) تغییر شکل صفحه پایه بدست‌آمده از شبیه‌سازی در اثر اعمال نیروهای جاسازهای پایه (د) تغییر شکل برآیند

۷ نشان‌دهنده تغییر شکل صفحه پایه قید و بند با اعمال گشتاور خمشی با توزیع مثلثی (بر اساس رابطه (۲۱)) بر روی لبه‌ها است.

$$F_n = \frac{2}{b} \int_0^b M_y \sin \frac{n\pi y}{b} dy \quad (22)$$

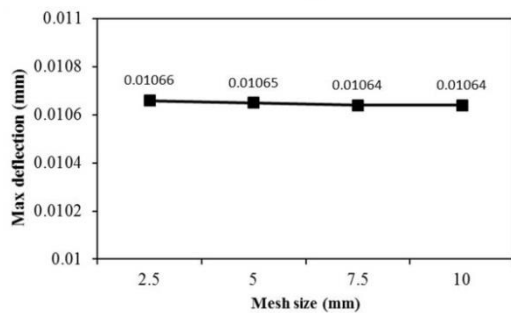
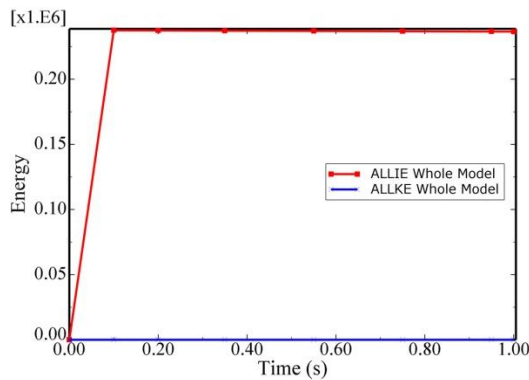
$$F_n = \frac{2}{a} \int_0^a M_x \sin \frac{n\pi x}{a} dx$$

حال با جمع جبری تغییر شکل‌های بدست‌آمده برای صفحه پایه ناشی از جاسازهای پایه (شکل ۶ (د)) و جاسازهای کناری و توقف (شکل ۷ (ج)) می‌توان تغییر شکل برآیند صفحه پایه ناشی از اعمال همزمان همه نیروهای اعمالی از سوی جاسازهای شش‌گانه را محاسبه نمود. شکل ظاهری این کانتور کاملاً مشابه با شکل ۷ (ج) بوده و برای اجتناب از تکرار شکل‌ها، از ارائه آن صرف نظر شده است. مشخص است که نیروهای ناشی از جاسازهای پایه منجر به تغییر شکل صفحه پایه به پایین و نیروهای ناشی از جاسازهای کناری و توقف منجر به تغییر شکل آن به سمت بالا می‌شود. در واقع گشتاور ناشی از نیروهای جاسازهای کناری و توقف تا حدی باعث خنثی شدن تغییر شکل صفحه ناشی از نیروهای جاسازهای پایه می‌شود؛ ولیکن، اثر گشتاورها روی لبه‌ها اثر غالب است. بیشینه مقدار تغییر شکل صفحه پایه با اعمال همه نیروها و گشتاورها برابر با ۱/۹۲۵ میلی‌متر است که در موقعیت (۱۱۵ و ۱۱۹) میلی‌متر نسبت به مبدأ مختصات قرار گرفته است.

برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی مدل تحلیلی از آنالیز عددی (مطابق با رویه ارائه‌شده در بخش ۳-۱) استفاده شد. اندازه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی پایه بر اساس مقادیر گزارش شده در جدول ۱ در نرم‌افزار وارد شد. توزیع گشتاور در لبه‌های مدل نیز بر اساس روابط (۲۱) در قالب ساب‌روتین به مدل عددی اعمال شد. شکل ۸ (الف) تا (ج) نشان‌دهنده تغییر شکل صفحه پایه ناشی از اعمال نیروهای صفحه ناشی از اعمال همزمان نیروهای جاسازهای پایه به صفحه است. با مقایسه ظاهری این کانتورها با کانتورهای بدست‌آمده از آنالیز تحلیلی (شکل ۶) می‌توان دریافت که مدل تحلیلی توانسته است تغییر شکل صفحه پایه را به درستی پیش‌بینی نماید. داده‌های جدول ۳ نشان‌دهنده

با مقایسه کانتورهای بدست آمده از شبیه سازی برای تغییر شکل برآیند صفحه پایه با کانتور متناظر آن که از تحلیل بدست آمده است و با توجه به داده های جدول ۳، بیشینه مقدار خطای تحلیل در پیش بینی تغییر شکل برآیند صفحه پایه برابر با ۴/۷٪ است.

