



بهبود خصوصیات دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده دارای مفصل لق با استفاده از مفصل خمشی

بهبود

علیرضا جلالی^۱، سید مجتبی واردی کولائی^{۲*}

^۱ کارشناسی ارشد مکترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک و مکترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و مکترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۰۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۲۵

چکیده

مفاصل سنتی همواره مقداری لقی در خود دارند که موجب افزایش شتاب‌ها و نیروها در مکانیزم می‌شود. مفاصل خمشی نوع جدیدی از مفاصل هستند که لقی در آن‌ها حذف شده و می‌توانند بصورت یکپارچه ساخته شوند. وجود سفتی ذاتی در مفاصل خمشی موجب افزایش سفتی کل مکانیزم می‌شود و این امر می‌تواند مشکلات ناشی از لقی در دیگر مفاصل را کاهش دهد. هدف این پژوهش کاهش اثرات لقی مفاصل با استفاده از مفاصل خمشی می‌باشد. در ابتدا معادلات دینامیکی مکانیزم لنگ- لغزنده که دارای مفصل لق و همچنین مفصل خمشی بوده با استفاده از رابطه لاگرانژ استخراج شده است. همچنین مدل‌سازی مفاصل خمشی براساس مدل شبه‌جسم‌صلب انجام شده که در آن مفصل به‌صورت یک فنر پیچشی مدل‌سازی می‌شود. طراحی دو نوع مختلف از مفاصل خمشی براساس تعریف مساله بهینه‌سازی انجام و طرح بهینه برای هر کدام بدست آمده است. متغیرهای طراحی مساله بهینه‌سازی شامل اندازه‌های هندسی و جنس مفصل مورد نظر می‌باشند. برای تابع هدف نیز از کاهش بیشینه شتاب‌های اعضای مکانیزم استفاده شده و مساله با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شد. نتایج نشان می‌دهند استفاده از مفاصل خمشی در مکانیزم مورد نظر توانسته مقادیر بیشینه شتاب‌ها را حدوداً ۹۰ درصد کاهش دهد.

کلمات کلیدی: مکانیزم لنگ-لغزنده؛ بهینه‌سازی؛ مفصل لق؛ مفصل خمشی؛ الگوریتم ژنتیک.

Improving the Dynamic Properties of the Crank-Slider Mechanism with Joint Clearance Using Optimal Flexure Joint

A. Jalaly¹, S.M. Varedi-Koulaei^{2,*}

¹ Master of Mechatronics, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

² Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Abstract

Traditional joints always have some clearance which increases accelerations and forces. Flexural joints are a new type of joints that the clearance is eliminated and can be built seamlessly. The presence of intrinsic stiffness in the flexural joints increases the stiffness of the joints, and it can reduce the difficulties caused by clearance in other joints. The purpose of this research is to decrease the effect of joint clearance using flexural joints. First, dynamic equations of the slider-crank mechanism are derived using the Lagrange equation, where the mechanism has both the clearance joint and the flexural joint. Moreover, the flexural joints are modeled based on a pseudo rigid body model in which the joint is modeled as a torsional spring. The design of two different types of flexural joints has been done based on defining the optimization problem and optimal design. Design variables of optimization problems include joint geometry and material properties. Minimizing the maximum values of the links' acceleration has been considered the objective function, and the optimization problems have been solved using the Genetic Algorithm. The results show that utilizing the flexural joints in the desired mechanism can reduce the maximum values of accelerations by approximately 90%.

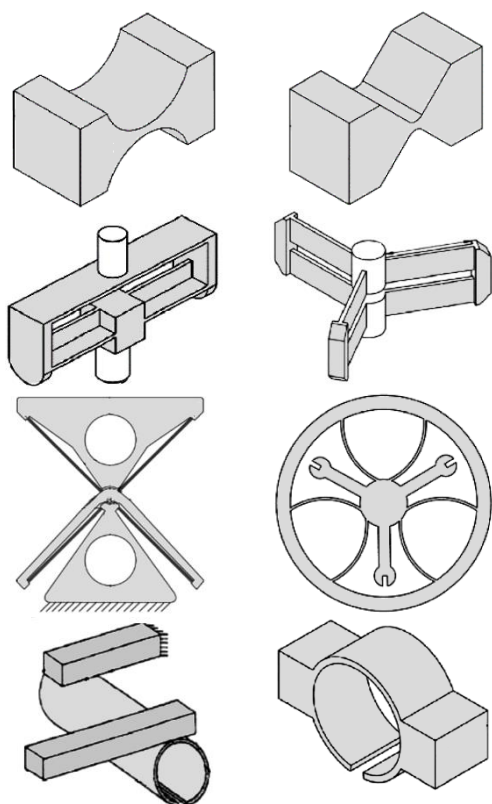
Keywords: Crank-Slider Mechanism; Optimization; Clearance Joint; Flexure Joint; Genetic Algorithm.

۱- مقدمه

مکانیزم‌های متداولی که در کاربردهای معمول مورد استفاده قرار می‌گیرند معمولاً دارای اعضای صلب می‌باشند که بوسیله برخی از مفاصل، از جمله مفاصل لولایی و کشویی بهم متصل شده‌اند. این مکانیزم‌ها همچنین دارای مفاصلی هستند که وجود مقداری لقی در بین سطوح در حال تماس در آن‌ها امری الزامی است. لقی هم می‌تواند در مفاصل لولایی و هم در مفاصل کشویی وجود داشته باشد. از سوی دیگر بعد از مدتی از کارکرد مکانیزم، مقدار لقی به تدریج افزایش می‌یابد و آنگاه اثرات آن حتی می‌تواند موجب خرابی در دستگاه مورد نظر شود. همچنین این امر موجب ایجاد ارتعاشات و سروصدای زیادی در مکانیزم می‌شود. عدم توجه به لقی در مفاصل همواره موجب افت عمر تکیه‌گاه‌ها و در کل خرابی زودهنگام مکانیزم‌ها خواهد شد.

وجود لقی هم موجب خطاهای سینماتیکی (کاهش دقت در تولید مسیر) شده و هم از نظر دینامیکی مشکلاتی همچون ارتعاش، سروصدا و استهلاک تکیه‌گاه‌ها را موجب می‌شود. این مشکلات باعث شد محققین در جست‌وجوی مفاصل جدیدتری باشند و مفاصل خمشی که دارای سفتی هستند را در برخی از کاربردها جایگزین مفاصل سنتی کنند. این مفاصل، بدلیل ساخت یکپارچه، مشکلات ناشی از لقی و اثرات مربوط به ساییش و خوردگی را نخواهند داشت. دقت بالای مفاصل خمشی باعث شده که در بسیاری از کاربردها در حوزه میکرو و نانو استفاده‌های زیادی از این مفاصل در مقیاس‌های کوچک شود. همچنین ساختار یکپارچه این مفاصل تولید را ساده‌تر کرده و فرایند ساخت با هزینه کمتری انجام می‌شود [۵-۱]. همچنین وجود سفتی در این نوع مفاصل موجب می‌شود تا بتوانند اثرات نامطلوب وجود لقی در مفاصل دیگر را نیز کاهش دهند. استفاده از مفصل خمشی در مکانیزم لنگ-لغزنده، به منظور کاهش اثرات وجود لقی در یکی از مفاصل دیگر، موضوع اصلی این پژوهش است. مفاصل خمشی شکاف‌دار اولین بار توسط پاروس^۱ و ویزبورد^۲ [۱] در سال ۱۹۶۵ مورد بررسی قرار گرفته و تا به امروز نیز توسط بسیاری از محققان و طراحان، تحلیل و مورد

استفاده واقع شده‌اند. این مفاصل امروزه بطور گسترده در مکانیزم‌های با جابجایی اندک و دقت بالا استفاده می‌شوند. این مفاصل همچنین توسط هاول^۳ و میدها^۴ [۲،۳] در توسعه مکانیزم‌های نرم شبه جسم صلب بکار برده شدند. همچنین آن‌ها به ارائه مدل شبه جسم صلب برای مدل‌سازی این مکانیزم‌ها پرداختند [۳،۴]. این مفاصل به دلیل دقت بسیار بالا کاربرد بسیار زیادی دارند. البته باید توجه نمود که طراحی و ساخت این مفاصل روزبه‌روز در حال پیشرفت است و در سال‌های اخیر طرح‌های متنوعی از این مفصل ایجاد شده است [۱۷-۵]. شکل ۱ انواع مختلف مفاصل خمشی لولایی را نشان می‌دهد که فرهادی و همکاران در مقاله خود آن‌ها را معرفی کرده‌اند [۵].



شکل ۱: انواع مختلف مفاصل خمشی لولایی [۵].

³ Howell

⁴ Midha

¹ Paros

² Weisbord

سازی مفصل خمشی، ایشان از مدل شبه جسم صلب^{۱۲} استفاده نمودند که در آن مفصل انعطاف پذیر به وسیله یک فنر پیچشی معادل جایگزین می شود.

در این پژوهش، ابعاد هندسی مفصل خمشی مورد استفاده بین عضو رابط و لغزنده در مکانیزم لنگ-لغزنده بهینه خواهد شد. ضمناً مفصل بین عضو ورودی و عضو رابط دارای لقی می باشد. برای اجرای فرایند بهینه سازی از روش معروف و توانمند الگوریتم ژنتیک استفاده می شود. تابع هدف این مساله بهینه سازی نیز کاهش مقادیر بیشینه شتاب های اعضای مکانیزم خواهند بود. نوآوری های این پژوهش نسبت به کارهای قبلی، بویژه مراجع [۳۱-۲۸]، عبارتند از:

- استفاده مستقیم از هندسه مفصل خمشی در معادلات حرکت مکانیزم
- عدم استفاده از مدل شبه جسم صلب (که مفصل خمشی را به یک فنر پیچشی معادل تقلیل می داد)
- بهینه سازی هندسه مفصل خمشی برای بهترین اثرگذاری در کاهش شتابها و نیروهای بیشینه

۲- روابط حاکم بر مفصل خمشی

با توجه به پیچیدگی های موجود در تحلیل اعضای انعطاف پذیر و مفصل خمشی، معمولاً از مدل شبه جسم صلب برای تحلیل رفتار این مفصل بهره برده می شود. این مدل جهت ساده سازی تحلیل مکانیزم های نرم، ابتدا توسط هاوول و میدها در سال ۱۹۸۷ ارائه و پس از آن بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۴،۳]. براساس این مدل، همه مفصل خمشی را نیز می توان با یک فنر پیچشی معادل جایگزین نمود. بدیهی است مقدار سفتی این فنر پیچشی معادل، به مشخصات هندسی مفصل خمشی مورد نظر بستگی دارد. با توجه به پیشرفت روش های تحلیل و طراحی در مکانیزم های سنتی، استفاده از این مدل باعث می شود مکانیزم دارای مفصل خمشی را بتوان به یک مکانیزم سنتی، دارای مفصل معمولی، بعلاوه چندین فنر پیچشی در محل مفصل تبدیل نمود. شکل ۲ تبدیل یک مکانیزم چهارمیله ای نرم براساس مدل شبه جسم صلب را نشان می دهد. مثال های زیادی توسط هاوول و همکارانش مورد بررسی قرار گرفته است که شامل

لوبنتیو^۱ در کتاب خود به بررسی معادلات و روابط حاکم بر انواع مفصل خمشی پرداخته است [۶]. همچنین مون^۲ و همکارانش نیز چند مفصل خمشی ابتدایی، که بعدها بسیار مورد استفاده قرار گرفت، را معرفی نمودند [۷]. ژانگ^۳ و یان^۴ به بررسی مفصل شکاف دار با مقطع بیضوی پرداختند [۸]. تیانا^۵ و همکارانش نیز معادلات حلقه بسته برای نرمی مفصل خمشی ۷ شکل را استخراج نمودند [۹]. پی^۶ و یو^۷ نیز به معرفی مفصل خمشی جدیدی بنام ADLIF پرداختند [۱۰]. پاولویچ^۸ و پاولویچ^۹ نیز به بررسی بازه حرکتی سه نوع مفصل خمشی مختلف پرداخت و آن ها را با هم مقایسه نمودند [۱۴]. هو^{۱۰} و همکارانش نیز از روش ماتریس انتقال برای بررسی دینامیک مکانیزم های نرم بهره بردند [۱۷].

در حوزه بررسی لقی مفصل نیز کارهای مختلفی انجام شده است [۱۸-۲۳]، اما اکثر این پژوهش ها در حوزه شناخت اثرات لقی بر روی عملکرد سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم ها و یا بررسی نحوه تعریف اصطکاک و نیروی برخورد بین دو جسم در محل مفصل لقی بوده است و کارهای انجام شده برای کنترل لقی و یا کاهش اثرات آن بسیار محدود است. واردی و همکارانش در کارهای خود از سنتز دینامیکی و تغییر در جرم و ممان اینرسی اعضای مکانیزم برای کاهش اثرات لقی استفاده کردند [۲۴-۲۶]. یعقوبی و همکارانش نیز از کنترل غیرفعال برای بهبود عملکرد مکانیزم استفاده نمودند [۲۷]. همچنین واردی و همکارانش برای کنترل اثرات لقی در مکانیزم چهارمیله ای از مفصل خمشی استفاده نمودند [۲۸]. شایان ذکر است مدل استفاده شده برای لقی در مرجع [۲۸] براساس فرض تماس دائم است که در آن یک عضو مجازی (با طول ثابت) جایگزین لقی می شود. ارکایا^{۱۱} و همکارانش نیز در کارهای خود اثر وجود مفصل نرم را بر رفتار مفصل دارای لقی بررسی نمودند [۲۹-۳۱]. برای مدل-