شکل ۱۰ نشان دهنده منحنی های آنالیز استقلال نتایج شبیه سازی عددی از اندازه مش بندی است. با مشاهده مقادیر ارائه شده روی گراف می توان نتیجه گرفت که نتایج آنالیز عددی مستقل از اندازه مش بندی است؛ همچنین با توجه به منحنی های انرژی جنبشی و انرژی کل مستخرج از نرم افزار می توان دریافت که شرایط کاملاً استاتیکی بوده و استفاده از حلگر استاندارد برای حل مسأله منطقی بوده است.



شکل ۱۰- آنالیز استقلال نتایج شبیه سازی از اندازه مش- بندی و منحنی های انرژی جنبشی و انرژی کل در شبیه سازی تغییر شکل صفحه پایه

#### ۲-۴- صفحات دوم و سوم

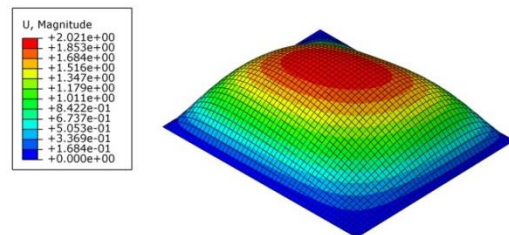
در این بخش، ابتدا نتایج حاصل از پیاده سازی تحلیل پیشنهادی در بخش ۳-۲ برای صفحات دوم و سوم ارائه شده و سپس، پیش بینی مدل تحلیلی با نتایج آنالیز عددی مقایسه می شود. کدهای لازم برای پیاده سازی تحلیل ارائه شده در

حال که مقدار تغییر شکل صفحه پایه ناشی از نیروهای جاسازهای پایه محاسبه شد، باید تغییر شکل در اثر اعمال گشتاورهای ناشی از جاسازهای کناری و توقف محاسبه شود. برای این منظور، سابروتین های نوشته شده برای اعمال گشتاورهای خمشی به نرم افزار اعمال شده و شبیه سازی اجرا شد. برای اجتناب از شلوغ شدن بخش نتایج، از ارائه گراف این نتیجه صرف نظر شد.

جدول ۳- بیشینه تغییر شکل صفحه پایه از مدل تحلیلی و شبیه سازی همراه با مقادیر خطا

نیرو/گشتاور اعمالی از	شماره شکل		شبهه- سازی	تحلیل (mm)	شبهه- سازی (mm)	خطا
	شماره شکل	تحلیل				
جاساز ۱	۶(الف)	۸(الف)	۰/۰۰۴۷	۰/۰۰۴۹	۰/۰۰۴۹	٪۴/۱
جاساز ۲	۶(ب)	۸(ب)	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۴۴	٪۲/۲
جاساز ۳	۶(ج)	۸(ج)	۰/۰۰۵۱	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۵۴	٪۵/۵
جاسازهای پایه	۶(د)	۸(د)	۰/۰۱۰۲	۰/۰۱۰۶	۰/۰۱۰۶	٪۳/۸
جاسازهای ۴، ۵ و ۶	۷(ج)	-	-	۲/۰۳۲۰	۱/۹۳۵۳	٪۴/۷
همه جاسازها	-	۹	۱/۹۲۵۳	۲/۰۲۱۰	۲/۰۲۱۰	٪۴/۷

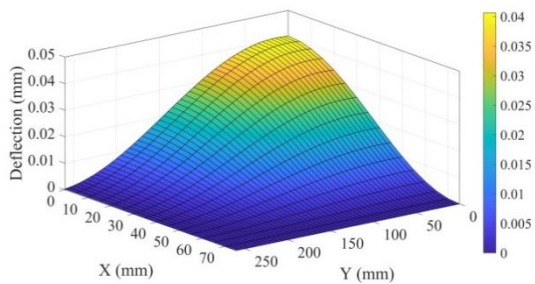
نهایتاً، تغییر شکل صفحه پایه با اعمال تمام نیروهای جاسازی پایه و گشتاورهای خمشی ناشی از جاسازهای کناری و توقف در شکل ۹ قابل مشاهده است.