¹ Lobontiu

² Moon

³ Zhang

⁴ Yuan

⁵ Tiana

⁶ Pei

⁷ Yu

⁸ N.T. Pavlovic

⁹ N. D. Pavlovic

¹⁰ Hu

¹¹ Erkaya

¹² Pseudo rigid body model (PRBM)

$$\theta_{max} = \frac{\beta^2 f(\beta)}{E(1 + \beta)^{9/20}} \quad (2)$$

در معادله (۲) E مدول الاستیک است و β و $f(\beta)$ برابرند با [۵، ۶]:

$$\beta = \frac{t}{2R} \quad (3)$$

$$f(\beta) = \frac{3\pi}{(2\beta)^{5/2}} \quad (4)$$

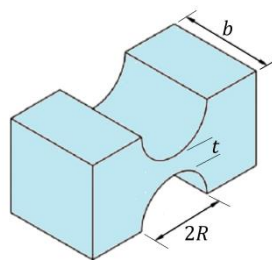
برای مفصل خمشی دوم، نشان داده شده در شکل ۳-ب که دارای مقطع مستطیلی می‌باشد، نیز رابطه سفتی محوری بصورت معادله (۵) می‌باشد [۵، ۶].

$$K = \frac{EI}{L} \quad (5)$$

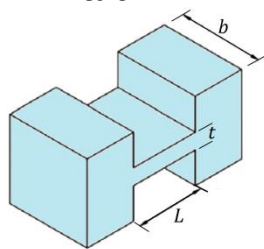
که I ممان اینرسی، و L طول نشان داده شده در شکل است. همچنین حداکثر زاویه‌ای که مفصل موردنظر می‌تواند طی کند (θ_{max}) برابر معادله (۶) خواهد بود [۵، ۶].

$$\theta_{max} = \frac{2L}{Et} \sigma_y \quad (6)$$

در معادله (۶) σ_y تنش تسلیم ماده مورد استفاده می‌باشد.



الف- مفصل اول (J_1)



ب- مفصل دوم (J_2)

شکل ۳- مفصل خمشی مدنظر در این پژوهش [۵، ۶]

در جدول ۱ مشخصات چند ماده مهم، که معمولاً از آن‌ها برای تولید مفصل خمشی استفاده می‌شود، ارائه شده و خصوصیات آن‌ها براساس نسبت پواسون و مدول الاستیسیته

تحلیل استاتیکی و دینامیکی مکانیزم‌های نرم و براساس مدل شبه‌جسم‌صلب می‌باشد.

سفتی محوری و محدوده دوران پارامترهای مهمی هستند که در تحلیل و طراحی مفصل خمشی باید مورد توجه قرار گیرند. سفتی محوری مقدار سفتی پیچشی است که بوسیله مفصل خمشی و بصورت گشتاور بر اعضای مکانیزم وارد می‌شود. بدیهی است هر چه تغییر زاویه مفصل، نسبت به زاویه تعادل (با تغییر زاویه صفر) بیشتر باشد گشتاور بیشتری بر اعضا اعمال خواهد شد. از سوی دیگر، این مفصل دوران محدودی دارند و نمی‌توانند همانند مفصل سنتی دوران کامل داشته باشند. مقدار محدوده دوران این مفصل به پارامترهای هندسی مفصل و جنس آن بستگی دارد. در ادامه این بخش، معادلات مربوط به سفتی محوری و محدوده دوران مفصل خمشی که در این پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرند، ارائه شده در شکل ۲، ارائه خواهد شد.



الف- مکانیزم چهارمیله‌ای نرم

ب- مدل شبه‌جسم‌صلب

شکل ۲- تبدیل یک مکانیزم چهارمیله‌ای نرم براساس

مدل شبه‌جسم‌صلب

برای مفصل خمشی نشان داده شده در شکل ۳-الف که دارای مقطع دایره‌ای می‌باشد، رابطه سفتی محوری بصورت رابطه (۱) می‌باشد [۵، ۶].

$$K = (2Ebt^{5/2}) / (9\pi R^{1/2}) \quad (1)$$

که K سفتی فنر، b و t عرض و ضخامت و R شعاع است. همچنین حداکثر زاویه‌ای که مفصل موردنظر می‌تواند طی کند (θ_{max}) برابر معادله (۲) خواهد بود [۵، ۶].

وجود لقی در مفصل لولایی می‌تواند موجب افزایش شتاب‌ها و نیروهای مکانیزم شود، اما در این پژوهش سعی می‌شود با استفاده از اثرات ذاتی مفصل خمشی، که افزایش سفتی مکانیزم از جمله آن‌هاست، از این اثرات نامطلوب لقی مفصل کاسته شود. با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش قبل، برای مدل‌سازی مفصل خمشی می‌توان از مدل شبه-جسم‌صلب استفاده نمود. در استفاده از این مدل، مفصل موردنظر را می‌توان با استفاده از یک فنر پیچشی جایگزین نمود. در نتیجه مکانیزم موردنظر را می‌توان بصورت شکل ۴-ب در نظر گرفت.

برای مدل‌سازی لقی مفصل از فرض عدم تماس دائم استفاده می‌شود که بر اساس آن سه مد مختلف برای درگیری دو جسم در محل مفصل لقی تعریف می‌شود:

- مد حرکت آزادانه: در این حالت دو جسم بدون هرگونه تماسی در حال حرکت هستند.
- مد تماس: در این حالت دو جسم با هم در تماس هستند.
- مد ضربه: بین دو مد قبلی است، بگونه‌ای که تغییر از مد حرکت آزادانه به مد تماسی همواره با ضربه‌ای همراه خواهد بود.

برای حل دینامیک این مکانیزم و بدست آوردن معادلات حرکت، می‌توان از روش لاگرانژ بهره برد [۳۲، ۳۳]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_j, \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

که T ، U و Q_j به ترتیب انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و نیروی تعمیم‌یافته بوده و بصورت روابط (۱۰-۸) قابل تعریف هستند:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 I_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 m_i (\dot{x}_{Gi}^2 + \dot{y}_{Gi}^2) \quad (8)$$

$$U = \sum_{i=2}^3 m_i g y_{Gi} \quad (9)$$

$$Q_j = \sum_{i=1}^3 \left(\mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_{Fi}}{\partial \dot{q}_j} + \mathbf{M}_i \cdot \frac{\partial \dot{\theta}_i}{\partial \dot{q}_j} \right) \quad (10)$$

بیان شده است. هر چه ماده مورد استفاده در مفصل خمشی نرم‌تر باشد، مدول الاستیک و مدول برشی دارای مقادیر پایین‌تر است، و مفصل توانایی خم‌شدن و تغییر زاویه بیشتری را دارد، بدون اینکه وارد ناحیه پلاستیک شده و در نهایت دچار شکست شود.