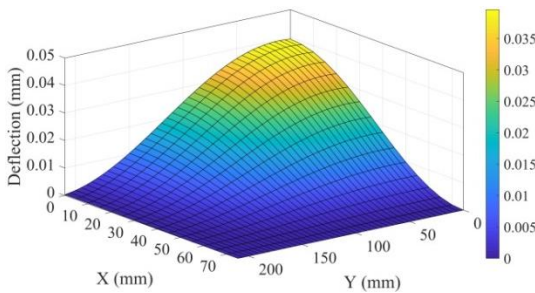
ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2016x Tue May 04 14:42:32 Iran  
Step: Step-1  
Increment: 7; Step Time = 1.000  
Primary Var: U, Magnitude  
Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +3.500e+01

شکل ۹- تغییر شکل برآیند صفحه پایه بدست آمده از شبیه سازی در اثر اعمال همه نیروها و گشتاورهای جاسازی

در هر نقطه از صفحه بدست آمد. در محاسبه تغییر شکل عرضی این صفحات نیز نیروها به صورت جداگانه به صفحه اعمال شده و تغییر شکل عرضی صفحه ناشی از آنها محاسبه شد. سپس، با استفاده از اصل جمع آثار، تغییر شکل برآیند صفحه دوم با جمع جبری تغییر شکل ناشی از تک تک نیروها محاسبه شد. شکل ۱۱ (الف) نشان‌دهنده صفحه دوم و شکل ۱۱ (ب) بیانگر صفحه سوم بدنه قید و بند است. تغییر شکل بیشینه در صفحات قید و بند به عنوان معیاری برای طراحی آن به شمار می‌رود. با توجه به شرایط مرزی و بارگذاری، ممکن است این گونه به نظر برسد که نقطه انتهایی لبه‌های آزاد صفحات دچار بیشترین تغییر شکل می‌شوند؛ ولیکن، بیشینه مقدار تغییر شکل عرضی برای صفحات در نقطه‌ای بر روی لبه بزرگتر صفحه و نزدیک به انتهایی آزاد (در موقعیت  $y_{max} = 245 \text{ mm}$ ) قرار دارد. این موضوع را می‌توان با توجه به شرایط بارگذاری این صفحه که تحت اثر دو نیروی ناشی از عکس‌العمل در جاسازه‌های چهارم و پنجم است و همچنین ابعاد هندسی صفحه توجیه کرد که دارای یک لبه نسبتاً بلند و یک لبه کوتاه است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۱- تغییر شکل عرضی بدست آمده از تحلیل پیشنهادی برای صفحات (الف) دوم و (ب) سوم بدنه قید و بند

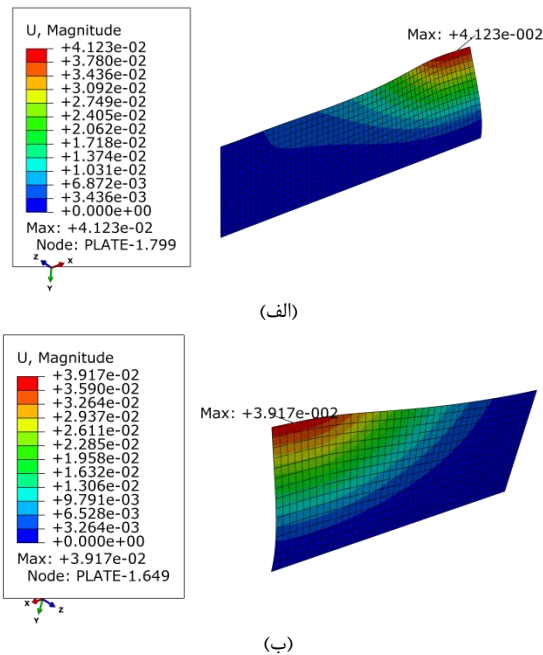
نرم‌افزار متلب نوشته شد. شرایط نیرویی مطابق با داده‌های ارائه‌شده در جدول (۲) به صفحات دوم و سوم اعمال گردید. مجموعه روابط (۱۶) تا (۱۹) به صورت همزمان حل شدند تا مقادیر ضرایب  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$  در هر مرحله از حل معادلات استخراج شود. جدول ۴ نشان‌دهنده مقادیر این ضرایب در هر مرحله از تکرار فرآیند حل همزمان معادلات است. لازم بذکر است که ضخامت صفحات یکسان و برابر با ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