۳- معادلات حرکت مکانیزم لنگ-لغزنده دارای مفصل لقی و مفصل خمشی

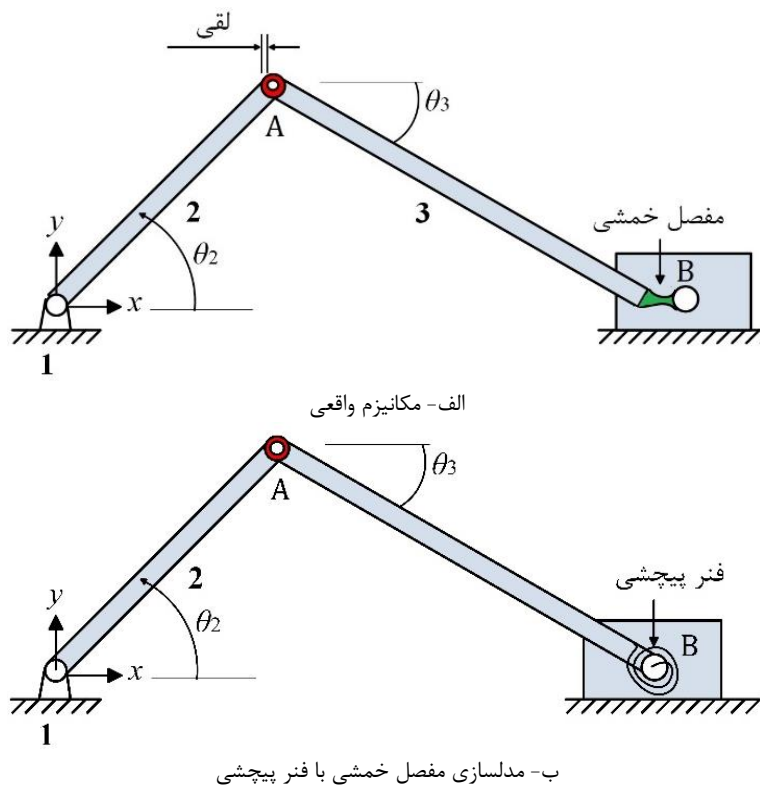
مکانیزم لنگ-لغزنده در این پژوهش در سه حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد:

- حالت ۱: هر دو مفصل A و B مفاصل ایده‌آل (بدون لقی) هستند.
 - حالت ۲: مفصل A دارای لقی و مفصل B ایده‌آل است.
 - حالت ۳: مفصل A دارای لقی و مفصل B خمشی است.
- مفصل A بین عضو ورودی (لینک ۲) و عضو رابط (لینک ۳) تعریف شده و مفصل B نیز بین عضو رابط و لغزنده است.

جدول ۱- مشخصات چند ماده مورد استفاده در تولید

شماره	ماده	نسبت پواسون	مدول الاستیک
		ν	$E (Gpa)$
۱	Polypropylene	۰/۴	۱/۴
۲	Nylon	۰/۴	۱/۳
۳	ABS plastic	۰/۳۵	۲/۸۴
۴	Aluminum 704	۰/۳۳	۷۳
۵	Titanium Grade 5 (Ti6Al4V)	۰/۳۴	۱۱۳
۶	Stainless Steel	۰/۳	۲۰۷

روابط سینماتیک و دینامیک مکانیزم لنگ-لغزنده در حالت ۱ (کاملاً ایده‌آل) را می‌توان به راحتی بدست آورد. اما وجود لقی در مفاصل، موجب پیچیدگی معادلات حرکت خواهد شد. همان‌طور که قبلاً بیان شد، هدف این پژوهش کاهش اثرات نامطلوب لقی مفصل با استفاده از مفاصل خمشی است. بنابراین در مکانیزم لنگ-لغزنده، مفصل بین لینک‌های ۲ و ۳ را دارای لقی فرض کرده و مفصل بین لینک ۳ و لغزنده نیز بصورت مفصل خمشی در نظر گرفته می‌شود. شکل ۳-الف مکانیزم مدنظر در حالت ۳ را نشان می‌دهد.



شکل ۴- مکانیزم لنگ-لغزنده دارای مفصل لقی و مفصل خمشی

$$F_{23} = -F_{32} = \begin{bmatrix} Q_A \cos \psi_A \\ Q_A \sin \psi_A \end{bmatrix} \quad (11)$$

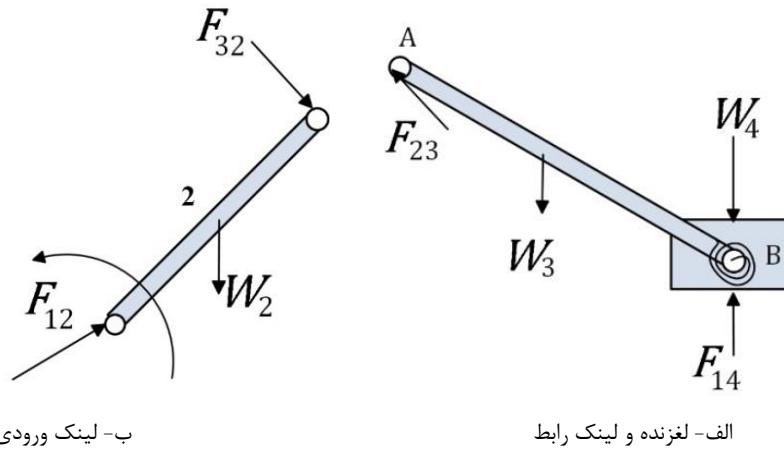
که زاویه نیروی موجود در مفصل لقی است. مکانیزم لنگ و لغزنده دارای یک درجه آزادی است، اما وجود یک مفصل لقی ۲ درجه آزادی به آن می‌افزاید. بنابراین برای استخراج معادلات حرکت با استفاده از روش لاگرانژ به ۳ پارامتر مستقل نیاز است که θ_2 ، θ_3 و x_4 بدین منظور انتخاب می‌شوند. بنابراین در معادله مربوط به لینک ورودی، متغیر θ_2 به عنوان پارامتر مستقل در نظر گرفته خواهد شد. زیرا با اطلاع از θ_2 ، وضعیت لینک مشخص خواهد شد. برای عضو رابط و لغزنده نیز که با مفصل خمشی به هم متصل شده‌اند، θ_3 و x_4 به عنوان پارامترهای مستقل انتخاب می‌شوند. اکنون، با استفاده از معادله لاگرانژ، روابط حرکتی مکانیزم برای هر یک از اعضا استخراج خواهند شد.

برای لینک ورودی مکانیزم، انرژی جنبشی و پتانسیل بصورت معادلات (۱۲) و (۱۳) می‌باشد:

$$T = \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 (0.5L_2 \dot{\theta}_2)^2, \quad (12)$$

در روابط (۱۰-۸)، q_j معرف یکی از پارامترهای مستقل سیستم و m_i ، I_i به ترتیب جرم و ممان اینرسی عضو i ام می‌باشند. همچنین g شتاب جاذبه، F_i و M_i به ترتیب نیرو و گشتاور خارجی وارده بر اعضا و r_{Fi} مکان اعمال نیروی خارجی می‌باشد. همچنین مولفه قائم موقعیت مرکز جرم عضو i ام، \dot{x}_{Gi} و \dot{y}_{Gi} مولفه‌های سرعت مرکز جرم عضوهای مکانیزم و $\dot{\theta}_i$ سرعت زاویه‌ای اعضا هستند [۲۴، ۲۵].

برای استفاده از معادلات لاگرانژ، در ابتدا مکانیزم از محل مفصل لقی جدا شده و به دو قسمت تقسیم می‌شود و سپس معادلات مربوط به هر قسمت بطور جداگانه بدست می‌آید. شکل ۵ دیگرام آزاد این دو قسمت را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، F_{23} نیرویی است که عضو ورودی شماره ۲ به عضو رابط شماره ۳ در محل مفصل لقی وارد می‌کند و در نتیجه، براساس قانون سوم نیوتون، عکس این نیرو به لینک ورودی وارد می‌شود. با توجه به محاسبه نیرو در مفصل لقی در بخش-های قبلی، این نیرو را می‌توان بصورت معادله (۱۱) در نظر گرفت [۲۴، ۲۵]:



شکل ۵- دیاگرام آزاد اعضای مختلف مکانیزم

$$(m_3 + m_4)\ddot{x}_4 + \left(\frac{1}{2}m_3L_3 \sin \theta_3\right) \ddot{\theta}_3 + \frac{1}{2}m_3L_3\omega_3^2 \cos \theta_3 = Q_A \cos \psi_A \quad (18)$$

بنابراین معادلات (۱۴)، (۱۷) و (۱۸) به عنوان معادلات حرکت مکانیزم لنگ و لغزنده دارای مفصل لقی و مفصل خمشی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در ادامه، نتیجه حل معادلات حرکت برای مکانیزم لنگ-لغزنده در حالت ۲ که دارای لقی در مفصل A است، ارائه می‌شود. بدیهی است در این حالت، بدلیل عدم وجود مفصل خمشی، مقدار K_B در معادله ۱۶ برابر صفر منظور خواهد شد. شکل ۶ نمودارهای شتاب خطی لغزنده و شتاب زاویه‌ای عضو رابط را برای ۳ دور دوران مکانیزم نشان می‌دهد. همچنین این نمودارها با حالت ۱، حالت کاملاً ایده‌آل (بدون هیچ‌گونه لقی در مفاصل)، مقایسه شده‌اند. افزایش شدید شتاب‌ها بر اثر وجود لقی در مفصل A کاملاً مشهود است.

۴- تعریف مساله بهینه‌سازی

هدف از بهینه‌سازی در این پژوهش استخراج هندسه و جنس بهینه برای مفاصل خمشی مورد استفاده می‌باشد، بگونه‌ای که بتوانند بیشترین کاهش را در مقادیر بیشینه شتاب اعضا ایجاد کنند.

مفاصل خمشی مورد استفاده شده در این پژوهش دو موردی هستند که در شکل ۳ نشان داده شده‌اند و معادلات

$$U = 0.5m_2gL_2 \sin(\theta_2) \quad (13)$$

توجه شود در کل مکانیزم، مرکز جرم اعضا در وسط فرض شده است. با قراردادن روابط (۱۲) و (۱۳) در معادله لاگرانژ، و در نظر گرفتن θ_2 به عنوان پارامتر مستقل، معادله حرکت عضو ورودی بصورت معادله (۱۴) خواهد بود:

$$(I_2 + 0.25m_2L_2^2)\ddot{\theta}_2 + 0.5m_2gL_2 \cos(\theta_2) = Q_A L_2 \sin(\theta_2 - \psi_A) + \tau_{in} \quad (14)$$

که τ_{in} مقدار گشتاور ورودی مکانیزم و Q_A نیز نیروی وارده از طرف مفصل لقی می‌باشد. برای عضوهای رابط و لغزنده نیز می‌توان معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل را بصورت معادلات (۱۵) و (۱۶) نوشت:

$$T = \frac{1}{2}I_3\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m_3V_{G3}^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{x}_4^2, \quad (15)$$

$$U = m_3gy_{G3} + \frac{1}{2}K_B\theta_3^2 \quad (16)$$

که K_B سفتی مفصل خمشی در محل مفصل C است. با قراردادن هر کدام از پارامترهای θ_3 و x_4 در معادله لاگرانژ، و با استفاده از معادلات بالا، معادلات حرکت (۱۷) و (۱۸) برای عضوهای رابط و لغزنده مکانیزم بدست می‌آیند.

$$(I_3 + \frac{1}{4}m_3L_3^2)\ddot{\theta}_3 + \left(\frac{1}{2}m_3L_3 \sin \theta_3\right) \ddot{x}_4 - \frac{1}{2}m_3gL_3 \cos \theta_3 + K_B\theta_3 = Q_A L_3 \sin(\theta_3 - \psi_A) \quad (17)$$

جدول ۲- متغیرهای طراحی مورد استفاده در بهینه‌سازی

نوع	متغیر طراحی	کمینه	بیشینه
مفصل	ضخامت مقطع t (m)	۰	۰/۰۵
خمشی	عرض مقطع b (m)	۰	۰/۱
J_1	شعاع مقطع R (m)	۰	۰/۱
مدول الاستیک E (GPa) براساس ۶ ماده جدول ۱			
مفصل	ضخامت مقطع t (m)	۰	۰/۰۵
خمشی	عرض مقطع b (m)	۰	۰/۱
J_2	طول مقطع l (m)	۰	۰/۱
مدول الاستیک E (GPa) براساس ۶ ماده جدول ۱			

هدف از بهینه‌سازی در این مساله کاهش مقادیر بیشینه شتاب‌هاست. براین اساس تابع هدف بصورت معادله (۱۹) می‌باشد:

$$F = (F_1 + F_2)/2 \quad (19)$$

که F_1 مقدار کاهش در شتاب خطی لغزنده نسبت به حالت عدم استفاده از مفصل خمشی است:

$$F_1 = \frac{\max|\ddot{X}_{4-cl-f}|}{\max|\ddot{X}_{4-cl-i}|} \quad (20)$$

در رابطه (۲۰) شتاب خطی لغزنده برای مکانیزم دارای مفصل لق و مفصل خمشی است و \ddot{X}_{4-cl-i} نیز شتاب خطی لغزنده برای مکانیزمی با یک مفصل لق و یک مفصل ایده‌آل (بدون مفصل خمشی) است. مقدار \ddot{X}_{4-cl-i} برابر با بیشینه مقدار شتاب در دور سوم حرکت مکانیزم براساس شکل ۶-الف می‌باشد. همچنین F_2 مقدار کاهش در شتاب زاویه‌ای لینک رابط مکانیزم لنگ-لغزنده نسبت به حالت عدم استفاده از مفصل خمشی است و بصورت معادله (۲۱) تعریف می‌شود:

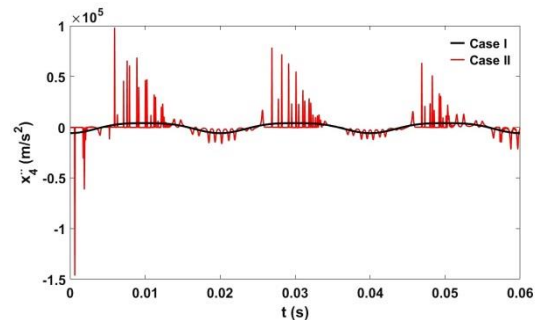
$$F_2 = \frac{\max|\ddot{\theta}_{4-cl-f}|}{\max|\ddot{\theta}_{4-cl-i}|} \quad (21)$$

در رابطه (۲۱) شتاب زاویه‌ای لینک رابط برای مکانیزم دارای مفصل لق و مفصل خمشی است و $\ddot{\theta}_{4-cl-i}$ نیز شتاب زاویه‌ای عضو رابط برای مکانیزمی با یک مفصل لق و یک مفصل ایده‌آل است. $\ddot{\theta}_{4-cl-i}$ نیز بیشینه مقدار شتاب در دور سوم حرکت مکانیزم براساس شکل ۶-ب می‌باشد.