جدول ۴- مقادیر ضرایب  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$  برای صفحات دوم و سوم در هر مرحله از حل همزمان معادلات

صفحه	ضریب	مرحله				
		اول ( $m=n=1$ )	دوم ( $m=n=2$ )	سوم ( $m=n=3$ )	چهارم ( $m=n=4$ )	پنجم ( $m=n=5$ )
دوم	$I_m$	$ F_{n_4} $	0	0	0	0
	$I_m$	$ F_{n_5} $	0	0	0	0
دوم	$J_m$	$ F_{n_4} $	$5/83e-4$	$-7/63e-5$	0	$6/50e-4$
	$J_m$	$ F_{n_5} $	$7/1e-3$	$1/98e-4$	0	$1/03e-4$
دوم	$K_n$	$ F_{n_4} $	0	0	0	0
	$K_n$	$ F_{n_5} $	0	0	0	0
دوم	$L_n$	$ F_{n_4} $	0	$-3/05e-5$	$-7/19e-5$	$-8/08e-5$
	$L_n$	$ F_{n_5} $	0	$1/22e-4$	$-8/25e-5$	$9/35e-6$
سوم	$I_m$	$ F_{n_4} $	0	0	0	0
	$J_m$	$ F_{n_5} $	$6/7e-3$	$-1/45e-4$	$-3/8e-6$	$6/21e-4$
سوم	$K_n$	$ F_{n_4} $	0	0	0	0
	$L_n$	$ F_{n_5} $	0	$1/95e-4$	$-1/52e-5$	$-6/65e-5$

در جدول ۴، مقادیر ارائه شده برای  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$  مرتبط با صفحه دوم در دو حالت (با اعمال نیروی  $F_{n_4}$  و  $F_{n_5}$ ) گزارش شده‌اند. با بسط معادله ارائه‌شده در رابطه (۱۲) برای تغییر شکل عرضی صفحات، اعمال مقادیر نیروها و جاگذاری ضرایب ارائه‌شده در جدول ۴ برای  $I_m, J_m, K_n$  و  $L_n$ ، مقدار تغییر شکل عرضی صفحات دوم و سوم قید و بند





شکل ۱۲- تغییر شکل عرضی بدست آمده از شبیه سازی برای صفحات (الف) دوم و (ب) سوم بدنه قید و بند (با فرضیات کاملاً یکسان با مدل تحلیلی)

بیشینه تغییر شکل بدست آمده از اجرای شبیه سازی با استفاده از آنالیز المان محدود برای صفحات دوم و سوم به- ترتیب برابر با ۰/۰۴۱۲ و ۰/۰۳۹۲ میلی متر بدست آمد. موقعیت بیشینه تغییر شکل بدست آمده از شبیه سازی برای هر دو صفحه در انتهای ضلع کوتاهتر صفحات و در فاصله (به ترتیب) برابر با ۲۴۵ و ۱۹۵ میلی متر نسبت به لبه مقید کوتاه تر صفحات حاصل شده است. می توان دلایلی مشابه با آنچه برای پیش بینی مدل تحلیلی عنوان گردید، برای علت این موضوع ارائه نمود. جدول ۵ نشان دهنده مقایسه بین پیش بینی مدل تحلیلی و نتایج عددی برای بیشینه تغییر شکل و موقعیت آن در صفحات دوم و سوم است. لازم بذکر است که موقعیت های اعلام شده در این جدول بر اساس دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل ۴ برای صفحات دوم و سوم است. مقدار خطا در محاسبه بیشینه تغییر شکل از تحلیل پیشنهادی برای صفحات دوم و سوم به ترتیب برابر با ۱/۴ و ۱ درصد بدست آمده است که بیانگر دقت تحلیل ارائه شده است.