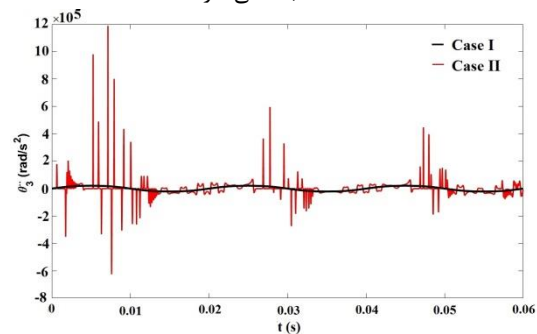
شایان ذکر است برای بهینه‌سازی از روش الگوریتم ژنتیک استفاده شده و تعداد جمعیت و بیشینه تکرارها به ترتیب برابر ۱۰ و ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

مربوط به محدوده زاویه‌ای و سفتی آن‌ها نیز در بخش‌های قبلی ارایه شده است. در واقع با توجه به هندسه و جنس انتخابی برای مفصل خمشی موردنظر، محدوده زاویه‌ای مجاز مفصل طراحی شده باید از مقدار تغییر زاویه مفصل موردنظر در مکانیزم بیشتر باشد تا موجب ورود به ناحیه پلاستیک و تغییرشکل نامتعارف و در نهایت شکست مفصل نشود. برای این مفاصل، که به ترتیب مفاصل J_1 و J_2 نامیده می‌شوند، متغیرهای طراحی شامل پارامترهای هندسی مفصل بعلاوه مدول الاستیک، که معرف جنس می‌باشد، تعریف می‌شوند.

جدول ۲ متغیرهای طراحی هر کدام از مفاصل و محدوده مجاز تغییرات آن‌ها را نشان می‌دهد. شایان ذکر است برای مدول الاستیک، موارد معرفی شده در جدول ۱ مورد استفاده قرار می‌گیرند. بدین معنی که تغییرات عدد E فقط شامل ۶ عدد نشان داده شده در جدول ۱ بوده و مقدار بهینه این پارامتر بر این اساس بدست می‌آید. در واقع از ۴ پارامتر مورد استفاده در این مساله بهینه‌سازی، ۳ پارامتر پیوسته و ۱ پارامتر چهارم از نوع منفصل می‌باشد.



الف- شتاب خطی لغزنده



ب- شتاب زاویه‌ای عضو رابط

شکل ۶- تاثیر وجود لقی مفصل در بر شتاب اعضای مکانیزم

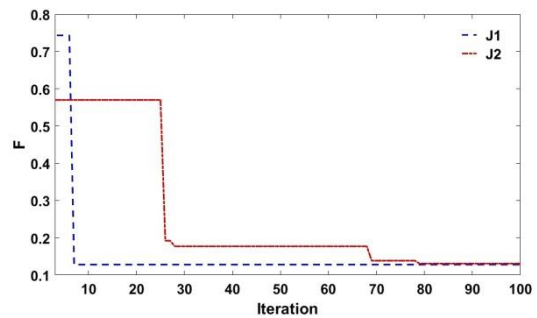
¹ Discrete

۵- نتایج

در این بخش نتایج حاصل از بهینه‌سازی هندسه و جنس مفاصل خمشی مورد استفاده ارائه خواهد شد. در جدول ۳، متغیرهای بهینه و مقدار تابع هدف برای دو مفصل خمشی ارائه شده است. همچنین در شکل ۷ می‌توان روند تغییرات تابع هدف در تکرارهای مختلف را مشاهده نمود.

جدول ۳- متغیرهای بهینه و تابع هدف حاصل از بهینه‌سازی

مفصل اول (J_1)		مفصل دوم (J_2)	
b (m)	۰/۰۵۷۱	b (m)	۰/۰۷۲۰
t (m)	۰/۰۰۲۲	t (m)	۰/۰۱۸۰
R (m)	۰/۰۶۳۰	l (m)	۰/۰۵۹۰
E (GPa)	۱/۴	E (GPa)	۱/۳
F	۰/۱۲۷۹	F	۰/۱۳۰۶



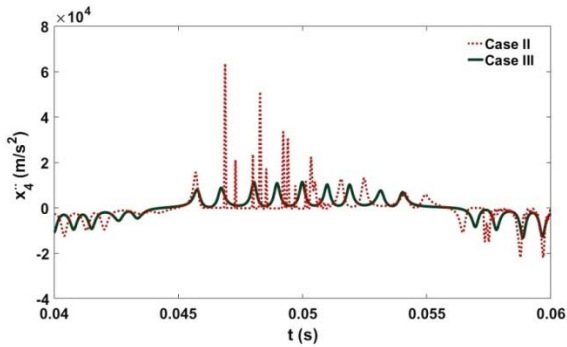
شکل ۷- تغییرات تابع هدف در فرایند بهینه‌سازی

حال با استفاده از نتایج بهینه جدول ۳ می‌توان مقادیر شتاب‌ها و همچنین مقدار گشتاور ورودی مکانیزم را در حالت ۳، یعنی وجود مفصل خمشی بهینه در نقطه B، محاسبه نمود و آن‌ها را با حالت بدون استفاده از مفصل خمشی (حالت ۲) مقایسه نمود. نتایج این مقایسه‌ها در جدول ۴ نشان می‌دهد وجود مفاصل خمشی بهینه توانسته مقادیر بیشینه شتاب خطی لغزنده را حدوداً ۹۱ درصد کاهش دهد. همچنین این کاهش برای شتاب زاویه‌ای لینک رابط و گشتاور ورودی را نیز به ترتیب حدوداً ۸۱ درصد و ۸۳ درصد می‌باشد.

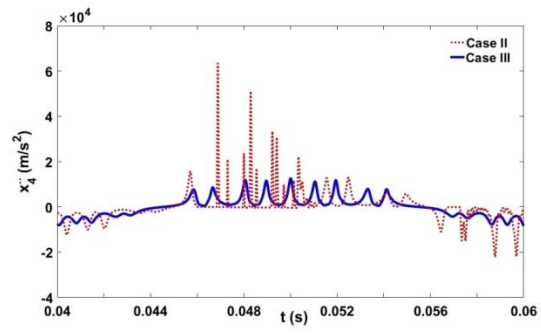
شکل ۸ نمودار تغییرات شتاب خطی لغزنده در صورت استفاده از دو مفصل خمشی و مقایسه آن با حالت بدون استفاده از مفصل خمشی را نشان می‌دهد. همچنین نمودارهای مربوط به شتاب زاویه‌ای عضو رابط و گشتاور ورودی در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده‌اند. در شکل‌های ۸ تا ۱۰ می‌توان اثر مفید مفاصل خمشی و کاهش حدوداً ۹۰ درصدی در مقادیر بیشینه شتاب‌ها را به وضوح مشاهده نمود. شکل ۱۱ مقایسه‌ای بین دو مفصل خمشی، براساس مقدار بهبود مشخصه‌های دینامیکی را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار می‌توان یافت بهبودهای ناشی از مفصل خمشی (J_1 (شکل ۳-الف) اندکی بیشتر از مفصل خمشی (J_2 (شکل ۳-ب) می‌باشد. همچنین در مقایسه بین مشخصه‌های دینامیکی می‌توان دریافت درصد کاهش مقادیر بیشینه شتاب زاویه‌ای بیشتر از دو مشخصه دیگر است.

جدول ۴- مقایسه مقادیر بیشینه شتاب‌ها و گشتاور ورودی در اثر وجود مفصل خمشی

مکانیزم حالت ۳ (بهینه)		مکانیزم حالت ۲		مشخصه دینامیکی
مفصل خمشی J_2	مفصل خمشی J_1	مکانیزم حالت ۲		
بهبود نسبت به حالت ۲	مقدار	بهبود نسبت به حالت ۲	مقدار	مقدار
۹۱٪	$۴/۵۰۰۱ \times ۱۰^۴$	۹۱٪	$۴/۳۳۹۶ \times ۱۰^۴$	$۵/۱۵۲۲ \times ۱۰^۵$
۸۱٪	$۱/۳۲۷۴ \times ۱۰^۴$	۸۲٪	$۱/۲۵۱۳ \times ۱۰^۴$	$۷/۲۹۴۷ \times ۱۰^۴$
۸۳٪	۱۰/۱۹۸۰۱	۸۴٪	۹۲/۸۷۸۶	۶۱۵/۵۵۹۸

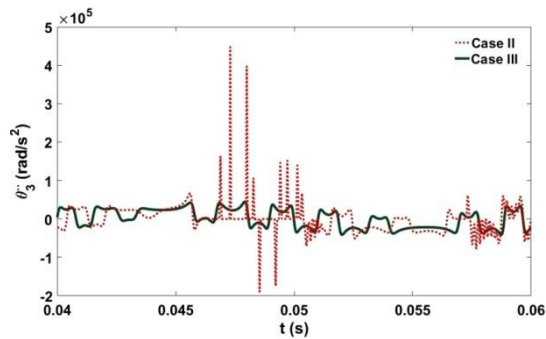


ب- مفصل خمشی J_2

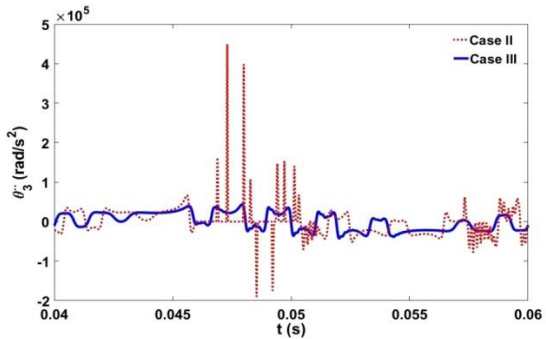


الف- مفصل خمشی J_1

شکل ۸- شتاب خطی لغزنده در اثر بهینه‌سازی مفاصل خمشی

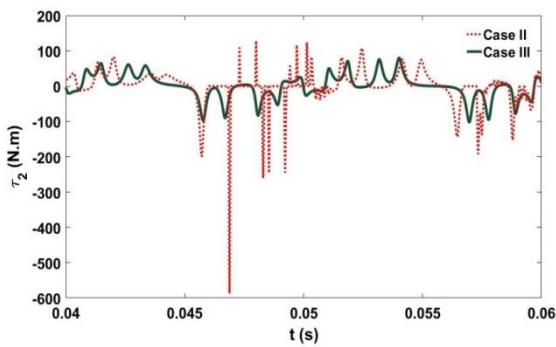


ب- مفصل خمشی J_2

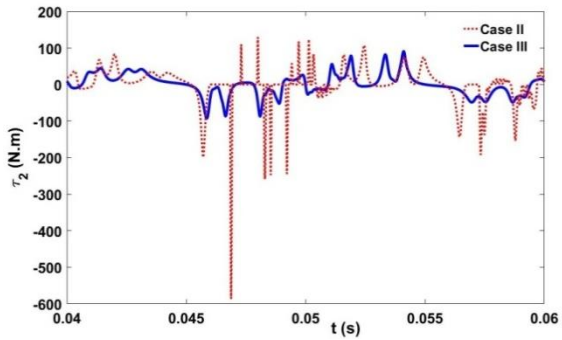


الف- مفصل خمشی J_1

شکل ۹- شتاب زاویه‌ای عضو رابط در اثر بهینه‌سازی مفاصل خمشی

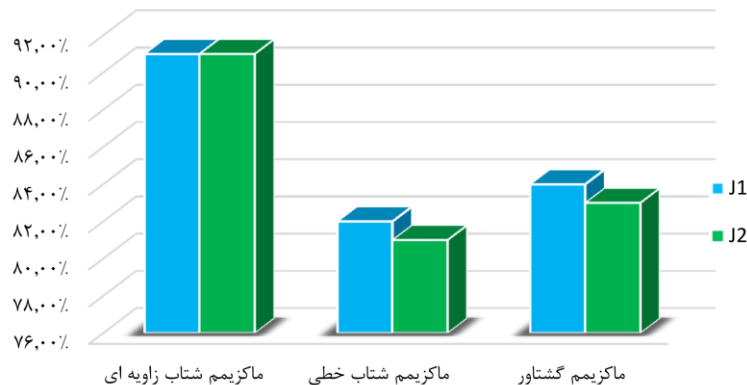


ب- مفصل خمشی J_2



الف- مفصل خمشی J_1

شکل ۱۰- گشتاور ورودی مکانیزم در اثر بهینه‌سازی مفاصل خمشی



شکل ۱۱- مقایسه بین دو مفصل خمشی در بهبود مشخصه‌های دینامیکی

- [4] Howell LL, Midha A (1996) A loop-closure theory for the analysis and synthesis of compliant mechanisms, *ASME. J. Mech. Des.*, 118(1): 121–125.
- [5] Farhadi Macheuposhti, D., Tolou, N., & Herder, J. L. (2012). The scope for a compliant homokinetic coupling based on review of compliant joints and rigid-body constant velocity universal joints. In *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (Vol. 45035, pp. 379-392). ASME.
- [6] Lobontiu N (2002) *Compliant mechanisms: design of flexure hinges*. CRC press.
- [7] Moon YM, Trease BP, Kota S (2002) Design of large-displacement compliant joints. In *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (Vol. 36533, pp. 65-76). ASME.
- [8] Zhang ZJ, Yuan YB (2006) Research on a novel flexure hinge. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 48, No. 1, p. 053). IOP Publishing.
- [9] Tian Y, Shirinzadeh B, Zhang D (2010) Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design. *Precis. Eng.*, 34(3), 408-418.
- [10] Pei X, Yu J (2011) ADLIF: a new large-displacement beam-based flexure joint. *Mech. Sci.*, 2(2), 183-188.
- [11] Rommers J, vanderWijk V, Herder JL (2021) A new type of spherical flexure joint based on tetrahedron elements. *Precis. Eng.*, 71, 130-140.
- [12] Naves M, Aarts RGKM, Brouwer, DM (2019) Large stroke high off-axis stiffness three degree of freedom spherical flexure joint. *Precis. Eng.*, 56, 422-431.