با توجه به اینکه نیروی  $F_{n5}$  با فاصله ۴۰ میلی متر از انتهای آزاد صفحه دوم (در راستای طول) عمل می کند، صفحه در این طول دچار تغییر شکل ناشی از بارگذاری نبوده و تغییر شکل آن تبعیت بیشتری از شرایط مرزی لبه مجاور می کند که طول کوتاهتری نسبت به لبه دیگر دارد. با توجه به کوتاه بودن لبه مجاور، اثر شرط مرزی یکسرگیردار بر روی نقاط انتهایی لبه بلندتر تشدید شده و از آن سو، اثرات نیروی  $F_{n5}$  نیز بر روی نقاط انتهایی کاهش می یابد؛ لذا، نیروی کافی که بتواند تغییر شکل بیشتری به نقاط آزاد انتهایی لبه بلندتر اعمال کند وجود نداشته و با توجه به کششی که از سوی شرط مرزی یکسرگیردار در نزدیکی این نواحی وجود دارد، مقدار تغییر شکل به مقدار بسیار اندکی کاهش می یابد. لازم بذکر است که مقدار این کاهش تغییر شکل نسبت به مقدار بیشینه برابر با ۰/۴ درصد است. بیشینه تغییر شکل برای صفحات دوم و سوم قید و بند به ترتیب برابر با ۰/۰۴۰۶ و ۰/۰۳۹۶ میلی متر محاسبه شده است. بیشینه مقدار این تغییر شکل باید در بدنه قید و بندها با دقت بالایی کنترل شود. چراکه تغییر شکل در این صفحات به سر جاسازها منتقل شده و منجر به خطا در موقعیت دهی قطعه کار می- شود. برای کنترل مقدار بیشینه تغییر شکل می توان از تمهیداتی هم چون افزایش ضخامت صفحات، کاهش طول صفحات و استفاده از سیستم جاسازی با توزیع یکنواخت نیروهای عکس العمل استفاده نمود. البته مقدار این پارامترها نیز باید در حد بهینه ای تغییر یابد؛ چراکه ممکن است آثار نامناسبی بر روی وزن، هزینه و دقت جاسازی داشته باشند. برای صحت سنجی پیش بینی مدل تحلیلی، آنالیز عددی مطابق با آنچه در بخش ۳-۲ ارائه شد، انجام شد.

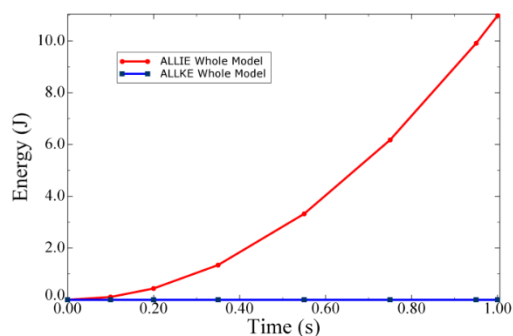
با اعمال ورودی های شبیه سازی، آنالیز عددی برای محاسبه تغییر شکل صفحات انجام گرفت. شکل ۱۵ نشان- دهنده کانتورهای تغییر شکل ناشی از اعمال نیروهای عکس- العمل در جاسازهای کناری و توقف به صفحات دوم و سوم است. همانگونه که در شکل ۱۲ مشاهده می شود، شکل ظاهری صفحات تغییر شکل یافته دوم و سوم مشابه با کانتورهای بدست آمده برای تغییر شکل همین صفحات از تحلیل پیشنهادی است. با توجه به شرایط مرزی یکسرگیردار در لبه ها، شیب صفر در این لبه ها مشهود بوده و با فاصله گرفتن از این لبه ها، مقدار تغییر شکل بیشتر شده است.