۶- نتیجه گیری

هدف از این پژوهش، بهینه‌سازی و بهبود خصوصیات دینامیکی، کاهش ارتعاشات و در نهایت کم‌شدن اثرات لقی با استفاده از مفاصل خمشی است. در ابتدا با استفاده از رابطه لاگرانژ معادله دینامیکی مکانیزم لنگ-لغزنده‌ای که دارای یک مفصل لقی و یک مفصل خمشی است، استخراج شد. سپس با تعریف یک مساله بهینه‌سازی، مقادیر بهینه متغیرهای هندسی و جنس مفاصل خمشی استخراج شدند. تابع هدف این مساله کاهش مقادیر بیشینه شتاب اعضای مکانیزم بوده است. از الگوریتم ژنتیک برای حل این مساله بهینه‌سازی استفاده شده است. مساله برای دو نوع مفصل خمشی مختلف حل و مقادیر بهینه متغیرها بدست آمدند. نتایج نشان می‌دهند استفاده از مفاصل خمشی بهینه توانسته مقادیر بیشینه شتاب‌ها و گشتاور ورودی را حدوداً ۸۰ تا ۹۰ درصد کاهش دهد. همچنین مقایسه دو مفصل خمشی نشان می‌دهد اثر مفصل J_1 اندکی بهتر بوده است.

مراجع

- [1] Weisbord L, Paros JM (1965) How to design flexure hinges. *Machine Design*, 27(3), 151-157.
- [2] Midha A, Howell L. L., & Norton, T. W. (2000). Limit positions of compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model concept. *Mech. Mach. Theory*, 35(1), 99-115.
- [3] Howell LL (2013) *Compliant mechanisms*. In 21st century kinematics (pp. 189-216). Springer, London.

- of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm. *J. Sci. Eng.*, 1(1), 67-78.
- [24] Varedi SM, Daniali HM, Dardel M, Fathi A (2015) Optimal dynamic design of a planar slider-crank mechanism with a joint clearance. *Mech. Mach. Theory*, 86, 191-200.
- [25] Varedi SM, Daniali HM, Dardel M (2015) Dynamic synthesis of a planar slider-crank mechanism with clearances. *Nonlinear Dyn.*, 79(2), 1587-1600.
- [26] Varedi-Koulaei SM, Daniali HM, Farajtabar M, Fathi B, Shafiee-Ashtiani M (2016) Reducing the undesirable effects of joints clearance on the behavior of the planar 3-RRR parallel manipulators. *Nonlinear Dyn.*, 86(2), 1007-1022.
- [27] Yaqubi S, Dardel M, Daniali HM, Ghasemi MH (2016) Modeling and control of crank-slider mechanism with multiple clearance joints. *Multibody Syst. Dyn.*, 36(2), 143-167.
- [28] Koulaei SMV, Moahmmadi HR, Dardel M, Fathi A (2014) Optimal Compliant Design of a Planar Linkage for Decreasing the Undesirable Effects of Joint Clearance. *Modares Mech. Eng.*, 14(5), 55-62.
- [29] Erkaya S, Doğan S (2015) A comparative analysis of joint clearance effects on articulated and partly compliant mechanisms. *Nonlinear Dyn.*, 81(1), 323-341.
- [30] Erkaya S, Doğan S, Ulus Ş (2015) Effects of joint clearance on the dynamics of a partly compliant mechanism: numerical and experimental studies. *Mech. Mach. Theory*, 88, 125-140.
- [31] Erkaya S, Doğan S, Şefkatlıoğlu E (2016) Analysis of the joint clearance effects on a compliant spatial mechanism. *Mech. Mach. Theory*, 104, 255-273.
- [۳۲] حیدری ح و مالمیرنسب ع (۱۳۹۶)، کاهش ارتعاشات ربات دو لینکی انعطاف‌پذیر با استفاده از مبدل پیزوالکتریک در طی مسیر مشخص، مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، دوره ۷، شماره ۳، صفحه ۱۸۵-۱۹۷.
- [۳۳] غلامی ا و تورجی‌زاده ح (۱۳۹۸)، مدل‌سازی و کنترل ربات 3PRS با استفاده از روش لاگرانژ، مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، دوره ۹، شماره ۳، صفحه ۲۵-۳۸.
- [13] Gerez L, Gao G, Liarokapis M (2020) Laminar Jamming Flexure Joints for the Development of Variable Stiffness Robot Grippers and Hands. In 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (pp. 8709-8715). IEEE.
- [14] Pavlović NT, Pavlović ND (2005) Mobility of the compliant joints and compliant mechanisms. *Theor. Appl. Mech.*, 32(4), 341-357.
- [15] Parlaktaş V, Tanık E (2014) Single piece compliant spatial slider-crank mechanism. *Mech. Mach. Theory*, 81, 1-10.
- [16] Linß S, Gräser P, Henning S, Harfensteller F, Theska R, Zentner L (2019) Synthesis method for compliant mechanisms of high-precision and large-stroke by use of individually shaped power function flexure hinges. In IFToMM World Congress on Mechanism and Machine Science (pp. 1569-1578). Springer, Cham.
- [17] Hu J, Wen T, He J (2020) Dynamics of compliant mechanisms using transfer matrix method. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 21(11), 2173-2189.
- [18] Lankarani HM, Nikravesh PE (1989) A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems. In International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (Vol. 3691, pp. 45-51). ASME.
- [19] Flores P (2010) A parametric study on the dynamic response of planar multibody systems with multiple clearance joints. *Nonlinear Dyn.*, 61(4), 633-653.
- [20] Bai ZF, Zhao Y (2012) Dynamic behaviour analysis of planar mechanical systems with clearance in revolute joints using a new hybrid contact force model. *Int. J. Mech. Sci.*, 54(1), 190-205.
- [21] Farajtabar M, Daniali HM, Varedi SM (2017) Pick and place trajectory planning of planar 3-RRR parallel manipulator in the presence of joint clearance. *Robotica*, 35(2), 241-253.
- [22] Parenti-Castelli V, Venanzi S (2005) Clearance influence analysis on mechanisms. *Mech. Mach. Theory*, 40(12), 1316-1329.
- [23] Sardashti A, Daniali HM, Varedi SM (2013) Optimal free-defect function generation synthesis