جدول ۵- مقایسه پیش‌بینی مدل تحلیلی و نتایج عددی برای بیشینه تغییر شکل و موقعیت آن در صفحات دوم و سوم

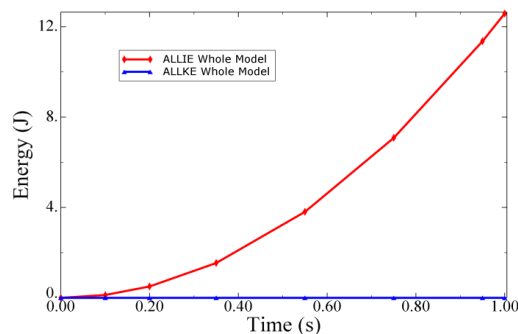
شماره صفحه	تحلیلی/عددی	بیشینه تغییر شکل (mm)	موقعیت تغییر شکل (mm)
دوم	تحلیلی	۰/۰۴۰۶	(۲۴۵ و ۷۵)
دوم	عددی	۰/۰۴۱۲	(۲۴۵ و ۷۵)
سوم	تحلیلی	۰/۰۳۹۶	(۱۹۵ و ۷۵)
سوم	عددی	۰/۰۳۹۲	(۱۹۵ و ۷۵)

جدول ۶- نتایج آنالیز استقلال از اندازه مش برای صفحات دوم و سوم

شماره صفحه	اندازه مش	تعداد المان	بیشینه تغییر شکل (mm)	انحراف معیار	بیشینه خطا
۱	۱	۱۹۵۰۰	۰/۰۴۱۲۷		
دوم	۲/۵	۳۱۲۰	۰/۰۴۱۲۶	۰/۰۰۰۰۱۷	۰/۰۰۹
دوم	۵	۷۸۰	۰/۰۴۱۲۳		
سوم	۱	۱۵۷۵۰	۰/۰۳۹۲۰		
سوم	۲/۵	۲۵۲۰	۰/۰۳۹۱۹	۰/۰۰۰۰۱۲	۰/۰۰۷
سوم	۵	۶۳۰	۰/۰۳۹۱۷		



(الف)



(ب)

شکل ۱۳- منحنی‌های انرژی جنبشی و انرژی کل برای صفحات (الف) دوم و (ب) سوم قید و بند (اندازه مش برابر با ۵ میلی‌متر)

همچنین، موقعیت بیشینه تغییر شکل از تحلیل و آنالیز عددی یکسان بدست آمده است. از این داده‌ها می‌توان برای طراحی صفحات دوم و سوم بدنه قید و بند استفاده کرده و با تغییر پارامترهایی همچون ضخامت صفحه، تغییر در چیدمان جاسازها و یا حتی تغییر در جنس ماده مورد استفاده در ساخت صفحات به طراحی این پوسته‌ها به‌گونه‌ای پرداخت که مقادیر بیشینه تغییر شکل آن‌ها کمتر از حد مجاز باشد. برای اطمینان از صحت نتایج عددی، آنالیزهای استقلال از اندازه مش و اطمینان از اجرای شبیه‌سازی در شرایط استاتیکی باید انجام شود. برای اجرای آنالیز استقلال از مش، صفحات قید و بند با تعداد المان‌های مختلف مش‌بندی شده و شبیه‌سازی در تمام این حالات انجام شد. جدول ۶ ارائه‌دهنده نتایج اجرای این آنالیز برای صفحات دوم و سوم است. با توجه به لزوم اعمال نیرو در شبیه‌سازی در نقطه گره، تنها اعدادی برای اندازه مش که چنین امکانی را فراهم می‌کردند، اعداد ۱، ۲/۵ و ۵ میلی‌متر بودند. همانگونه که مشاهده می‌شود، تغییر تعداد المان‌ها تأثیر محسوسی بر روی بیشینه تغییر شکل صفحات نداشته است؛ همچنین، برای اطمینان از حفظ شرایط استاتیکی، منحنی‌های انرژی کل و انرژی جنبشی در طول مدت زمان شبیه‌سازی رسم شدند. شکل ۱۳ نشان‌دهنده نتایج است. منحنی انرژی جنبشی در طول کل زمان شبیه‌سازی تقریباً برابر صفر بوده و مشخصاً کمتر از ۵٪ انرژی کل است که این موضوع بیانگر پایداری ماهیت استاتیک مسأله در مدت زمان حل است.

## ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک آنالیز تحلیلی و عددی برای محاسبه مقادیر تغییر شکل صفحات بدنه قید و بند ارائه شد. در توسعه مدل تحلیلی برای صفحه پایه از روش ناویر و برای صفحات دوم و سوم از معادله لاگرانژ استفاده شد؛ همچنین، راستی آزمایی پیش‌بینی مدل تحلیلی با اجرای تحلیل عددی در نرم‌افزار آنالیز المان محدود انجام شد. نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل تحلیلی و عددی به صورت زیر ارائه می‌شود:

۱- با اعمال فقط نیروهای جاسازی پایه، مقادیر تغییر شکل در صفحه پایه از تحلیل و شبیه‌سازی به ترتیب برابر با  $0.0102$  و  $0.0106$  میلی‌متر بدست آمد که معادل خطای  $3.18\%$  برای پیش‌بینی مدل تحلیلی بود.

۲- با اعمال گشتاورهای خمشی بر روی لبه‌های صفحه پایه قید و بند، مقادیر تغییر شکل‌ها با نوشتن کدهای مربوط در نرم‌افزار متلب و ساب‌روتین‌نویسی در آباکوس محاسبه شدند و انطباق مناسبی بین پیش‌بینی مدل تحلیلی و عددی مشاهده شد.

۳- مقدار تغییر شکل صفحه پایه قید و بند با اعمال تمام نیروها و گشتاورها از تحلیل پیشنهادی و آنالیز المان محدود برابر با  $1/92$  و  $2/02$  میلی‌متر محاسبه شد. بیشینه مقدار خطای پیش‌بینی مدل تحلیلی برابر با  $4.7\%$  بدست آمد.

۴- بیشینه تغییر شکل الاستیک صفحه دوم و سوم قید و بند از تحلیل پیشنهادی به ترتیب برابر با  $0.0406$  و  $0.0396$  میلی‌متر محاسبه شد. مقدار این پارامتر از شبیه‌سازی برای صفحات دوم و سوم قید و بند به ترتیب برابر با  $0.0412$  و  $0.0392$  میلی‌متر بدست آمد. مقدار خطا در محاسبه بیشینه تغییر شکل برای صفحات دوم و سوم به ترتیب برابر با  $1.4\%$  و  $1\%$  تعیین شد.

۵- موقعیت بیشینه تغییر شکل الاستیک نیز از تحلیل پیشنهادی و آنالیز عددی برای صفحات دوم و سوم به صورت مشابه با هم بدست آمد.

۶- مقدار اندک خطا بیانگر قابلیت بالای تحلیل پیشنهادی در محاسبه تغییر شکل الاستیک صفحات بدنه قید و بند است که پارامتری بسیار مهم و کلیدی در تأمین و حفظ دقت موقعیت‌دهی قید و بند به‌شمار می‌رود.

از نتایج بدست‌آمده در پژوهش حاضر می‌توان در مرحله سوم از رویه طراحی قید و بند (طراحی المان‌های قید و بند)

برای طراحی صحیح صفحات دوم و سوم بدنه و همچنین محاسبه مقادیر جابجایی نقاط جاسازی ناشی از تغییر شکل صفحه پایه استفاده کرد. برای ادامه پژوهش‌ها در این زمینه، نویسندگان مقاله در حال آماده‌سازی مجموعه آزمایشگاهی برای راستی‌آزمایی تجربی داده‌های تحلیلی و عددی هستند.

## ۶- فهرست علائم

$a$	طول صفحه، mm
$b$	عرض صفحه، mm
$C$	ضریب
$C_{mn}, P_{mn}, R_{mn}$	توابع بر حسب $m$ و $n$
$D$	صلبیت خمشی ورق، Nm
$E$	مدول یانگ، $Nm^{-2}$
$F$	نیرو، N
$h$	ضخامت صفحه mm
$I_m, J_m, K_n, L_n$	توابع بر حسب $m$ و $n$
$M$	گشتاور، Nm
$P$	ضریب سری فوریه
$q$	بارگذاری گسترده، $Nm^{-2}$
$q_{mn}$	تبدیل فوریه تابع بارگذاری $q(x, y)$
$u, v$	ابعاد المان، mm
$w$	تغییر شکل عرضی (خیز) صفحه، mm
$x$	جهت محور X
$y$	جهت محور Y

## علائم یونانی

$\alpha$	تابع بر حسب $m$ ، $m^{-1}$
$\beta$	تابع بر حسب $n$ ، $m^{-1}$
$\zeta$	طول نقطه اعمال نیرو، mm
$\eta$	عرض نقطه اعمال نیرو، mm
$\nu$	ضریب پواسون

## زیر نویس‌ها

$m, n$  شمارنده

## مراجع

- [1] Mehta NK (2012) Machine Tool Design & Numerical Control. Tata McGraw Hill Education, India.
- [2] Nategh MJ (2012) Machine tools jig and fixture design. Tarbiat Modares University Press, Tehran.
- [3] Satyanarayana S, Melkote S (2004) Finite element

- industrial manufacturing applications. *Int J Adv Manuf Technol* 99: 137–160.
- [14] Chou Y-C, Chandru V, Barash MM (1989) A Mathematical Approach to Automatic Configuration of Machining Fixtures: Analysis and Synthesis. *J Eng Ind* 111: 299–306.
- [15] Lee SH, Cutkosky MR (1991) Fixture Planning With Friction. *J Eng Ind* 113: 320–327.
- [16] Kang Y, Rong Y, Yang JC (2003) Computer-Aided Fixture Design Verification. Part 3. Stability Analysis. *Int J Adv Manuf Technol* 21: 842–849.
- [17] Parvaz H (2020) Analytical and Numerical Investigation of Reaction Forces in Fixturing of Rigid Workpiece with Polyhedral Geometry. *J Solid Fluid Mech* 10:17–29.
- [18] Parvaz H, Mahdavi M, Sepehry N (2020) Experimental investigation of the jamming phenomenon in fixturing of workpiece using the peg-in-hole mechanism. *Solid Fluid Mech* 10: 77–89.
- [19] Parvaz H, Sepehry N, Yazdi MK (2020) Theoretical and experimental analysis of jamming of workpiece in the fixture by using the block and palm study. *Solid Fluid Mech* 10:45–58
- [20] Ventsel E, Krauthammer T (2001) *Thin plates and shells: theory, analysis and applications*. CRC Press, Dekker, Abingdon
- [21] Timoshenko S, Woinowsky-Krieger S (1987) *Theory of plates and shells*, Second edn. McGraw-Hill, United States
- [22] Zhang J, Liu S, Ullah S, Gao Y (2020) Analytical bending solutions of thin plates with two adjacent edges free and the others clamped or simply supported using finite integral transform method. *Comput Appl Math* 39: 266-278.
- [23] Marks CR (1941) *The Analysis of Cantilever Plates with Concentrated Loads*. PhD thesis, University of Tennessee.
- modeling of fixture–workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification. *Int J Mach Tools Manuf* 44: 903–913.
- [4] Parvaz H, Nategh MJ (2013) A pilot framework developed as a common platform integrating diverse elements of computer aided fixture design. *Int J Prod Res* 51: 6720–6732.
- [5] Nategh MJ, Parvaz H (2018) Development of computer aided clamping system design for workpieces with freeform surfaces. *Comput Aided Des* 95: 52–61.
- [6] Parvaz H, Nategh MJ (2018) Development of locating system design module for freeform workpieces in computer-aided fixture design platform. *Comput Aided Des* 104: 1–14.
- [7] Hoffman EG (2004) *Jig and Fixture Design*, Fifth edn. Delmar Cengage Learning, New York.
- [8] Siebenaler SP, Melkote SN (2006) Prediction of workpiece deformation in a fixture system using the finite element method. *Int J Mach Tools Manuf* 46: 51–58.
- [9] Gameros A, Lowth S, Axinte D, Nagy-Sochacki A, Craig O, Siller HR (2017) State-of-the-art in fixture systems for the manufacture and assembly of rigid components: A review. *Int J Mach Tools Manuf* 123: 1–21.
- [10] Aoyama T, Kakinuma Y (2005) Development of fixture devices for thin and compliant workpieces. *CIRP Ann* 54: 325–328
- [11] Raffles MH, Kolluru K, Axinte D, Llewellyn-Powell H (2013) Assessment of adhesive fixture system under static and dynamic loading conditions. *Proc Inst Mech Eng Part B J Eng Manuf* 227: 267–280.
- [12] Mironova A, Mercorelli P, Zedler A (2016) Robust control using sliding mode approach for ice-clamping device activated by thermoelectric coolers. *IFAC-PapersOnLine* 49(25): 470–475.
- [13] Mironova A (2018) Effects of the influence factors in adhesive workpiece clamping with ice: experimental study and performance evaluation for